

# Крип магнитного потока в ВТСП и теория Андерсона–Кима (Обзор)

А.Н. Лыков

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский пр., 53, г. Москва, 119991, Россия  
E-mail: lykov@lebedev.ru

Статья поступила в редакцию 15 ноября 2013 г., после переработки 14 февраля 2014 г.  
опубликована онлайн 21 июля 2014 г.

Проанализированы результаты теоретических и экспериментальных исследований крипа потока в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП). При анализе экспериментальных работ основное внимание уделено наиболее ярким результатам, оказавшим значительное влияние на исследование крипа потока в ВТСП. При анализе теоретических работ главное внимание уделено работам, в которых сделаны попытки объяснить особенности крипа потока на основе модификации теории Андерсона–Кима (АК). То есть тем теоретическим работам, которым ранее не уделено достаточного внимания. Показано, что модифицированная теория АК позволяет объяснить многие особенности крипа потока в ВТСП: масштабно-инвариантное поведение вольт-амперных характеристик ВТСП, конечную скорость крипа потока при сверхнизких температурах, логарифмическую зависимость эффективного потенциала пиннинга от транспортного тока и его уменьшение при понижении температуры. Использование в рамках данного подхода гармонического потенциального поля позволяет точно решать как задачу вязкого движения вихрей, так и задачу термически активированного крипа потока в этом поле. Кроме того, в теории АК учитывается распределение потенциалов пиннинга по энергии и взаимодействие вихрей между собой. Таким образом, модификация теории АК состоит в ее детализации и приближении к реальности.

Проанализовано результати теоретичних та експериментальних досліджень крипа потоку у високотемпературних надпровідниках (ВТНП). При аналізі експериментальних робіт основну увагу приділено найбільш яскравим результатам, які зробили значний вплив на дослідження крипа потоку у ВТНП. При аналізі теоретичних робіт головну увагу приділено роботам, в яких зроблено спроби пояснити особливості крипа потоку на основі модифікації теорії Андерсона–Кіма (АК). Тобто тим теоретичним роботам, яким раніше не приділено достатньої уваги. Показано, що модифікована теорія АК дозволяє пояснити багато особливостей крипа потоку у ВТНП: масштабно-інваріантну поведінку вольт-амперних характеристик ВТНП, кінцеву швидкість крипа потоку при наднизьких температурах, логарифмічну залежність ефективного потенціалу піннінга від транспортного струму та його зменшення при пониженні температури. Використання у рамках цього підходу гармонійного потенційного поля дозволяє точно вирішувати як задачу в'язкого руху вихорів, так і задачу термічно активованого крипа потоку в цьому полі. Крім того, в теорії АК враховується розподіл потенціалів піннінга по енергії та взаємодія вихорів між собою. Таким чином, модифікація теорії АК полягає в її деталізації та наблизенні до реальності.

PACS: 74.25.Qt Вихревые решетки, пиннинг потока, крип потока;  
74.40.+k Флуктуации (шум, хаос, неравновесная сверхпроводимость локализация и т.д.);  
74.72.-h Купратные сверхпроводники (ВТСП и окисные соединения).

Ключевые слова: вихрь Абрикосова, крип потока, критический ток, высокотемпературные сверхпроводники.

## Содержание

1. Введение .....	992
2. Особенности крипа потока в ВТСП.....	995
2.1. Логарифмическая зависимость потенциального барьера центров пиннинга от транспортного тока.....	995
2.2. Скейлинг зависимостей $E(J)$ .....	996

2.3. Аномальная температурная зависимость энергетического барьера центров пиннинга.....	997
2.4. Конечная скорость крипа потока при сверхнизких температурах .....	998
3. Обзор теоретических моделей .....	999
4. Модифицированная теория крипа потока Андерсона–Кима.....	1006
5. Результаты расчета с помощью модифицированной теории крипа потока Андерсона–Кима .....	1009
5.1. Изменение кривизны $\log E - \log J$ зависимостей как результат перехода крипа потока в режим вязкого движения вихрей.....	1009
5.2. Логарифмическая зависимость эффективного потенциала пиннинга от транспортного тока .....	1012
5.3. Температурная зависимость эффективного потенциала пиннинга.....	1012
5.4. Влияние электромагнитного шума на скорость крипа потока .....	1013
6. Заключение .....	1016
Литература.....	1017

### 1. Введение

Плотность критического тока  $J_c$  является наряду с критической температурой  $T_c$  перехода в сверхпроводящее состояние одним из наиболее важных параметров сверхпроводников с точки зрения практических применений. Высокотемпературные сверхпроводники, так же как и используемые в практике низкотемпературные сверхпроводящие материалы, — сверхпроводники II рода с большим параметром Гинзбурга–Ландау  $\kappa = \lambda/\xi \gg 1$ , где  $\lambda$  — глубина проникновения магнитного поля, а  $\xi$  — длина когерентности в теории Гинзбурга–Ландау [1]. Магнитное поле в такие сверхпроводники проникает в виде квантов магнитного потока или вихрей Абрикосова [2]. Как известно, критический ток в сверхпроводниках II рода является следствием взаимодействия вихрей Абрикосова с неоднородностями сверхпроводника, так называемыми центрами пиннинга. Сила Лоренца, плотность которой определяется векторным произведением  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ , где  $\mathbf{J}$  — плотность тока в сверхпроводнике и  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция, заставляет вихри двигаться. Это движение должно приводить к диссипации энергии, но центры пиннинга, удерживая вихри, препятствуют такому движению. Оказалось, что даже в случае сильных центров пиннинга, когда сила взаимодействия вихрей с такими центрами (сила пиннинга) превышает силу Лоренца, возможно медленное движение (крип) магнитных вихрей [3–5]. Таким образом, явление крипа магнитного потока, обусловленное влиянием тепловых флуктуаций на взаимодействие вихрей Абрикосова с центрами пиннинга, может приводить к заметному уменьшению реальной плотности критического тока в сверхпроводниках II рода.

Крип потока проявляется прежде всего в магнитных и в транспортных измерениях [6–9]. В первом случае изменяется со временем захваченный сверхпроводником магнитный поток или намагниченность  $M$  после сравнительно быстрого включения или выключения внешнего магнитного поля. Напомним, что намагниченность определяется магнитным дипольным моментом единицы объема сверхпроводника. Обычно магнитные измерения проводят на образцах, изготов-

ленных в форме сплошных или полых цилиндров. При этом после быстрого изменения внешнего магнитного поля поле, измеряемое внутри цилиндра, сравнительно медленно изменяется с увеличением времени. Возникающее изменение магнитного дипольного момента обычно регистрируется с помощью вибрационных или СКВИД магнитометров. Работа магнитометров второго типа основана на высокой чувствительности сверхпроводящих квантовых устройств. В случае транспортных измерений изучаются вольт-амперные характеристики (ВАХ) сверхпроводника и зависимость сопротивления сверхпроводника  $R$  от температуры  $T$  в области фазового перехода из сверхпроводящего в нормальное состояние. Такие измерения удобно проводить на пленках с использованием специально формируемых сужений (constrictions), что дает возможность проводить эксперимент, достигая очень высоких плотностей тока. Общее в природе этих явлений вызвано медленным движением вихрей Абрикосова, когда сила пиннинга превышает силу Лоренца. Эти методы исследований взаимосвязаны, учитывая, что  $M \sim J$  и  $E \sim \partial M/\partial t$ , где  $E$  — напряженность электрического поля, а  $t$  — время. Очевидно, исследования и понимание данного явления позволяют получать дополнительную информацию, проясняющую микроскопическую природу взаимодействия вихрей с центрами пиннинга, что в свою очередь необходимо для увеличения критического тока сверхпроводников II рода.

Для объяснения природы крипа потока в сверхпроводниках Андерсоном и Кимом была разработана теория [4,5], основанная на следующих предположениях. Первое, полагается, что величина энергетического барьера  $U$ , возникающего из-за взаимодействия вихрей Абрикосова с центрами пиннинга, уменьшается при увеличении плотности тока по линейному закону

$$U(J) = U_0(T)[1 - J/J_{c0}], \quad (1.1)$$

где  $U_0$  — величина энергетического барьера центра пиннинга в отсутствие тока и  $J_{c0}$  — предполагаемая критическая плотность сверхпроводящего тока в образце в свободном от крипа потока случае. Такая зависимость  $U(J)$  основана на следующих соображениях.

Очевидно, что добавка к свободной энергии вихревой связки, вызванная пропускаемым через сверхпроводник током, пропорциональна этому току, и потенциальные барьеры для движения вихрей обращаются в нуль при  $J = J_{c0}$ . Кроме того, полагается, что характерный объем связки вихрей не зависит от величины транспортного тока. Таким образом,  $U$  должна уменьшаться с увеличением  $J$ . В первом приближении можно предположить линейную зависимость  $U$  от  $J$ .

Второе, в работе Андерсона [4] предполагался некоррелированный термоактивированный механизм движения связок вихрей. При этом скорость такого движения определяется выражением

$$v = v_0 \exp \left[ \frac{-U_0(T)[1 - J/J_{c0}]}{k_B T} \right], \quad (1.2)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана, а  $v_0$  — величина, близкая к скорости движения вихрей при  $J \geq J_{c0}$ . Таким образом, в теории Андерсона–Кима (АК) движение вихрей рассматривается как движение элементарных частиц, вызванное тепловыми флуктуациями, в потенциальном поле. Из соотношения (1.2) следует, что падение напряжения на образце не равно нулю даже тогда, когда плотность тока через образец меньше  $J_{c0}$ , но при больших значениях  $U_0/k_B T$ , как это имеет место в обычных низкотемпературных сверхпроводниках, скорость крипа потока быстро уменьшается при уменьшении  $J$ . Таким образом, в этих сверхпроводниках крип потока можно зарегистрировать только в окрестности  $J_{c0}$ . Это приводит к тому, что, если существует какая-то зависимость  $v_0$  от транспортного тока, то она оказывается несущественной, так как в области, где существует крип потока,  $J \approx J_{c0}$ .

Несмотря на быстрое уменьшение скорости крипа потока при уменьшении транспортного тока, это явление может оказывать заметное влияние на поведение сверхпроводников и некоторых устройств на их основе. Это вызвано возможностью появления тепловой неустойчивости, как следует из соотношения (1.2). Движение вихрей в области со сравнительно слабыми центрами пиннинга приводит к диссипации энергии и локальному повышению температуры. В согласии с соотношением (1.2), повышение температуры приводит к увеличению скорости движения вихрей, а значит, к увеличению выделяемой мощности. Возникающая таким образом тепловая неустойчивость может отрицательно сказываться на работе некоторых сверхпроводящих устройств, например сверхпроводящих магнитов.

В магнитных измерениях крип потока приводит к изменению захваченного магнитного потока и связанной с ним намагниченности сверхпроводника. Поскольку в критическом состоянии сверхпроводника намагниченность пропорциональна плотности тока, уравнение (1.2) может быть записано в виде

$$\partial J / \partial t \propto v_0 \exp \left[ \frac{-U_0(T)[1 - J/J_{c0}]}{k_B T} \right]. \quad (1.3)$$

Решением этого уравнения является логарифмическая зависимость плотности сверхпроводящего тока или намагниченности в релаксационных измерениях

$$J(t) = J_{c0} [1 - (k_B T / U_0) \ln(t/t_{\text{eff}})]. \quad (1.4)$$

Здесь  $t_{\text{eff}}$  — некоторая константа, являющаяся масштабом времени релаксации. Из этой формулы следует, что скорость релаксации магнитного момента зависит от отношения  $k_B T J_{c0} / U_0$ . Для обычных низкотемпературных сверхпроводников отношение  $k_B T / U_0$  мало ( $\sim 10^{-3}$ ), что приводит к медленной релаксации магнитного момента в них. Предсказание логарифмической зависимости  $J(t)$ , которое получило экспериментальное подтверждение, является одним из важных достижений теории АК [4,5].

При анализе экспериментальных результатов часто используется логарифмическая производная намагниченности или плотности тока:

$$S = -\partial \ln(M) / \partial \ln(t) = -\partial \ln(J) / \partial \ln(t). \quad (1.5)$$

Это соотношение в случае логарифмической зависимости плотности сверхпроводящего тока или намагниченности дает

$$S = \frac{k_B T}{U_0 - k_B T \ln(t/t_{\text{eff}})} \xrightarrow{T \rightarrow 0} k_B T / U_0. \quad (1.6)$$

Таким образом, зная зависимость  $S$  от температуры, можно определить величину энергетического барьера  $U_0$ .

Для регистрации крипа потока можно также использовать транспортные электрические измерения. Рассмотрим сверхпроводящую пленку, помещенную в перпендикулярное магнитное поле  $B$ . Если по такой пленке пропустить ток, то на вихри Абрикосова будет действовать сила Лоренца, и в случае их движения в направлении вектора  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  со скоростью  $v$  на пленке возникает электрическое поле напряженностью  $E = Bv$ . В случае термически активированного движения вихрей  $v$  определяется соотношением (1.2). Отметим, что скорость движения вихрей, которая регистрируется в транспортных измерениях, существенно больше, чем их скорость при измерении магнитной релаксации. Из соотношения (1.2) можно найти напряженность электрического поля, возникающую из-за термически активированного движения вихрей:

$$E = v_0 B \exp \left[ \frac{-U(J)}{k_B T} \right]. \quad (1.7)$$

Как видно из формулы, существование крипа потока приводит к тому, что напряжение на образце плавно увеличивается с ростом тока. В результате возникает

проблема с экспериментальным определением критического тока. Обычно он определяется тем транспортным током, при котором  $E$  достигает некоторой малой наперед заданной величины  $E_c$ . Таким образом, величина критического тока зависит от уровня задаваемого электрического поля.

Теория АК оказала большое влияние на изучение крипа потока в сверхпроводниках. Ее безусловным достоинством является то, что она основана на классических понятиях статистической физики. Значительные усилия были затрачены на изучение крипа потока в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП), которое началось практически сразу после их открытия [6–13]. Основное достоинство ВТСП — большие критические температуры, позволяющие сверхпроводящим устройствам, созданным на их основе, работать при высоких температурах. Высокие рабочие температуры приводят к тому, что в ВТСП отношение  $U_0/k_B T$ , определяющее скорость термически активированного движения вихрей, существенно меньше, чем в обычных низкотемпературных сверхпроводниках. Для оценки величины энергетического барьера центров пиннинга можно использовать соотношение

$$U_0 \sim \frac{H_c^2 \xi^2 d_p}{8\pi}, \quad (1.8)$$

где  $H_c$  — термодинамическое критическое магнитное поле, а  $d_p$  — характерный размер центра пиннинга. В силу этого соотношения малые длины когерентности в этих сверхпроводниках, при низких температурах обычно 1–2 нм, приводят к тому, что величина энергетического барьера  $U_0$  в ВТСП мала. Типичные значения  $U_0$ , полученные на основе экспериментальных исследований, находятся в пределе 100–10000 К [10–18]. Подробную информацию о пиннинге в ВТСП можно найти в обзоре [8]. В согласии с формулой (1.3), скорость крипа потока в ВТСП, а значит и диссипация энергии, должны быть существенно выше, чем в низкотемпературных сверхпроводниках. Возник даже термин «гигантский крип потока» (giant creep), предложенный Иешуруном и Малоземовым [10]. Большая скорость крипа потока в ВТСП приводит к существенному уменьшению критического тока, измеряемого экспериментально.

Отметим, что ранее большое влияние крипа потока было обнаружено при исследовании ВАХ микромостиков из сверхпроводников с решеткой  $A15$ , таких как  $Nb_3Sn$ ,  $Nb_3Ge$  и  $V_3Si$  [19,20]. До открытия ВТСП эти сверхпроводниковые соединения были рекордсменами по  $T_c$ . Кроме того, подобно ВТСП в этих сверхпроводниках длина когерентности также мала — порядка нескольких нанометров вдали от  $T_c$ . То есть по этим ключевым для крипа потока свойствам они напоминают ВТСП.

Крип потока исследовался практически на всех известных ВТСП соединениях, включая  $LaBaSrCaCuO$ ,  $YBaCuO$ ,  $BiSrCaCuO$ ,  $TlBaCaCuO$ ,  $HgBaCaCuO$  и  $NdGeBaCuO$ . Причем для экспериментальных исследований использовали монокристаллы, керамические образцы, пленки и ленты. Наибольший интерес среди ВТСП с прикладной точки зрения вызывают два вида сверхпроводников, главными представителями которых являются  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  и висмутовые сверхпроводники  $Bi_2Sr_2Ca_{n-1}Cu_nO_{4+2n}$ , где  $n$  — количество плоскостей  $CuO_2$  в элементарной ячейке данного соединения. Кроме того, среди ВТСП материалов монокристаллы наилучшего качества получаются именно при синтезе этих соединений, что позволяет получать на них наиболее достоверные результаты. Среди висмутовых сверхпроводников наиболее интересны соединения, содержащие две или три плоскости  $CuO_2$  в элементарной ячейке. Ко второму классу сверхпроводников принадлежат также таллиевые и ртутные сверхпроводники, в элементарных ячейках которых атомы Sr заменены на атомы Ba, а атомы Bi заменены соответственно на атомы таллия и ртути. Хорошие образцы  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  имеют  $T_c = 92$  К. В то же время критическая температура висмутовых, таллиевых и ртутных сверхпроводников вначале растет с увеличением  $n$  и при  $n = 3$  достигает максимума, величина которого превышает 100 К. Абсолютный рекорд  $T_c$  зарегистрирован в  $HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$ , критическая температура которого в нормальных условиях равна 135,4 К, а при приложении к образцам давления порядка 31 ГПа критическая температура повышается до 164 К [21]. Большинство работ, посвященных исследованию критического тока и крипа потока в ВТСП, проведены либо на  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ , либо на  $Bi_2Sr_2Ca_1Cu_2O_8$ , у которого  $T_c = 90$  К, или на  $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$  с  $T_c = 115$  К.

С точки зрения пиннинга и крипа потока помимо разницы в величине  $T_c$  существует еще одно, возможно более важное, различие между этими видами ВТСП: висмутовые, таллиевые и ртутные сверхпроводники — экстремально анизотропные материалы, в то время как сверхпроводники из семейства  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  — просто сильно анизотропные. Эта анизотропия вызвана тем, что основными структурными элементами, отвечающими за сверхпроводимость в купратных ВТСП, служат плоскости  $CuO_2$ . Причем эти сверхпроводящие плоскости, принадлежащие соседним элементарным ячейкам, связаны между собой слабым джозефсоновским взаимодействием. При этом ближайшие к  $CuO_2$  плоскостям атомные слои играют роль поставщиков заряда при допировании. Учитывая слоистую структуру купратных ВТСП, существует большая разница между направлением, перпендикулярным  $CuO_2$  плоскостям (обычно оно обозначается  $c$ -осью), и направлениями, лежащими в этой плоскости и обычно задаваемыми осями  $a$  и  $b$ . В случае  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  равновесные магнитные свойства вблизи  $T_c$  хорошо опи-

связываются анизотропной теорией Гинзбурга–Ландау с длинами когерентности  $\xi_c(0) \approx 2-3 \text{ \AA}$  и  $\xi_{ab}(0) \approx 15 \text{ \AA}$ . Так как  $\xi_c(0)$  сравнима с расстояниями между  $\text{CuO}_2$  слоями, макроскопическая теория Гинзбурга–Ландау применима только вблизи  $T_c$ , где длина когерентности  $\xi_c(T)$  возрастает по закону  $\xi_c(T) \sim [T_c / (T_c - T)]^{1/2}$ . Поскольку в случае сверхпроводников второго класса  $\text{CuO}_2$  слои связаны между собой значительно слабее, трехмерный подход вообще плохо «работает». Вследствие слабого джозефсоновского взаимодействия между сверхпроводящими  $\text{CuO}_2$  слоями верхнее критическое магнитное поле в направлении, перпендикулярном  $\text{CuO}_2$  плоскостям ( $H_{c2}^\perp$ ), существенно меньше верхнего критического магнитного поля в направлении, параллельном этим плоскостям ( $H_{c2}^\parallel$ ).

