

# Подавленная прозрачность тонких модулированных пластин слоистых сверхпроводников в терагерцевом диапазоне частот

Д.В. Кадыгроб<sup>1</sup>, В.А. Ямпольский<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины  
ул. Академика Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина  
E-mail: yam@ire.kharkov.ua*

<sup>2</sup>*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина*

Статья поступила в редакцию 21 октября 2013 г., опубликована онлайн 23 июня 2014

Предсказан и теоретически исследован эффект уменьшения коэффициента прохождения терагерцевого излучения через периодически модулированную пластину слоистого сверхпроводника, обусловленный дифракцией падающей волны и резонансным возбуждением собственных мод. Предполагается, что толщина пластины значительно меньше глубины скин-слоя и в отсутствие модуляции прозрачность пластины близка к единице.

Передбачено та теоретично досліджено ефект зменшення коефіцієнта проходження терагерцевого випромінювання через періодично модульовану пластину шаруватого надпровідника, який обумовлено дифракцією хвилі, що падає, та резонансним збудженням власних мод. Передбачається, що товщина пластины значно менше глибини скин-шару і у відсутності модуляції прозорість пластины близька до одиниці.

PACS: **74.72.-h** Купратные сверхпроводники;  
**74.50.+r** Эффекты близости, слабые связи, туннелирование, эффект Джозефсона;  
**74.78.-w** Сверхпроводящие пленки и низкоразмерные структуры;  
**74.25.Gz** Оптические свойства.

Ключевые слова: слоистый сверхпроводник, поверхностные волны, терагерцевое излучение.

## 1. Введение

В последнее время интенсивно изучаются явления взаимодействия света с периодическими наноструктурированными материалами, например с металлическими решетками с субволновыми отверстиями или щелями на диэлектрической подложке. Начало бурным исследованиям в этом направлении положила работа Эббесона 1998 года [1]. В этой статье были опубликованы результаты первых экспериментальных наблюдений аномального прохождения света через металлические пленки, толщина которых во много раз превышает глубину скин-слоя. Авторы обнаружили, что коэффициент прохождения света через металлическую пластину с периодическими отверстиями может быть значительно больше, чем определенный из стандартной апертурной

теории Бете для электромагнитной дифракции [2]. Принципиальным механизмом, обуславливающим эффект оптического просветления металлических пленок с периодической модуляцией параметров, является возбуждение собственных мод — поверхностных волн, которые резонансно возбуждаются на обеих сторонах перфорированной пленки. Сравнительно недавно выяснилось, что возможен и обратный эффект [3]: резонансное подавление прохождения электромагнитного излучения и аномальное увеличение поглощения в ультратонких (с толщинами, меньшими или порядка глубины скин-слоя) металлических пленках с субволновыми отверстиями. Интерес к подобным эффектам обусловлен возможностью их применения для управления, детектирования и фильтрации излучения видимого и ближнего инфракрасного частотных диапазонов.

В данной работе нами предсказано заметное уменьшение прозрачности периодически модулированных тонких пластин (с толщинами, много меньшими глубины скин-слоя) слоистых сверхпроводников в терагерцевом диапазоне частот.

Высокотемпературный слоистый сверхпроводник — это естественный нанокompозитный материал, который обладает слоистой кристаллической структурой, состоящей из сверхпроводящих слоев, например  $\text{CuO}_2$  в купратных ВТСП, с джозефсоновской связью между ними. К таким материалам относятся также слоистые системы, полученные искусственно в лабораторных условиях, типа  $\text{Nb/Al-AIO}_x/\text{Nb}$ . Наличие в элементарной ячейке кристалла сверхпроводящих слоев с диэлектрическими промежутками между ними приводит к анизотропии транспортных свойств. Анизотропия токонесущей способности слоистых сверхпроводников относится не только к абсолютным значениям критической плотности тока, но и к самой его природе: ток вдоль слоев имеет ту же природу, что и в обычных сверхпроводниках, и может быть описан, скажем, в локальном лондоновском пределе; ток же поперек слоев имеет джозефсоновскую природу. Именно анизотропия физического механизма токопереноса обуславливает богатство и разнообразие физических свойств слоистых сверхпроводников.

