Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2014, т. 40, № 6, с. 692–698

3ω-отклик и времена энергетической релаксации электрон-фононной системы металлической пленки

А.И. Безуглый

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
ул. Академическая, 1, г. Харьков, 61108, Украина
E-mail: bezuglyj@kipt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 5 декабря 2013 г., опубликована online 21 апреля 2014 г.

Переменный ток с частотой ω приводит к нагреву металлической пленки, осциллирующему с частотой 2ω. При этом вследствие температурной зависимости сопротивления напряжение на пленке имеет $V_{3\omega}$-компоненту, которая осциллирует с частотой 3ω. В настоящей статье амплитуда и фаза $V_{3\omega}$-компоненты вычислены на основании уравнения для электронной температуры. Показано, что в случае достаточно длинных пленок, лежащих на диэлектрических подложках с высокой теплопроводностью, по частотной зависимости амплитуды и фазы $V_{3\omega}$-компоненты могут быть найдены как среднее время ухода фононов из пленки τ_{es}, так и время электрон-фононных столкновений τ_e.

Змінний струм з частотою ω призводить до нагрівання металевої плівки, яке осцилює з частотою 2ω. При цьому внаслідок температурної залежності опору напруга на плівці має $V_{3\omega}$-компоненту, яка осцилює з частотою 3ω. У цій статті амплітуда та фаза $V_{3\omega}$-компоненти обчислені на підставі рівняння щодо електронної температури. Показано, що у випадку досить довгих плівок, які лежать на діелектричних підкладках з високою теплопровідністю, по частотній залежності амплітуди і фази $V_{3\omega}$ -компоненти може бути знайдено як середній час виходу фононів з плівки τ_{es}, так і час електрон-фононних зіткнень τ_e.

PACS: *63.20.kd* Фонон–электронные взаимодействия;
72.15.Lh Времена релаксации и средние длины свободного пробега.

Ключевые слова: металлические пленки, электрон-фононные столкновения, энергетическая релаксация, 3ω-отклик.

1. Введение

При низких температурах, когда электрон-фононное взаимодействие значительно ослаблено, релаксация энергии неравновесных электронов в металлических пленках состоит из следующих этапов [1,2]. Сначала электронная подсистема термализуется в результате электрон-электронных столкновений, которые доминируют над электрон-фононными. После термализации электроны понижают свою энергию, излучая неравновесные фононы. В эффективно толстых пленках такие фононы большей частью вновь поглощаются электронами, что приводит к термализации электрон-фононной подсистемы. Последующее остывание термализованных электронов и фононов происходит путем обмена фононами между нагретой пленкой и холодной диэлектрической подложкой. Как следствие, скорость процесса энергетической релаксации для толстых пленок определяется средним временем ухода фононов из пленки τ_{es}. Это время существенно зависит от акустической прозрачности границы между пленкой и подложкой. В эффективно тонких пленках, где неравновесные фононы в основном уходят из пленки, не успев перепоглотиться электронами, этап фононной термализации отсутствует, и скорость энергетической релаксации электронов определяется временем электрон-фононных столкновений τ_e.

Времена τ_e и τ_{es} интересны как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения. В частности, зависимость времени τ_e от температуры позволяет проанализировать влияние примесей и дефектов решетки на силу электрон-фононного взаимодействия в металлических пленках (см., например, [3,4]). Время τ_{es} является важным параметром кинетики фононов в тонкопленочных и слоистых структурах. Заметим, что с прикладной точки зрения τ_{es} и τ_e есть не что иное, как постоянные времени пленочных болометров, созданных на основе толстых и тонких пленок соответственно [5–7]. В последнем случае мы имеем в виду высокочувствительные болометры на «горячих электронах», где нагрев электронов не приводит к нагреву фононов, т.е. где фононная подсистема отделена от электронов и играет роль термостата.

В предыдущих работах [2,8] были рассмотрены различные способы измерения времен энергетической релаксации τ_e и τ_{es} в условиях нестационарного нагрева электронов. В настоящей работе мы обращаем внимание на то, что хорошо известный 3ω-метод (см., например, [9,10] и цитируемую там литературу) также может быть использован для экспериментального определения этих времен. Сущность 3ω-метода заключается в измерении компоненты напряжения, имеющей частоту 3ω, при пропускании через проводник тока, осциллирующего с частотой ω. Причина возникновения отклика на утроенной частоте проста. Переменный ток приводит к осцилляциям температуры проводника с частотой 2ω, и, как следствие температурной зависимости сопротивления, напряжение на проводнике имеет 3ω-компоненту. Ниже будет показано, что для достаточно длинных пленок 3ω-отклик зависит от времен τ_e и τ_{es} в случаях эффективно тонких и эффективно толстых пленок.

