

Спектры спиновых волн и пространственно-модулированные структуры в BiFeO_3

А.Ф. Попков¹, Н.Е. Кулагин², С.В. Соловьев¹, З.В. Гареева^{3,4}, А.К. Звездин^{5,6,7}

¹Национальный исследовательский университет «МИЭТ»
4806 проезд, 5, Зеленоград, г. Москва, 124498, Россия

²Государственный университет управления, Рязанский пр., 99, г. Москва, 109542, Россия

³Институт физики молекул и кристаллов УНЦ РАН, пр. Октября, 151, г. Уфа, 450075, Россия

⁴Башкирский государственный университет, ул. 3. Валиди, г. Уфа, 450076, Россия

⁵Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова, 38, г. Москва, 119991, Россия

⁶Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Московская обл., Россия

⁷Физический институт им. П.Н. Лебедева, Ленинский пр., 53, ГСП-1 г. Москва, 119991, Россия

E-mail: gzv@anrb.ru

Статья поступила в редакцию 8 июля 2013 г.

Проведен теоретический анализ спектра спиновых волн в антиферромагнитном мультиферроике типа BiFeO_3 . Показано, что наличие пространственно-модулированной циклоидальной антиферромагнитной структуры приводит к счетному количеству частотных ветвей двух типов колебаний при распространении спиновых волн вдоль циклоиды: голдстоуновскому и активационному. При этом в отсутствие магнитного поля и анизотропии магнетонный спектр характеризуется отсутствием частотных щелей в спектре. Выявлены особенности спектральных зависимостей спиновых колебаний при изменении анизотропии и приложении магнитного поля и найдены пределы существования антиферромагнитной циклоиды вплоть до перехода ее в конусообразную структуру. В поперечном направлении характер спиновых колебаний носит смешанный характер и указывает на изгибающую устойчивость циклоиды во всей области ее существования.

Проведено теоретичний аналіз спектра спінових хвиль в антиферомагнітному мультифероїку типу BiFeO_3 . Показано, що наявність просторово-модульованої циклоїдальної антиферомагнітної структури призводить до рахункової кількості частотних гілок двох типів коливань при поширенні спінових хвиль вздовж циклоїди: голдстоунівському й активаційному. При цьому у відсутності магнітного поля і анізотропії магнетонний спектр характеризується відсутністю частотних щілин у спектрі. З'ясовано особливості спектральних залежностей спінових коливань при зміні анізотропії і додатку магнітного поля та знайдено границі існування антиферомагнітної циклоїди до самого переходу її в конусоподібну структуру. У поперечному напрямку характер спінових коливань носить змішаний характер і вказує на згинальну стійкість циклоїди у всій області її існування.

PACS: 75.30.Fv Волны спиновой плотности;
75.85.+t Магнитоэлектрические эффекты, мультиферроики;
75.50.Ee Антиферромагнетики;
75.30.Gw Магнитная анизотропия;
75.78.-n Динамика намагненности.

Ключевые слова: спиновые волны, несоразмерные структуры, мультиферроики, магнетонные кристаллы.

1. Введение

Магнитоупорядоченные сегнетоэлектрики типа BiFeO_3 благодаря разнообразию магнитоэлектрических свойств представляют большой научный и практиче-

ский интерес как перспективные материалы спинтроники, опто- и СВЧ электроники [1–8]. Значительное влияние на физические свойства антиферромагнитного мультиферроика BiFeO_3 оказывает обнаруженная в нем несоразмерная пространственно-модулированная анти-

ферромагнитная структура, которая перестраивается при изменении температуры и приложении внешнего магнитного поля [9,10]. Теоретическому и экспериментальному исследованию пространственно-модулированной структуры (ПМС) в BiFeO_3 посвящено много работ [9–15], в которых показана возможность контролируемого изменения периода и плоскости разворота антиферромагнитного момента в структуре с помощью изменения спонтанной поляризации, наведенной магнитной анизотропии и других методов. Важную роль при изучении ПМС играют методы нейтронного и электромагнитного рассеяния на самой структуре и на спиновых колебаниях, магнанный спектр которых существенно зависит от основного антиферромагнитного состояния в спиновой подсистеме мультиферроика [16–22]. Детальный теоретический анализ основного антиферромагнитного состояния мультиферроика типа BiFeO_3 для пленок с ориентацией [111], проделанный с учетом особенностей магнанных спектров в однородном и ПМС состояниях, начат нами в работах [23–25]. В них было указано на существенную роль в фазовых изменениях основного антиферромагнитного состояния этого мультиферроика образования наряду с циклоидной также конической ПМС. Значительную роль в неустойчивости ПМС при фазовых переходах могут играть также ее изгибные колебания, которые ранее не учитывались. В настоящей работе представлены результаты исследования спиновых волн в антиферромагнитном мультиферроике типа BiFeO_3 в однородном и модулированном состояниях его спиновой подсистемы с учетом магнитоэлектрического взаимодействия, описываемого инвариантом Лифшица, и двумерной пространственной дисперсии частот колебаний.

