

Приближение геометрической оптики для объемных спиновых волн в пространственно неоднородных ферродиеlectricах с дефектом обмена

С.А. Решетняк

Институт магнетизма НАН Украины, бул. Вернадского, 36-б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: rsa@users.ntu-kpi.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 21 июля 2003 г., после переработки 7 октября 2003 г.

В формализме спиновой плотности рассчитывается показатель преломления объемных спиновых волн, распространяющихся в ферромагнитной среде с неоднородным распределением параметров обменного взаимодействия и одноосной анизотропии. Вычислены коэффициенты отражения и прохождения спиновых волн на границе двух однородных магнетиков с отличающимися константами обменного взаимодействия, одноосной магнитной анизотропии и намагниченности насыщения с учетом δ -образного обмена на границе раздела. Получены зависимости интенсивности отраженной волны и показателя преломления от частоты волны и величины внешнего постоянного однородного магнитного поля.

У формалізмі спінової густини розраховується показник заломлення об'ємних спінових хвиль, що поширюються у ферромагнітному середовищі з неоднорідним розподілом параметрів обмінної взаємодії та одновісної анізотропії. Обчислено коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль на межі двох однорідних магнетиків з відрізняючимися константами обмінної взаємодії, одновісної магнітної анізотропії та намагніченості насичення з урахуванням δ -подібного обміну на межі розділу. Отримано залежності інтенсивності відбитої хвилі та показника заломлення від частоти хвилі та величини зовнішнього постійного однорідного магнітного поля.

PACS: 75.30.Ds, 75.50.Dd

Введение

Значительный технологический прогресс в области нанотехнологий и нанoeлектроники вызывает необходимость разработки новых материалов и приборов, в которых реализуется возможность использования преимуществ высокочастотных волн. В частности, представляет интерес прикладное использование характерных особенностей спиновых волн. Как правило, при теоретическом описании особенностей распространения спиновых волн традиционно используется волновой подход, который с успехом применяется, например, для определения спектральных и некоторых других характеристик магнитных материалов [1–5]. Предлагаемая работа посвящена приложению математического аппарата геометрической оптики к описанию поведения спиновых волн, распространяющихся в ферромагнитной среде с неоднородным распределением магнит-

ных параметров. Использование этого подхода дает возможность получать необходимое изменение направления распространения спиновых волн (в частности, фокусировку) с помощью создания искусственных неоднородностей магнитных параметров среды заданной конфигурации, а также путем изменения величины внешнего магнитного поля. В работе [6] рассчитан показатель преломления спинового луча и исследовано его поведение на границе раздела двух однородных магнетиков с отличающимися параметрами обменного взаимодействия и одноосной магнитной анизотропии. В настоящей работе результаты обобщены на случай непрерывного распределения этих параметров в магнитоодноосной среде. Кроме того, рассчитаны показатель преломления и интенсивность отражения спиновой волны на границе двух однородных ферромагнетиков с отличающимися значениями констант обменного взаи-

модействия, магнитной анизотропии и намагниченности насыщения.

1. Уравнения динамики магнитного момента

Рассмотрим неограниченный ферромагнетик, состоящий из двух полубесконечных частей, контактирующих вдоль плоскости yz и имеющих в соответствующих полупространствах значения намагниченности насыщения соответственно M_{01} и M_{02} , а также непрерывно (или кусочно-непрерывно) и медленно изменяющиеся значения параметров обменного взаимодействия α и одноосной магнитной анизотропии β . Легкая ось магнетика и внешнее постоянное магнитное поле направлены вдоль оси Oz . Плотность энергии магнетика описанной конфигурации в обменном приближении имеет вид

$$\omega = \sum_{j=1}^2 \theta[(-1)^j x] \omega_j + A \delta(x) \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2, \quad (1)$$

где

$$\omega_j = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial m_j}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\beta}{2} (m_{jx}^2 + m_{jy}^2) - H_0 M_{jz}, \quad (2)$$

$\theta(x)$ — ступенчатая функция Хэвисайда; A — параметр, характеризующий обменное взаимодействие между полупространствами при $x = 0$; $\mathbf{M}_j = M_{0j} \mathbf{m}_j$, \mathbf{m}_j — единичные векторы в направлении намагниченности, $j = 1, 2$.