2. Уравнение для электронной температуры

Рассмотрим металлическую пленку толщиной d, расположенную на монокристаллической диэлектрической подложке с высокой теплопроводностью, так что вылетевшие из пленки фононы распространяются в подложке баллистически и назад в пленку не возвращаются. Наш анализ 3ω-отклика такой пленки основан на простой микроскопической модели [1,2], в которой электроны описываются квадратичным законом дисперсии $\varepsilon_{\mathbf{p}} = p^2/2m$, где p — модуль квазиимпульса электрона, m — его эффективная масса, а фононы имеют одну акустическую ветвь с продольной поляризацией колебаний. В области низких температур закон дисперсии фононов можно считать линейным: $\omega_q = sq$. Здесь q — модуль волнового вектора фонона, а s — скорость продольного звука. Электрон-фононное взаимодействие описывается в приближении потенциала деформации. Из кинетического уравнения для электронной функции распределения нетрудно получить локальное уравнение баланса энергии в электронной подсистеме:

$$c_e(T_e)\frac{\partial T_e}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\varkappa_e(T_e)\frac{\partial T_e}{\partial x}\right) = \rho j^2 + P_{pe}. \qquad (1)$$

Здесь $c_e(T_e)$ и $\varkappa_e(T_e)$ — зависящие от электронной температуры T_e теплоемкость и теплопроводность электронов, ρj^2 — удельная мощность джоулева тепловыделения, P_{pe} — удельная мощность, которую фононы отдают в электронную подсистему. При выводе уравнения (1) предполагалось, что изотропная часть электронной функции распределения является фермиевской с локальной температурой $T_e(x,t)$, где x — продольная координата, а t — время.* Введение электронной температуры оправдано при достаточно низких температурах, когда электрон-электронные столкновения доминируют над электрон-фононными.**

Средняя по толщине пленки удельная мощность, передаваемая от фононов к электронам, имеет вид

$$P_{pe} = -\frac{1}{d}\int_0^d dz \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\hbar\omega_q I_{pe}[N_q(x,z,t)]\,, \qquad (2)$$

где $I_{pe}[N_{\mathbf{q}}(x,z,t)]$ — интеграл фонон-электронных столкновений, $N_{\mathbf{q}}(x,z,t)$ — фононная функция распределения. Вследствие фермиевского характера распределения электронов интеграл фонон-электронных столкновений имеет простой вид:

$$I_{pe}(N_{\mathbf{q}}) = \nu\{n_q[T_e(x,t)] - N_{\mathbf{q}}(x,z,t)\}, \qquad (3)$$

где $n_q(T) = [\exp(\hbar\omega_q/T) - 1]^{-1}$ — бозевская функция распределения (постоянная Больцмана $k_B = 1$). В приближении потенциала деформации частота фонон-электронных столкновений дается формулой

$$\nu = \frac{m^2\mu^2}{2\pi\hbar^3\rho_f s}\omega_q. \qquad (4)$$

Здесь μ — константа потенциала деформации, имеющая порядок энергии Ферми ε_F; ρ_f — плотность пленки. Заметим, что формула (4) относится к случаю «чистых» пленок. В «грязных» пленках зависимость ν от ω_q можно аппроксимировать степенной функцией с показателем степени, зависящим от типа дефектов (см. разд. 5).

Фононная функция распределения находится из кинетического уравнения:

$$\frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial t} + s_z\frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial z} = \nu\{n_q[T_e(x,t)] - N_{\mathbf{q}}(x,z,t)\}, \qquad (5)$$

где s_z — проекция скорости фонона на перпендикулярную к пленке ось z. Заметим, что в отличие от электронной функции распределения фононная функ-

* Из-за малой толщины пленки и высокой теплопроводности электронов мы пренебрегаем зависимостью T_e от перпендикулярной координаты z [1].

** В области низких температур для чистых пленок время электрон-электронных столкновений τ_{ee} меньше, чем τ_e, если $T_e < \Theta_D^2/T_F \sim 1$ К (Θ_D и T_F — дебаевская и фермиевская температуры). В «грязных» пленках условие $\tau_{ee} < \tau_e$ выполняется при более высоких температурах $T_e \lesssim 10$ К [11].