В работах [4,5] впервые теоретически предсказано существование в сильно анизотропных слоистых сверхпроводниках особого вида элементарных возбуждений, так называемых джозефсоновских плазменных волн (ДПВ) (см. также обзор [6] и ссылки в нем). Такие возбуждения не имеют аналогов в массивных сверхпроводниках и являются характерной особенностью лишь слоистых сверхпроводящих систем. Джозефсоновский ток, протекающий поперек слоев, взаимодействуя с электромагнитным полем внутри пластины, приводит к существованию ДПВ. Спектр этих волн расположен выше так называемой джозефсоновской плазменной частоты  $\omega_J$ , которая соответствует субмиллиметровым длинам волн. Этот терагерцевый диапазон очень важен с точки зрения различных приложений, что определяет не только научный, но и практический интерес к джозефсоновским плазменным колебаниям.

Будем считать, что критическая плотность джозефсоновского тока  $J_c$  периодически промодулирована вдоль слоев с пространственным периодом  $L$ . Такая модуляция может быть достигнута, например ионным облучением образца, покрытого периодически модулированной маской [7], или с помощью «*pancake*» эффекта, контролируемого внешним магнитным полем [8,9]. Модуляция джозефсоновского тока приводит к образованию дифрагированных волн, которые при резонансе возбуждают собственные электромагнитные моды. В резонансных условиях амплитуда электромагнитных полей в образце существенно возрастает. Вследствие

этого значительно возрастает диссипация электромагнитной энергии, а значит, существенно уменьшается коэффициент прохождения волны.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим тонкую пластину слоистого сверхпроводника толщиной  $d$ , окруженную вакуумом. Систему координат выбираем таким образом, чтобы кристаллографическая плоскость  $\mathbf{ab}$  совпадала с плоскостью  $xy$ , а ось  $z$  была направлена вдоль кристаллографической оси  $\mathbf{c}$ . Начало координат находится на верхней границе образца. Геометрия задачи схематически представлена на рис. 1, где  $\mathbf{k}^i$ ,  $\mathbf{k}^r$  и  $\mathbf{k}^t$  — волновые векторы падающей, отраженной и прошедших волн соответственно;  $\mathbf{q}_1$  — продольный волновой вектор возбуждаемой собственной моды. Будем считать, что джозефсоновская плазменная частота  $\omega_J$  периодически промодулирована вдоль оси  $x$  с периодом  $L$ :

$$\omega_J(x) = \omega_J [1 + f \cos(gx)], \quad (1)$$

$$g = 2\pi/L, \quad f \ll 1.$$

Пусть верхняя сторона пластины облучается под некоторым углом  $\theta$  плоской монохроматической электромагнитной волной ТМ поляризации, т.е. электрическое и магнитное поля содержат следующие компоненты:  $\mathbf{E}^{\text{inc}} = \{E_x^{\text{inc}}, 0, E_z^{\text{inc}}\}$ ,  $\mathbf{H}^{\text{inc}} = \{0, H^{\text{inc}}, 0\}$ . Тангенциальная и нормальная компоненты ее волнового вектора  $\mathbf{k}^i$  выражаются через угол падения:

$$k_x \equiv q = k \sin \theta, \quad k_z = k \cos \theta, \quad k = \omega/c. \quad (2)$$

Периодическая модуляция (1) приводит к образованию дифрагированных волн с волновыми векторами  $q_n = q + ng$ . Для простоты рассматриваем волны первого дифракционного порядка с волновым вектором  $q_1 = q + g$ . Полученные результаты могут быть затем обобщены и для минус первого дифракционного порядка, т.е. для волн с  $q_{-1} = |q - g|$ .

Предполагаем, что дифрагированная волна в вакууме является затухающей ( $q_1 > \omega/c$ ), а волновой вектор

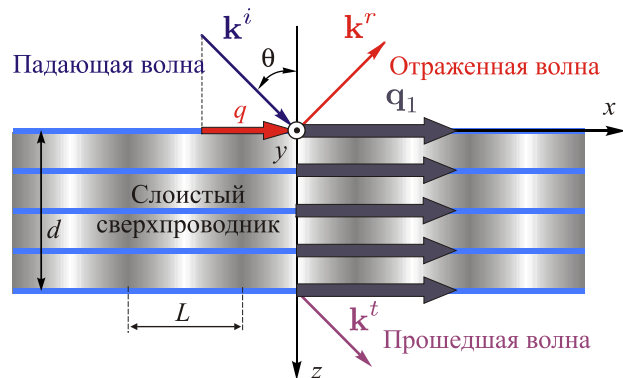


Рис. 1. (Онлайн в цвете) Геометрия задачи.