В слоистых сверхпроводниках структура вихрей Абрикосова значительно изменяется. Особенно сильное изменение наблюдается в анизотропных сверхпроводниках, таких как  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{n-1}\text{Cu}_n\text{O}_{4+2n}$ . Показано, что в таких сверхпроводниках вихри состоят из плоских двумерных (2D) вихрей, так называемых вихревых блинчиков «pancakes», соединенных между собой слабым джозефсоновским взаимодействием, причем 2D вихри располагаются в сверхпроводящих  $\text{CuO}_2$  плоскостях. В отличие от массивных сверхпроводников, где энергия взаимодействия вихрей  $U_v$  спадает на больших расстояниях  $r$  между ними ( $r \gg \lambda$ ) по закону, близкому к экспоненциальному,

$$U_v(r) \sim r^{-0.5} \exp(-r/\lambda), \quad (1.9)$$

в тонких сверхпроводящих пленках наблюдается значительно более медленное спадание на больших расстояниях:

$$U_v(r) \approx \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{r}, \quad r \gg 2\lambda^2/d, \quad (1.10)$$

где  $\Phi_0$  — квант магнитного потока, а  $d$  — толщина сверхпроводящей пленки. Предполагаем, что внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно поверхности пленки. Более подробную информацию о структуре вихрей Абрикосова можно найти в обзорах [22–24].

Слабость взаимодействия 2D вихрей, располагающихся в соседних  $\text{CuO}_2$  плоскостях, приводит к тому, что критический ток такого сверхпроводника определяется пиннингом 2D вихрей, располагающихся в каждой отдельной плоскости, практически независимо от процессов, происходящих в соседних  $\text{CuO}_2$  плоскостях. Другими словами, движение 2D вихрей в каждой  $\text{CuO}_2$  плоскости практически не зависит от процессов в соседних плоскостях. Это вихревое состояние называется двумерной вихревой жидкостью. Малая толщина этих плоскостей служит дополнительным обстоятельством, ограничивающим величину энергетического

барьера  $U_0$  в сильно анизотропных ВТСП висмутового типа. Отметим, что в ВТСП с более сильным взаимодействием между сверхпроводящими  $\text{CuO}_2$  слоями, к примеру в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ , возникают трехмерные (3D) упругие вихревые линии. При этом величина энергетического барьера и силы пиннинга в 3D вихрях должны быть больше, чем в плоских 2D вихрях.

Большая разница в величине энергетического барьера для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ ,  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_1\text{Cu}_2\text{O}_8$  и  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$  была обнаружена экспериментально. Например, в работах [16,17] обнаружено, что в случае эпитаксиальных пленок  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$   $U_0 \sim 1 \text{ эВ}$  при  $B = 6 \text{ Тл}$ , а в случае пленок  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_1\text{Cu}_2\text{O}_8$  эта величина существенно меньше:  $U_0 \sim 40 \text{ мэВ}$  при  $B = 5 \text{ Тл}$  и  $U_0 \sim 120 \text{ мэВ}$  при  $B = 0,5 \text{ Тл}$ . Такая большая разница активационных энергий  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  и висмутовых ВТСП была обнаружена как при измерении релаксации магнитного момента на монокристаллах [10,12], так и при транспортных измерениях [25,26].

## 2. Особенности крипа потока в ВТСП

Экспериментальные исследования показали, что крип потока в ВТСП обладает необычными свойствами, которые не укладываются в рамки теории АК. Подробный обзор экспериментальных работ в этой области дан в работах [6–9]. В частности, было обнаружено отклонение временной зависимости дипольного магнитного момента или связанной с ним плотности тока от логарифмической зависимости (1.4), следующей из теории АК. Наиболее интересными и неожиданными результатами, которые оказали большое влияние на исследования в этой области, являются: логарифмическая зависимость потенциального барьера от транспортного тока, масштабнo-инвариантное поведение (скейлинг) зависимостей  $E(J)$ , аномальная температурная зависимость энергетического барьера центров пиннинга и заметная скорость крипа при сверхнизких температурах.

### 2.1. Логарифмическая зависимость потенциального барьера центров пиннинга от транспортного тока

Одним из наиболее удивительных результатов, полученных при экспериментальном исследовании крипа потока в ВТСП, является логарифмическая зависимость потенциального барьера от тока вида  $U(J) \sim \log(J_0/J)$ , где  $J_0$  — некоторая константа. Зависимость такого вида впервые была установлена при анализе резистивных характеристик пленок  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  и  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_1\text{Cu}_2\text{O}_8$  [16,17,27,28]. Причем данный анализ проводился на основе соотношений, следующих из теории Андерсона–Кима. Пример такой зависимости, взятый из работы [16], показан на рис. 1. Как видно на этом рисунке, логарифмическая зависимость потенциального барьера от транспортного тока наблюдается в широком диапазоне

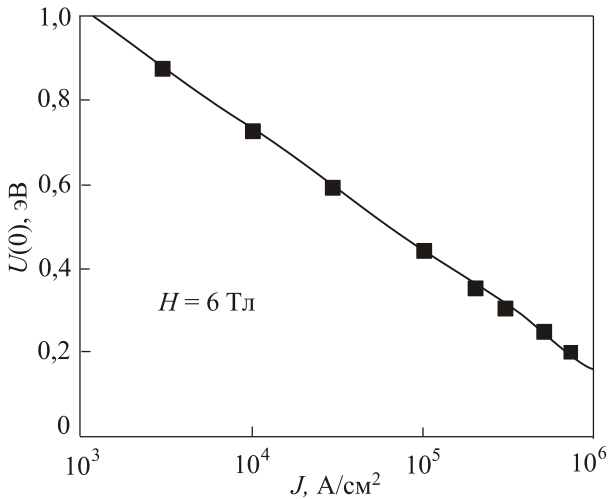


Рис. 1. Зависимость потенциального барьера от тока, полученная при резистивных измерениях на пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  [16].

изменения транспортного тока, в данном случае при изменении транспортного тока на три порядка. Наблюдаемая зависимость вида  $U(J) \sim \log(J_0/J)$  означает, что потенциальный барьер, препятствующий вихрям Абрикосова перемещаться под действием силы Лоренца, стремится к бесконечности при стремлении плотности тока к нулю. Это отличается от теории АК, в которой полагается линейный закон изменения  $U(J) = U_0(1 - J/J_{c0})$ . Очевидно, логарифмическая зависимость  $U(J)$  приводит к степенной зависимости  $E(J)$ :

$$E \sim \exp(-U_0 \ln(J_{c0}/J)) = (J/J_{c0})^{U_0/k_B T}.$$

Авторы работы [16] связывают логарифмическую зависимость  $U(J)$  с особой пространственной формой потенциала пиннинга. При  $x \leq x_0$  она совпадает с линейной зависимостью, характерной для теории АК, а при  $x > x_0$  меняется по логарифмическому закону  $U(x) = a[\log(x/x_0) + 1]$ . Отметим, что такая специальная форма потенциала центров пиннинга, которая должна существовать в разных ВТСП, кажется маловероятной. Логарифмический вид зависимости  $U(J)$  получил подтверждение как в резистивных, так и в магнитных измерениях, проведенных на различных ВТСП соединениях [29–35]. Вместе с тем было обнаружено, что при малых токах зависимость  $U(J)$  выходит на насыщение [36,37].

### 2.2. Скейлинг зависимостей $E(J)$

Следует также отметить масштабно-инвариантное поведение  $E(J)$  зависимостей ВТСП, обнаруженное в некоторых экспериментах. Это явление проявляется в том, что зависимости  $E(J)$  в логарифмических координатах  $\log E - \log J$ , измеренные при разных температурах, трансформируются в две кривые с разной кривизной. Пример таких зависимостей, измеренных в интервале

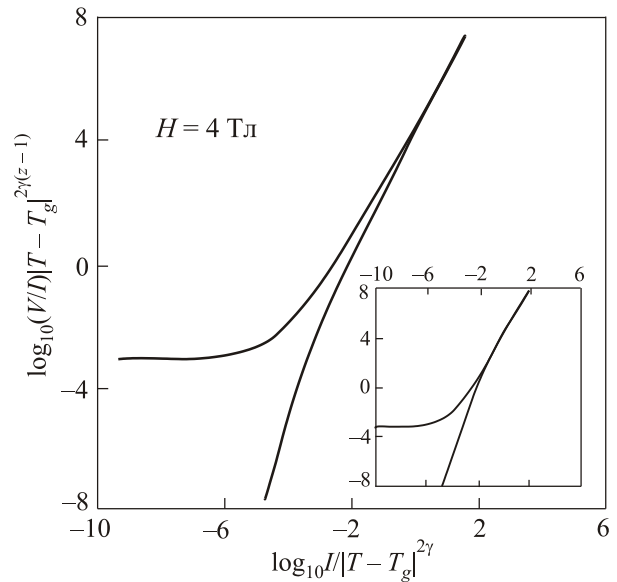


Рис. 2. Скейлинг  $V(I)$  зависимостей, измеренных на пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  в интервале температур 84,5–72,7 К с шагом 0,1 К в магнитном поле, равном 4 Тл. На вставке показаны аналогичные зависимости, измеренные при  $H = 2$  и 3 Тл [39].

температур 70–90 К, показан на рис. 2 [38,39]. По оси ординат на этом рисунке отложена величина  $(V/I) |T - T_g|^{\gamma(1-z)}$ , а по оси абсцисс —  $I / |T - T_g|^{2\gamma}$ , где  $T_g$  — температура, при которой кривизна меняет знак. Параметры  $z$  и  $\gamma$  — это так называемые динамический и статический критические индексы [39]. Очевидно, при  $T = T_g$  зависимость  $E(J)$  определяется соотношением  $E \sim J^n$ , где  $n$  — некоторое число. Измерения в данной работе были проведены на сравнительно толстых пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ . Как видно на рис. 2, зависимости отличаются также и знаком кривизны: при высоких температурах кривизна положительная, а при низких — отрицательная. В работе [39] отмечено, что такой характер изменения зависимостей обычен для фазовых переходов второго рода. В этом случае  $T_g$  является температурой фазового перехода. Позднее масштабно-инвариантное поведение  $E(J)$  зависимостей на  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  наблюдалось в работах [40,41]. Подобные зависимости наблюдались также на висмутовых [42–44] и таллиевых сверхпроводниках [45], причем параметры  $z$ ,  $\gamma$  и  $n$  отличаются от аналогичных констант, зарегистрированных на итриевом сверхпроводнике. Стоит отметить, что трансформация  $\log E - \log J$  зависимостей в две кривые обычно не является такой точной, как показано на рис. 2.

Скейлинг ВАХ также не может быть объяснен в рамках обычной теории крипа потока АК, в которой, как следует из формулы (1.7), зависимости  $E(J)$  в логарифмических координатах всегда имеют положительную кривизну. Такое поведение ВАХ авторы этих работ объяснили фазовым переходом вихревая жидкость–вихревое стекло (ВЖ–ВС), который был предсказан в теоретических работах [46,47]. В рамках

данной теории фаза ВС рассматривается как «истинно» сверхпроводящая, в которой удельное сопротивление  $(E/J)_{J \rightarrow 0} = 0$ . Это противоречит предсказанию теории АК о том, что некоторая диссипация, связанная с термически активационным движением вихрей Абрикосова, должна в этом пределе оставаться. Предположение о возникновении фазы ВС основано на значительном уменьшении скорости крипа потока при уменьшении температуры. Полученный результат представляет большой интерес, в том числе и с прикладной точки зрения, так как он показывает, что во внешнем магнитном поле напряжение на образце в состоянии ВС резко уменьшается практически до нуля при небольшом уменьшении транспортного тока. То есть этот результат демонстрирует, что в ВТСП влияние крипа потока возможно не так велико, как следует из формулы (1.7).

Было установлено, что величина магнитного поля  $B_g$ , при которой происходит переход, называемый плавлением ВС, увеличивается при понижении температуры. В работе [48] обнаружено, что зависимость  $B_g(T)$  хорошо описывается соотношением

$$B_g = B_0 \left( \frac{T_c - T}{T} \right), \quad (2.1)$$

где  $B_0$  — некоторый подгоночный параметр. Отметим, что в случае фазового перехода второго рода эта зависимость должна подчиняться закону

$$B_g = B_0 \left( \frac{T_c - T}{T_c} \right)^n. \quad (2.2)$$

Очевидно, вблизи  $T_c$  обе зависимости практически совпадают, но вдали от  $T_c$  они заметно расходятся.

Кроме того, при измерении зависимости  $E(J)$  в значительно большем диапазоне электрических полей, чем это удается в обычных транспортных измерениях, получают  $S$ -образные зависимости [49]. Например, расширение «окна» в область меньших электрических полей достигнуто в работе [49] путем получения зависимостей  $E(J)$  из магнитных релаксационных измерений, в которых средняя скорость движения вихрей значительно меньше, чем в транспортных. На рис. 3, взятом из этой работы, сплошными линиями показаны зависимости  $E(J)$ , полученные с помощью транспортных измерений (верхняя группа кривых) и с помощью измерения временной зависимости намагниченности (нижняя группа кривых) на поликристаллических образцах  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ . Подобные  $S$ -образные зависимости при измерении напряженности электрического поля в широком диапазоне наблюдались также на поликристаллических образцах  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$  [50] и  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  [51]. Очевидно,  $S$ -образные зависимости  $E(J)$ , на которых наблюдается изменение знака кривизны зависимостей при изменении  $J$  и отсутствуют линейные зависимости в двойном логарифмическом

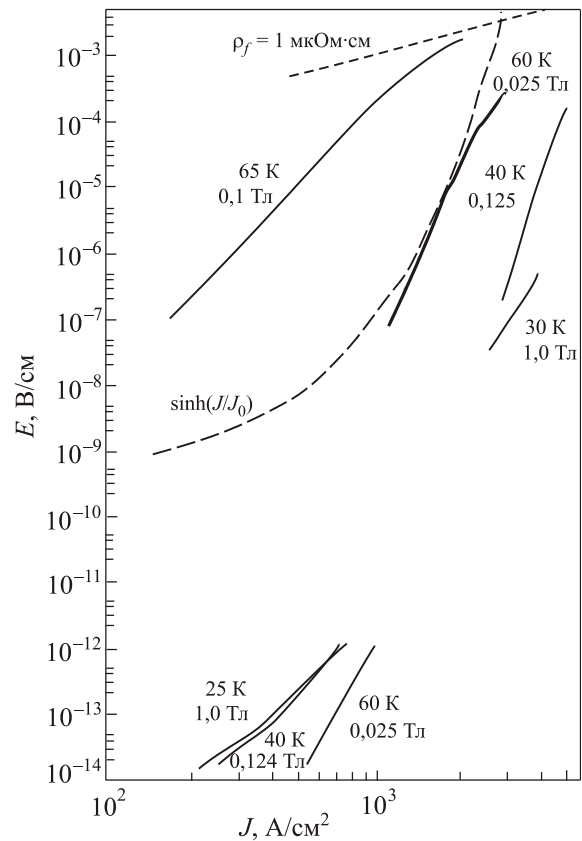


Рис. 3. Зависимости  $E(J)$ , полученные с помощью транспортных измерений (верхняя группа кривых) и с помощью измерения временной зависимости намагниченности (нижняя группа кривых) на поликристаллических образцах  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  (сплошные линии). Прерывистой линией показана зависимость, следующая из обычной теории Андерсона–Кима, а пунктирной линией — зависимость  $E(J)$  образца в режиме вязкого движения вихрей [49].

масштабе, также противоречат предсказаниям теории фазового перехода ВС–ВЖ.

Интересный результат получен в работе [52], в которой было показано, что вид ВАХ зависит от частоты, на которой эти зависимости измерялись. При измерениях на низкой частоте характеристики близки к виду, следующему из теории АК, а на высоких частотах получаются характеристики, близкие к зависимостям  $E(J)$  ВТСП в состоянии вихревого стекла. Таким образом, диссипация энергии уменьшается на высоких частотах.

### 2.3. Аномальная температурная зависимость энергетического барьера центров пиннинга

Уменьшение эффективного энергетического барьера центров пиннинга  $U_0^*$  при стремлении температуры к нулю, которое было обнаружено в ряде экспериментов на ВТСП, также противоречит предсказаниям теории АК. Пример температурной зависимости  $U_0^*(T)$  показан на рис. 4. Такое поведение энергетического барьера наблюдалось как при магнитных релаксацион-

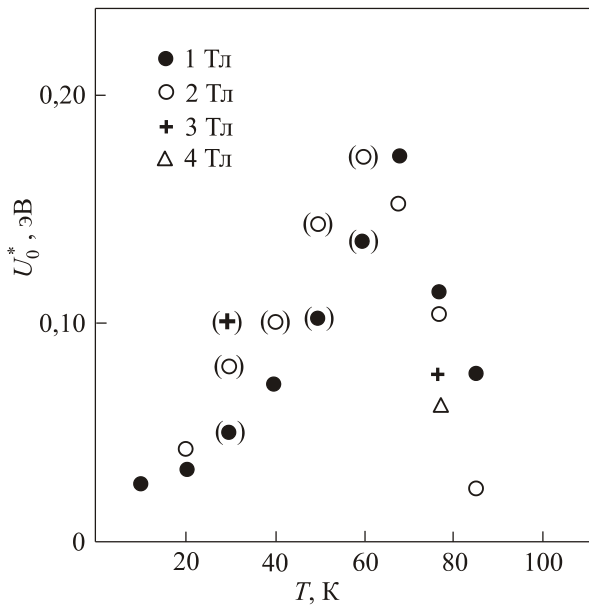


Рис. 4. Температурная зависимость эффективного энергетического барьера центров пиннинга  $U_0^*$ , полученная на кристаллах  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [54].

ных измерениях на массивных образцах (поликристаллы, порошок и монокристаллы) и тонких пленках [14,53–55], так и при транспортных измерениях на пленках  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [56] и  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$  [57]. В этих работах анализировались экспериментальные результаты в предположении теории АК о линейной зависимости  $U(J)$ . При этом получается зависимость  $U_0^*(T)$ , которую невозможно объяснить в рамках обычной теории АК, в которой  $U_0^*$  должен медленно увеличиваться и стремиться к константе при  $T \rightarrow 0$ .

#### 2.4. Конечная скорость крипа потока при сверхнизких температурах

Согласно формуле (1.6), следующей из теории АК, логарифмическая производная намагниченности  $S$ , которая находится из экспериментальных измерений при низких температурах ( $T \rightarrow 0$ ), дает отношение температуры к величине энергетического барьера:  $k_B T / U_0$ . То есть  $S$  должна стремиться к нулю при  $T \rightarrow 0$ , а вихри в отсутствие тепловых флуктуаций должны находиться в состоянии покоя, поскольку при этом величина потенциального барьера остается конечной. На эксперименте это не наблюдается: логарифмическая производная намагниченности стремится к положительной константе при  $T \rightarrow 0$ . Впервые данное явление при исследовании ВТСП обнаружено в работе [58]. Заметная скорость крипа потока при сверхнизких температурах наблюдалась также при исследовании температурной зависимости крипа потока в сульфидах молибдена, обычных низкотемпературных сверхпроводниках [59]. На рис. 5 показан пример температурной зависимости логариф-

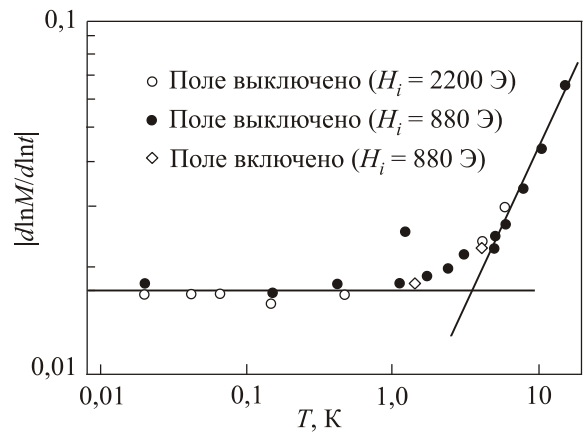


Рис. 5. Температурная зависимость логарифмической производной намагниченности, полученной на BSCCO кристалле в магнитных полях 880 и 2200 Э [60].

мической производной намагниченности, полученной на BSCCO кристалле в работе [60]. Рисунок 5 демонстрирует существование крипа потока при ультранизких температурах. Это явление наблюдалось на  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [61–71] и на других ВТСП материалах, таких как  $Y_{1-x}Pr_xBa_2Cu_3O_7$  [72,73],  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$  и  $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$  [60,74,75],  $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$  [76–78],  $Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$  [79],  $Hg_{0.8}Tl_{0.2}Ba_2CaCu_2O_8$  [80] и на многослойниках  $YBa_2Cu_3O_7/PrBa_2Cu_3O_7$  [81]. Отметим, что существование заметной скорости крипа при сверхнизких температурах противоречит предположению о существовании фазы вихревого стекла, в которой вихри должны быть неподвижными при этих температурах.