ция распределения существенно зависит от координаты z, тогда как продольная координата x (в силу медленного изменения $N_{\mathbf{q}}$ вдоль пленки) входит в $N_{\mathbf{q}}$ как параметр.

Решение уравнения (5) с граничными условиями, которые описывают зеркальное отражение фононов от свободной границы пленки и обмен фононами между пленкой и подложкой, имеющей температуру термостата T_B, получено в [2]. (Мы не приводим его здесь из-за громоздкости.) Подстановка этого решения в (2) дает P_{pe}, что позволяет записать нелинейное интегродифференциальное уравнение для электронной температуры:

$$c_e(T_e)\frac{\partial T_e}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\varkappa_e(T_e)\frac{\partial T_e}{\partial x}\right)=\rho j(t)^2-$$

$$-2\int\limits_{q_z>0}\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\hbar\omega_q\nu\{n_q(T_e(x,t))-n_q(T_B)-$$

$$-\int\limits_{-\infty}^{t}dt'[n_q(T_e(x,t'))-n_q(T_B)]\nu\exp[-\nu(t-t')]\beta^{[\tau]}(1-\alpha\{\tau\})\}. \tag{6}$$

Здесь $\tau=|s_z|(t-t')/2d$, а $[\tau]$ и $\{\tau\}$ обозначают соответственно целую и дробную часть τ. Заметим, что фононный вклад в уравнение теплового баланса состоит из двух слагаемых. Первое из них (локальное по времени) описывает излучение неравновесных фононов в момент времени t, а второе (интегральное по времени) учитывает поглощение неравновесных фононов, излученных в более ранние моменты времени $t'<t$. Вероятность того, что фонон, налетающий на границу пленки, пройдет в подложку, обозначена через α, а через β обозначена вероятность отражения фонона от границы ($\beta=1-\alpha$). В модели акустического рассогласования [12,13] вероятность α зависит от угла падения фонона и акустических импедансов пленки и подложки.

Применим уравнение (6) для вычисления $T_e(x,t)$ на участке пленки длиной L, ограниченном потенциальными контактами (токовые контакты находятся за границами этого участка). Будем считать, что $-L/2<x<L/2$, и наложим граничные условия:

$$T_e(-L/2,t)=T_e(L/2,t)=T_B, \tag{7}$$

означающие, что температура электронов при $x=\pm L/2$ равна температуре потенциальных электрических контактов, т.е. температуре термостата T_B.

3. Нагрев пленки переменным током

Пусть лежащая на подложке пленка нагревается переменным током с плотностью $j=j_0\sin\omega t$. В этом случае мощность тепловыделения содержит как постоянную, так и осциллирующую компоненту: $\rho j^2=$ $=(1/2)\rho j_0^2(1-\cos 2\omega t)$. В дальнейшем будем рассматривать слабые нагревы, когда $T_e(x,t)-T_B\ll T_B$. Для вычисления линейного отклика электронную температуру запишем как

$$T_e(x,t)=T_B+\bar{T}_1(x)+\tilde{T}_1(x)\mathrm{e}^{-2i\omega t}. \tag{8}$$

Подстановка (8) в (6) и линеаризация по $\bar{T}_1(x)$ и $\tilde{T}_1(x)$ дает уравнения для постоянной добавки $\bar{T}_1(x)$ и амплитуды переменной добавки $\tilde{T}_1(x)$. Интересующее нас уравнение для $\tilde{T}_1(x)$ имеет вид

$$-\varkappa_e\frac{d^2\tilde{T}_1}{dx^2}+k(\omega)\tilde{T}_1=-\frac{\rho j_0^2}{2}, \tag{9}$$

где $\varkappa_e=\varkappa_e(T_B)$, $\rho=\rho(T_B)$, а зависящий от частоты коэффициент $k(\omega)$ определен равенством

$$k(\omega)=-2i\omega c_e-2\int\limits_{q_z>0}\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\hbar\omega_q\nu\frac{dn_q(T_B)}{dT_B}\times$$

$$\times\left[\frac{2i\omega}{\tilde{\nu}}-\frac{\alpha s_z\nu[1-\chi(\omega)]}{2d\tilde{\nu}^2[1-\beta\chi(\omega)]}\right]. \tag{10}$$

Здесь введены обозначения $c_e=c_e(T_B)$, $\tilde{\nu}=\nu-2i\omega$ и $\chi(\omega)=\exp(-2d\tilde{\nu}/s_z)$. Решение уравнения (9) с граничными условиями $\tilde{T}_1(\pm L/2)=0$ не вызывает затруднений. Имеем

$$\tilde{T}_1(x)=\frac{\rho j_0^2}{2k(\omega)}\left[1-\frac{\mathrm{ch}[x/\eta(\omega)]}{\mathrm{ch}[L/2\eta(\omega)]}\right], \tag{11}$$

где комплексная величина $\eta(\omega)=\sqrt{\varkappa_e/k(\omega)}$.