$\mathbf{q}_1$  сравним по модулю с соответствующим волновым вектором одной из собственных мод.

### 3 Электромагнитное поле в вакууме

Электромагнитное поле в вакууме над сверхпроводником ( $z < 0$ ) может быть представлено в виде суммы падающей волны (с единичной амплитудой), зеркально отраженной ( $n = 0$ ) волны и затухающей дифрагированной волны первого порядка ( $n = 1$ ). Тангенциальные компоненты магнитного  $H_{\text{top}}^V(x, z)$  и электрического  $E_{x\text{top}}^V(x, z)$  полей в вакууме имеют следующий вид:

$$H_{\text{top}}^V(x, z) = \exp(iqx + ikz \cos \theta) + R_0 \exp(iqx - ikz \cos \theta) + R_1 \exp(iq_1 x + \kappa_1^V z), \quad (3)$$

$$E_{x\text{top}}^V(x, z) = \cos \theta [\exp(iqx + ikz \cos \theta) - R_0 \exp(iqx - ikz \cos \theta)] - \frac{i\kappa_1^V}{k} R_1 \exp(iq_1 x + \kappa_1^V z), \quad (4)$$

где пространственный декремент затухания  $\kappa_1^V = \sqrt{q_1^2 - k^2} > 0$ .

Электромагнитное поле под сверхпроводником ( $z > d$ ) содержит прошедшую волну и неоднородную волну первого дифракционного порядка

$$H_{\text{bot}}^V(x, z) = T_0 \exp[iqx + ik(z - d) \cos \theta] + T_1 \exp[iq_1 x - \kappa_1^V(z - d)], \quad (5)$$

$$E_{x\text{bot}}^V(x, z) = T_0 \cos \theta \exp[iqx + ik(z - d) \cos \theta] + T_1 \frac{i\kappa_1^V}{k} \exp[iq_1 x - \kappa_1^V(z - d)]. \quad (6)$$

### 4. Электромагнитное поле в слоистом сверхпроводнике

Электромагнитное поле в слоистом сверхпроводнике определяется распределением калибровочно инвариантной разности фаз  $\varphi(x, z, t) \propto \exp(-i\omega t)$  параметра порядка между сверхпроводящими плоскостями, которая удовлетворяет системе так называемых связанных синусоидальных уравнений Гордона [6]. В континуальном пределе и в линейном приближении эта система сводится к уравнению

$$\left(1 - \Lambda_{ab}^2 \partial_z^2\right) \left(\frac{\omega_J^2(x)}{\omega_J^2} (1 - i\Gamma_c) - \Omega^2\right) \varphi - \lambda_c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \quad (7)$$

где введены следующие обозначения:  $\Omega = \omega/\omega_J$ ,  $\Lambda_{ab}^2 = \lambda_{ab}^2 (1 - i\Gamma_{ab} \Omega - \Omega^2/\gamma^2)^{-1}$ ,  $\gamma = \lambda_c/\lambda_{ab} \gg 1$ ;  $\lambda_c = c/\omega_J \epsilon^{1/2}$  и  $\lambda_{ab}$  — лондоновские глубины проникновения магнитного поля вдоль и поперек сверхпроводящих слоев соответственно;  $\epsilon$  — межслойная диэлектрическая проницаемость;  $c$  — скорость света в вакууме,  $\partial_z^2 = \partial^2/\partial z^2$ . Здесь  $\omega_J(x)$  определяется из уравнения (1);  $\omega_J =$

$(8\pi e D J_c / \hbar \epsilon)^{1/2}$  — джозефсоновская плазменная частота без учета модуляции;  $J_c$  — максимальное значение плотности джозефсоновского тока  $j_z = J_c \sin \varphi$ ;  $D$  — пространственный период слоистой структуры;  $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$  — квант магнитного потока. Безразмерные релаксационные частоты  $\Gamma_{ab} = 4\pi \sigma_{ab} / \epsilon \omega_J \gamma^2$  и  $\Gamma_c = 4\pi \sigma_c / \epsilon \omega_J$  пропорциональны усредненным квазичастичным проводимостям  $\sigma_{ab}$  (вдоль слоев) и  $\sigma_c$  (поперек слоев).