2. Исходные уравнения

При анализе спектров мультиферроика будем исходить из лагранжиана для антиферромагнитной подсистемы, полученного в предположении малости слома подрешеток [26–29]:

$$L = \frac{\chi_{\perp}}{2\gamma^2} \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \right)^2 - F(\mathbf{l}), \quad (1)$$

где χ_{\perp} — поперечная магнитная восприимчивость антиферромагнетика, γ — магнитомеханическое отношение, \mathbf{l} — нормированный вектор антиферромагнетизма. Энергия антиферромагнитной подсистемы $F(\mathbf{l})$ включает в себя вклады обменного и магнитоэлектрического взаимодействий, а также энергию магнитной анизотропии и энергию спинов в магнитном поле:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{l}) \approx & F_0 + A \left[(\nabla l_x)^2 + (\nabla l_y)^2 + (\nabla l_z)^2 \right] + \\ & + \beta \mathbf{e}_p \{ (\mathbf{l} \cdot \nabla) \mathbf{l} - \mathbf{l} (\nabla \cdot \mathbf{l}) \} + \frac{\chi_{\perp}}{2} H_D^2 (\mathbf{e}_p \cdot \mathbf{l})^2 + \\ & + \frac{\chi_{\perp}}{2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{l})^2 - \chi_{\perp} H_D \mathbf{H} \cdot [\mathbf{e}_p \times \mathbf{l}] + K_u (\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})^2, \quad (2) \end{aligned}$$

где A — параметр неоднородного обменного взаимодействия, β — параметр неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия, H_D — поле Дзялошинского, K_u — постоянная магнитной анизотропии, $\mathbf{e}_p = \mathbf{P} / P$ — единичный вектор поляризации, \mathbf{n} — единичный вектор одноосной анизотропии. Энергия магнитной анизотропии в общем случае может включать в себя магнитоупругую энергию, наведенную деформациями пленки из-за рассогласования параметров решетки с подложкой.

В дальнейшем будем анализировать частный случай $\mathbf{n} \parallel \mathbf{e}_p$ и ось Z направим вдоль вектора \mathbf{n} . Случай $\mathbf{H} \parallel \mathbf{n} \parallel \mathbf{e}_p$ характеризуется полной аксиальной симметрией и сводится к перенормировке магнитным полем одноосной анизотропии, т.е. $K_u \rightarrow K_u + \chi_{\perp} H^2 / 2$. Он описывается аналогично случаю $\mathbf{H} \perp \mathbf{n} \parallel \mathbf{e}_p$ при $H = 0$ путем замены $\tilde{K}_u = K_u + \chi_{\perp} H^2 / 2$. В этой связи в дальнейшем выберем координатную ось Y совпадающей с направлением действующего поля \mathbf{H} .

Перейдем к нормированным переменным $[t] = \sqrt{2A\chi_{\perp}} / \gamma\beta$, $[x] = 2A/\beta$ и введем обозначения $\kappa = 4AK_u/\beta^2$, $\kappa_d = \chi_{\perp} H_D^2 2A/\beta^2$, $\kappa_M = \chi_{\perp} M_0^2 2A/\beta^2$, $E = F 2A/\beta^2$, $h_D = H_D / M$, $h = H / M$. В частности, для BiFeO_3 в дальнейших расчетах положим $A = 2 \cdot 10^{-7}$ эрг/см, $\chi_{\perp} = M_0^2 / a = 5 \cdot 10^{-5}$, $\beta = 0,6$ эрг/см², $H_D = 10^5$ Э.