Довольно сложное выражение (10) существенно упрощается в предельных случаях эффективно толстых и эффективно тонких пленок. Эффективная толщина пленки определяется равенством $d_{\mathrm{eff}}=d/\langle\alpha\rangle$, где усредненная по углам падения вероятность прохождения фонона в подложку $\langle\alpha\rangle=\int\limits_0^{\pi/2}\alpha(\theta)\sin(2\theta)d\theta$. Толщина d_{eff} возникает из-за возможности нескольких отражений фонона от границ пленки до его выхода в подложку. Пленка будет эффективно толстой, если $d_{\mathrm{eff}}\gg$ $\gg l_{pe}(T_B)$, где $l_{pe}(T_B)$ — длина свободного пробега теплового фонона до его поглощения электроном.* В эффективно тонких пленках $d_{\mathrm{eff}}\ll l_{pe}(T_B)$. Из при-

* Величина $l_{pe}(T_B)\sim s/\nu(T_B)$, где $\nu(T_B)$ определяется формулой (4) с $\omega=T_B/\hbar$.

веденных выше неравенств следует, что в эффективно толстых пленках испущенные нагретыми электронами неравновесные фононы в основном вновь поглощаются электронами, тогда как из эффективно тонких пленок почти все неравновесные фононы уходят в подложку без перепоглощения.

Чтобы ввести среднее время ухода фонона из пленки τ_{es}, рассмотрим коэффициент $k(\omega)$ в случае эффективно толстых пленок и частот $\omega \lesssim \nu(T_B)$. В этом случае $[1-\chi(\omega)]/[1-\beta\chi(\omega)] \approx 1$ и $k(\omega) = -2i\omega(c_e + c_p) + k_s$, где

$$k_s = \frac{\pi^2 \langle\alpha\rangle T_B^3}{30\hbar^3 ds^2},$$

а c_p — фононная теплоемкость. (В модели с одной акустической ветвью $c_p = (2\pi^2 T_B^3)/(15\hbar^3 s^3)$.) Коэффициент теплоотвода от эффективно толстой пленки k_s определяет среднее время ухода фононов из пленки

$$\tau_{es} = \frac{c_p}{k_s} = \frac{4d}{\langle\alpha\rangle s}. \quad (12)$$

Чтобы ввести характерное время энергетической релаксации электронов в условиях фононного термостата, рассмотрим величину $k(\omega)$ в случае эффективно тонких пленок. Для таких пленок при $\omega \lesssim \nu(T_B)$ имеем $[1-\chi(\omega)]/[1-\beta\chi(\omega)] \approx (2d\tilde{\nu})/(\alpha s_z)$. Подстановка этого значения в (10) дает $k(\omega) = -2i\omega c_e + k_e$, где

$$k_e = \frac{5 D_5 m^2 \mu^2 T_B^4}{4\pi^3 \hbar^7 \rho_f s^4}.$$

Здесь через D_5 обозначено значение интеграла $D_k = \int_0^\infty x^{k-1}(\mathrm{e}^x - 1)^{-1} dx$ при $k = 5$. Удельный коэффициент теплоотвода k_e позволяет ввести время энергетической релаксации электронной подсистемы

$$\tau_e(T_B) = \frac{c_e}{k_e} = \frac{4\pi^5 N(0) \hbar^7 \rho_f s^4}{15 D_5 m^2 \mu^2 T_B^3}, \quad (13)$$

где $N(0)$ — плотность состояний на поверхности Ферми.

Заметим, что выражение $k(\omega) = -2i\omega c_e + k_e$ получается при высоких частотах $\omega \gg \nu(T_B)$ независимо от толщины пленки. Это значит, что при высоких частотах фононная подсистема играет роль термостата независимо от толщины пленки.

В следующем разделе покажем, как определить характерные времена τ_{es} и τ_e на основе 3ω-отклика.