Для объяснения этого явления было высказано предположение о существовании туннельного крипа потока (ТКП), другими словами, туннельного движения сегментов вихрей Абрикосова, когда энергии тепловых флуктуаций  $k_B T$  недостаточно, чтобы преодолеть потенциальный барьер, удерживающий вихрь на центре пиннинга. В отличие от обычного термического крипа потока, где вероятность «перепрыгнуть» потенциальный барьер определяется зависящим от температуры бoльцмановским фактором  $\exp(-U/k_B T)$ , вероятность туннелирования вихревого сегмента сквозь этот барьер определяется соотношением  $\exp(-U/\hbar\Omega)$ , где  $\Omega$  — частота колебаний вихревого сегмента около его положения равновесия или частота попыток, с которой этот сегмент преодолевает потенциал пиннинга. Очевидно, что вероятность туннелирования конечна и не зависит от температуры при  $T \rightarrow 0$ . Строгие теоретические расчеты дают квадратичную зависимость этой вероятности от температуры при низких температурах [82]. При высоких температурах, сравнимых с  $T_c$ , вероятность термически активированного движения вихрей Абрикосова значительно выше вероятности их туннелирования. Однако при некоторой температуре, обычно несколько градусов Кельвина, вероятности обоих явлений становятся срав-



нимыми, и при дальнейшем понижении температуры движение вихрей за счет туннелирования становится более вероятным.

В случае купратных ВТСП минимальный туннелирующий вихревой сегмент (вихревой «блинчик») имеет длину, сравнимую с толщиной сверхпроводящих слоев  $\text{CuO}_2$  ( $\sim 1,2$  нм), и радиус, порядка длины когерентности в плоскости  $ab$ ,  $\xi_{ab}(0) \approx 1,6$  нм. При этом вихревые сегменты туннелируют отдельно друг от друга. Даже этот минимальный туннелирующий сегмент представляет собой реальный макроскопический объект, образованный большим количеством электронов. При увеличении размера туннелирующего элемента вероятность туннелирования резко уменьшается. Поэтому вероятность туннелирования связок вихрей крайне мала, и при анализе этот процесс можно не учитывать.

Как следствие, скорость ТКП должна уменьшаться при увеличении магнитного поля. На практике наблюдается обратная тенденция. В работах [62,82] на различных образцах ВТСП было зарегистрировано линейное увеличение скорости туннельного крипа при увеличении магнитного поля. Отметим и другое отличие экспериментальных зависимостей от теоретического предсказания. В работе [82] наблюдалась не квадратичная, как предсказывает теория ТКП, а линейная зависимость скорости крипа от температуры при низких температурах. Кроме того, заметная релаксация магнитного момента при  $T \rightarrow 0$  наблюдалась как на монокристаллах, так и на тонких пленках [64,69,70], а заметное сопротивление при резистивных измерениях наблюдалось только на ультратонких пленках ВТСП [83–85]. В работе [82] было также обнаружено, что характер проявления туннельного крипа потока при низких температурах существенно различается для монокристаллов и тонких пленок, приготовленных из одинаковых ВТСП сверхпроводников. Температура, при которой становится заметным ТКП, обычно выше для пленок, чем для монокристаллов.

Интересный результат при исследовании данного явления получен на недодопированных монокристаллах  $\text{Y}_{1-x}\text{Pr}_x\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  в работе [73]. Обнаружена зависимость характера крипа потока от способа резистивных измерений. Когда потенциальные контакты располагались на той же стороне монокристалла, что и токовые, наблюдались зависимости  $E(J)$ , характерные для туннельного крипа потока:  $E/J \rightarrow \text{const} > 0$  при  $T \rightarrow 0$ . Когда потенциальные контакты располагались на противоположной стороне, наблюдались зависимости  $E(J)$ , характерные для обычного термического крипа потока:  $E/J \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow 0$ . То есть характер крипа потока связан каким-то образом с сильной неоднородностью транспортного тока в монокристаллах  $\text{Y}_{1-x}\text{Pr}_x\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ , возникающей из-за их слоистой структуры. Как было отмечено в данной работе, в этих монокристаллах джозефсоновская связь между  $\text{CuO}_2$  слоями слабая.

Одним из следствий работ, посвященных туннельному крипу потока, является утверждение о том, что сверхпроводники представляют уникальную систему, в которой переход макроскопического объекта в основное невозбужденное состояние может быть осуществлен посредством его туннелирования. При этом сильно неравновесное макроскопическое состояние релаксирует когерентно без тепловой активации. В большинстве других систем макроскопическое метастабильное состояние системы релаксирует путем последовательности большого количества некоррелированных микроскопических шагов, требующих тепловой активации для преодоления потенциального барьера. Подробно о ТКП написано в обзорах [6,22].

Крип потока влияет также и на результаты некоторых других измерений. Например, в магнитном поле он приводит к уширению резистивного перехода из нормального в сверхпроводящее состояние [25, 86–89].

### 3. Обзор теоретических моделей

Некоторые экспериментальные результаты, полученные при исследовании крипа потока в ВТСП, не согласуются с основными предсказаниями теории АК этого явления. В результате появилось большое количество теоретических работ, в которых предпринята попытка объяснить особенности крипа потока в ВТСП. Все теоретические модели этого явления основаны на феноменологической теории Гинзбурга–Ландау и следующего из нее представления о квантовых магнитных вихрях — вихрях Абрикосова. При этом предполагается обычный комплексный параметр порядка, основанный на  $s$ -спаривании с учетом слоистой структуры ВТСП. Вместе с тем стоит отметить, что сейчас получены экспериментальные результаты [90], доказывающие возможность  $d$ -спаривания в этих сверхпроводниках и возможность существования двухкомпонентного параметра порядка [91]. Это должно приводить к особенностям смешанного состояния, которые обычно не учитывают при анализе экспериментальных результатов, полученных при исследовании крипа потока в ВТСП.

Теоретические модели, на основе которых пытаются объяснить свойства крипа потока в ВТСП, можно разделить на два класса. К первому классу относятся работы, предлагающие радикально новые идеи, например такие, как фазовый переход ВЖ–ВС или макроскопический туннельный эффект. Теория фазового перехода основана на предположении, высказанном в работах [92–95], о возможности рассмотрения вихрей как системы двумерных бозе-частиц. В этих работах используется обычное выражение для энергии вихрей в сверхпроводниках и аналогия искривленных вихрей с мировыми линиями двумерных бозонов в пространстве размерностью 2–1. Данная аналогия основана на формальном

подобии статистической суммы вихревой системы фейнмановским интегралам по траекториям 2D бозе-частиц. В бозонном представлении энергии вихревой системы тепловая энергия  $k_B T$  играет роль постоянной Планка  $\hbar$ , а энергия вихря единичной длины — массы бозона. При этом искривления и даже переплетения вихрей Абрикосова возникают в результате тепловых флуктуаций и из-за взаимодействия с центрами пиннинга. Такой подход при анализе свойств массивного сверхпроводника во внешнем магнитном поле позволяет связать основное состояние бозе-частиц с некоторыми термодинамическими фазами в сверхпроводнике. Например, решетка вихрей Абрикосова соответствует изолятору, образованному бозе-частицами волн плотности, а сверхтекучесть бозе-частиц соответствует фазе ВЖ. В работе [92] показано, что в сверхпроводнике, содержащем хаотические неоднородности, реализуется переход бозе-системы из состояния ВЖ в вихревое стекло, которое является аналогом стекольного изолятора в системе бозе-частиц. Вместе с тем в работе [93] отмечено, что фазовый переход ВЖ–ВС возможен только в случае толстых образцов, а в тонких сверхпроводниках он отсутствует и должна наблюдаться только фаза вихревой жидкости, образованная прямыми не искривленными вихрями Абрикосова. Безусловное достоинство данного подхода — возможность использования хорошо разработанного аппарата фейнмановских интегралов по траекториям для анализа свойств такой сложной системы, как вихри в сверхпроводнике с хаотически расположенными центрами пиннинга во внешнем магнитном поле. Фундаментальность предлагаемых физических идей способствует интересу к этому направлению. Анализ этих работ посвящен обзор Блаттера и др. [22].

Теории второго направления основаны на попытке модификации теории АК для объяснения особенностей крипа потока в ВТСП без использования таких радикальных идей. На мой взгляд, этому направлению уделено недостаточное внимание, и в данном обзоре сделана попытка восполнить этот недостаток. При этом нами анализируются лишь некоторые проблемы первого подхода без подробного анализа этих работ, поскольку он проведен ранее в обзоре [22].

Существующие теоретические модели могут объяснить лишь некоторые экспериментальные результаты, и все имеют проблемы при попытке объяснить полный комплекс особенностей крипа в ВТСП. Так, например, теория фазового перехода ВС–ВЖ не может объяснить логарифмическую зависимость эффективного энергетического барьера от тока. Теория фазового перехода предсказывает степенной характер этой зависимости:

$$U = U_0 [(J_{c0}/J)^\mu - 1], \quad (3.1)$$

где  $\mu$  — некоторая универсальная константа, лежащая в диапазоне  $0 < \mu < 1$  [46]. Увеличение эффективного потенциала пиннинга до бесконечности при уменьше-

нии транспортного тока — ключевой момент в теории фазового перехода ВЖ–ВС. Таким образом, возмущение вихревой системы, создаваемое малым транспортным током, мало по сравнению с высотой барьера, и эта система остается в равновесном состоянии с минимальной энергией. То есть сопротивление сверхпроводника равно нулю.

Физическая природа степенной зависимости  $U(J)$  основана на увеличении расстояния в хаотическом пиннинговом поле, которое должен преодолеть отрезок вихря или вихревая связка, чтобы занять новое устойчивое положение. При этом движение вихря при крипе потока рассматривается как диффузионный процесс, при котором вихревые сегменты перемещаются между метастабильными состояниями под действием тепловых флуктуаций. Упругая вихревая линия, напоминающая пружину, релаксирует в низколежащее метастабильное состояние. Это состояние определяется хаотическим пиннинговым потенциалом и упругостью вихрей, препятствующей им занять положение с минимумом потенциальной энергии. Когда транспортный ток близок к критическому, соседнее метастабильное состояние, которое может занимать вихрь, находится вблизи первоначального, и они разделены небольшим потенциальным барьером. В то же время при малых  $J$  соседнее, оптимальное с точки зрения минимума свободной энергии состояние, находится на большом расстоянии от первоначального. Очевидно, эти состояния разделены большим потенциальным барьером. Точные расчеты показывают, что при этом возникает степенная зависимость  $U(J)$  вида (3.1). Как следствие, тепловое движение вихрей должно происходить в виде прыжков их сегментов на большое расстояние для того, чтобы занять следующее оптимальное положение. При достаточно низких температурах влияние тепловых флуктуаций на вихревую систему становится незначительным, и их положение фиксируется в потенциальном поле дефектов сверхпроводника. Возникает состояние вихревого стекла.

Следует отметить, что точная природа фазы ВС, несмотря на очевидную аналогию с обычной стекольной фазой, не установлена до сих пор. Кроме того, модель фазового перехода ВЖ–ВС справедлива для массивных сверхпроводников, и ее применение для пленок, на которых обычно производятся измерения зависимостей  $E(J)$ , приводит к дополнительным трудновыполнимым ограничениям. В тонких пленках в перпендикулярном магнитном поле размер вихревого фрагмента, который перескакивает в соседнее метастабильное состояние, ограничен толщиной пленки. Поэтому величина потенциального барьера  $U(J)$  ограничена и не может увеличиваться до бесконечности при уменьшении транспортного тока. Кроме того, как отмечалось ранее, вихри в слоистых сверхпроводниках, к числу которых относятся купратные ВТСП, состоят из набора плоских 2D вихрей.

При этом взаимодействие таких 2D вихрей, располагающихся в соседних  $\text{CuO}_2$  плоскостях, мало. Поэтому модуль сдвига вихрей также мал. Такие 2D вихри движутся практически независимо друг от друга. Как результат, представление о вихре как о пружине в хаотическом потенциальном поле далеко от реальной ситуации.

Степенной характер зависимости  $U(J)$  предсказывает и теория коллективного крипа потока [22,96]. Эта теория предполагает наличие в сверхпроводнике слабых неупорядоченных центров пиннинга и рассматривает вихревую систему как некую упругую среду. В отличие от модели АК, где объем рассматриваемой вихревой связи предполагается постоянным, в теории коллективного крипа потока этот объем зависит от плотности тока и становится бесконечно большим при  $J \rightarrow 0$ . Соответственно, при  $J \rightarrow 0$  энергия активации  $U(J)$  также увеличивается до бесконечности, и вихревая система переходит в состояние вихревого стекла. Безусловным достоинством этой теории является то, что она учитывает упругие свойства вихревой решетки.

Согласно этой теории, показатель степени должен быть разным для различных диапазонов изменения плотности транспортного тока. Для больших токов ( $J \sim J_c$ )  $\mu = 1/7$ , с его уменьшением показатель  $\mu$  изменяется и становится равным вначале  $3/2$  и далее при  $J \rightarrow 0$   $\mu = 7/9$ . В случае двумерного крипа  $\mu = 9/8$ . Такие оценки справедливы, когда длина прыжков вихревых связей существенно короче периода вихревой решетки. В противоположном случае, когда длина вихревых прыжков больше периода вихревой решетки,  $\mu$  равно  $1/2$  [97]. Это не согласуется с экспериментальными работами, в которых было обнаружено, что при  $J \rightarrow 0$   $U(J)$  выходит на насыщение,  $U(J) \rightarrow \Theta$ , где  $\Theta$  — некоторая функция от внешнего магнитного поля [36,37]. Степенной характер зависимости  $U(J)$ , который следует из теории фазового перехода и теории коллективного крипа потока, приводит к неэкспоненциальным зависимостям  $E(J)$ :

$$E \sim \exp(-m_0/J^\mu), \quad (3.2)$$

где  $\mu$  зависит от магнитного поля, температуры и тока, а  $m_0$  — некоторая константа.

Теория ТКП, предложенная для объяснения конечной скорости крипа потока при сверхнизких температурах, предполагает туннелирование вихрей Абрикосова. Несмотря на то, что вихри являются носителями кванта магнитного потока, их рассматривают как макроскопические объекты. Это вызвано тем, что они образованы большим количеством носителей заряда и имеют заметные размеры, определяемые глубиной проникновения магнитного поля. Кроме того, главная особенность макроскопических объектов — их взаимодействие с окружающей средой, которая приводит к диссипации энергии. При движении вихрей, как и у

обычных макроскопических тел, появляется сила вязкого трения, пропорциональная скорости их движения. При этом возникает интересная проблема: как учесть диссипацию, используя математический аппарат квантового туннелирования. Для этой цели в работе Калдейра и Леггета [98] применяется техника, хорошо известная в теории элементарных частиц. Внешняя среда, в которую переходит энергия частицы при диссипации энергии, представляется как набор большого количества элементарных гармонических осцилляторов, а вихри рассматриваются как элементарные частицы, и используется лагранжиан

$$L = \frac{1}{2} M \dot{q}^2 - V(q) + \frac{1}{2} \sum_j (m_j \dot{x}_j^2 - m_j \omega_j^2 x_j^2) - \sum_j (F_j(q) x_j - F_j^2(q)/2m_j \omega_j^2), \quad (3.3)$$

где первые два члена в этом соотношении — лагранжиан рассматриваемой частицы, находящейся в потенциале  $V(q)$ . При этом координата  $q$  может быть не только геометрической координатой, а параметр  $M$  не обязательно является массой частицы. Например, в случае одноконтактного СКВИДа  $M$  — емкость джозефсоновского контакта [98]. Первая сумма по  $j$  выражает лагранжиан набора невозмущенных гармонических осцилляторов, которые вводятся для учета передачи энергии во внешнюю среду. Здесь  $m_j$  и  $\omega_j$  — параметры  $j$ -го осциллятора, которые являются соответственно аналогами массы частицы и характерной частоты, а  $x_j$  — некоторая координата данного осциллятора. Вторая сумма по  $j$  вводится для учета взаимодействия между частицей и набором элементарных гармонических осцилляторов. Здесь  $F_j(q)$  — некоторая функция только координаты  $q$ . Выбор параметров  $m_j$ ,  $\omega_j$  и функций  $F_j(q)$  в этой теории ограничен требованием справедливости квазиклассического уравнения движения частицы с диссипацией. Очевидно, решение задач, в которых используется такой лагранжиан, — сложная математическая проблема.

В работе [98] было установлено, что диссипация энергии приводит к уменьшению вероятности туннелирования. Теория ТКП, основанная на подходе Калдейра и Леггета, была развита в работах Блаттера, Гешкебейна и Винокура [99,100]. Подробно эта теория изложена в обзоре [22]. Интерпретация заметной скорости крипа потока при сверхнизких температурах как ТКП имеет большое значение, так как это явление рассматривается как экстраполяция квантово-механического подхода в область макроскопической физики.

Отметим, что теория ТКП имеет проблемы, вызванные расхождениями между предсказаниями теории и некоторыми экспериментальными результатами. Например, при увеличении размера туннелирующего элемента вероятность туннелирования должна резко

уменьшаться. Поэтому вероятность туннелирования связей вихрей крайне мала, и этот процесс можно не учитывать при анализе. Как следствие, скорость туннельного крипа потока должна уменьшаться при увеличении магнитного поля. На практике наблюдается обратная тенденция. В работах [62,82] на различных образцах ВТСП было зарегистрировано линейное увеличение скорости туннельного крипа при увеличении магнитного поля. Следует отметить и другое отличие экспериментальных зависимостей от теоретического предсказания. В работе [82] наблюдалась не квадратичная, как предсказывает теория туннельного крипа потока, а линейная зависимость скорости крипа потока от температуры при низких температурах.

Как упоминалось и ранее, целью данного обзора является обратить внимание исследователей на другую возможность объяснения особенности крипа потока в ВТСП, основанную на модификации теории АК, и которая, на наш взгляд, недостаточно представлена в обзорах [6–8,22]. Было сделано несколько попыток объяснить особенности крипа потока в ВТСП на основе модификации теории АК. Так, например, принципиально другое объяснение конечной скорости крипа потока было предложено в работах [101,102]. Это объяснение основано на возможности повышения температуры сверхпроводника, вызванного выделением энергии при движении вихрей в случае крипа потока. Однако в то же время было показано [103,104], что такое увеличение температуры незначительно при  $T \geq 100$  мК и не может объяснить сравнительно высокую скорость крипа потока при этих температурах. Такой нагрев приводит лишь к невозможности достижения нулевой температуры образца. По разным оценкам, при стремлении окружающей температуры к нулю наименьшая температура сверхпроводника может быть либо 35 мК [102,103], либо 83 мК [104] в случае экспериментальной ситуации, реализованной в работе [101]. Кроме того, конечная скорость крипа потока наблюдалась при сверхнизких температурах и на тонких, и на ультратонких пленках ВТСП [84,85], где повышение температуры сверхпроводника из-за этого механизма должно быть существенно меньше вследствие эффективного теплоотвода в окружающую среду.

Другой механизм, основанный на результатах теории коллективного крипа потока, предложен в работе [105]. В этой работе показано, что поперечный размер вихревой связки, взаимодействующей с центром пиннинга, который определяется магнитным полем необратимости кривой намагниченности, имеет значительно меньшую величину, чем размер, рассчитанный на основе упругих свойств вихревой решетки. Это приводит к тому, что кажущийся потенциал пиннинга, получаемый из магнитных релаксационных измерений, становится пропорциональным температуре при  $T \rightarrow 0$ . Как следствие, такое уменьшение объясняет конечную

скорость крипа потока при сверхнизких температурах. Тем не менее в настоящее время считается, что теория ТКП является предпочтительной для объяснения крипа потока при сверхнизких температурах.

В работах Брандта [24,106] дано качественное объяснение изменения вида ВАХ при изменении температуры. При этом автор предположил, что в отсутствие термической активации при  $J > J_{c0}$  справедливо следующее соотношение:

$$E = \rho_{ff} \sqrt{J^2 - J_{c0}^2}, \quad (3.4)$$

где  $\rho_{ff}$  — удельное сопротивление сверхпроводника, вызванное вязким движением магнитного потока (flux flow). При этом, очевидно, что для  $J \leq J_{c0}$  напряженность электрического поля равна нулю. Отметим, что соотношение (3.4) справедливо при движении вихрей в одномерном гармоническом потенциальном поле [107]. При этом рассматривается сверхпроводящая пленка в перпендикулярном магнитном поле, а транспортный ток направлен в плоскости пленки строго перпендикулярно направлению изменения гармонического потенциального поля. При  $J < J_{c0}$  для термически активированного движения в таком поле вихрей автор работы [106] использовал соотношение, близкое к соотношению (1.7), следующее из теории АК. Реальные зависимости  $E(J)$  формируются с учетом как вязкого, так и термически активированного движения вихрей. В работе [106] они рассчитаны на основе этих соотношений с использованием подгоночных параметров, обеспечивающих плавный переход от (3.4) к (1.7). При изменении внешних условий происходит переход из режима вязкого движения вихрей, где справедливо соотношение (3.4), в режим термически активированного движения, характеризуемого соотношением (1.7). Это, по мнению автора статьи, объясняет изменение знака кривизны, наблюдаемое на эксперименте, и которое обычно трактуется как фазовый переход ВЖ–ВС.