Тогда исходный лагранжиан спиновой подсистемы имеет вид

$$L = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \right)^2 - E(\mathbf{l}), \quad (3)$$

где в предположении, что $\nabla = (\partial / \partial \tilde{x}, \partial / \partial \tilde{y}, 0)$, свободная энергия мультиферроика записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial l_x}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial l_y}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial l_z}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial l_x}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial l_y}{\partial \tilde{y}} \right)^2 + \left(\frac{\partial l_z}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right] + \\ & + \left(l_x \frac{\partial l_z}{\partial \tilde{x}} + l_y \frac{\partial l_z}{\partial \tilde{y}} - l_z \frac{\partial l_x}{\partial \tilde{x}} - l_z \frac{\partial l_y}{\partial \tilde{y}} \right) + \\ & + \frac{1}{2} \kappa_d l_z^2 + \frac{1}{2} \kappa_M h^2 l_y^2 - \sqrt{\kappa_d \kappa_M} h l_x + \frac{1}{2} \kappa l_z^2. \quad (4) \end{aligned}$$

В дальнейшем знак « \sim » над переменными для простоты будем опускать. Вариационные уравнения Лагранжа $\partial^2 \mathbf{l} / \partial t^2 - \delta E(\mathbf{l}) / \delta \mathbf{l} = 0$ в угловых переменных $\mathbf{l} = (\sin \theta \cos \varphi, -\cos \theta, \sin \theta \sin \varphi)$ в отсутствие магнитного поля принимают вид

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} - \Delta \theta + \sin \theta \cos \theta \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] + 2 \sin^2 \theta \cos \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \\ + 2 \sin \theta \cos \theta \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \kappa \sin \theta \cos \theta \sin^2 \varphi - \kappa_M h^2 \sin \theta \cos \theta - \\ - \sqrt{\kappa_d \kappa_M} h \cos \theta \cos \varphi = 0, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\ddot{\varphi} - \sin^2 \theta \Delta \varphi - 2 \sin \theta \cos \theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) - 2 \sin \theta \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - 2 \sin^2 \theta \cos \varphi \frac{\partial \theta}{\partial y} + \kappa \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi + \sqrt{\kappa_d \kappa_M} h \sin \theta \sin \varphi = 0, \quad (6)$$

где использовано обозначение $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$. Следует отметить, что дополнительные высокочастотные моды колебаний с антифазным колебанием магнитных подрешеток [29] в приближении малого слома подрешеток не рассматриваются.

3. Колебания одномерной антиферромагнитной циклоиды

Уравнения (5), (6) показывают, что в отсутствие магнитного поля $h = 0$ имеется циклоидная одномерная антиферромагнитная структура $\theta_0 = \pi / 2$, $\varphi = \varphi_0(x)$, описываемая простым уравнением

$$\frac{d^2 \varphi_0}{dx^2} = \kappa \sin \varphi_0 \cos \varphi_0, \quad (7)$$

решение которого дается в виде эллиптической функции Якоби $\sin \varphi_0(x) = \text{sn}(x\sqrt{2H}, m)$, где $m^2 = \kappa / 2H$. Постоянная интегрирования H связана с пространственным периодом структуры соотношением $\Lambda(H) = (4 / \sqrt{2H}) \mathbf{K}(m)$, где $m^2 = \kappa / 2H$ — модуль эллиптического интеграла $\mathbf{K}(m)$. Плотность энергии циклоиды дается формулой

$$E = \frac{1}{2\Lambda} \int_0^\Lambda \left[\left(\frac{d\varphi_0}{dx} \right)^2 + 2 \frac{d\varphi_0}{dx} + \kappa \cos^2 \varphi_0 \right] dx. \quad (8)$$

При этом постоянная H определяется из условия минимума энергетического функционала (8). На рис. 1 приведена зависимость периода циклоиды от параметра магнитной анизотропии κ .

Спектр голдстоуновских одномерных колебаний циклоиды, частота которых всегда содержит нулевую частоту при $k_x = 0$, находится из решения линейризованной системы

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + (\omega^2 - \kappa \cos 2\varphi_0) \varphi = 0. \quad (9)$$

Кроме этого, имеется вторая — активационная ветвь одномерных колебаний, которая описывается уравнением

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \left(\omega^2 + \kappa \sin^2 \varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) \theta = 0. \quad (10)$$

Решение этих линейризованных уравнений можно получить аналитически в гармоническом приближении для циклоиды, полагая $\varphi_0 = q x$, где волновое число q