Используем формализм спиновой плотности [7], согласно которому намагниченность можно представить в виде

$$\mathbf{M}_j(\mathbf{r}, t) = M_{0j} \Psi_j^+(\mathbf{r}, t) \boldsymbol{\sigma} \Psi_j(\mathbf{r}, t), \quad j = 1, 2, \quad (3)$$

где Ψ_j — квазиклассические волновые функции, играющие роль параметра порядка спиновой плотности, \mathbf{r} — радиус-вектор декартовой системы координат, t — время, $\boldsymbol{\sigma}$ — матрицы Паули.

Уравнения Лагранжа для Ψ_j имеют вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{H}_{ej}(\mathbf{r}, t) \boldsymbol{\sigma} \Psi_j(\mathbf{r}, t), \quad (4)$$

где μ_0 — магнетон Бора,

$$\mathbf{H}_{ej} = -\frac{\partial \omega_j}{\partial \mathbf{M}_j} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial \omega_j}{\partial (\partial \mathbf{M}_j / \partial x_k)}.$$

Учитывая, что в основном состоянии материал намагничен параллельно \mathbf{e}_z , и считая $M_j^2(\mathbf{r}, t) = \text{const}$ в каждом из полупространств, будем искать решение (4) в виде

$$\Psi_j(\mathbf{r}, t) = \exp(i\mu_0 H_0 t / \hbar) \begin{pmatrix} 1 \\ \chi_j(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Здесь верхний элемент соответствует основному состоянию, а $\chi_j(\mathbf{r}, t)$ — малая добавка, характеризующая отклонение намагниченности от основного состояния. Линеаризуя уравнения (4) с учетом (5), получаем:

$$-\frac{i\hbar}{2\mu_0 M_{0j}} \frac{\partial \chi_j(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = (\alpha(\mathbf{r}) \Delta - \beta(\mathbf{r}) - \tilde{H}_{0j}) \chi_j(\mathbf{r}, t), \quad (6)$$

где $\tilde{H}_{0j} = H_0 / M_{0j}$, $j = 1, 2$.

2. Приближение геометрической оптики

Следуя [8,9], применим приближение геометрической оптики к описанной системе. Представляя временную зависимость $\chi_j(\mathbf{r}, t)$ функцией $\exp(-i\omega t)$, перепишем уравнение (6) в виде

$$\Delta \chi_j(\mathbf{r}) + k_0^2 n_j^2(\mathbf{r}) \chi_j(\mathbf{r}) = 0, \quad (7)$$

где $k_0^2 = (\Omega_j - \beta_0 - \tilde{H}_{0j}) / \alpha_0$, $\Omega_j = \omega \hbar / 2\mu_0 M_{0j}$, α_0 , β_0 — значения параметров обмена и анизотропии, принимаемые ими, например, на бесконечности со стороны падающей волны [10]. Таким образом, согласно [10], k_0^2 представляет собой квадрат волнового вектора падающей волны; $n_j^2(\mathbf{r}) = (\Omega_j - \beta(\mathbf{r}) - \tilde{H}_{0j}) / \alpha(\mathbf{r}) k_0^2$, и, если параметры $\alpha(\mathbf{r})$ и $\beta(\mathbf{r})$ медленно изменяются, то $n_j^2(\mathbf{r}) = k_j^2(\mathbf{r}) / k_0^2$, где $k_j^2(\mathbf{r}) = (\Omega_j - \beta(\mathbf{r}) - \tilde{H}_{0j}) / \alpha(\mathbf{r})$.

Преобразуем уравнение (7), используя метод Венцеля — Крамерса — Бриллюэна — Джеффриса [9]. Представляя $\chi_j = C \exp[ik_0 s_j(\mathbf{r})]$, где C — медленно меняющаяся амплитуда, s_j — эйконал, при условии

$$\lambda \ll a, \quad (8)$$

где λ — длина спиновой волны, a — характерный размер неоднородностей, получаем из (7) уравнение эйконала:

$$(\nabla s_j(\mathbf{r}))^2 = n_j^2(\mathbf{r}). \quad (9)$$

Неравенство (8) является условием перехода к геометрической оптике спиновых волн. Как и в оптике [11], будем считать, что правая часть уравнения (9) представляет собой квадрат показателя преломления, т.е.

$$n_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_0} \sqrt{(\Omega_j - \beta(\mathbf{r}) - \tilde{H}_{0j}) / \alpha(\mathbf{r})}, \quad (10)$$

так как отношение модулей волновых векторов в двух различных точках пространства характеризует изменение направления распространения спиновой волны.