4. 3ω-отклик металлической пленки на диэлектрической подложке

Переменный ток $j(t) = j_0 \sin\omega t$ приводит к осциллирующему нагреву пленки и, как следствие температурной зависимости удельного сопротивления $\rho(T)$, к колебаниям сопротивления пленки. Ниже мы не будем конкретизировать зависимость $\rho(T)$, поскольку ее явный вид не является существенным для вычисления 3ω-отклика. Отметим только, что такая зависимость была найдена в [2] для случая, когда $\rho(T)$ определяется рассеянием электронов на фононах.

При слабом нагреве

$$\rho[T(x,t)] = \rho + \rho'[\bar{T}_1(x) + \tilde{T}_1(x,t)], \quad (14)$$

где $\rho = \rho(T_B)$, $\rho' = (d\rho/dT)_{T=T_B}$, а $\tilde{T}_1(x,t) = \Re\{\tilde{T}_1(x)\mathrm{e}^{-2i\omega t}\}$. При этом напряжение между потенциальными контактами $V(t) = j(t)\int_{-L/2}^{L/2} \rho[T(x,t)]dx$ содержит компоненту, осциллирующую с частотой 3ω. После интегрирования по координате *x* для этой компоненты получим выражение

$$V_{3\omega}(t) = \frac{1}{4}\rho\rho' j_0^3 \Im\left[\frac{1}{k(\omega)}\left(L - 2\eta(\omega)\,\mathrm{th}\frac{L}{2\eta(\omega)}\right)\mathrm{e}^{-3i\omega t}\right]. \quad (15)$$

Видно, что пленки можно разделить на длинные $(L \gg |\eta(\omega)|)$ и короткие $(L \ll |\eta(\omega)|)$. В случае длинных пленок

$$V_{3\omega}(t) = \frac{1}{4}\rho\rho' j_0^3 L \Im\left[\frac{1}{k(\omega)}\mathrm{e}^{-3i\omega t}\right], \quad (16)$$

тогда как для коротких пленок разложение $\mathrm{th}[L/(2\eta(\omega))]$ дает

$$V_{3\omega}(t) = \frac{\rho\rho' j_0^3 L^3}{48\varkappa_e}\Im\left[\left(1 - \frac{1}{10}\frac{L^2}{\eta(\omega)^2}\right)\mathrm{e}^{-3i\omega t}\right]. \quad (17)$$

В разд. 3 мы ввели эффективную толщину пленки, $d_{\mathrm{eff}} = d/\langle\alpha\rangle$. Напомним, что при $d_{\mathrm{eff}} \gg l_{pe}$ излученные электронами неравновесные фононы в основном поглощаются в пленке. Напротив, при $d_{\mathrm{eff}} \ll l_{pe}$ неравновесные фононы уходят в подложку без перепоглощения электронами. Этим двум режимам теплоотвода соответствуют времена энергетической релаксации τ_{es} и τ_e. Ниже мы покажем, что эти времена могут быть найдены из 3ω-отклика эффективно толстых и эффективно тонких пленок.

В случае эффективно толстых пленок и частот $\omega \ll \nu(T_B)$ коэффициент $k(\omega) = -2i\omega(c_e + c_p) + c_p/\tau_{es}$.

Отсюда, в частности, следует, что пленки с длиной $L \gg \sqrt{\varkappa_e \tau_{es}/c_p}$ являются длинными при всех частотах. Для длинных пленок и $k(\omega) = -2i\omega(c_e + c_p) + c_p/\tau_{es}$ формула (16) дает выражение

$$V_{3\omega}(t) = -\frac{\rho\rho' j_0^3 L}{8(c_e + c_p)\sqrt{\omega^2 + c_p^2/[4(c_e + c_p)^2 \tau_{es}^2]}} \sin(3\omega t - \varphi), \tag{18}$$

где сдвиг фаз φ определяется равенством $\mathrm{tg}\,\varphi = 2\omega\tau_{es}(1 + c_e/c_p)$. Таким образом, среднее время ухода фононов из пленки τ_{es} может быть найдено как по частотной зависимости амплитуды 3ω-отклика, так и по сдвигу фаз φ.