Отметим, что формулы для  $E(J)$ , используемые в работах [24,106], не совсем точны, так как при их выводе не учитывался эффект Холла, возникающий при движении вихрей Абрикосова [22,108]. Физическая природа проявления этого эффекта в смешанном состоянии обусловлена тем, что сила Лоренца, действующая на движущийся со скоростью  $\mathbf{v}$  вихрь, пропорциональна векторному произведению  $n_s \Phi_0 (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}) \times \mathbf{n}$ , где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, направленный вдоль вихря,  $n_s$  и  $\mathbf{v}_s$  — плотность сверхпроводящих электронов и их скорость соответственно. Выделение из силы Лоренца члена, пропорционального скорости вихря, и приводит к эффекту Холла [108]. Кроме того, в последние годы усилился интерес к исследованию динамических свойств вихревой системы в одномерном гармоническом потенциале. Это вызвано тем, что в процессе синтеза некоторых ВТСП легко образуются границы двойникования кристалличе-

ской структуры, которые могут рассматриваться как одинаково направленные планарные дефекты. Такие дефекты, так же как прослойки между сверхпроводящими  $\text{CuO}_2$  слоями, являются внутренними центрами пиннинга, которые приводят к анизотропии транспортных свойств ВТСП. Математически взаимодействие вихрей с такими планарными центрами пиннинга удобно описывать с помощью введения гармонического потенциала. Очевидно, существует тенденция к движению вихрей вдоль таких планарных дефектов, т.е. вдоль минимумов гармонического потенциала.

Движение вихрей, образованных внешним магнитным полем  $\mathbf{B} = n\mathbf{V}$  ( $\mathbf{V} \equiv |\mathbf{V}|$ ,  $\mathbf{n} = n\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z}$  — единичный вектор, направленный вдоль оси  $z$  и  $n = \pm 1$ ), изучалось в работе [109], где решалось ланжевеновское уравнение движения вихрей в общем случае: с учетом эффекта Холла и тепловых флуктуаций. В этой работе полагалось, что магнитное поле направлено перпендикулярно к поверхности сверхпроводника, а вихри двигаются в одномерном наклонном гармоническом потенциальном поле. Для описания их движения справедливо уравнение:

$$\eta\mathbf{v} + n\alpha_H \mathbf{v} \times \mathbf{z} = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_{th}, \quad (3.5)$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости движения вихрей,  $\alpha_H$  — холловская константа,  $\mathbf{F}_L = n(\Phi_0/c)\mathbf{J} \times \mathbf{z}$  — сила Лоренца,  $c$  — скорость света,  $F_p$  — сила пиннинга, определяемая градиентом гармонического потенциала,  $\mathbf{F}_{th}$  — сила, вызванная тепловыми флуктуациями. Предполагается, что тепловые флуктуации являются  $\delta$ -коррелированными во времени, а приложенный ток содержит постоянную и переменную составляющие. В работе [109] получены решения этого уравнения для произвольного угла между приложенным током и направлением гармонического потенциального поля. В частности, рассчитаны ВАХ таких структур, изучены особенности поглощения ими СВЧ мощности в режиме крипа потока. Основные результаты данной теоретической работы позднее получили экспериментальное подтверждение [110].

Используя данный диффузионный подход, в работе [111] изменение знака кривизны ВАХ при изменении температуры объясняется учетом крипа магнитного потока методом Амбегаокара–Гальперина [112], применяемым для изучения влияния флуктуаций на джозефсоновские контакты. Применимость такого подхода может быть обоснована с помощью уравнения (3.5) без учета холловского члена для описания движения вихрей [113]. Это можно сделать, так как обычно величина этого члена существенно меньше величин сил вязкого трения  $\eta\mathbf{v}$  [22]. При этом получаются ВАХ, напоминающие аналогичные характеристики ВТСП. Более того, в рамках данного подхода удастся объяснить и трансформацию набора ВАХ, измеренных при разных

температурах, в две кривые с разной кривизной [111]. Вместе с тем, отметим, что теоретические критические индексы, полученные в работе [111], существенно отличаются от экспериментально определенных индексов [38,39].

В работе [114] изменение кривизны ВАХ объясняется методом Бардина и Стефана в классической модели крипа потока с помощью учета диссипации энергии, возникающей при движении вихрей. По мнению авторов, вязкое движение вихрей в области центра пиннинга приводит к изменению энергии активации в соотношении  $U_0 \rightarrow U_0 + W_{BS}$ , где  $W_{BS}$  — добавка к энергии активации, возникающая из-за вязкого движения в области центров пиннинга. Величина этой добавки определяется соотношением  $W_{BS} = \eta v A_v$ , где  $v$  — скорость движения вихрей, а  $A_v$  — некоторый коэффициент, определяемый геометрическими размерами центра пиннинга и объемом вихревой связки, взаимодействующей с этим центром. Таким образом, вязкое движение вихрей приводит к уменьшению вероятности перескока вихрей на соседний центр пиннинга. Авторами рассчитаны ВАХ и показано, что учет вязкого движения вихрей в теории АК позволяет объяснить изменение знака кривизны ВАХ при изменении температуры, наблюдаемое на ВТСП. В то же время теоретическая модель, предложенная в этой работе, не объясняет масштабно-инвариантное поведение ВАХ.

Очевидно, предположение Андерсона о том, что крип потока в массивных сверхпроводниках можно описывать с помощью формулы (1.2), в которой используется единственный потенциал пиннинга  $U_0$ , является существенным упрощением реальной ситуации, введенным в работе [4] для наглядности и облегчения обсуждения экспериментальных зависимостей. Оно может использоваться при исследовании крипа потока в низкотемпературных сверхпроводниках, в которых рабочие температуры малы. Как следствие этого, небольшое изменение  $U_0$  приводит к существенным изменениям вероятности перескока вихрей и характера происходящих процессов. При этом в той области, где потенциал  $U_0$  мал, происходит их вязкое движение с большой скоростью, а время нахождения вихрей в сверхпроводнике определяется процессами на наиболее сильных центрах пиннинга, которые и учитываются в теории АК.

Впервые влияние распределения энергий активации на крип потока рассмотрено в серии работ Грайсена с соавторами [115–120]. В этих работах изучается крип потока в ВТСП с помощью модели, в которой сверхпроводник представляется в виде набора параллельно включенных полосок с разными критическими токами и, соответственно, разными потенциалами пиннинга. Когда транспортный ток проходит через полоски с сильными центрами пиннинга, справедливо обычное соотношение, связывающее плотность транспортного

тока с возникающим напряжением типа (1.7). В области со слабыми центрами предполагается простое вязкое движение вихрей, результатом которого является линейная зависимость  $E = \rho_{ff}J$ . В модели параллельно включенных полосок напряженность электрического поля на разных полосках одинакова и определяется соотношением

$$E = \left\{ \frac{Q \exp[U(T, B)/k_B T]}{\sinh(Aj/k_B T)} + \frac{H_{c2}}{Hj\rho_n} \right\}^{-1}, \quad (3.6)$$

здесь  $Q$  — коэффициент, зависящий от температуры и внешнего магнитного поля, определяющий в этой модели вклад полосок в суммарный ток. В расчетах задавалась напряженность электрического поля и с помощью соотношения (3.6) определялся ток, который должен пропускаться через этот набор полосок. На заключительном этапе расчета ВАХ применялась процедура усреднения:

$$\langle j(E, T, H) \rangle = \int_{U_{\min}^*}^{U_{\max}^*} j(U^*, E, T, H) N(U^*) dU^*, \quad (3.7)$$

где  $N(U^*)$  — функции распределения числа центров пиннинга по их энергии. Очевидно, что слабые центры пиннинга оказывают заметное влияние на процессы в ВТСП только при низких температурах, при этом они как бы включаются в процесс замедления движения вихрей. С помощью этой модели авторам удалось объяснить степенной характер ВАХ  $V \propto I^\alpha$  или  $E \propto j^\alpha$  и некоторые другие особенности крипа потока в ВТСП. Путем подгонки теоретических зависимостей к экспериментальным получено распределение центров пиннинга  $N(U^*)$  в  $YBa_2Cu_3O_7$ .

Дальнейшее развитие этого подхода осуществлено в работе [121]. В этой работе предполагалось последовательное соединение участков сверхпроводящей пленки с центрами пиннинга, обладающими не только разными энергиями активации, но и разными локальными плотностями критического тока. Последовательное соединение участков пленки приводит к тому, что через них пропускается одинаковый ток, что отличает данный подход от подхода Грайесена с соавторами. В работе [121] предполагался пиннинг одиночных вихрей. В этой модели справедливо следующее выражение для зависимости  $E(J)$ :

$$E = n_{\text{creep}}(J) E_c \exp\left(-\frac{U(J)}{k_B T}\right) + n_{\text{flow}}(J) \rho_{ff} J. \quad (3.8)$$

Здесь  $E_c$  — некоторый коэффициент,  $n_{\text{creep}}$  и  $n_{\text{flow}}$  — доли вихрей, которые перемещаются в пленке за счет крипа потока и вязкого движения соответственно,  $n_{\text{creep}} + n_{\text{flow}} = 1$ . Предполагая экспоненциальное распределение энергетических потенциалов центров пин-

нинга, авторам удалось получить в рамках данного подхода зависимости  $E(J)$  и  $U(J)$ . Наблюдалось хорошее согласие рассчитанных в работе зависимостей с экспериментальными зависимостями, полученными при транспортных измерениях на пленках  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ .

В работе [122] уменьшение эффективного потенциала пиннинга при понижении температуры объяснено перколяционным характером проводимости в этих сверхпроводниках. Обычно ВТСП являются неоднородными, и поэтому их представление в виде перколяционной решетки слабых связей вполне реально, особенно для ВТСП, имеющих поликристаллическую структуру. Перенос тока в них осуществляется по замкнутым каналам. При понижении температуры в процесс бездиссипативного переноса тока включаются каналы с меньшей величиной потенциального барьера пиннинга вихрей, что, по мнению авторов работы, и объясняет уменьшение эффективного потенциала пиннинга, определяемого в транспортных измерениях, при понижении температуры.

Второе объяснение аномального поведения  $U_0^*(T)$  при низких температурах связано с нарушением линейного закона  $U(J)$  (1.1). Следует отметить, что впервые на эту возможность указал Бизли и др. [123]. Действительно, если предположить, что используемый в теории АК линейный закон (1.1) нарушается, но мы определяем, тем не менее,  $U_0$  из этого соотношения, то получаем не  $U_0$ , а некое эффективное значение  $U_0^*(T)$ . Одна из причин нарушения линейного закона  $U(J)$  возникает из-за пространственного нелинейного изменения энергии пиннинга [123]. Выражение (1.1) справедливо лишь для пространственно линейной формы потенциала пиннинга:  $U = U_0(|x/x_0|)$  при  $x \leq x_0$  и  $U(x) = U_0$  при  $x > x_0$ , где  $x_0$  — линейный размер центра пиннинга, а начало координат  $x = 0$  выбрано в середине центра пиннинга. Вблизи центра пиннинга возвращающая сила  $\partial U/\partial x$  не зависит от места нахождения вихря  $x$ . При протекании через сверхпроводник транспортного тока плотностью  $J$  на вихрь длиной  $l_v$  действует сила Лоренца  $F_L = J l_v \Phi_0$ , которая совершает работу по выбросу вихря из потенциальной ямы, равной  $J c_0 l_v \Phi_0 x_0$ . Это приводит к линейной зависимости  $U(J)$ , так как транспортный ток величиной, меньшей критической, уменьшает потенциальный барьер до величины  $(J_{c0} - J) l \Phi_0 x_0$ . Вместе с тем отметим, что такая линейная пространственная форма потенциала пиннинга далека от реальности. В случае нелинейной зависимости  $U(J)$  должно наблюдаться нарушение логарифмического закона затухания сверхпроводящего тока со временем (1.4), и получаемое в результате анализа  $J(t)$  в определенном временном интервале значение  $U_0^*$  может сильно отличаться от реального значения  $U_0$ .

Этот подход использован в работах [123, 124] для объяснения уменьшения эффективного потенциала пиннинга. Авторы изучали крип потока изолирован-

ных связей вихрей, взаимодействующих с синусоидальным потенциалом пиннинга с амплитудой  $U_0/2$  в одномерном случае. Транспортный ток направлен вдоль фронта потенциала. При этом энергия связи вихрей  $F$  с объемом  $V_b$  зависит от положения  $x$  этой связи по закону

$$F(x) = (U_0/2)\sin(2\pi x/a_f) - F_L x, \quad (3.9)$$

где  $a_f$  — период вихревой решетки и  $F_L = JB V_b$  — сила Лоренца, действующая на вихревую связку. Эта сила искривляет простой синусоидальный профиль потенциала пиннинга. В реальности авторы работ [123,124] рассматривают изотропный сверхпроводник, т.е. выделенное направление для движения вихрей отсутствует.

В результате усредненная сила пиннинга направлена антипараллельно средней скорости их движения [108]. Выбор синусоидального профиля потенциально поля для движения вихрей, причем направление фронта этого поля строго параллельно направлению движения вихрей, удовлетворяет этому следствию. То есть выбор такого потенциально поля можно рассматривать как математический прием для изучения влияния силы пиннинга с неким реальным пространственным профилем на вихри Абрикосова. Предположение об антипараллельности скорости движения вихрей и силы пиннинга не выполняется в случае анизотропного потенциально поля центров пиннинга [109]. Как отмечалось ранее, в ВТСП такое поле может быть создано границами двойникования или несверхпроводящими прослойками между  $\text{CuO}_2$  слоями.

Приравнявая нулю производную  $F(x)$ , получаем положение связи, которое она стабильно занимала бы в отсутствие крипа потока:

$$x_0 = \frac{a_f}{2\pi} \arccos(F_L a_f / \pi U_0). \quad (3.10)$$

Отсюда нетрудно найти величину энергетического барьера  $U$ . Очевидно, транспортный ток подавляет  $U$  [123,124]. Для гармонического потенциала его зависимость от транспортного тока выражается формулой

$$U(j) = U_0[(1 - j^2)^{0.5} - j \arccos j], \quad (3.11a)$$

где  $j = J/J_c$ . В случае больших токов, когда  $j \rightarrow 1$ , зависимость (3.11a) близка к виду

$$U(j) \sim (1 - j)^{1.5}. \quad (3.11b)$$

Близкие к (3.11b) зависимости энергетического барьера от транспортного тока наблюдались экспериментально, например в работе [57]. Как показано в работе [125], зависимость  $U(J)$  вида (3.11b) приводит к новой зависимости  $J(t)$ :

$$J(t) = J_{c0} \{1 - [(k_B T / U_0) \ln(t/t_{\text{eff}})]^{2/3}\}. \quad (3.12)$$

Отметим, что в этом случае логарифмическая производная плотности тока от логарифма времени не прямо пропорциональна температуре, как следует из соотношения (1.6), а изменяется по закону  $S \sim T^{2/3}$ .

Термически активированное движение вихрей в потенциальном поле вида (3.11a) приводит к возникновению электрического поля, напряженность которого определяется выражением

$$E = B a_f \Omega \exp\left[\frac{-U(j)}{k_B T}\right]. \quad (3.13)$$

Напомни, что  $\Omega$  — характерная частота попыток, с которой вихри стремятся покинуть потенциальную яму. В настоящее время природа  $\Omega$  не выяснена до конца, и обычно полагается, что она находится в диапазоне  $10^3 - 10^{11}$  Гц [126,127]. К примеру, Брандт полагал [106], что частота попыток, с которой вихри стремятся покинуть потенциальную яму, определяется характерной частотой колебаний вихревой решетки, возникающих из-за тепловых флуктуаций. Отметим, что в формуле (3.13) не учтена вероятность перескока вихрей в обратном направлении. В рамках одномерной модели крипа потока было показано [128], что с учетом перескоков вихрей в обратном направлении индуцированное электрическое поле в сверхпроводящих пленках описывается соотношением

$$E = B a_f \Omega \exp\left[\frac{-U(j)}{k_B T}\right] \left[1 - \exp\left(\frac{-\pi U_0 j}{k_B T}\right)\right]. \quad (3.14)$$

В этой формуле использовано соотношение (3.11a) для зависимости  $U(j)$ , следующее из соотношения (3.10) для статического положения вихря в гармоническом потенциальном поле. Такой подход для описания движения вихрей при крипе потока возможен, так как время их нахождения на центрах пиннинга, где они практически неподвижны, существенно превышает время их вязкого движения, которое, как отмечалось ранее, описывается уравнением (3.5).

Для анализа измерений релаксации намагниченности в работе [124] рассмотрен сверхпроводящий цилиндр с малой толщиной  $l$ , в магнитном поле, параллельном его оси вращения. В данном случае уравнение Максвелла  $\partial \mathbf{B} / \partial t = -\text{rot } \mathbf{E}$  приводится к виду

$$E(J) = -\partial \langle B \rangle / \partial t = -(\mu_0 l^2 / 2) \partial J / \partial t, \quad (3.15)$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\langle B \rangle$  — усредненная величина магнитной индукции, а  $E(J)$  определяется формулой (3.14). Очевидно, что  $\langle B \rangle = B_0 + \mu_0 J l / 2$ , где  $B_0$  — некоторая не зависящая от времени величина. Подставляя в уравнение (3.15) выражение для напряженности электрического поля, получаем уравнение, которое в работе [124] решено численными методами:

$$\partial j / \partial t = -c_0 \exp \left[ \frac{-U(j)}{k_B T} \right], \quad (3.16)$$

где  $c_0 = 2B\Omega a f / \mu_0 l^2 J_{c0}$ .

В работе [124] показано, что эта модель позволяет объяснить, в частности, аномальный характер зависимости эффективного потенциала пиннинга от температуры. Рассчитанные таким образом релаксационные зависимости  $j(t)$  отличаются от логарифмических зависимостей вида (1.4). Если в согласии с экспериментальными работами, в которых использована формула (1.4) для анализа результатов, найти среднюю величину  $\langle \partial j / \partial \ln t \rangle$  в определенном задаваемом экспериментальными условиями временном «окне», то полученная величина определяет отношение  $k_B T / U_0^*$ , где  $U_0^*$  — кажущийся или эффективный потенциал пиннинга. На рис. 6 показан пример температурной зависимости  $U_0^*(T)$ , рассчитанный таким методом, взятый из работы [124]. Анализ в определенном временном «окне», как это проводится в экспериментальных работах, приводит к тому, что при низких температурах захваченный магнитный поток и соответствующий ему ток мало меняются. Чтобы получить заметное изменение этих величин, плотность тока должна быть близка к критической. Нелинейность зависимости  $U(j)$  и стремление ее производной  $\partial U(j) / \partial j$  к нулю при  $j \rightarrow 1$  приводит к тому, что эффективная величина потенциала пиннинга  $U_0^*$  уменьшается при понижении температуры [55, 129]. При этом реальная величина потенциала пиннинга  $U_0$  растет при понижении температуры. На рис. 6 нижняя штрихпунктирная линия демонстрирует температурную зависимость  $U_0^*(T)$ , полученную в работе [129]. В этой работе проанализи-

зировано влияние формы зависимости  $U(x)$  на  $U(j)$ , при расчетах полагалось, что  $U(j) \sim (1 - j)^n$ . Как видно на рис. 6, наблюдается качественное согласие зависимостей, полученных с помощью двух разных методов расчета [124, 129].

В заключение раздела выделим три подхода к модификации теории АК для объяснения особенностей крипа потока в ВТСП, которые основаны на учете таких явлений, как вязкое движения вихрей, влияние пространственной формы потенциала пиннинга и распределения центров пиннинга по энергии на термически активированное движение вихрей. Таким образом, в них учтены некоторые явления, которые в теории АК не рассматриваются, и важность учета которых очевидна из-за их существования в реальных сверхпроводниках. Кроме того, в этих работах разработан математический аппарат для учета указанных явлений.