Записав уравнение (9) в виде $H = \frac{1}{2}[\mathbf{p}^2 - n^2(\mathbf{r})] = 0$, где $\mathbf{p} = \nabla s$, получаем уравнения лучей в гамильтоновой форме:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{p}, \quad \dot{\mathbf{p}} = \frac{1}{2} \nabla n^2(\mathbf{r}).$$

Из (9) следует, что $|\nabla s(\mathbf{r})| = ds(\mathbf{r})/d\tau = n(\mathbf{r})$, где $d\tau = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ — элемент траектории луча. Поэтому функцию s можно определить как криволинейный интеграл вдоль траектории луча:

$$s = \int_A^B n d\tau. \quad (11)$$

Минимизируя (11) с помощью принципа Ферма [12], получаем уравнение траектории луча [8]:

$$\frac{d}{d\tau} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} \right) = \nabla n.$$

3. Преломление спиновой волны на границе раздела двух однородных магнетиков

Используем формулу (11) в приложении к примеру двух однородных полубесконечных магнетиков. Пусть на границу раздела двух магнетиков с параметрами $\alpha_1, \beta_1, M_{01}$ и $\alpha_2, \beta_2, M_{02}$ соответственно, соприкасающихся вдоль плоскости yz , со стороны первого магнетика падает спиновая волна. Луч распространяется из точки (x_1, y_1, z_1) , расположенной в среде 1, имеющей показатель преломления $n_0 = 1$, к точке (x_2, y_2, z_2) в среде 2 с показателем преломления, равным, согласно (10),

$$n = \sqrt{\frac{\alpha_1 \Omega_2 - \beta_2 - \tilde{H}_{02}}{\alpha_2 \Omega_1 - \beta_1 - \tilde{H}_{01}}},$$

пересекая границу раздела сред в точке $(0, y, z)$ с неизвестными координатами y и z . В этом случае из условий экстремума функции s следует:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{k_2}{k_0} = \sqrt{\frac{\alpha_1 \Omega_2 - \beta_2 - \tilde{H}_{02}}{\alpha_2 \Omega_1 - \beta_1 - \tilde{H}_{01}}} = n, \quad (12)$$

где θ_1 — угол падения, θ_2 — угол преломления.

$$R = \frac{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - iA(\alpha_1 \cos \theta_1 - \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1})}{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - iA(\alpha_1 \cos \theta_1 + \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1})}, \quad (14)$$

$$D = \frac{-2iA\alpha_1 \cos \theta_1}{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - iA(\alpha_1 \cos \theta_1 + \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1})}.$$

Отметим, что при $k_2^2 < k_{2y}^2 + k_{2z}^2$ (сюда же относится случай $k_0^2 > 0, k_2^2 < 0$) получаем: $k_{2x} = -i\sqrt{k_{1y}^2 + k_{1z}^2 - k_2^2} = -i/2h, \chi_D(\mathbf{r}, t) = D \exp(-x/2h) \exp(i(k_{2y}y + k_{2z}z - \omega t))$, т.е. h играет роль глубины проникновения спиновой волны в глубь второго материала и равна $h = (k_0 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2})^{-1}$. Предельный угол полного отражения определяется выражением

4. Отражение спиновых волн на границе раздела двух однородных сред

Во всех случаях, когда речь идет о процессах отражения и преломления волн произвольной природы, представляется важным оценить соотношение интенсивностей прошедшей и отраженной волн. Если интенсивность отраженной волны намного превосходит интенсивность волны прошедшей, то структуру, являющуюся объектом исследований, можно применять в качестве основы для конструирования зеркал различного типа (имеются в виду плоские, выпуклые или вогнутые зеркала типа сферических, цилиндрических и т.п.). В противном же случае, когда интенсивность прошедшей волны гораздо больше интенсивности отраженной, структура может послужить основой для создания линз с необходимыми параметрами.