Перейдем к высоким частотам $\omega \gg \nu(T_B)$. В этом случае $k(\omega) = -2i\omega c_e + c_e/\tau_e$. Подстановка $k(\omega)$ в (16) дает формулу

$$V_{3\omega}(t) = -\frac{\rho\rho' j_0^3 L}{8c_e(T_B)\sqrt{\omega^2 + 1/(4\tau_e^2)}} \sin(3\omega t - \varphi), \tag{19}$$

где сдвиг фаз φ определяется равенством $\mathrm{tg}\,\varphi = 2\omega\tau_e$. Из выражения (19) следует, что асимптота 3ω-отклика (при $\omega \to \infty$) дает электронную теплоемкость. В области частот $\omega \sim \tau_e^{-1}$ по зависимости $V_{3\omega}(\omega)$ можно найти время электрон-фононной энергетической релаксации τ_e. Время τ_e также может быть найдено по сдвигу фаз φ.

В том случае, когда эффективно толстая пленка является короткой $(L \ll |\eta(\omega)|)$, 3ω-отклик на колебания тока имеет вид

$$V_{3\omega}(t) = -\frac{\rho\rho' j_0^3 L^3}{48\varkappa_e} \sin(3\omega t - \varphi). \tag{20}$$

Здесь $\varphi = (1/5)\omega t_d$ — малый сдвиг фаз, который описывает запаздывание колебаний температуры, обусловленное конечной теплоемкостью пленки; характерное время диффузии тепла вдоль пленки $t_d = L^2(c_e + c_p)/\varkappa_e$. Из (20) следует, что по амплитуде отклика короткой пленки можно найти ее продольную теплопроводность, а по сдвигу фаз — ее удельную теплоемкость.

Заметим, что при достаточно высоких частотах неравенство $L \ll |\eta(\omega)|$ может измениться на противоположное $L \gg |\eta(\omega)|$. Действительно, чтобы эффективно толстая пленка была короткой, необходимо выполнение условия $L \ll \sqrt{\varkappa_e \tau_{es}/c_p} \equiv \eta(0)$. С увеличением частоты $|\eta(\omega)|$ уменьшается и при частотах $\omega \gg c_p/[(c_e + c_p)\tau_{es}]$ величина $|\eta(\omega)|$ становится много меньше $\eta(0)$. Если при этом выполняется условие $\omega \gg t_d^{-1}$, то длина пленки L будет много больше $|\eta(\omega)|$.

В таком случае подстановка $k(\omega) \approx -2i\omega(c_e + c_p)$ в формулу (16) дает

$$V_{3\omega}(t) = -\frac{\rho\rho' j_0^3 L}{8(c_e + c_p)\omega} \sin\left(3\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \tag{21}$$

Результаты (20), (21) представляют собой стандартные выражения для 3ω-отклика, позволяющие находить теплопроводность пленки по низкочастотному отклику и теплоемкость пленки по отклику на высокочастотный нагрев.

Теперь рассмотрим 3ω-отклик эффективно тонких пленок. Можно показать, что как при низких, так и при высоких частотах удельный коэффициент теплоотвода имеет вид $k(\omega) = c_e(-2i\omega + 1/\tau_e)$. В случае длинных пленок $(L \gg \sqrt{\varkappa_e \tau_e/c_e})$ вычисление 3ω-отклика дает формулу (19). В случае короткой пленки $(L \ll |\eta(\omega)|)$ 3ω-отклик описывается формулой (20), где сдвиг фаз $\varphi = (L^2\omega c_e)/(5\varkappa_e)$.

5. Обсуждение результатов

До сих пор рассматривались «чистые» металлические пленки, в которых длина свободного пробега электронов l много больше, чем длина волны тепловых фононов λ_T $(\lambda_T = 2\pi\hbar s/T)$. Именно для этого случая записана частота фонон-электронных столкновений ν (см. формулу (4)) и получена известная температурная зависимость времени электрон-фононных столкновений $\tau_e \propto T_B^{-3}$. Чтобы обобщить результаты разд. 3 и 4 на случай «грязных» пленок, где $l \ll \lambda_T$, можно воспользоваться подходом, предложенным в [14], и записать частоту фонон-электронных столкновений в виде