#### 4. Модифицированная теория крипа потока Андерсона–Кима

Существенным недостатком теоретических моделей, рассмотренных в предыдущем разделе, является то, что они объясняют лишь некоторые особенности крипа потока в ВТСП, и возникают большие трудности при попытке объяснить в рамках этих моделей все указанные особенности. Некий подход решения этой проблемы предложен нами в работах [130–132], в которых сделана попытка объединить главные идеи, высказанные ранее. Ограничим наше рассмотрение случаем тонких пленок в перпендикулярном магнитном поле. Транспортный ток направлен вдоль углублений гармонического потенциала пиннинга. В данной модели не учитывается магнитное поле, создаваемое транспортным током, так как это поле обычно не превышает нескольких сотен эрстед, что существенно меньше внешнего магнитного поля. В согласии с экспериментальной ситуацией мы полагаем, что амплитуды гармонического потенциала  $U_{il}$  распределены в пространстве. При этом образец разделен на равные прямоугольники, и индексы « $i$ » и « $j$ » определяют их положение вдоль ширины и длины пленки соответственно. Период синусоидальных потенциалов полагался равным длине когерентности  $\xi(T)$ , так как это характерное расстояние, на котором в теории Гинзбурга–Ландау изменяется амплитуда параметра порядка. Кроме того, известно, что размер наиболее эффективных центров пиннинга равен  $\xi(T)$ . В расчетах мы предполагали, что количество центров пиннинга с амплитудой синусоидального потенциала  $U_{il}(0)$  в каждом канале или фрагменте пленки  $l$  вдоль ее длины распределены по Гауссу:

$$N_{il} = N_{0l} \exp \left[ -\frac{(U_{il}(0) - U_{0l})^2}{2\sigma_l^2} \right], \quad (4.1a)$$

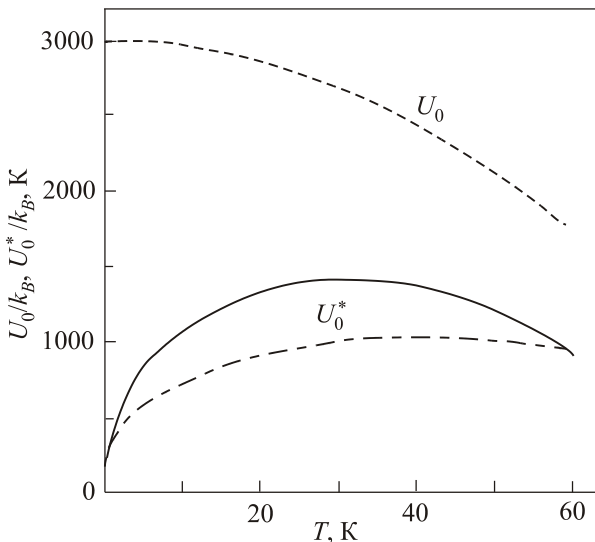


Рис. 6. Реальная  $U_0$  и кажущаяся  $U_0^*$  зависимости потенциала пиннинга от температуры [124]. Нижняя штрихпунктирная линия демонстрирует зависимость, полученную в работе [129].



где  $U_{0l}$  — наиболее вероятная величина энергетического барьера в канале  $l$ , а  $\sigma_l^2$  — параметр распределения, определяющий степень разброса величины потенциала в этом канале. Параметры распределения выбирались таким образом, чтобы достигалось наилучшее согласие с экспериментом. При этом параметр  $\sigma_l$  полагался постоянным в различных каналах, а нормировочный коэффициент  $N_{0l}$  выбирался из следующего условия: полное число центров пиннинга в канале  $l$  должно быть равным  $w/\xi(T)$ , где  $w$  — ширина пленки.

В реальных сверхпроводниках различные части пленки вдоль ее длины не обладают строго одинаковыми сверхпроводящими свойствами. Вначале электрическое поле возникает в канале с наименьшим критическим током, и эта область сверхпроводящей пленки, находящейся в резистивном состоянии, увеличивается при увеличении транспортного тока. Для того чтобы учесть это явление, полагалось, что фрагменты пленки вдоль транспортного тока имеют различные параметры  $U_{0l}$ . При этом также использовалось гауссово распределение числа каналов в зависимости от параметра  $U_{0l}^*$  (наибольшая амплитуда синусоидального потенциала в фрагменте  $l$ )

$$N_{0l} = N_0 \exp \left[ -\frac{(U_{0l}^*(0) - U_0)^2}{2\sigma_0^2} \right], \quad (4.16)$$

где  $U_0$  и  $\sigma_0$  — параметры распределения. Полагаем, что  $U_{0l}^*(0)$  изменяется с некоторым шагом  $\Delta U_0^*$  в интервале между  $U_{\min}$  и  $U_{\max}$  так, что  $U_{\max} > U_{\min} > 0$ . Параметр  $N_0$  определяется из условия: сумма  $N_{0l}$  должна равняться полному числу фрагментов в пленке. Каналы с минимальным потенциалом пиннинга  $U_{\min}$ , число которых  $N(U_{\min})$  находится из соотношения (4.16), определяют критический ток пленки.

В этой модели каждой амплитуде гармонического потенциала соответствует некоторая величина силы пиннинга, определяемая максимумом градиента потенциала  $F_{pil} \sim \nabla U_{il}$ . Очевидно, сила пиннинга определяет плотность критического тока данного фрагмента  $J_{cil}$ . В данном случае  $J_{cil}$  — виртуальная плотность критического тока области сверхпроводника с обычным гармоническим потенциалом пиннинга  $U_{il}$ , при этом крип потока в пленке не учитывается. Так как период гармонических потенциалов одинаков для разных фрагментов пленки, плотность критического тока различных фрагментов пленки пропорциональна амплитуде потенциала пиннинга:  $J_{cil} \sim U_{il}$ . Как результат, мы можем выразить потенциалы пиннинга через соответствующие плотности критического тока  $J_{cil}$ .

Для расчета зависимостей  $E(J)$  надо найти среднюю скорость движения вихрей. Для этой цели надо найти время, за которое вихри пересекают пленку. Для каждой плотности транспортного тока  $J$  центры пиннинга подразделяются на два типа — сильные и слабые. В

случае сильных центров пиннинга  $J_{cil}$  больше  $J$ , и, наоборот, в случае слабых центров  $J_{cil} < J$ . В первом случае реализуется термически активированное движение вихрей. Очевидно, транспортный ток подавляет  $U_{il}$  [123,124]. Для гармонического потенциала его зависимость от транспортного тока выражается простой формулой (3.11а). Термически активированный механизм движения вихрей в таком потенциале приводит к возникновению электрического поля, напряженность которого определяется выражением

$$E = B\xi(T)\Omega \exp \left[ \frac{-U_i(j)}{k_B T} \right] \left[ 1 - \exp \left( \frac{-\pi U_i(0)j}{k_B T} \right) \right]. \quad (4.2)$$

Как видно, это выражение близко к (3.14). Поскольку  $E = Bv$ , с помощью соотношения (4.2) можно определить время, проводимое вихрем на сильном центре пиннинга, которое определяется соотношением

$$\tau_{ci} = \Omega^{-1} \exp \left[ \frac{U_i(j)}{k_B T} \right] \left[ 1 - \exp \left( \frac{-\pi U_i(0)j}{k_B T} \right) \right]^{-1}. \quad (4.3)$$

При больших транспортных токах или слабых центрах пиннинга, когда  $J > J_{cil}$ , возникает вязкое движение вихрей. Уравнение движения вихревой нити в гармоническом потенциальном поле записано в работах [131,132] в стандартном виде:

$$\eta v = F_L - F_{pij}. \quad (4.4)$$

То есть в отличие от формулы (3.5) здесь не учитывается холловский член  $\alpha_H \mathbf{v} \times \mathbf{z}$  и сила, вызванная тепловыми флуктуациями  $\mathbf{F}_{th}$ . Первое объясняется тем, что обычно, если не рассматривать сверхчистые материалы [22],  $\alpha_H \ll \eta$ . В то же время при анализе особенностей эффекта Холла и магнитосопротивления в сверхпроводниках наличие этого члена в уравнении движения вихрей является, конечно, обязательным [109,110]. При ненулевых температурах тепловые флуктуации оказывают заметное влияние на движение вихрей Абрикосова, особенно при токах, близких к критическому [109,111]. Поэтому отсутствие члена  $\mathbf{F}_{th}$  в уравнении (4.4) приводит к дополнительной ошибке в вычислениях. Одна из причин отсутствия этого члена обусловлена требованиями компьютерной программы, чтобы время расчета было не очень большим. Учет этого члена существенно увеличивает время расчета зависимостей  $E(J)$ .

При нахождении силы Лоренца  $F_L$ , действующей на вихри, мы предполагали существование однородного распределения транспортного тока в сверхпроводящей пленке. Кроме того, в уравнении (4.4) не учитывается инерционная компонента, т.е. полагается, что она существенно меньше, чем сила трения, которую испытывает вихрь, двигаясь в вязкой среде,  $\eta v$ . Для однород-

ного гармонического потенциала это уравнение совпадает с уравнением для зависимости от времени разности фаз на джозефсоновском контакте в резистивной модели без учета воздействия электромагнитных флуктуаций [107]. Решая уравнение (4.4), получаем, что вихри в таком потенциальном поле генерируют переменное электромагнитное поле, усредненная величина которого от времени определяется выражением (3.4). В данном случае оно записывается в виде

$$E_{ij} = \rho_{ff} (J^2 - J_{cij}^2)^{0,5}. \quad (4.5)$$

Напомним, что это соотношение справедливо при  $J \geq J_{cil}$ , при малых токах ( $J < J_{cil}$ )  $E_{ij} = 0$ . То есть на ВАХ возникает скачок производной (образуется угол) при  $J = J_{cil}$ , который размывается в результате воздействия флуктуаций [112]. Используя это соотношение, можно найти время, необходимое вихрю, чтобы пересечь центр пиннинга с размером, равным длине когерентности  $\xi(T)$  и располагающимся в прямоугольнике с индексами  $i$  и  $j$ . Это время определяется выражением

$$\tau_{fij} = \xi(T)\eta(J^2 - J_{cij}^2)^{-0,5}/\Phi_0. \quad (4.6)$$

Полное время  $\tau_l$ , за которое вихрь пересекает пленку в канале  $l$ , определяется временем, проводимым на сильных центрах пиннинга, и временем вязкого движения в оставшейся части пленки. Это время может быть найдено, учитывая гауссово распределение амплитуд синусоидальных центров пиннинга (4.1а):

$$\tau_j = \sum_{i=1}^{i_0} N_{ij}\tau_{fij} + \sum_{i=i_0+1}^N N_{ij}\tau_{cij}, \quad (4.7)$$

где первая сумма дает время, за которое вихрь пересекает фрагменты пленки со слабыми центрами пиннинга, а вторая — время, за которое вихрь пересекает области с сильными центрами пиннинга в канале  $l$ . Как результат, величину электрического поля, возникающего из-за движения вихрей в этом канале, можно записать в виде

$$V_l = Bw/\tau_l. \quad (4.8)$$

В заключение мы должны просуммировать электрические поля всех фрагментов, приходящихся на единицу длины пленки, чтобы определить зависимость  $E(J)$ :

$$E = \sum_l N_l V_l. \quad (4.9)$$

Таким образом, данная модель позволяет учесть вязкое движение вихрей, которое оказывает заметное влияние на вид ВАХ ВТСП [106]. Малое в сравнении с обычными низкотемпературными сверхпроводниками отношение  $U_0/k_B T_c$  приводит к тому, что вязкое движение вихрей оказывает заметное влияние на зависи-

мости  $E(J)$  в существенно большем диапазоне транспортных токов.

Этот метод расчета зависимостей  $E(J)$  имеет некоторую трудность, возникающую для центров пиннинга с  $J_{cij}$ , близким к  $J$ , так как формула (4.6) дает  $\tau_{fij} \rightarrow \infty$ . Это не реально, поскольку максимальное время, проводимое вихрем на слабом центре пиннинга, ограничено термоактивационным механизмом движения вихрей и равно  $\Omega^{-1}$ . Следует отметить, что учет тепловых флуктуаций с помощью введения ланжевеновского члена в уравнение (4.4), как сделано в работах [109,111], решает эту проблему. В работе [131] использован более грубый подход: замена в компьютерной программе времени  $\tau_{fij}$ , получаемого из (4.6), на  $\Omega^{-1}$ , когда  $\tau_{fij} > \Omega^{-1}$ . Таким образом, вязкое движение вихрей трансформируется в термоактивационное в области малых электрических полей. Распределение центров пиннинга по энергии приводит к уменьшению ошибки вычислений зависимостей  $E(J)$ , учитывая то, что время, проводимое вихрями на таких центрах, составляет малую часть от суммарного времени  $\tau_j$ . В работе [131] отмечено, что дополнительная ошибка вычислений зависимостей  $E(J)$  не превышает нескольких процентов.

В рамках этой модифицированной теории АК был предложен новый механизм вихревых возбуждений на центрах пиннинга, определяющих частоту попыток покидания вихрями центров пиннинга [131]. Очевидно, вихри, удерживаемые сильными центрами пиннинга, взаимодействуют с соседними быстро движущимися вихрями. Вязкое движение вихрей в областях пленки со слабыми центрами пиннинга генерирует осциллирующее электромагнитное поле, которое возбуждает запиннингованные вихри. В реальных ВТСП каждый вихрь взаимодействует с большим количеством вихрей. Это обусловлено дальнедействующим характером взаимодействия вихревых «блинчиков» (1.10) и необычайно запутанной вихревой структурой в ВТСП [133]. Поэтому движение даже небольшого количества вихрей сильно возбуждает вихревую систему. Таким образом, этот механизм дает возможность учесть взаимодействие вихрей в модели крипа потока АК. В этом случае характерная частота возбуждения пропорциональна транспортному току в согласии с уравнением вязкого движения вихрей в синусоидальном поле слабых центров пиннинга (4.5):

$$\Omega \approx \Phi_0 J / \eta \xi. \quad (4.10)$$

При этом частота  $\Omega$  является частотой попыток, с которой вихри стремятся покинуть потенциальную яму сильных центров пиннинга. Кроме того, полагаем, что статическое вихревое взаимодействие достаточно слабо и мало влияет на потенциал пиннинга. Следует отметить, что этот механизм наиболее существенен в электрических измерениях, где количество двигающихся вихрей и их скорость существенно выше, чем в

магнитных релаксационных измерениях. Впервые на возможность зависимости частоты попыток от транспортного тока было указано в работах [134,135]. В этих работах в выражение для частоты попыток был добавлен дополнительный множитель, равный  $J/J_{c0}$ , для того, чтобы обеспечить плавный переход из режима крипа потока в режим вязкого течения вихрей, в котором скорость движения вихрей пропорциональна плотности транспортного тока.

В обычных низкотемпературных сверхпроводниках, где  $U_0/k_B T \gg 1$ , влияние крипа потока сказывается только в окрестности критического тока  $J_{c0}$ . При этом зависимость характерной частоты от тока оказывается несущественной, так как  $\Omega(J) \approx \Omega(J_{c0})$ . Иная ситуация возникает в случае высокотемпературных сверхпроводников, в которых крип потока наблюдается в достаточно широком диапазоне токов вблизи  $J_{c0}$ . Даже при линейной зависимости эффективной величины энергетического барьера от плотности тока (1.1), которая предполагается в теории АК, токовая зависимость частоты попыток приводит к зависимостям, не совпадающим с аналогичными зависимостями, следующими из теории АК, которая обычно используется для интерпретации экспериментальных результатов. Таким образом, анализ экспериментальных результатов на основе простых соотношений (1.3)–(1.5), следующих из предположения независимости характерной частоты попыток, с которой вихри стремятся покинуть потенциальную яму, от транспортного тока, могут привести к ошибочным зависимостям  $U(T, J)$ , если в реальности такая зависимость существует.

При расчетах полагалось также, что транспортный ток распределен равномерно по площади сверхпроводника, а это не всегда выполняется, учитывая возможность неоднородного распределения центров пиннинга. В нашей модели расстояние между центрами пиннинга равно  $\xi(T)$ , и, следовательно, для сверхпроводников с большим параметром Гинзбурга–Ландау, к числу которых относятся ВТСП, оно много меньше глубины проникновения магнитного поля, характерного расстояния, на котором меняется ток в сверхпроводниках. Очевидно, на таком расстоянии центры пиннинга распределены равномерно по пленке и оказывают малое влияние на распределение тока в сверхпроводнике.

Следуя работе [124], для анализа измерений релаксации намагниченности рассматривается тонкий сверхпроводящий цилиндр в магнитном поле, параллельном его оси вращения. При этом используются уравнение Максвелла и уравнение (3.15), причем  $E(J)$  определяется формулой (4.9). Для анализа релаксационных процессов это уравнение также решалось численными методами, при этом в начальный момент времени полагалось, что плотность  $J(t = 0)$  равна плотности критического тока в образце.

## 5. Результаты расчета с помощью модифицированной теории крипа потока Андерсона–Кима

### 5.1. Изменение кривизны $\log E - \log J$ зависимостей как результат перехода крипа потока в режим вязкого движения вихрей

Оказалось, что многие особенности крипа потока в ВТСП могут быть объяснены в рамках подхода, представленного в предыдущем разделе. Пример рассчитанных таким методом зависимостей  $E(J)$  в двойном логарифмическом масштабе показан на рис. 7. Параметры образца взяты из работы [38], и их экспериментальные ВАХ показаны на рис. 2. Для некоторых параметров, отсутствующих в работе [38], мы предполагали наиболее типичные величины этих параметров пленок  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ . Для сравнения теоретических характеристик с экспериментальными зависимостями необходимо выбрать окно по  $E$  и  $J$ , в котором производится конкретный эксперимент. Чаще всего оно определяется чувствительностью экспериментальной аппаратуры. Для сравнения нашей модели с экспериментом выберем окно в соответствии с работой [38],  $-1 < \lg E < 2$ . В этом случае подбором параметров распределения центров пиннинга и величины  $\Omega$  удастся добиться качественного согласия рассчитанных зависимостей с экспериментальными, взятыми из работы [38] и показанными на рис. 2. Лучшее согласие с экспериментом достигалось при  $\Omega = 1,5 \cdot 10^9$  Гц. В согла-

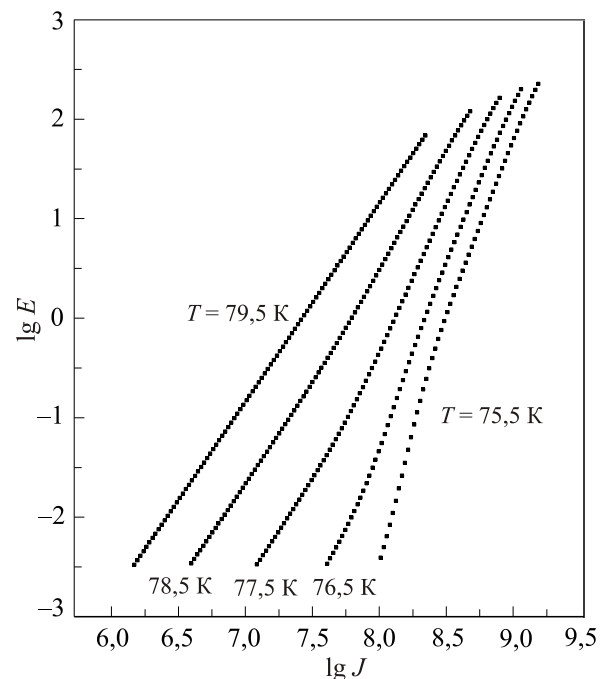


Рис. 7. Рассчитанные зависимости  $E(J)$  в температурном интервале 75,5–79,5 К с шагом 1 К. При расчетах использованы параметры пленки, использовавшиеся в работе [38], и полагалось  $\Omega = 1,5 \cdot 10^9$  Гц и  $H = 4$  Тл [131].

сии с экспериментом, рассчитанные зависимости меняют знак кривизны при  $T = 77,5$  К, эта температура соответствует температуре плавления  $T_g$  в модели фазового перехода ВС–ВЖ. В нашем рассмотрении при данной температуре происходит переход вязкого движения вихрей Абрикосова в режим термически активированного крипа потока в выбранном диапазоне напряженности электрического поля, и какой-либо фазовый переход отсутствует. При низких температурах зависимости  $E(J)$  приближаются к зависимости (4.2), описывающей чистый крип потока, и имеют отрицательную кривизну. При высоких температурах рассчитанные зависимости приближаются к зависимости (4.5) с положительной кривизной, полученной при рассмотрении только вязкого течения вихрей. Кроме того, из наших расчетов следует степенной закон для  $E(J) = J^n$  при  $T = T_g$  в выбранном интервале электрического поля, где  $n$  — показатель степени.

Таким образом, вид зависимостей  $E(J)$  и их согласие с экспериментальными зависимостями во многом определяется выбором «окна» по  $E$ . Как видно на рис. 7, эти зависимости должны иметь более сложный S-образный вид при их исследовании в широком диапазоне электрических полей. Следовательно, модифицированная теория крипа потока объясняет изменение знака кривизны зависимостей  $E(J)$  при изменении  $J$ , которая наблюдалась экспериментально [49–51], и пример которых показан на рис. 3.