Получим выражения для амплитуд отражения и прохождения спиновой волны, используя граничные условия для $\chi(\mathbf{r}, t)$ на границе раздела сред, следующие из (1), (2):

$$[A\gamma(\chi_2 - \chi_1) + \alpha_1 \chi'_1]_{x=0} = 0, \quad (13)$$

$$[A(\chi_1 - \chi_2) - \gamma \alpha_2 \chi'_2]_{x=0} = 0.$$

Здесь $\gamma = M_{02}/M_{01}$.

Сопоставим в (6) падающей волне функцию $\chi_I = \exp(i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega t))$, отраженной волне — $\chi_R = R \exp(i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega t))$, прошедшей волне — $\chi_D = D \exp(i(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \omega t))$, где R — комплексная амплитуда отражения спиновой волны от границы раздела, D — амплитуда прохождения, $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1$ — волновые векторы падающей и отраженной волн соответственно, \mathbf{k}_2 — волновой вектор прошедшей волны. Подставляя эти выражения в (13), приходим к выражениям для амплитуд отражения и прохождения спиновой волны:

$$\sin \theta_0 = \sqrt{\frac{\alpha_1 \Omega_2 - \beta_2 - \tilde{H}_{02}}{\alpha_2 \Omega_1 - \beta_1 - \tilde{H}_{01}}}.$$

5. Оценки параметров спиновых линз и зеркал

Приведем оценки параметров материалов в случае тонкой линзы и при малых углах падения спиновых лучей по отношению к оптической оси линзы, обеспечивающие необходимую прозрачность линзы. Так как интенсивность отраженной волны определяется квадратом модуля амплитуды отражения и, как следует из (14),

$$|R|^2 \approx [(\alpha_1 - \alpha_2 \gamma^2 n) / (\alpha_1 + \alpha_2 \gamma^2 n)]^2$$

(для малых углов падения и $A \rightarrow \infty$), то, требуя выполнения условия $|R|^2 < \eta$, где η — необходимая степень малости коэффициента отражения, получаем ограничение на n и, следовательно, на α , β , ω , M_0 и H_0 :

$$\frac{1 - \sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}} < \frac{\alpha_2}{\alpha_1} n < \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}}.$$

В частности, при $\alpha_1 = \alpha_2$, $M_{01} = M_{02}$ коэффициент отражения не превышает 10%, если $0,52 < n < 1,92$. Соответствующие ограничения в случае зеркала имеют следующий вид:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} n < \frac{1 - \sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}} \quad \text{либо} \quad \frac{\alpha_2}{\alpha_1} n > \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}}.$$

Например, $|R|^2 > 0,9$ достигается для $\alpha_1 = \alpha_2$, $M_{01} = M_{02}$ при $n < 0,03$ либо $n > 37,97$.

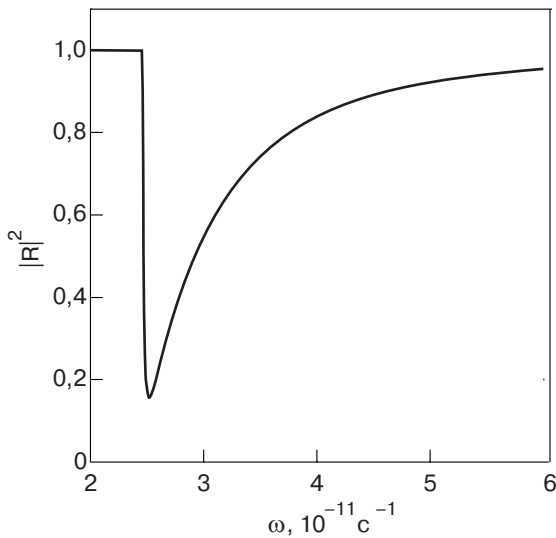


Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения $|R|^2$ от частоты спиновой волны ω при $\alpha_2 = 2\alpha_1$, $\beta_2 = 2\beta_1$, $M_{01} = 90$ Гс, $M_{02} = 125$ Гс, $A = 30$, $\theta_1 = \pi/80$, $H_0 = 900$ Э.