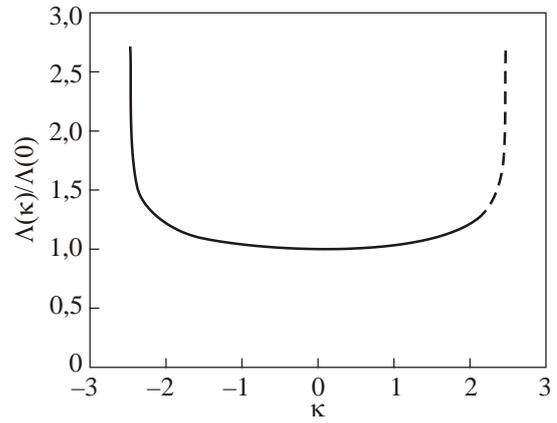


Рис. 1. Зависимость периода циклоидной структуры $\Lambda(\kappa) / \Lambda(0)$, где $\Lambda(0) = 2\pi$, от нормированного параметра анизотропии κ . Пунктиром отмечена зависимость периода циклоиды в области ее неустойчивости.

находится из минимума энергии (8). Уравнения (9) и (10) при этом сводятся к уравнению Матье. Гармоническое приближение достаточно хорошо работает в широком интервале значений параметра анизотропии κ , как это видно из зависимости $\Lambda(\kappa)$ на рис. 1.

Используя терминологию магноники [30,31], можно сказать, что здесь мы имеем дело с магнонным кристаллом, периодичность которого характеризуется периодом циклоиды, а потенциальная энергия определяется энергией анизотропии, магнитным полем и эпитаксиальными деформациями в случае пленок.

Спектр почти свободных магнонов ($\kappa \rightarrow 0$) в таком магнонном кристалле нетрудно получить из уравнений (9) и (10) аналитически. Он находится из спектра свободных магнонов $\omega^2 = k^2$ известным в теории кристаллов [32] методом трансформации его к приведенной зоне Бриллюэна (в данном случае $-1 < k_x < 1$ при измерении волнового числа в единицах $[k] = \pi / \Lambda$) (см. рис. 2). Из (9) следует, что в случае $\kappa = 0$ спектр голдстоуновской моды имеет линейную дисперсионную зависимость $\omega^2 = k_x^2$. При $\kappa = 0$ из минимума энергии (8) следует $q = -1$. Тогда для активационной ветви из (10) для гармонической циклоиды $\varphi_0 = q x$ получаем квадратичную дисперсию $\omega^2 = \omega^2(0) + k_x^2$, где $\omega^2(0) = 1 - (\kappa / 2) - (\kappa^2 / 8) + (7\kappa^4 / 2048) + \dots$ при $k_x, \kappa \ll 1$. В случае $\kappa \neq 0$ возникают дополнительные щели в спектре спиновых волн, связанные с их брегговским рассеянием на периодическом потенциале, создаваемом для спиновых волн циклоидой. Величина расщепления спектра двух нижних полос на границе зоны Бриллюэна ($k_x = \pm 1$) равна в данном случае $\Delta\omega^2 = \kappa$, т.е. в гармоническом приближении ($\kappa \rightarrow 0$) является весьма малой. Расщепление высших полос на границах зоны Бриллюэна в гармоническом приближении обращается в нуль и при конечном κ .

Рассмотрим изменение характеристик спектра при увеличении величины κ , т.е. при увеличении потенци-

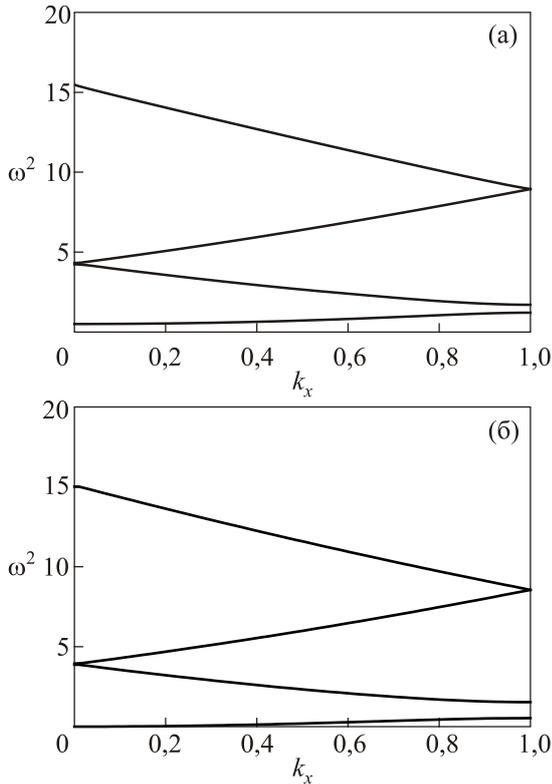


Рис. 2. Зависимость квадрата частоты активационной (а) и голдстоуновской (б) мод $\omega^2(k_x)$ спиновых колебаний, распространяющихся вдоль циклоиды при нулевом магнитном поле и при $\kappa = 1$. Волновое число нормировано на $2\pi/\Lambda$, где Λ — период циклоиды.