Электрическое и магнитное поля в сверхпроводнике выражаются через фазу  $\varphi(x, z, t)$  следующим образом:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{2\pi D}{\Phi_0} \left(1 - \Lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) H^s, \quad (8)$$

$$E_x^s = -\frac{i}{k \epsilon_{ab}(\Omega)} \frac{\partial H^s}{\partial z}. \quad (9)$$

Фаза  $\varphi$  может быть исключена из системы уравнений для электромагнитных полей, и тогда электродинамика слоистых сверхпроводников описывается в терминах анизотропной частотно-зависимой диэлектрической проницаемости с компонентами  $\epsilon_c(\Omega)$  и  $\epsilon_{ab}(\Omega)$  вдоль и поперек слоев соответственно:

$$\begin{aligned} \epsilon_c(\Omega) &= \epsilon \left(1 - 1/\Omega^2 + i\Gamma_c/\Omega\right), \\ \epsilon_{ab}(\Omega) &= \epsilon \left(1 - \gamma^2/\Omega^2 + i\Gamma_{ab}\gamma^2/\Omega\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Аналитическое решение уравнения (7) возможно в пределе малой амплитуды модуляции,  $F = f/(\Omega^2 - 1)$ ,  $F \ll 1$  (см. формулу (1)). Далее пренебрегаем величиной  $\Gamma_c$  из-за малости  $\sigma_c$ . Тогда для распределения магнитного поля внутри пластины слоистого сверхпроводника при  $0 < z < d$  получаем следующее выражение:

$$H^s(x, z) = \Psi_0(x) \left\{ C_0^+ \text{ch}[p_0(z - d/2)] + C_0^- \text{sh}[p_0(z - d/2)] \right\} + \Psi_1(x) \left\{ C_1^+ \text{ch}[p_1(z - d/2)] + C_1^- \text{sh}[p_1(z - d/2)] \right\}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_0(x) &= \exp(iqx) + F_{10} \exp(iq_1 x), \\ \Psi_1(x) &= \exp(iq_1 x) + F_{01} \exp(iqx), \end{aligned} \quad (12)$$

$$p_{0,1} = \frac{1}{\lambda_{ab}} \sqrt{\left(1 - \frac{\lambda_c^2 q_{0,1}^2}{\Omega^2 - 1}\right) \sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\gamma^2} - i\Gamma_{ab}\Omega\right)}}, \quad (13)$$

$$F_{nm} = F \frac{q_n q_m}{q_n^2 - q_m^2}.$$

Тангенциальная компонента электрического поля описывается формулой

$$E_x^s(x, z) = a_0 \Psi_0(x) \left\{ C_0^+ \text{sh}[p_0(z - d/2)] + C_0^- \text{ch}[p_0(z - d/2)] \right\} + a_1 \Psi_1(x) \left\{ C_1^+ \text{sh}[p_1(z - d/2)] + C_1^- \text{ch}[p_1(z - d/2)] \right\}, \quad (14)$$

где

$$a_0 = -i \frac{p_0}{k \varepsilon_{ab}}, \quad a_1 = -i \frac{p_1}{k \varepsilon_{ab}} \quad (15)$$

— поверхностные импедансы для основной и диффракционной волн первого порядка соответственно.

### 5. Коэффициенты прохождения и отражения

Условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах  $z = 0$  и  $z = d$  сверхпроводника дают систему восьми линейных алгебраических уравнений для восьми неизвестных:  $R_0, R_1, T_0, T_1, C_0^+, C_0^-, C_1^+$  и  $C_1^-$ . Решая эту систему, находим искомые коэффициенты отражения  $R_0$  и прохождения  $T_0$  для сверхпроводящей пластины:

$$R_0 = \frac{\rho_0(1 - \exp(2p_0d))}{1 - \rho_0^2 \exp(2p_0d) - 8F_{01}^2 \delta_0^2 / \Delta_1}, \quad (16)$$

$$T_0 = \frac{\delta_0^2}{1 - \rho_0^2 \exp(2p_0d) - 8F_{01}^2 \delta_0^2 / \Delta_1} - \frac{32F_{01}^2 a_0 a_1 \beta_0 \beta_1}{\Delta_0 \Delta_1 - 32F_{01}^2 a_0 a_1 \beta_0 \beta_1}. \quad (17)$$