Для выполнения условия геометричности оптики (8) толщина линзы либо зеркала ограничивается неравенством

$$a \gg 2\pi\sqrt{\alpha/(\Omega - \beta - \tilde{H}_0)}. \quad (15)$$

Как видно из (12), (14) и (15), подбор параметров для построения линзы либо зеркала не представляет трудности для широкого спектра магнитных материалов [13]. В частности, в случае феррит-гранатов из условия (15) для тонкой линзы следует, что $a > 10^{-6} - 10^{-8}$ м.

На рис. 1, 2 изображены зависимости интенсивности отражения $I_R = |R|^2$ и показателя преломления n от частоты спиновой волны ω при характерных значениях параметров материала [13]. Хорошо видно, что путем подбора параметров материала можно добиться необходимого соотношения интенсивностей отраженной и прошедшей волн для выбранной частоты. Кроме того, как следует из рис. 3, интенсивность отражения существенно зависит от величины внешнего однородного магнитного поля, что дает возможность управлять интенсивностью отраженной волны в широких пределах путем изменения лишь значения внешнего магнитного поля при фиксированных параметрах материала. При этом характер изменения показателя преломления отражен на рис. 4.

Заключение

Таким образом, получено выражение для показателя преломления спиновой волны, распространяющейся в магнитоодноосной среде с медленно меняющимися магнитными параметрами, а также

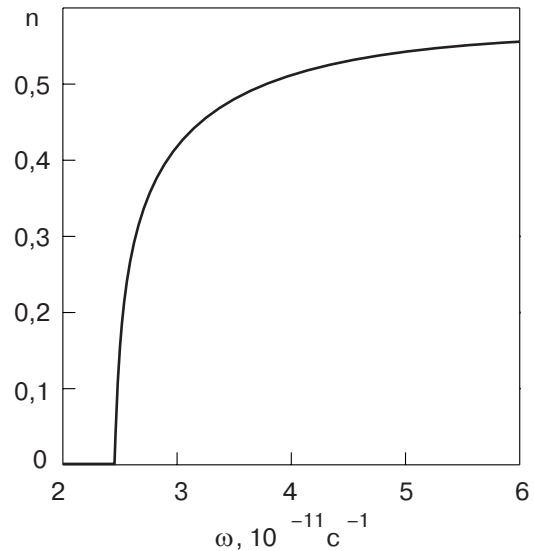


Рис. 2. Зависимость показателя преломления n от частоты ω при $\alpha_2 = 2\alpha_1$, $\beta_2 = 2\beta_1$, $M_{01} = 90$ Гс, $M_{02} = 125$ Гс, $H_0 = 900$ Э.

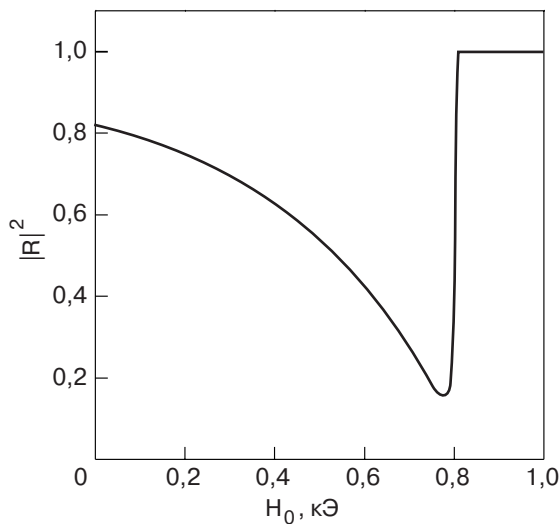


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения $|R|^2$ от величины внешнего постоянного магнитного поля H_0 при $\alpha_2 = 2\alpha_1$, $\beta_2 = 2\beta_1$, $M_{01} = 90$ Гс, $M_{02} = 125$ Гс, $A = 30$, $\theta_1 = \pi/80$, $\omega = 2,3 \cdot 10^{11}$ с $^{-1}$.