альной энергии магнетного кристалла. Для этого можно использовать хорошо известные свойства спектра канонического уравнения Матье [33]. Зависимость почти всех мод, кроме самой нижней активационной, от κ в исследуемом интервале является слабой. При больших значениях κ нужно принимать во внимание ангармоничность циклоиды. Обращает на себя внимание уменьшение нижней активационной частоты с ростом величины, что указывает на возможное ее «зануление» с ростом ангармоничности циклоиды. Действительно, численный расчет подтверждает эту тенденцию (рис. 3).

Для более детального выяснения влияния ангармоничности циклоиды на спектральные характеристики изучаемого магнетного кристалла обратимся к численному анализу уравнений (9) и (10), решаемых совместно с минимизацией свободной энергии системы (8). В силу периодичности с периодом $T = \Lambda/2$ потенциальной функции в скобках уравнений (9), (10), решение для спиновых колебаний находится интегрированием по этому периоду с учетом граничных условий следующего вида:

$$\begin{aligned} \theta(0) &= \theta(T) \exp(-ik_x T), \\ \frac{d\theta}{dx}(0) &= \frac{d\theta}{dx}(T) \exp(-ik_x T), \end{aligned} \quad (11)$$

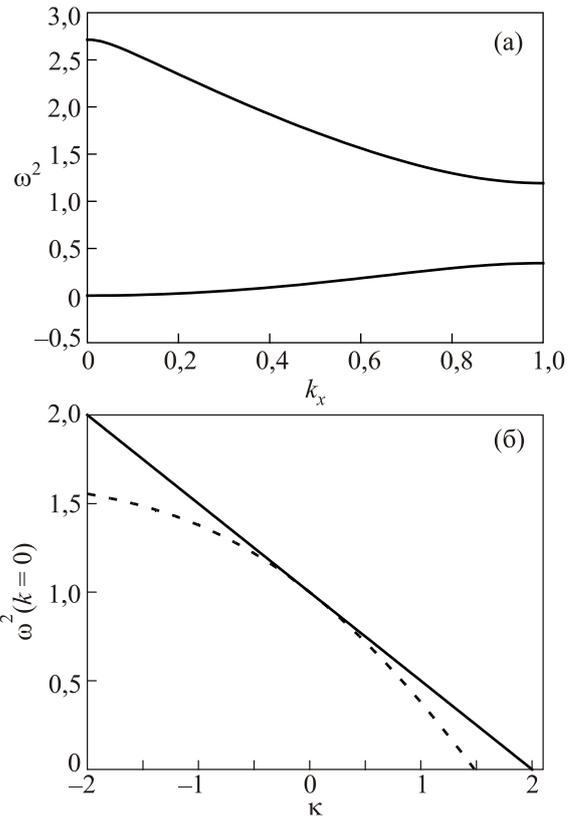


Рис. 3. (а) Спектр активационной моды в критической точке $\kappa_c = 2,015$, $h = 0$. Волновое число нормировано на $2\pi/\Lambda$, где Λ — период циклоиды. (б) Зависимость квадрата начальной частоты активационной моды от параметра анизотропии κ . Пунктирная линия — приближенное аналитическое разложение частоты активационной моды $\omega^2(0) = 1 - \kappa/2 - \kappa^2/8 + 7\kappa^4/2048 + \dots$ по параметру κ .

где k_x — волновое число гармонических спиновых колебаний циклоиды $\theta \sim \exp[i(k_x x - \omega t)]$. Аналогично для голдстоуновской моды $\varphi(x, t) \sim \exp[i(k_x x - \omega t)]$

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= \varphi(T) \exp(-ik_x T), \\ \frac{d\varphi}{dx}(0) &= \frac{d\varphi}{dx}(T) \exp(-ik_x T). \end{aligned} \quad (12)$$

Пример рассчитанных путем численного интегрирования уравнений (9), (10) с граничными условиями (11), (12) спектров $\omega^2(k_x)$ для голдстоуновской и активационной мод для случая $\kappa = 1$ приведен на рис. 2.