Уравнение  $\Delta_n = 0$  с

$$\Delta_n = (\beta_n + a_n)^2 \exp(-2p_n d) - (\beta_n - a_n)^2 \quad (18)$$

определяет спектр собственных мод в немодулированной (при  $n = 0$ ) и модулированной (при  $n = 1$ ) пластине слоистого сверхпроводника ( $n$  — дифракционный порядок). Здесь введены следующие обозначения:

$$\beta_0 = \cos \theta, \quad \beta_1 = i \kappa_1^V / k, \quad (19)$$

$$\delta_0^2 = \frac{4\beta_0 a_0}{(\beta_0 + a_0)^2}, \quad \rho_0 = \frac{\beta_0 - a_0}{\beta_0 + a_0}. \quad (20)$$

Как и следует ожидать, формулы (16), (17) для немодулированной пластины, т.е. с  $F = 0$ , дают известные френелевские коэффициенты отражения и прохождения:

$$R_0^F = \frac{\rho_0(1 - \exp(2p_0d))}{1 - \rho_0^2 \exp(2p_0d)}, \quad T_0^F = \frac{\delta_0^2 \exp(p_0d)}{1 - \rho_0^2 \exp(2p_0d)}, \quad \rho_0^2 + \delta_0^2 = 1. \quad (21)$$

Заметим, что уравнение  $\Delta_1 = 0$  определяет спектры как симметричных, так и антисимметричных собственных мод. Для рассматриваемого нами резонансного случая с  $n = 1$  это уравнение может быть записано в таком виде:

$$\frac{\sqrt{q_1^2 - k^2}}{p_1} = \frac{\Omega^2}{\varepsilon(\gamma^2 - \Omega^2)} \operatorname{th}^m(p_1 d / 2), \quad (22)$$

где степенной индекс у тангенса дает дисперсионное соотношение для симметричных ( $m = 1$ ) и антисимметричных ( $m = -1$ ) поверхностных мод. В зависимости от частоты гиперболический тангенс в уравнении (22) может стать тригонометрическим. Тогда уравнение (22) будет определять спектр волноводных собственных мод, которые ранее были изучены в работах [10, 11].

Уравнения (16) и (17) описывают резонансное подавление прозрачности тонкой пластины слоистого сверхпроводника для терагерцевых волн и, соответственно, увеличение коэффициентов зеркального отражения и поглощения благодаря возбуждению поверхностных мод первого дифракционного порядка. Аналогичные выражения могут быть получены и для минус первого дифракционного порядка. Для этого следует заменить  $q_1 = g + k \sin \theta$  на  $q_{-1} = |k \sin \theta - g|$  во всех формулах. Как показывает анализ уравнений (16)–(22), для тонких пластин эффект подавления прозрачности удобнее всего наблюдать при возбуждении антисимметричных поверхностных мод. В качестве примера такого эффекта нами рассчитаны коэффициенты прохождения  $|T_0|^2$ , отражения  $|R_0|^2$  и поглощения  $A = 1 - |R_0|^2 - |T_0|^2$  в функции угла падения  $\theta$  для случая  $\lambda_{ab} / d = 10$ ,  $\gamma = 10$ ,  $\varepsilon = 16$ ,  $\Gamma_{ab} = 10^{-5}$ ,  $\Omega = 5$ ,  $F = 0,04$ ,  $L = 2\lambda_c$  (см. рис. 2). Видно, что резонансное возбуждение собственных электромагнитных волн в тонкой пластине сопровождается значительным увеличением диссипации энергии и, как следствие, заметным подавлением коэффициента прохождения.