Модифицированная таким образом теория АК также позволяет объяснить масштабно-инвариантное поведение зависимостей  $E(J)$ , которое наблюдается экспериментально (рис. 2), если по оси ординат отложена  $E|T - T_g|^{\gamma(1-z)}/J$ , а по оси абсцисс  $J/|T - T_g|^{2\gamma}$  [38,39]. Рассчитанные в таких координатах зависимости  $E(J)$  показаны на рис. 8. Видно, что рассчитанные зависимости в согласии с экспериментом укладываются на две кривые с разным знаком кривизны. В рамках данного метода расчета можно изменять наклон зависимости  $E(J)$ , построенной в двойном логарифмическом масштабе, при  $T_g = 77,5$  К в широком диапазоне. Изменение наклона достигается изменением параметров распределения центров пиннинга, главным образом параметра  $U_0$  в распределении (4.16). Подбором параметров может быть достигнуто хорошее согласие с экспериментом. Как результат, может быть достигнуто равенство между экспериментальным и рассчитанным индексом  $z$ , который определяется наклоном зависимостей  $\lg E - \lg J$  при  $T = T_g$ . На рис. 8 в согласии с экспериментом  $z = 4,8$  [38,39].

Трудность возникает при согласовании второго критического индекса  $\gamma$ . Обычно рассчитанные зависимости с постоянной частотой попыток  $\Omega$  хорошо ложатся на две кривые при  $\gamma \approx 1$ , и добиться точного схождения (коллапса) с индексом  $\gamma$ , равным экспериментальному определенному индексу ( $\gamma = 1,7$ ), практи-

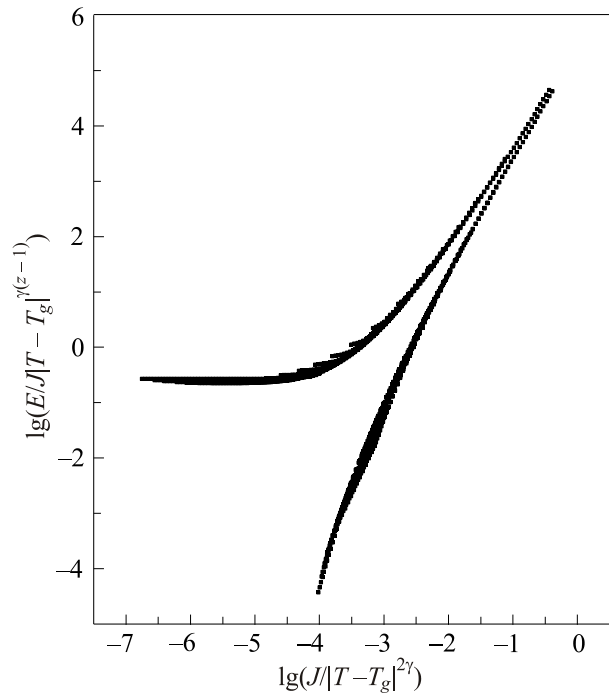


Рис. 8. Скейлинг рассчитанных зависимостей  $E(J)$  в интервале 84,5–72,7 К с шагом 0,1 К.  $\gamma = 1,1$ ,  $z = 4,8$  и  $T_g = 77,5$  К [131].

чески невозможно. К примеру, наилучший коллапс рассчитанных зависимостей с параметрами, типичными для пленок  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ , достигается при  $\gamma = 1,1$ , как это показано на рис. 8. Несмотря на то, что в некоторых экспериментальных работах [136–138] коллапс экспериментальных зависимостей достигается как раз при  $\gamma \approx 1$ , проблема согласования  $\gamma$  с величиной, полученной в работе [39], представляет интерес. Оказалось, что эта задача может быть решена при учете взаимодействия вихрей между собой, которое, в частности, приводит к возбуждению вихрей, удерживаемых сильными центрами пиннинга, соседними быстро движущимися вихрями. В этом случае частота попыток  $\Omega$ , определяемая соотношением (4.10), зависит от транспортного тока.

Рассчитанные зависимости  $E(J)$  с  $\Omega$ , определяемой соотношением (4.10), показаны на рис. 9. В согласии с экспериментом [39] использован масштаб  $E|T - T_g|^{\gamma(1-z)}/J$  по оси ординат и масштаб  $J/|T - T_g|^{2\gamma}$  по оси абсцисс. В этом случае полагалось, что  $U_0(T) = U_0(0)(1 - (T/T_c)^2)(1 - (T/T_c)^4)^{0,5}$ ,  $U_0/k_B = 8000$  К и  $\sigma = 0,5U_0$ . Величина  $J_{c0}$ , определяющая плотность критического тока в пленке, зависит от температуры по закону  $J_{c0}(T) = J_{c0}(0) \times (1 - (T/T_c)^2)^{1,5}$ , где  $J_{c0}(0) = 5 \cdot 10^9$  А/см<sup>2</sup>. Здесь в согласии с экспериментом [39],  $z = 4,8$  и  $\gamma = 1,7$ . Очевидно, что наблюдается хорошее согласие с экспериментом. Таким образом, данный подход объясняет как масштабно-инвариантное поведение зависимостей  $E(J)$ , так и их коллапс на две кривые в двойном логарифмическом масштабе. Более того, методом

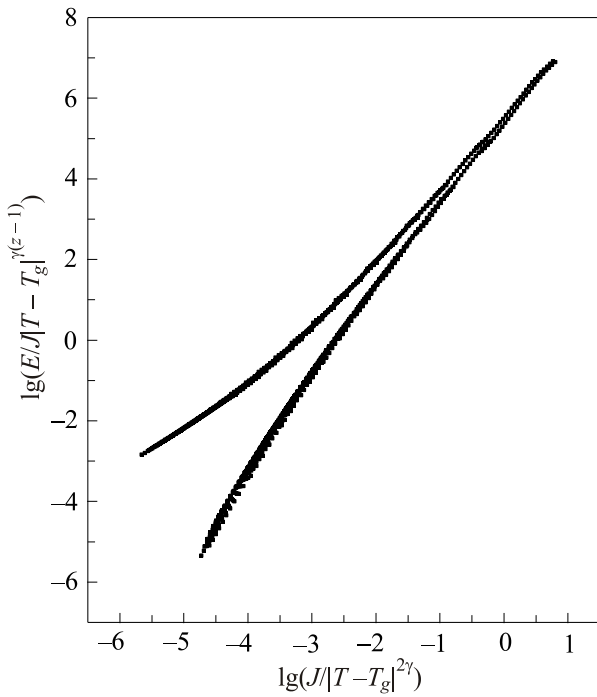


Рис. 9. Скейлинг рассчитанных  $E(J)$  зависимостей в интервале 84,5–72,7 К с шагом 0,1 К с использованием токовой зависимости частоты попыток  $\Omega$ . В согласии с экспериментальными зависимостями, взятыми из работы [39],  $\gamma = 1,7$ ,  $z = 4,8$  и  $T_g = 77,5$  К [131].

подгонки рассчитанных зависимостей к экспериментальным зависимостям можно найти параметр  $U_0$ , который определяет наиболее вероятную величину энергии пиннинга в пленке. Отметим, что эта величина является основным и практически единственным подгоночным параметром в данном методе.

В работе [139] показано, что на основе данного подхода можно объяснить также особенности масштабнo-инвариантного поведения зависимостей  $E(J)$ , наблюдаемые на висмутовых ВТСП. При этом главное различие иттриевых и висмутовых сверхпроводников состоит в величине параметров, характеризующих распределение потенциала пиннинга в сверхпроводнике. Анализируя подобным образом экспериментальные зависимости, полученные в работе [44] на висмутовых сверхпроводниках, было обнаружено, что лучшее согласие рассчитанных зависимостей с экспериментальными наблюдается для  $U_0/k_B = 200$  К. Напомним, подобное большое различие в величине потенциала пиннинга для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  и  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  было обнаружено при резистивных измерениях на пленках [16,17], при магнитных релаксационных измерениях [11,12] и при транспортных измерениях [25,26]. При этом плотность критического тока пленок  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  равна  $J_{c0} = 5 \cdot 10^9$  А/м<sup>2</sup>, а у пленок  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$   $J_{c0} = 10^{10}$  А/м<sup>2</sup>. Казалось бы, возникает парадокс: несмотря на малый энергетический барьер центров пиннинга висмутовых пленок по сравнению с барьерами центров пиннинга

иттриевых пленок, плотность критического тока последних меньше, чем первых.

Для объяснения этого парадокса необходимо учесть разность кристаллической структуры этих двух сверхпроводников. Как отмечалось во Введении, висмутовые сверхпроводники являются более анизотропными, чем иттриевые, т.е. взаимодействие между сверхпроводящими  $\text{CuO}_2$  слоями в них слабее, чем в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ . Вихри в них состоят из цепочки плоских 2D вихрей, слабо связанных между собой. Как результат, эти плоские 2D вихри взаимодействуют с центрами пиннинга практически независимо друг от друга. Поскольку плоские вихри локализованы в  $\text{CuO}_2$  слоях, толщиной меньше 1 нм, величина барьера центров пиннинга, которую можно оценить с помощью соотношения (1.8), мала. С другой стороны, взаимодействие между сверхпроводящими  $\text{CuO}_2$  слоями в иттриевом сверхпроводнике значительно сильнее. В этих сверхпроводниках структура вихрей близка к структуре обычных вихрей Абрикосова. Как результат, величина барьера наиболее сильных центров пиннинга пропорциональна толщине пленок  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  и может достигать большей величины. С другой стороны, плотность критического тока в случае висмутовых сверхпроводников определяется соотношением

$$J_{c0} = \frac{\nabla U_0}{\Phi_0 d_s},$$

где  $d_s$  — толщина  $\text{CuO}_2$  слоев в элементарной ячейке. Для иттриевого сверхпроводника  $d_s$  заменяется в этой формуле на толщину пленки. Таким образом, малая величина барьера в висмутовых сверхпроводниках компенсируется малой толщиной сверхпроводящих  $\text{CuO}_2$  слоев. Кроме того, в работе [139] объяснено появление степенной зависимости  $V(I) \sim I^n$ , которая часто наблюдается на сверхпроводниках II рода.

С помощью этой модели можно объяснить подобное поведение экспериментальных зависимостей не только в случае толстых пленок, как это проведено в работах [38,39], но и в случае тонких пленок. Первоначально скейлинговое поведение зависимостей  $E(J)$  на тонких пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  было обнаружено в работе [140]. Затем подобное поведение и также на тонких пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  наблюдалось даже в отсутствие внешнего магнитного поля [141]. Отметим, что это, строго говоря, не может быть объяснено в рамках модели коллективного крипа потока и фазового перехода ВЖ–ВС, которые применимы только к массивным сверхпроводникам и толстым пленкам [38].

В рамках данного подхода можно объяснить уменьшение величины магнитного поля  $B_g$ , при котором происходит плавление вихревого стекла при увеличении температуры [38]. В нашем случае  $B_g$  определяется магнитным полем, при котором кривизна зависимостей  $E(J)$  меняет знак. На рис. 10 приведена

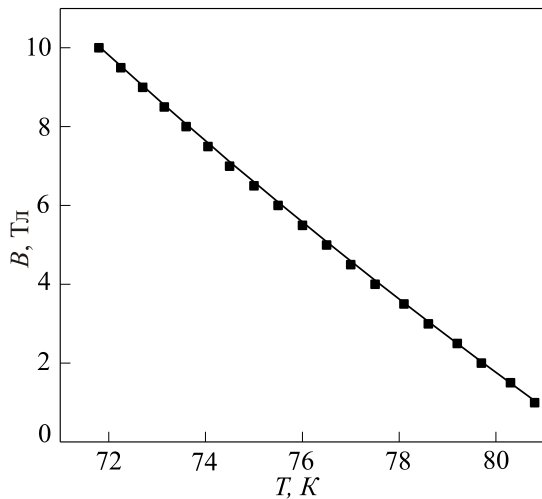


Рис. 10. Зависимость магнитного поля плавления вихревого стекла от температуры, рассчитанная в работе [131] на основе модифицированной теории АК (■), зависимость, определяемая соотношением (2.1), которое хорошо описывает экспериментальные зависимости (сплошная линия) [48].

пример зависимости, полученной таким методом. Для сравнения на этом рисунке показана зависимость вида (2.1), которая, как упоминалось ранее, хорошо согласуется с экспериментальными зависимостями. Как видно на рис. 10, получаемые зависимости близки к виду (2.1). Температура  $T_g$ , при которой происходит «фазовый переход», зависит от  $U_0$ . Чем больше  $U_0$ , тем больше  $T_g$ , так как температурный интервал, в котором влияние термически активированных скачков вихрей превышает влияние вязкого движения вихрей, возрастает. В результате переход от режима вязкого движения вихрей в режим скачков должен происходить при более высоких температурах в заданном экспериментальными условиями интервале напряженности электрического поля. Подавление энергии пиннинга магнитным полем приводит к понижению температуры  $T_g$ .

### 5.2. Логарифмическая зависимость эффективного потенциала пиннинга от транспортного тока

В рамках данного подхода можно объяснить также логарифмическую зависимость эффективного потенциала пиннинга, которая наблюдается экспериментально. Очевидно, зависимость частоты попыток  $\Omega$  от плотности транспортного тока ( $\Omega \sim J$ ) эквивалентна логарифмической зависимости энергии активации в теории АК с постоянной  $\Omega$ . Это следует из несложного преобразования

$$(J/J_0) \exp(-U_{il}/k_B T) = \exp\{-[k_B T \ln(J_0/J) + U_{il}]/k_B T\}. \quad (5.1)$$

Это соотношение дает логарифмическую зависимость эффективной или кажущейся активационной энергии от транспортного тока при каждой температуре в соответствии с экспериментом [16,17, 27–35], если

энергия активации определяется с помощью теории АК. Это подтверждается результатами проведенных в работе [131] расчетов, где зависимости  $E(J)$ , рассчитанные с использованием соотношения (4.10) для  $\Omega(J)$ , анализировались в рамках соотношений (1.2)–(1.4) для крипа потока с использованием  $\Omega$ , не зависящей от транспортного тока, как это происходило в экспериментальных работах. Такой метод расчета приводит к логарифмической зависимости  $U(J) \sim \ln(J_0/J)$  в широком диапазоне токов [131]. Таким образом, возбуждение вихрей, удерживаемых сильными центрами пиннинга, соседними быстро движущимися вихрями может объяснить логарифмическую зависимость эффективного значения энергии активации. Влияние этого механизма на поведение вихревой системы уменьшается при уменьшении транспортного тока, так как в этом случае вихри меньше двигаются и больше времени находятся на центрах пиннинга. В этом случае возрастает роль собственных колебаний вихревой решетки как механизм, определяющий частоту попыток  $\Omega$  [106]. При некотором малом значении  $J$  первый механизм становится малоэффективным, и должен быть заменен вторым. Как результат,  $U_0(J)$  должна стремиться к константе при  $J \rightarrow 0$ . Подобное поведение активационной энергии наблюдалось экспериментально на пленках  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [36,37], что является еще одной демонстрацией возможностей модифицированной теории АК для объяснения особенностей крипа потока в ВТСП.

### 5.3. Температурная зависимость эффективного потенциала пиннинга

Для анализа измерений релаксации намагниченности в работах [124,131] использовано уравнение (3.16). В эксперименте временная зависимость плотности тока возникает из-за изменения со временем захваченного магнитного потока. Анализ рассчитанных зависимостей плотности тока от времени  $J(t)$  позволяет объяснить уменьшение эффективного значения энергии активации  $U_0^*$  при понижении температуры. Такой анализ основан на логарифмической аппроксимации (1.4), следующей из теории АК, реальной зависимости  $J(t)$ . Отметим, что наблюдаемые в эксперименте  $J(t)$  зависимости немного отличаются от логарифмической зависимости. Зависимости  $J(t)$  находились численным решением уравнения (3.16), их вид также отличался от простой логарифмической зависимости. В согласии с экспериментом [14,54–57], среднее значение  $\langle \partial j / \partial \ln t \rangle$  в заданном экспериментальными условиями временном интервале определяет  $k_B T / U_0^*$ . Рассчитанное таким образом  $U_0^*$  уменьшается при  $T \rightarrow 0$  [131]. В то же время реальный потенциал пиннинга  $U_0(T)$  увеличивается при понижении температуры. Полученные в работе [131] зависимости напоминают зависимости, полученные в работе [124] и показанные на рис. 4.

Существует два механизма уменьшения эффективного потенциала пиннинга при понижении температуры в данной модели расчета. Первый — это нелинейная зависимость с положительной кривизной энергии пиннинга от транспортного тока. Величины  $j$ , определяющие временной интервал, в котором находится среднее значение  $\langle \partial j / \partial \ln t \rangle$ , уменьшаются при повышении температуры. В результате этого величина  $U_0^*$ , получаемая экстраполяцией касательной к зависимости  $U(j)$  при этом значении  $j$ , уменьшается по сравнению с  $U(j=0)$  при понижении  $T$ . Подобное объяснение этого эффекта дано в работах [124,129]. Второе объяснение, приведенное в работе [131], вытекает из токовой зависимости частоты попыток  $\Omega(J)$  (4.10). Как видно из соотношения (5.1), если анализировать полученные результаты в рамках обычной модели АК с постоянной  $\Omega$ , эта зависимость приводит к дополнительному логарифмическому члену в выражении для энергии активации. Очевидно, что этот член, пропорциональный температуре, уменьшается при ее понижении.

Для сравнения с экспериментом можно определить зависимость логарифмической производной плотности тока от времени  $S(T)$  в рамках модифицированной теории АК. Если  $S(T)$  находится в согласии с соотношением (1.6) делением температуры на эффективное значение энергии активации  $U_0^*$ , получаемое указанным выше методом, то в согласии с экспериментом [6,142–144] в области температур  $5 \text{ K} < T < 50 \text{ K}$  скорость увеличения  $S(T)$  с ростом температуры существенно уменьшается, демонстрируя некоторое плато.

#### 5.4. Влияние электромагнитного шума на скорость крипа потока

Хорошо известно, что все сверхпроводящие параметры приближаются к константе при стремлении температуры к нулю. Поэтому в этой области температур можно использовать квадратичные температурные зависимости главных параметров, используемых в вычислениях ( $H_{c2}$ ,  $J_c$  и  $U_0$ ). Например, обычно полагается, что  $H_{c2}(T) = H_{c2}(0)[1 - (T/T_c)^2]$ . Очевидно, в рамках модифицированной теории АК при сверхнизких температурах электрическое поле определяется прыжковым движением вихрей во фрагментах сверхпроводника с минимальным критическим током, где  $U_{0j}^* = U_{\min}$ . В этих фрагментах время, необходимое вихрям, чтобы пересечь пленку, определяется в основном тепловой активацией на наиболее сильных центрах пиннинга. При этом время вязкого движения вихрей мало по сравнению со временем, которое вихри проводят на сильных центрах пиннинга, и им можно пренебречь. Как результат, зависимость  $E(J)$  определяется соотношением (4.2), и для логарифмической производной намагниченности справедливо соотношение, полученное в работе [125]:

$$S \sim \frac{2}{3} \left( \frac{k_B T}{U_0} \right)^{2/3}. \quad (5.2)$$

В согласии с этой формулой,  $S(T)$  должна стремиться к нулю при  $T \rightarrow 0$ . При этом во Введении отмечалось, что экспериментальные зависимости  $S(T)$  остаются конечными:  $S(T) \rightarrow S(0) > 0$  при  $T \rightarrow 0$ . То есть при приближении температуры к нулю, когда тепловые флуктуации практически отсутствуют, скорость движения вихрей и связанная с ней скорость крипа потока остается конечной, что обычно объясняется существованием туннельного крипа потока. Возникает вопрос, возможно ли объяснить подобную зависимость в рамках модифицированной теории АК.

Такая возможность появляется при учете влияния электромагнитного шума в сверхпроводниках и взаимодействия вихрей между собой [145]. В процессе крипа потока переход сверхпроводника из возбужденного состояния в состояние с минимумом энергии сопровождается выделением магнитной энергии, запасенной в сверхпроводнике. Мощность  $P$ , выделяемая движущимися вихрями в этом процессе, определяется соотношением

$$P = \int_{V_S} J E dV \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (5.3)$$

где интегрирование проводится по объему сверхпроводника  $V_S$ . Например, в работе [101], в которой одновременно измерялись магнитная релаксация и выделяемая при этом мощность,  $P$  оказалась равной 10 нВт для кристалла  $\text{BiSrCaCuO}$  с линейными размерами  $3 \times 2 \times 0,1$  мм при  $T = 0,5 \text{ K}$ . Отметим, что релаксационные измерения, проведенные при этой же температуре, обнаружили заметную скорость крипа потока, что обычно интерпретируется как доказательство туннелирования вихрей Абрикосова под барьерами, образованными центрами пиннинга. Таким образом, выделение магнитной энергии сопровождается хаотическим движением вихрей Абрикосова, что приводит к возникновению электромагнитного шума. Все ВТСП на основе висмута являются слоистыми сверхпроводниками, в которых сверхпроводящими слоями являются слои  $\text{CuO}_2$ , а диссипация энергии возникает из-за движения 2D вихревых «блинчиков» [22,23].