$$\nu = \frac{m^2\mu_1^2}{2\pi\hbar^4\rho_f s}(\hbar\omega_q)^{1+r}, \tag{22}$$

где r — число, а μ_1 — феноменологический параметр, который определяется доминирующим типом дефектов. Как показано в [2], из (22) следует зависимость $\tau_e \propto T_B^{-(3+r)}$. Согласно работе [3], рассеяние электронов на точечных дефектах ослабляет электрон-фононное взаимодействие и дает $\tau_e \propto T^{-4}$, что соответствует $r = 1$. Если же электроны в основном рассеиваются на массивных дефектах (типа межгранульных границ), которые не «увлекаются» колебаниями решетки, то $\tau_e \propto T^{-2}$ [4]. Этому случаю соответствует $r = -1$. Заметим, что в эксперименте наблюдались зависимости как $\tau_e \propto T^{-4}$ [5,15,16], так и $\tau_e \propto T^{-2}$ [6,7,14,17]. Таким образом, взяв частоту фонон-электронных столкновений в виде (22), мы обобщаем результаты разд. 3 и 4 на случай «грязных» пленок, и получаем

$$\tau_e(T_B) = \frac{4\pi^5 N(0)\hbar^7 \rho_f s^4}{3(5+r)D_{5+r} m^2 \mu_1^2 T_B^{3+r}}. \qquad (23)$$

Важно отметить, что проведенное обобщение не меняет вида формул разд. 3 и 4, следовательно, эти формулы описывают 3ω-отклик как «чистых», так и «грязных» металлических пленок.

Перейдем к обсуждению другого важного параметра — среднего времени ухода фононов из пленки τ_{es}. Чтобы найти τ_{es} по 3ω-отклику, требуется выполнение ряда условий. Во-первых, пленка должна быть достаточно длинной, чтобы тепло в основном отводилось в подложку, а не в потенциальные контакты. Во-вторых, эффективная толщина пленки d_{eff} должна быть намного больше, чем длина пробега тепловых фононов $l_{pe}(T_B)$. В противоположном пределе неравновесные фононы будут уходить из пленки без перепоглощения, что приводит к потере информации о характеристиках границы между пленкой и подложкой, поскольку в этом случае время энергетической релаксации определяется временем электрон-фононных столкновений, а не временем ухода фононов из пленки. Третье условие — достаточно низкая частота: $\omega \ll \nu(T_B)$. Выполнение этого условия необходимо для установления равновесия между электронной и фононной подсистемами в каждый момент времени. (Если $\omega \gg \nu(T_B)$, роль термостата играют фононы пленки, подложка же не оказывает влияния на процесс энергетической релаксации электронов.) При выполнении перечисленных условий 3ω-отклик описывается выражением (18), и время τ_{es} может быть найдено как по частотной зависимости амплитуды 3ω-отклика, так и по сдвигу фаз $\varphi = \mathrm{arctg}\,[2\omega\tau_{es}(1+c_e/c_p)]$.

Поскольку в статье используется весьма простая модель, которая игнорирует поперечные фононы, возникает вопрос, насколько полученные результаты зависят от модели. Чтобы ответить на этот вопрос, проанализируем физическое содержание полученных результатов. Сначала рассмотрим эффективно толстые пленки. В толстых пленках при частотах $\omega \ll c_p/[(c_e+c_p)\tau_{es}]$ амплитуда колебаний $V_{3\omega}$ слабо зависит от частоты. Величина $V_{3\omega}$ начинает резко уменьшаться при $\omega \sim c_p/[(c_e+c_p)\tau_{es}]$, когда в уравнении теплового баланса слагаемое, связанное с тепловой инерцией пленки, сравнивается по величине со слагаемым, описывающим теплоотвод в подложку. Такая картина не зависит от модели при том условии, что под c_p следует понимать полную фононную теплоемкость пленки (с учетом поперечных мод), а под τ_{es} — усредненное время ухода продольных и поперечных фононов из пленки [12].

Вторая особенность зависимости $V_{3\omega}$ толстой пленки находится при высоких частотах $\omega \gg \nu(T_0)$, когда $\omega \sim \tau_e^{-1}$. В области высоких частот фононы играют роль термостата, и вклад в баланс тепла от тепловой инерции пленки определяется только электронами. Этот вклад становится порядка вклада от теплоотвода в фононную подсистему, когда $\omega \sim \tau_e^{-1}$. В этом соотношении под τ_e^{-1} следует понимать суммарную частоту электрон-фононных столкновений, включающих в себя столкновения как с продольными, так и с поперечными фононами. Представленная картина не зависит от выбранной модели, а значит, время τ_e можно находить по особенности $V_{3\omega}$ толстой пленки при высоких частотах.

В случае эффективно тонкой пленки фононы играют роль термостата при всех частотах, следовательно, мы будем иметь единственную особенность $V_{3\omega}$ при $\omega \sim \tau_e^{-1}$.

Отметим, что все сказанное о модельной независимости в равной мере относится и к частотной зависимости сдвига фаз $\varphi(\omega)$.