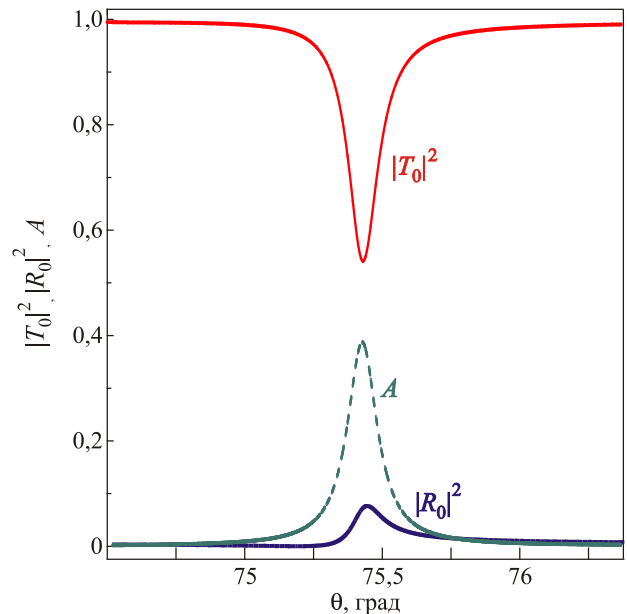


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Зависимости коэффициентов прохождения  $|T_0|^2$ , отражения  $|R_0|^2$  и поглощения  $A$  от угла падения  $\theta$ .

## 6. Заключение

Таким образом, нами предсказано явление резонансной аномальной непрозрачности тонких пластин слоистых сверхпроводников в терагерцевом диапазоне частот, обусловленное дифракцией падающих волн и резонансным возбуждением собственных мод. Найдена резонансная зависимость коэффициента прохождения от угла падения.

Мы благодарим Украинскую Государственную программу «Нанотехнологии и наноматериалы» и программу НАН Украины «Фундаментальные проблемы наноструктур, наноматериалов и нанотехнологий» (грант № 9/13-Н) за частичную финансовую поддержку.

1. T.W. Ebbesen, H.J. Lezec, H.F. Ghaemi, T. Thio, and P.A. Wolff, *Nature* **391**, 667 (1998).
2. H.A. Bethe, *Phys. Rev.* **66**, 163 (1944).
3. I.S. Spevak, A.Yu. Nikitin, E.V. Bezuglyi, Alex Levchenko, and A.V. Kats, *Phys. Rev. B* **79**, 161406 (2009).
4. M. Tachiki, T. Koyama, and S. Takahashi, *Phys. Rev. B* **50**, 7065 (1994).
5. L.N. Bulaevski, M.P. Maley, and M. Tachiki, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 801 (1995).
6. S. Savel'ev, V.A. Yampol'skii, A.L. Rakhmanov, and F. Nori, *Rep. Prog. Phys.* **73**, 026501 (2010).
7. W.K. Kwok, R.J. Olsson, G. Karapetrov, U. Welp, V. Vlasenko-Vlasov, K. Kadowaki, and G.W. Crabtree, *Physica C* **382**, 137 (2002).
8. A.E. Koshelev, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 187 (1999).
9. S.E. Savel'ev, J. Mirkovi'c, and K. Kadowaki, *Phys. Rev. B* **64**, 094521 (2001).
10. T.M. Slipchenko, D.V. Kadygrob, D. Bogdanis, V.A. Yampol'skii, and A.A. Krokhin, *Phys. Rev. B* **84**, 224512 (2011).
11. D.V. Kadygrob, N.M. Makarov, F. Pérez-Rodríguez, T.M. Slipchenko, and V.A. Yampol'skii, *N. J. Phys.* **15**, 023040 (2013).

## Suppressed transmissivity of thin modulated slabs of layered superconductors in terahertz frequency range

D.V. Kadygrob and V.A. Yampol'skii

We have predicted and theoretically studied the suppression of the transmissivity coefficient for terahertz radiation through a periodically modulated slab of layered superconductor. This phenomenon is caused by the diffraction of the incident wave and the resonance excitation of the eigenmodes. The slab thickness is assumed to be much less than the skin depth. Therefore, the slab transmissivity is close to one in the absence of the modulations.

PACS: **74.72.-h** Cuprate superconductors;  
**74.50.+r** Tunneling phenomena; Josephson effects;  
**74.78.-w** Superconducting films and low-dimensional structures;  
 74.25.Gz Optical properties.

Keywords: layered superconductor, surface waves, terahertz radiation.