Разброс центров пиннинга по их энергии взаимодействия с вихрями Абрикосова приводит к тому, что для транспортного тока, близкого к критическому, всегда имеются каналы в сверхпроводнике с низкой энергией пиннинга, в которых реализуется вязкое движение вихрей. Вихревое движение даже небольшого количества вихрей приводит к возникновению электромагнитного шума в сверхпроводнике. Его интенсивность остается конечной при  $T \rightarrow 0$ , когда тепловые флуктуации исчезают. В ВТСП, которые обычно явля-

ются слоистыми сверхпроводниками со слабым взаимодействием между слоями, этому способствует дальнедействующий характер взаимодействия 2D вихрей (1.10). Как отмечалось ранее, движение даже небольшого числа вихрей имеет большое значение для возбуждения вихревой системы. Такое возбуждение приводит к увеличению количества движущихся вихрей и, следовательно, к увеличению электромагнитного шума. С другой стороны, чем больше интенсивность шума, тем больше количество движущихся вихрей. Таким образом, возникает положительная обратная связь возбуждения вихревой системы.

Чтобы определить влияние данного эффекта на крип потока в ВТСП, необходимо оценить величину электромагнитного шума. Известно, что величина генерируемого каким-то элементом или контактом шума обычно определяется шумовой температурой  $T_{nc}$  этого контакта. В нашем случае элементарным контактом, генерирующим шумовое напряжение, является движущаяся цепочка 2D вихрей. Электрический контакт между сверхпроводящими  $\text{CuO}_2$  слоями полагается слабым, и мы можем анализировать процессы в каждом слое, пренебрегая взаимодействием между слоями. Можно оценить  $T_{nc}$ , определяемую таким внутренним шумом, для кольцевой конфигурации. Мощность шума, генерируемого движущейся цепочкой вихрей, определяется соотношением  $P/N_p$ , где  $N_p$  — число движущихся цепочек. В каждом сверхпроводящем слое движущиеся вихри генерируют беспорядочный шумовой электрический сигнал, который является внешним шумом для оставшихся фрагментов слоя, соединенных последовательно. В кольцевой конфигурации шумовое напряжение, генерируемое какой-то цепочкой вихрей, действует примерно одинаково на оставшиеся в слое движущиеся вихревые цепочки, поэтому доля шумовой мощности, приходящаяся на одну из таких цепочек движущихся вихрей, определяется соотношением  $P/[N_p(N_{pc}-1)]$ , где  $N_{pc}$  — число движущихся цепочек в одном слое. Поскольку в данной конфигурации на каждую такую вихревую цепочку действуют остальные движущиеся цепочки, суммарная шумовая мощность, действующая на отдельную движущуюся вихревую цепочку  $P_c$ , равна

$$P_c = \frac{P(N_{pc}-1)}{N_p(N_{pc}-1)} = \frac{P}{N_p}.$$

На практике  $P_c$  меньше этой величины:  $P_c = aP/N_p$ , где дополнительный коэффициент  $a < 1$ . Такое уменьшение шумовой мощности возникает из-за потерь мощности на нагрев сверхпроводника и на излучение, которое выходит из сверхпроводника.

С другой стороны, шумовую температуру контакта можно определить с помощью формулы Найквиста для

теплового шума, которая в нашем случае пропорциональные  $P/N_p$ :

$$T_{nc} = \frac{P}{k_B N_p \Delta f}, \quad (5.4)$$

где  $\Delta f$  — ширина полосы приемника в герцах. Очевидно, что при  $T \rightarrow 0$  число движущихся цепочек определяется соотношением  $N_p = N(U_{\min}) \Delta U_0 / \Delta U_0^*$ , где  $\Delta U_0^*$  — шаг изменения  $\Delta U_{0l}^*$  в распределении (4.16), а  $\Delta U_0$  — интервал допустимых потенциалов  $U_{0l}^*$  этого распределения. Интервал  $\Delta U_0$  определяют фрагменты слоя, в которых возможно движение вихрей под действием электромагнитного шума. Очевидно,  $U_{0l}^*(0)$  находятся вблизи  $U_{\min}$ . Движение 2D вихрей при сверхнизких температурах возможно для  $J \approx J_c \sim U_{\min}$  в областях сверхпроводящего слоя, когда выполняется соотношение  $U_{0l}^*(J) \leq P_c / \Delta f = a k_B T_{nc}$ . Таким образом, соотношение (3.116) дает следующее уравнение:

$$\left[ \frac{2\Delta U_0^3}{U_{\min} + \Delta U_0} \right]^{0.5} = a k_B T_{nc}. \quad (5.5)$$

Когда  $\Delta U_0 \ll U_{\min}$ , это уравнение преобразуется к виду

$$\Delta U_0 = \left[ 0,5(a k_B T_{nc})^2 U_{\min} \right]^{1/3}. \quad (5.6)$$

Использование соотношения (5.4) приводит в этом случае к выражению

$$k_B T_{nc} \Delta f = \frac{P \Delta U_0^*}{N(U_{\min}) \Delta U_0}. \quad (5.7)$$

Как результат,  $T_{nc}$  определяется следующим выражением:

$$T_{nc} = \frac{1}{k_B} \left[ \frac{P \Delta U_0^*}{\Delta f (0,5 a^2 U_{\min})^{1/3} N(U_{\min})} \right]^{3/5}. \quad (5.8)$$

Отметим, что  $T_{nc}$  увеличивается с уменьшением коэффициента  $a$ .

Магнитная энергия, которая выделяется в процессе релаксации намагниченности сверхпроводника, может быть определена либо с помощью соотношения (5.3), либо найдена экспериментально. Для того чтобы оценить  $T_{nc}$ , в работе [145] предполагалось в соответствии с результатами работы [101]:  $P = 10$  нВт, и использовались типичные параметры для распределения центров пиннинга по их потенциалу в случае кристаллов  $\text{BiSrCaCuO}$ :  $U_{\min} = 30$  мэВ,  $U_0 = \sigma_0 = 100$  мэВ. Измерения электромагнитного шума, проведенные на пленочных кольцах из  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  [146], позволяют предположить, что  $\Delta f \approx 10^6$  Гц. Как результат, выражение (5.8) дает  $T_{nc} \approx 5$  К в случае  $a = 1$ . Следовательно, эти оценки показывают, что



внутреннее шумовое напряжение может быть значительным и должно учитываться при исследовании крипа потока при сверхнизких температурах.

Следует отметить, что влияние этого шума может быть подавлено как при измерении релаксации намагниченности, так и при измерения зависимостей  $E(J)$ , путем использования пленок с микромостиками. Эта конфигурация позволяет локализовать вихревое движение в области микромостика. В результате может быть реализовано однострочечное движение вихрей в микромостике ( $N_{pc} = 1$ ).

Кроме внутреннего электромагнитного шума существует также внешний шум, который имеет различные источники, например такие, как работа мобильной телефонной связи. Их влияние, если не принять специальных усилий, приводит к увеличению энергии шумов. Особенно велико такое влияние в случае транспортных измерений на тонких пленках. При измерении релаксации магнитного момента с помощью СКВИД магнитометра, которые обычно используются в экспериментах, дополнительный магнитный шум возникает из-за периодического перемещения образца между приемными катушками в процессе измерения. Расстояние, на которое перемещается образец, обычно составляет несколько сантиметров, а неоднородность приложенного магнитного поля обычно находится в районе нескольких процентов. Таким образом, движение образца в неоднородном магнитном поле и является дополнительным источником электромагнитного шума, который воздействует на вихревую систему, способствуя ее переходу из метастабильного в равновесное состояние. Этот механизм описан в обзоре [6]. Как было отмечено в этой статье, такое движение в неоднородном магнитном поле аналогично эффекту размагничивания, осуществляемого переменным магнитным полем. В случае вибрационного магнитометра дополнительное магнитное возбуждение вихревой системы возникает из-за периодического движения образца в приложенном поле. Кроме того, дополнительным источником электромагнитного шума могут являться скачки потока в сверхпроводящем магните, который создает внешнее магнитное поле в процессе измерений.

Очевидно, в магнитных и транспортных экспериментах возможны различные источники шума, что может объяснить различие между результатами этих экспериментов. Напомним, что заметная скорость релаксации магнитного момента при сверхнизких температурах наблюдается при измерениях как на монокристаллах, так и на тонких пленках [64,69,70], в то же время при транспортных измерениях этот эффект наблюдается только на очень тонких ВТСП пленках [83–85].

Таким образом, кроме теплового возбуждения существует дополнительный источник возбуждения вихревой системы, который особенно заметен при  $T \approx 0$ . Можно сказать, что электронная температура сверхпро-

водника превышает обычную (ионную) температуру, которая близка к температуре внешней среды. Очевидно, что вихри могут перескочить через потенциальный барьер с помощью не только тепловых флуктуаций, но и электромагнитного шума. Простейшим способом учесть это явление является замена  $T$  на  $T + T_n$  в выражении (4.2), которое определяет скорость движения вихрей в теории АК, где  $T_n$  — эффективная шумовая температура, определяемая всеми факторами, приводящими к возбуждению вихревой системы. В результате такой замены зависимость  $S(T)$  для гармонического потенциала должна определяться соотношением

$$S = \frac{2}{3} \left( \frac{k_B(T + T_n)}{U_0} \right)^{2/3} (\ln \omega t)^{-1/3}. \quad (5.9)$$

Таким образом, существование электромагнитных флуктуаций приводит к замене прямо пропорциональной  $S(T)$ , которая описывается соотношением (1.6), на зависимость (5.9), близкую к линейной при  $T \rightarrow 0$ .

В работе [145] зависимость  $S(T)$  находилась методом двумерного компьютерного моделирования и численного решения уравнения Максвелла. Пример рассчитанной зависимости  $S(T)$  показан на рис. 11. Используются два значения шумовой температуры:  $T_n = 0$  и  $T_n = 5$  К, а параметры распределения полагаются равными использованным выше для оценки  $T_{nc}$  кристаллов BiSrCaCuO:  $U_{\min} = 30$  мэВ,  $U_0 = \sigma_0 = 100$  мэВ. Зависимость  $S(T)$  при  $T_n = 5$  К близка к соответствующей зависимости, получаемой из соотношения (5.9), в то же время для  $T_n = 0$  К  $S(T)$  близка к зависимости, следующей из соотношения (5.2). На вставке к рис. 11 показана зависимость  $S(T)$  в двойном логарифмическом масштабе при  $T_n = 5$  К. В этом случае зависимость  $S(T)$  близка к экспериментальной зависимости в том же масштабе, показанной на рис. 6.

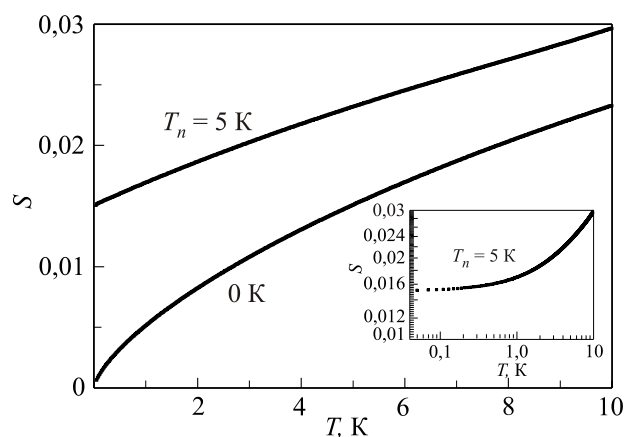


Рис. 11. Температурные зависимости логарифмической производной намагниченности, рассчитанные для  $T_n = 0$  и 5 К. В данном случае:  $\mu_0 H = 1$  Тл,  $U_{\min} = 30$  мэВ и  $U_0 = \sigma_0 = 100$  мэВ. На вставке: зависимость  $S(T)$  для  $T_n = 5$  К в двойном логарифмическом масштабе [145].

Напомним, что такая линейная зависимость  $S(T)$  при  $T \rightarrow 0$  получена в работе [82] на различных ВТСП. Таким образом, заметная скорость крипа потока, наблюдаемая при низких температурах, может быть объяснена на основе теории крипа потока АК с учетом влияния электромагнитных флуктуаций. Известно, что крип потока приводит к электромагнитному шуму [147–150]. Это объясняется тем, что вихревая система в сверхпроводниках обычно находится в возбужденном неравновесном состоянии.

Используя данный подход, можно также объяснить увеличение  $S(T, H)$  при увеличении приложенного магнитного поля, которое наблюдалось экспериментально в работах [62,82]. Этот результат противоречит предсказаниям ТКП. В соответствии с модифицированной теорией АК, основной причиной такого увеличения является уменьшение энергии пиннинга при увеличении поля, обнаруженное в различных работах, например [16,17]. Как следует из соотношения (5.9), уменьшение  $U_0$  приводит к увеличению  $S$ . Кроме того, движение образца в более сильном неоднородном поле при измерении намагниченности с помощью СКВИД градиентометров или вибрационных магнитметров приводит к более сильному магнитному возбуждению вихревой системы, которое действует подобно увеличению шумовой температуры в соотношении (5.9). Как следствие, это также приводит к увеличению скорости релаксации магнитного момента в более сильных магнитных полях.

Данный подход обладает большими возможностями при расчете различных зависимостей в сверхпроводниках, связанных с крипом потока. К примеру, рассмотрим переход из нормального в сверхпроводящее состояние во внешнем магнитном поле. В ВТСП этот переход происходит в довольно широком диапазоне температур ниже  $T_c$ . Причина этого явления — также большое влияние крипа потока в ВТСП [10,87]. Возникает проблема определения верхнего критического магнитного поля  $H_{c2}(T)$  в ВТСП. Обычно вместо  $H_{c2}$  используется поле  $H_{IT}$ , при котором в сверхпроводнике появляется сверхпроводящий ток. Оно называется полем возникновения необратимости намагниченности. В резистивных измерениях  $H_{IT}$  определяется тем полем, при котором сопротивление образца  $R$  достигает определенной малой величины по сравнению с его сопротивлением в нормальном состоянии  $R_n$ , скажем  $R/R_n = 10^{-3}$ , или появляется заметная плотность критического тока. Экспериментально установлено [10], что в  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  это поле меняется по закону:

$$H_{IT}(T) \approx \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2}. \quad (5.10)$$

В обычных низкотемпературных сверхпроводниках эта зависимость близка к линейной. В работе [131], используя данную модифицированную теорию АК,

была найдена температурная зависимости  $H_{IT}(T)$ . Было установлено, что полученная таким образом  $H_{IT}(T)$  близка к экспериментальной (5.10). Так как необратимость кривой намагниченности возникает из-за пиннинга вихрей Абрикосова,  $H_{IT}$  увеличивается с увеличением  $U_0$ .

## 6. Заключение

Несмотря на свою простоту, теория Андерсона–Кима хорошо описывала крип потока в обычных низкотемпературных сверхпроводниках, в которых влияние этого эффекта не столь значительно, как в ВТСП, из-за большого значения отношения  $U_0/k_B T$ . Совершенно иная ситуация возникла с открытием ВТСП, где это отношение не столь велико. В результате обнаружено, что крип потока оказывает заметное влияние на магнитные и транспортные свойства ВТСП. Кроме того, большое влияние крипа потока позволило более аккуратно исследовать само это явление. При этом для анализа экспериментальных результатов обычно использовалась теория АК. В ходе таких исследований были получены результаты, которые не могут быть объяснены в ее рамках, и были высказаны предположения о существовании некоторых явлений в вихревой системе ВТСП, таких как ТКП — тунелирование макроскопических объектов, какими являются вихри Абрикосова в сверхпроводниках, фазовый переход вихревая жидкость–вихревое стекло. Эти простые, казалось бы, понятия требуют для своего описания сложного и не до конца разработанного математического аппарата. Вместе с тем было установлено, что некоторые предсказания указанных теорий не подтверждаются экспериментальными исследованиями.

Целью данного обзора является привлечение внимания к альтернативной возможности объяснения особенностей крипа потока в ВТСП, которая основана на модификации теории Андерсона–Кима. Это направление, на наш взгляд, недостаточно представлено в обзорах [6–8,22]. Поэтому данный обзор можно рассматривать как некое дополнение к этим обзорам. Как следствие, в нем почти не уделяется внимание теоретическим концепциям, изложенным в обзоре [22]. В настоящем обзоре показано, что модифицированная теория АК, основанная на термически активированном движении вихрей Абрикосова, хорошо объясняет многие особенности крипа магнитного потока в ВТСП. Вместе с тем отметим, что данная теория не охватывает всех явлений, связанных с динамикой вихрей в ВТСП, и ее нельзя считать окончательной и универсальной теорией крипа магнитного потока. В частности, в ней не рассматриваются вопросы анизотропии крипа потока в кристаллах ВТСП с однонаправленными двойниками, связанные с возникновением направленного движения вихрей вдоль таких границ [109]. Модель, представляющая центры пиннинга в виде набора гармонических потенциалов, позволяет рассмат-

ривать как термически активированное, так и вязкое движение вихрей. Кроме того, предложенный подход позволяет учесть и некоторые другие особенности поведения вихрей в сверхпроводниках: распределение центров пиннинга по энергии, пространственную форму потенциалов пиннинга и взаимодействие вихрей друг с другом. То есть те явления, важность учета которых неоднократно отмечалась ранее для объяснения особенностей крипа потока в ВТСП. Учитывая, что любую функцию можно разложить в ряд Тейлора, такое представление центров пиннинга достаточно точно моделирует реальную ситуацию, возникающую в сверхпроводящих пленках. В рамках данной теории определен предэкспоненциальный множитель в теории АК. Показано, что движение вихрей в области сверхпроводника со слабыми центрами пиннинга возбуждают вихри, удерживаемые сильными центрами пиннинга, при этом частота попыток вихрей покинуть такие центры пиннинга пропорциональна плотности тока. Возникающая линейная зависимость  $\Omega(J)$  эквивалентна логарифмической добавке к потенциалу пиннинга, что объясняет наблюдаемую в эксперименте логарифмическую зависимость эффективного потенциала пиннинга. Кроме того, движение фрагментов вихрей в областях со слабыми центрами пиннинга приводит к возбуждению вихревой системы и к возникновению электромагнитного шума. Его учет объясняет конечную скорость крипа потока при сверхнизких температурах. Переход вихревой системы из режима вязкого движения вихрей Абрикосова в режим термического активированного объясняет изменение знака кривизны ВАХ при изменении температуры. В рамках данной модели можно также объяснить масштабно-инвариантное поведение — скейлинг ВАХ, наблюдаемый на ВТСП. Более того, путем подгонки рассчитанных зависимостей к экспериментальным удастся найти параметры распределения центров пиннинга в сверхпроводниках в зависимости от энергии взаимодействия вихрей с этими центрами. По сути, имеется только два параметра в распределении (4.16), которые определяют такое согласие:  $U_0$  и  $U_{\min}$ . Изменением первого параметра достигается численное согласие рассчитанных и экспериментальных величин  $T_g$  и динамического критического индекса  $z$ . Второй параметр позволяет изменять вид рассчитанных зависимостей  $S(T)$  при сверхнизких температурах. Следует отметить, что модификация теории АК состоит, по сути, в ее детализации, конкретизации и приближении к реальности с использованием уравнений, формул и понятий, обычных для описания поведения вихревой системы в сверхпроводниках, что является безусловным достоинством предложенного подхода.

Работа выполнена в рамках программы №24 президиума РАН.

В заключение автор выражает благодарность В.М. Винокуру, А.В. Гуревичу, Л. Маритато, Т. Матсушита, С.Л. Прищепе и А.Л. Рахманову за плодотворное обсуждение отдельных затронутых в данной статье вопросов.