Таким образом, метод нахождения τ_e и τ_{es} по частотной зависимости $V_{3\omega}$ и φ не зависит от модели, которую мы использовали для описания электронной и фононной подсистем металлической пленки.

6. Заключение

Хорошо известный 3ω-метод, обычно применяемый для получения теплопроводности и теплоемкости металлических пленок, может быть использован для нахождения среднего времени ухода фононов из пленки τ_{es} и времени электрон-фононных столкновений τ_e. Действительно, из результатов разд. 4 следует, что только в случае коротких пленок ($L \ll |\eta(\omega)|$) 3ω-отклик содержит информацию о теплопроводности и теплоемкости. Для достаточно длинных пленок $L \gg \eta(0)$ особенности частотной зависимости 3ω-отклика определяются временами энергетической релаксации τ_{es} и τ_e. Таким образом, сравнив измеренную частотную зависимость $V_{3\omega}(\omega)$ для длинной пленки с соответствующим выражением, (18) или (19), можно из эксперимента найти времена τ_{es} и τ_e.

Автор выражает благодарность В.А. Шкловскому за многочисленные обсуждения.

1. В.А. Шкловский, *ЖЭТФ* **78**, 1281 (1980).
2. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ЖЭТФ* **111**, 2106 (1997).
3. A. Schmid, *Z. Physik* **259**, 421 (1973).
4. A. Sergeev and V. Mitin, *Phys. Rev. B* **61**, 6041 (2000).
5. M.E. Gershenson, D. Gong, T. Sato, B.S. Karasik, and A.V. Sergeev, *Appl. Phys. Lett*. **79**, 2049 (2001).
6. B.S. Karasik, D. Olaya, J. Wei, S. Pereverzev, M.E. Gershenson, J.H. Kavamura, W.R. McGrath, and A.V. Sergeev, *IEEE Transact. Appl. Supercond*. **17**, 293 (2007).
7. J. Wei, D. Olaya, B.S. Karasik, S.V. Pereverzev, A.V. Sergeev, and M.E. Gershenson, *Nature Nanotechnol*. **3**, 496 (2008).

8. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ФНТ* **39**, 459 (2013) [*Low Temp. Phys*. **39**, 357 (2013)].
9. L. Lu, W. Yi, and D.L. Zhang, *Rev. Sci. Instrum*. **72**, 2996 (2001).
10. C. Dames and G. Chen, *Rev. Sci. Instrum*. **76**, 124902 (2005).
11. Е.М. Гершензон, М.Е. Гершензон, Г.Н. Гольцман, А.Д. Семенов, А.В. Сергеев, *Письма в ЖЭТФ* **36**, 241 (1982).
12. A.W. Little, *Can. J. Phys*. **37**, 334 (1959).
13. E.T. Swartz and R.O. Pohl, *Rev. Mod. Phys*. **61**, 605 (1989).
14. G. Bergmann, W. Wei, Y. Zou, and R.M. Mueller, *Phys. Rev. B* **41**, 7386 (1990).
15. J.T. Karvonen, L.J. Taskinen, and I.J. Maasilta, *Phys. Rev. B* **72**, 012302 (2005).
16. J.T. Karvonen, L.J. Taskinen, and I.J. Maasilta, *J. Low Temp. Phys*. **146**, 213 (2007).
17. Е.М. Гершензон, М.Е. Гершензон, Г.Н. Гольцман, А.М. Люлькин, А.Д. Семенов, А.В. Сергеев, *ЖЭТФ* **97**, 901 (1990).

3ω response and energy relaxation times for the electron–phonon system of a metal film

A.I. Bezuglyj

Alternating current of frequency ω produces a metal film heating that oscillates with a frequency 2ω. At the same time due to the temperature dependence of the resistance the voltage across the film has a $V_{3\omega}$-component which oscillates with a frequency 3ω. In the paper the amplitude and phase of the $V_{3\omega}$-component are calculated by the equation for electron temperature. It is shown that for sufficiently long films lying on dielectric substrates with high thermal conductivity, the average time of phonon escape from the film τ_{es} and time of electron–phonon collisions τ_e can be found from the frequency dependence of amplitude and phase of the $V_{3\omega}$-component.

PACS: *63.20.kd* Phonon–electron interactions;
72.15.Lh Relaxation times and mean free paths.

Keywords: metal films, electron–phonon collisions, energy relaxation, 3ω response.