исследованы процессы отражения спиновой волны на границе раздела двух однородных сред с учетом δ -образного характера обменного взаимодействия между контактирующими средами. Определены условия, при которых спиновая волна проявляет лучевые свойства. Показано, что существует возможность достижения требуемого коэффициента отражения от неоднородного вкрапления, играющего роль линзы или зеркала, путем изменения величины внешнего постоянного однородного магнитного поля. При этом коэффициент отражения может меняться практически от нуля до единицы без изменения параметров среды, что дает возможность ис-

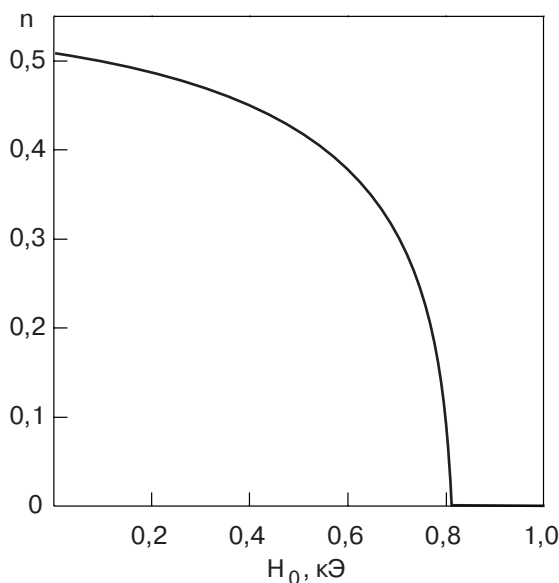


Рис. 4. Зависимость показателя преломления n от внешнего однородного магнитного поля H_0 при $\alpha_2 = 2\alpha_1$, $\beta_2 = 2\beta_1$, $M_{01} = 90$ Гс, $M_{02} = 125$ Гс, $\omega = 2,3 \cdot 10^{11}$ с $^{-1}$.

пользовать одну и ту же неоднородность как в качестве спинволновой линзы, так и в качестве зеркала при одних и тех же параметрах структуры.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и изготовлении приборов спинволновой микроэлектроники.

Автор выражает благодарность Ю.И. Горобцу за участие в обсуждении результатов работы.

1. A.L. Sukstanskii, E.P. Stefanovskii, S.A. Reshetnyak, and V.N. Varyukhin, *Phys. Rev.* **B61**, 8843 (2000).
2. J.Y. Gan, F.C. Zhang, and Z.B. Su, *Phys. Rev.* **B67**, 144427 (2003).
3. M. Buchmeier, B.K. Kuanr, R.R. Gareev, D.E. Bürgler, and P. Grünberg, *Phys. Rev.* **B67**, 184404 (2003).
4. J. Fransson, E. Holmstrom, O. Eriksson, and I. Sandalov, *Phys. Rev.* **B67**, 205310 (2003).
5. V.P. Antropov, *JMMM* **262**, L192 (2003).
6. Ю.И. Горобец, С.А. Решетняк, *ЖТФ* **68**, 60 (1998).
7. В.Г. Барьяхтар, Ю.И. Горобец, *Цилиндрические магнитные домены и их решетки*, Наукова думка, Киев (1988).
8. Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов, *Геометрическая оптика неоднородных сред*, Наука, Москва (1980).
9. Ф.М. Морс, Г. Фешбах, *Методы теоретической физики*, т. 2, Изд-во иностр. лит., Москва (1960).
10. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
11. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
12. Р. Курант, *Уравнения с частными производными*, Мир, Москва (1964).
13. А. Эшенфельдер, *Физика и техника цилиндрических магнитных доменов*, Мир, Москва (1983).

The approach of geometrical optics for bulk spin waves in spatially inhomogeneous ferroelectric materials with exchange defect

S.A. Reshetnyak

The refraction index of bulk spin waves, which propagate in a ferromagnetic medium with an inhomogeneous distribution of the parameters of exchange interaction and uniaxial anisotropy, is calculated in the formalism of spin density. The coefficients of spin wave reflection and transmission at the boundary of two homogeneous magnetic media with different constants of exchange interaction, uniaxial magnetic anisotropy and saturation magnetization are computed taking into account the δ -like exchange at the interface. The dependences of reflected wave intensity and refraction index on wave frequency and external constant homogeneous magnetic field are obtained.