1. В.Л. Гинзбург, Л.Д. Ландау, *ЖЭТФ* **20**, 1064 (1950).
2. А.А. Абрикосов, *ЖЭТФ* **32**, 1442 (1957) [*Sov. Phys. JETP* **5**, 1174 (1957)].
3. Y.B. Kim, C.F. Hempstead, and A. Strand, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 306 (1962).
4. P.W. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 309 (1962).
5. P.W. Anderson and Y.B. Kim, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 39 (1964).
6. Y. Yeshurun, A.P. Malozemoff, and A. Shaulov, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 911 (1996).
7. L.F. Cohen and H.J. Jensen, *Rep. Prog. Phys.* **60**, 1581 (1997).
8. R. Wordenweber, *Rep. Prog. Phys.* **62**, 187 (1999).
9. S.L. Prischepa and L. Maritato, *Studies of High-Temperature Superconductors* **31**, 217 (2000).
10. Y. Yeshurun and A.P. Malozemoff, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2202 (1988).
11. Y. Yeshurun, A.P. Malozemoff, F.H. Holtzberg, and T.R. Dinger, *Phys. Rev. B* **38**, 11828 (1988).
12. Y. Yeshurun, A.P. Malozemoff, T.K. Worthington, R.M. Yandroski, L. Krusin-Elbaum, F.H. Holtzberg, T.R. Dinger, and G.V. Chandrasekhar, *Cryogenics* **29**, 258 (1989).
13. A.P. Malozemoff, *Macroscopic Magnetic Properties of High-Temperature Superconductors*, in: *Physical Properties of High-Temperature Superconductors*, D.M. Ginsberg (ed.), World Scientific, Singapore, vol. 1, 71 (1989).
14. I.A. Campbell, L. Fruchter, and R. Cabanel, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1561 (1990).
15. B.M. Lairson, J.Z. Sun, T.H. Geballe, M.R. Beasley, and C. Bravman, *Phys. Rev. B* **43**, 10405 (1991).
16. E. Zeldov, N.M. Amer, G. Koren, A. Gupta, M.W. McElfresh, and R.J. Gambino, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 680 (1990).
17. E. Zeldov, N.M. Amer, G. Koren, and A. Gupta, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 1700 (1990).
18. A.P. Malozemoff, *Physica C* **185–189**, 264 (1991).
19. А.Н. Лыков, *ФТТ* **24**, 3353 (1982) [*Sov. Phys. Solid State* **24**, 1905 (1982)].
20. А.Н. Лыков, С.Л. Прищепе, *ФТТ* **26**, 961 (1984) [*Sov. Phys. Solid State* **26**, 587 (1984)].
21. L. Cao, Y.Y. Xue, F. Chen, Q. Xiong, R.L. Meng, D. Ramirez, C.W. Chu, J.H. Eggert, and H.K. Mao, *Phys. Rev. B* **50**, 4260 (1994).
22. G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, and V.M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
23. M.E. McHenry and R.A. Sutton, *Prog. Mater. Sci.* **38**, 159 (1994).
24. E.H. Brandt, *Rep. Prog. Phys.* **58**, 1465 (1995).
25. T.T.M. Palstra, B. Batlogg, L.F. Schneemeyer, and J.V. Waszczak, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1662 (1988).
26. T.T.M. Palstra, B. Batlogg, R.B. van Dover, L.F. Schneemeyer, and J.V. Waszczak, *Appl. Phys. Lett.* **54**, 763 (1989).

27. E. Zeldov, N.M. Amer, G. Koren, A. Gupta, R.J. Gambino, and M.W. McElfresh, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 3093 (1989).
28. E. Zeldov, N.M. Amer, and G. Koren, *Physica C* **162–164**, 1599 (1989).
29. M.P. Maley, J.O. Willis, H. Lessure, and M.E. McHenry, *Phys. Rev. B* **42**, 2639 (1990).
30. C.J. van der Beek, P.H. Kes, M.P. Maley, J.V. Menken, and A.A. Menovsky, *Physica C* **195**, 307 (1992).
31. M. Nideröst, A. Suter, P. Visani, A.C. Mota, and G. Blatter, *Phys. Rev. B* **43**, 9286 (1990).
32. H.H. Wen, R.L. Wang, H.C. Li, B. Yin, S.Q. Guo, Z.X. Zhao, S.L. Yan, L. Fang, and M.S. Si, *Phys. Rev. B* **54**, 1386 (1996).
33. L. Ammor, A. Smina, J.C. Soret, A. Ruyter, V.T. Phuoc, B. Martinie, J. Lecomte, B. Mercey, and C. Simon, *Physica C* **273**, 281 (1997).
34. H.A. Radovan, H.H. Wen, and P. Ziemann, *Eur. Phys. J. B* **7**, 533 (1999).
35. B.J. Jönsson, K.V. Rao, S.H. Yun, and U.O. Karlsson, *Phys. Rev. B* **58**, 5862 (1998).
36. Z.L. Xiao, J. Haring, C. Heinzl, and P. Ziemann, *Solid State Commun.* **95**, 153 (1995).
37. S.L. Prischepa, A. Vecchione, V.N. Kushnir, M. Salvato, A.Yu. Petrov, C. Attanasio, and L. Maritato, *Supercond. Sci. Technol.* **12**, 533 (1999).
38. R.H. Koch, V. Foglietti, W.J. Gallagher, G. Koren, A. Gupta, and M. Fisher, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1511 (1989).
39. R.H. Koch, V. Foglietti, and M.P.A. Fisher, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2586 (1990).
40. C. Dekker, W. Eidelloth, and R.H. Koch, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3347 (1992).
41. D.G. Xenikos, *Phys. Rev. B* **48**, 7742 (1993).
42. Q. Li, H.J. Wiesmann, M. Suenaga, L. Motowidlo, and P. Haldar, *Phys. Rev. B* **50**, 4256 (1994).
43. Q. Li, H.J. Wiesmann, M. Suenaga, L. Motowidlo, and P. Haldar, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **5**, 1713 (1995).
44. H. Yamasaki, K. Endo, Y. Mawatari, S. Kosaka, M. Umeda, S. Yoshida, K. Kajimura, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **5**, 1888 (1995).
45. O.B. Hyun, T. Nabatame, S. Koike, H. Suhara, and I. Hirabayashi, *Phys. Rev. B* **52**, 15545 (1995).
46. M.P.A. Fisher, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1415 (1989).
47. D.S. Fisher, M.P.A. Fisher, and D.A. Huse, *Phys. Rev. B* **43**, 130 (1991).
48. Ö. Rapp, M. Andersson, J. Axnäs, Yu. Eltsev, B. Lundqvist, and A. Rydh, *Different Estimates of the Anisotropy from Resistive Measurements of High- $T_c$  Superconductors*, in: *Symmetry and Pairing in Superconductors*, M Ausloos and S. Kruchinin (eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London (1998), p. 289.
49. G. Ries, H.W. Neumuller, and W. Schmidt, *Supercond. Sci. Technol.* **5**, 581 (1992).
50. A.A. Zhukov, D.A. Komarkov, and J. Mirkovic, *Solid State Commun.* **89**, 751 (1994).
51. J. Mirkovic and D.A. Komarkov, *Current Voltage Characteristics of YBCO in Wide Range of Electric Field*, in: *Critical Currents in Superconductors*, T. Matsushita and K. Yamafuji (eds.), World Scientific, Kitakyushu (1996), p. 191.
52. T. Kisu, T. Nakamura, S. Nagano, Y. Matsumoto, F. Irie, and M. Takeo, *Adv. Supercond.* **7**, 555 (1995).
53. Y. Xu, M. Suenaga, A.R. Moodenbaugh, and D.O. Welch, *Phys. Rev. B* **40**, 10882 (1989).
54. M. Suenaga, D.O. Welch, Y. Xu, Y. Zhu, A.R. Chosh, and A.R. Moodenbaugh, *Flux Pinning and Microstructure in  $YBa_2Cu_3O_7$* , in: *Superconductivity and Applications*, H.S. Kwok, Y.H. Kao, and D.T. Shaw (eds.), Plenum Press, New York (1989), p. 27.
55. D.O. Welch, M. Suenaga, Y. Xu, and A.R. Chosh, *Adv. Supercond. II*, T.Ishiguro and K.Kajimura (eds.), Springer-Verlag, Tokyo (1990), p. 655.
56. R.M. Schalk, G. Hosseinali, H.W. Weber, S. Proyer, P. Schwab, D. Bäuerle, and S. Gründorfer, *Phys. Rev. B* **49**, 3511 (1994).
57. C. Attanasio, L. Maritato, C. Coccorese, S.L. Prischepa, A.N. Lykov, and M. Salvato, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **5**, 1359 (1995).
58. A.C. Mota, A. Pollini, P. Visani, K.A. Müller, and J.G. Bednorz, *Phys. Rev. B* **37**, 4011 (1987).
59. A.B. Митин, *ЖЭТФ* **93**, 590 (1987) [*Sov. Phys. JETP* **66**, 335 (1987)].
60. K. Aupke, T. Teruzzi, P. Vissani, A. Amann, A.C. Mota, and N.V. Zavaritsky, *Physica C* **209**, 255 (1993).
61. A. Hamzic, L. Fruchter, and I.A. Campbell, *Nature* **345**, 515 (1990).
62. L. Fruchter, A.P. Malozemoff, I.A. Campbell, J. Sanchez, M. Konczykowski, R. Griessen, and F. Holtzberg, *Phys. Rev. B* **43**, 8709 (1991).
63. S. Uji, H. Aoki, S. Takebayashi, M. Tanaka, and M. Hashimoto, *Physica C* **207**, 112 (1993).
64. A.C. Mota, G. Juri, P. Visani, A. Pollini, T. Teruzzi, and K. Aupke, *Physica C* **185–189**, 343 (1991).
65. A. Hoekstra, J.C. Martinez, and R. Griessen, *Physica C* **235–240**, 2955 (1994).
66. G.T. Seidler, K.M. Beauchamp, H.M. Jaeger, G.M. Crabtree, U. Welp, and V.M. Vinokur, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1442 (1995).
67. I.L. Landau and L. Rinderer, *Physica C* **253**, 168 (1995).
68. J. Chen, D.L. Yin, P. Zheng, J. Hammann, G.C. Xiong, Q. Jiang, K. Wu, Z.J. Chen, and D. Jin, *Physica C* **282–287**, 2267 (1997).
69. A.F.Th. Hoekstra, R. Griessen, A.M. Testa, J. El. Fattahi, M. Brinkmann, K. Westerholt, W.K. Kwok, and G.W. Crabtree, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4293 (1998).
70. A.J.J. van Dalen, R. Griessen, S. Libbrecht, Y. Bruyseraede, and E. Osquiguil, *Phys. Rev. B* **54**, 1366 (1996).
71. Z. Sefrioui, D. Arias, F. Morales, M. Varela, C. Leon, R. Escudero, and R. Santamaria, *Phys. Rev. B* **63**, 054509 (2001).
72. T. Stein, G.A. Levin, C.C. Almasan, D.A. Gajewski, and M.B. Maple, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2955 (1999).
73. T. Stein, G.A. Levin, C.C. Almasan, D.A. Gajewski, and M.B. Maple, *Phys. Rev. B* **61**, 1538 (2000).
74. S. Moehlehe and Y. Kopelevich, *Physica C* **222**, 149 (1994).

75. D. Prost, L. Fruchter, I.A. Campbell, N. Motohira, and M. Konczykowski, *Phys. Rev. B* **47**, 3457 (1993).
76. A. Garcia, X.X. Zhang, A.M. Testa, D. Fiorani, and J. Tejada, *J. Phys.: Condens. Matter* **4**, 10341 (1992).
77. J. Tejada, E.M. Chudnovsky, and A. Garcia, *Phys. Rev. B* **47**, 11552 (1993).
78. F. Zuo, A.S. Shi, A.J. Berlinsky, H.M. Duan, and A.M. Hermann, *J. Low Temp. Phys.* **97**, 393 (1994).
79. X.X. Xiang, A. Garcia, J. Tejada, Y. Xin, and K.W. Wong, *Physica C* **235–240**, 2957 (1994).
80. X.X. Zhang, A. Garcia, J. Tejada, Y. Xin, G.F. Sun, and K.W. Wong, *Phys. Rev. B* **52**, 1325 (1995).
81. A.J.J. van Dalen, R. Griessen, H.G. Schnack, J.M. Triscone, and Ø. Fisher, *J. Alloys Compd.* **195**, 447 (1993).
82. A.F.Th. Hoekstra, A.M. Testa, G. Doornbos, J.C. Martinez, B. Dam, R. Griessen, B.I. Ivlev, M. Brinkmann, K. Westerholt, W.K. Kwok, and G.W. Crabtree, *Phys. Rev. B* **59**, 7222 (1999).
83. Y. Liu, D.B. Haviland, L.I. Glazman, and A.M. Goldman, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2224 (1992).
84. D. Ephron, A. Yazdani, A. Kapitulnik, and M.R. Beasley, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1529 (1996).
85. J.A. Chervenak and J.M.J. Valles, *Phys. Rev. B* **54**, R15649 (1996).
86. J.M. Graybeal and M.R. Beasley, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 173 (1986).
87. M. Tinkham, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1658 (1988).
88. A.P. Malozemoff, T.K. Worthington, E. Zeldov, N.C. Yeh, M.W. McElfresh, and F. Holtzberg, *Flux Creep and the Crossover to Flux Flow in the Resistivity of High- $T_c$  Superconductors*, in: *Strong Correlations and Superconductivity: Proc. IBM Japan International Symposium*, H. Fukuyama, S. Maekawa, and A.P. Malozemoff (eds.), Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, **89**, 349 (1989).
89. Y. Iye, A. Watanabe, S. Namakura, T. Tamegai, T. Terashima, K. Yamamoto, and Y. Bando, *Physica C* **167**, 278 (1990).
90. A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
91. В.И. Белявский, Ю.В. Копаев, *УФН* **176**, 457 (2006).
92. T. Giamarchi and H.J. Schulz, *Europhys. Lett.* **3**, 1287 (1987).
93. D.R. Nelson, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1973 (1988).
94. D.R. Nelson and H.S. Seung, *Phys. Rev. B* **39**, 9153 (1989).
95. M.P.A. Fisher and D.H. Lee, *Phys. Rev. B* **39**, 2756 (1989).
96. M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, and V.M. Vinokur, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2303 (1989).
97. T. Nattermann, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2554 (1990).
98. A.O. Caldeira and A.J. Leggett, *Ann. Phys.* **149**, 374 (1983).
99. G. Blatter, V.B. Geshkenbein, and V.M. Vinokur, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3297 (1991).
100. G. Blatter and V.B. Geshkenbein, *Phys. Rev. B* **47**, 2725 (1993).
101. A. Gerber and J.J.M. Franse, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1895 (1993).
102. A. Gerber and J.J.M. Franse, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 792 (1994).
103. L. Fruchter, I.A. Campbell, and M. Konczykowski, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 791 (1994).
104. R. Griessen, A. Hoekstra, and R.J. Wijngaarden, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 790 (1994).
105. T. Matsushita, *Physica C* **217**, 461 (1993).
106. E.H. Brandt, *Z. Phys. B Condens. Matter* **80**, 167 (1990).
107. P. Martinoli, *Phys. Rev. B* **17**, 1175 (1978).
108. V.M. Vinokur, V.B. Geshkenbein, M.V. Feigel'man, and G. Blatter, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1242 (1993).
109. V.A. Shklovskij and O.V. Dobrovolskij, *Phys. Rev. B* **78**, 104526 (2008).
110. O.V. Dobrovolskij, E. Begun, M. Huth, and V.A. Shklovskij, *New J. Phys.* **14**, 113027 (2012).
111. S.N. Coppersmith, M. Inue, and P.B. Littlewood, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2585 (1990).
112. V. Ambegaokar and B.I. Halperin, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 1364 (1969).
113. M.W. Coffey and J.R. Clem, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 386 (1991).
114. J. Chen, D.L. Yin, C.Y. Li, and J. Tan, *Solid State Commun.* **89**, 775 (1994).
115. C.W. Hagen and R. Griessen, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2857 (1989).
116. C.W. Hagen, R.P. Griessen, and E. Salomons, *Physica C* **157**, 199 (1989).
117. R. Griessen, C.W. Hagen, J. Lensink, and D.G. de Groot, *Physica C* **162–164**, 661 (1989).
118. R. Griessen, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1674 (1990).
119. R. Griessen, *Physica C* **172**, 441 (1991).
120. R. Griessen, *Physica C* **175**, 315 (1991).
121. V.N. Kushnir, C. Coccoresse, S.L. Prischepa, and M. Salvato, *Physica C* **275**, 211 (1997).
122. A. Gurevich, H. K pfer, and C. Keller, *Supercond. Sci. Technol.* **4**, S91 (1991).
123. M.R. Beasley, R. Labush, and W.W. Webb, *Phys. Rev.* **181**, 682 (1969).
124. T. Matsushita and E.S. Otabe, *Jpn. J. Appl. Phys.* **31**, L33 (1992).
125. В.Б. Гешкенбейн, А.И. Ларкин, *ЖЭТФ* **95**, 1108 (1988) [*Sov. Phys. JETP* **68**, 639 (1988)].
126. A.P. Malozemoff, *Physica C* **185–189**, 264 (1991).
127. D. Dew-Hughes, *Cryogenics* **28**, 674 (1988).
128. T. Matsushita, A. Matsuda, and K. Yanagi, *Physica C* **213**, 477 (1993).
129. D.O. Welch, *IEEE Trans. Magn.* **27**, 1133 (1991).
130. А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков, *ФТТ* **40**, 989 (1998) [*Sov. Phys. Solid State* **40**, 906 (1998)].
131. A.N. Lykov, *Supercond. Sci. Technol.* **12**, 219 (1999).
132. A.N. Lykov, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **9**, 2643 (1999).
133. D.R. Nelson and H.S. Seung, *Phys. Rev. B* **39**, 9153 (1989).
134. M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, and V.M. Vinokur, *Phys. Rev. B* **43**, 6263 (1991).
135. V.M. Vinokur, M.V. Feigel'man, and V.B. Geshkenbein, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 915 (1991).
136. L. Qiang, H.J. Wiesmann, M. Suenaga, L. Motowidlow, and P. Haldar, *Phys. Rev. B* **50**, 4256 (1994).
137. W. Jiang, N.C. Yeh, C.X.C. Fu, M. Konczykowski, and F. Holtzberg, *Physica C* **282–287**, 1947 (1997).
138. W.J. Yeh and Z.Q. Yu, *Physica C* **282–287**, 2005 (1997).
139. A.N. Lykov, *Physica C* **401**, 291 (2004)

140. A. Sawa, H. Yamasaki, Y. Mawatary, H. Obara, M. Umeda, and S. Kosaka, *Physica C* **282–287**, 2071 (1997).
141. M. Acosta, V. Sosa, and C. Acosta, *Superficies y Vacio* **12**, 12 (2001).
142. A.P. Malozemoff and M.P.A. Fisher, *Phys. Rev. B* **42**, 6784 (1990).
143. H.H. Wen, Z.X. Zhao, R.J. Wijngaarden, J. Rector, B. Dam, and R. Griessen, *Phys. Rev. B* **52**, 4583 (1995).
144. I.L. Landau and H.R. Ott, *Phys. Rev. B* **63**, 184516 (2001).
145. A.N. Lykov, *Supercond. Sci. Technol.* **26**, 055023 (2013).
146. M.J. Ferrari, M. Johnson, F.C. Wellstood, J. Clarke, P.A. Rosenthal, R.H. Hammond, and M.R. Beasley, *Appl. Phys. Lett.* **53**, 695 (1988).
147. J.R. Clem, *Phys. Rep.* **75**, 1 (1981).
148. B. Placais and Y. Simon, *Phys. Rev. B* **39**, 2151 (1989).
149. M. Johnson, M.J. Ferrari, F.C. Wellstood, and J. Clarke, *Phys. Rev. B* **42**, 10792 (1990).
150. G. Jung, S. Vitale, J. Konopka, and M. Bonaldi, *J. Appl. Phys.* **70**, 5440 (1991).

Magnetic flux creep in HTSC  
and Anderson-Kim theory  
(Review Article)

A.N. Lykov

The theoretical and experimental data on flux creep in high-temperature superconductors (HTSC) were analyzed in the review paper. On the one hand, the main attention is paid to the most striking experimental results which have had a significant influence on the in-

vestigations of flux creep in HTSC. On the other hand, the analysis of theoretical studies is concentrated on the works, which explain the features of flux creep on the basis of the Anderson-Kim (AK) theory modifications, and received previously insufficient attention. However, it turned out that the modified AK theory could explain a lot of features of flux creep in HTSC: the scaling behaviour of current-voltage curves of HTSC, the finite rate of flux creep at ultra low temperatures, the logarithmic dependence of effective pinning potential as a function of transport current and its decrease with temperature. The harmonic potential field which is used in this approach makes it possible to solve accurately the both problems: viscous vortex motion and flux creep in this field. Moreover the distribution of pinning potential and the interaction of vortices with each other are taken into account in the approach. Thus, the modification of the AK theory consists, essentially, in its detailed elaboration and approaching to real situations in superconductors.

PACS: 74.25.Qt Vortex lattices, flux pinning, flux creep;  
**74.40.+k** Fluctuations (noise, chaos, nonequilibrium superconductivity, localization, etc.);  
**74.72.-h** Cuprate superconductors (high- $T_c$  and insulating compounds).

Keywords: Abrikosov vortex, flux creep, critical current, high- $T_c$  superconductors.