Важно отметить, что в отличие от однородного состояния, в котором в рассматриваемом приближении нулевого слома подрешеток имеется всего одна мода антиферромагнитных колебаний (как отмечалось выше, моды колебаний с антифазным колебанием магнитных подрешеток [18] в этом приближении не рассматриваются), в состоянии с пространственной антиферромагнитной модуляцией возникает счетный набор собственных частот колебаний при изменении волнового числа в пределах первой «зоны Бриллюэна», если

пользоваться аналогией с уравнением Шредингера для электрона в периодическом потенциале. Кроме того, с увеличением параметра магнитной анизотропии κ до критического значения $\kappa_c = 2,015$ происходит понижение дна спектра $\omega^2(k_x)$ активационной моды вплоть до смены знака квадрата частоты (рис. 3), что указывает на возникновение неустойчивости плоского состояния циклоиды еще до бесконечного возрастания ее периода. В этом случае, как показывает детальный численный анализ стационарных состояний системы (5), (6), происходит плавный переход второго рода от плоской циклоиды к устойчивой конусообразной структуре, которая затем постепенно трансформируется в однородное легкоплоскостное состояние [23].

4. Пределы существования циклоиды

Рассмотрим случай ненулевого магнитного поля $\mathbf{h} = (0, h, 0)$. Из (4) тогда следует, что в однородной фазе при положительном значении магнитного поля $h > 0$ и $\kappa > 0$ минимальной энергией обладает состояние $\mathbf{l} = (1, 0, 0)$. При $\kappa < 0$ возможна угловая фаза

$$\mathbf{l} = \left(\sqrt{\kappa_d \kappa_M} h / |\kappa|, 0, \sqrt{1 - \kappa_d \kappa_M} h^2 / \kappa^2 \right).$$

Найдем область перехода ZX-циклоиды в однородную фазу при $\kappa < 0$. Перейдем к угловым переменным $\mathbf{l} = (\sin \varphi, 0, \cos \varphi)$. Гамильтониан (4) с точностью до постоянной можно привести к виду

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{2} \kappa \sin^2 \varphi - d \sin \varphi, \quad (13)$$

где $d = \sqrt{\kappa_M \kappa_d} h$. При $d < |\kappa|$, $\kappa < 0$ основным состоянием однородного распределения является угловая фаза $\sin \varphi_0 = d / |\kappa|$, для которой

$$E = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{|\kappa|}. \quad (14)$$

Если $d > -\kappa$, то основным состоянием однородной фазы является $\sin \varphi = 1$ и $E = -\kappa/2 - d$. Таким образом, имеется линия раздела однородных фаз $\kappa = -d = -\sqrt{\kappa_M \kappa_d} h$ ($h > 0$).

Вариационные уравнения дают первый интеграл

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \kappa \sin^2 \varphi + 2d \sin \varphi = 2H, \quad (15)$$

где H — постоянная интегрирования. В этом случае энергия $\langle E \rangle$, усредненная по периоду Λ , будет зависеть от константы H :

$$\langle E(H) \rangle = \frac{1}{\Lambda(H)} \int_0^{2\pi} \sqrt{2H - \kappa \sin^2 \varphi - 2d \sin \varphi} d\varphi - \frac{2\pi}{\Lambda(H)} H, \quad (16)$$

$$\text{где } \Lambda = \int_0^{2\pi} d\varphi / \sqrt{2H - \kappa \sin^2 \varphi - 2d \sin \varphi}.$$

Из экстремума энергии $d < E > / dH = 0$ получаем условие для нахождения константы интегрирования

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{2H - \kappa \sin^2 \varphi - 2d \sin \varphi} d\varphi = 2\pi. \quad (17)$$

При учете (7) следует, что $\langle E \rangle = -H$. Тогда при $d < |\kappa|$, $\kappa < 0$ угловое состояние с $E = -d^2/2|\kappa|$ достигается при $H = d^2/2|\kappa|$. Это означает, что переход к однородному состоянию, согласно (7), происходит при условии

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{d^2 / |\kappa| + |\kappa| \sin^2 \varphi - 2d \sin \varphi} d\varphi = 2\pi. \quad (18)$$

Последнее условие определяет критическую линию перехода $\kappa_c = \kappa_c(h)$ при $\kappa < -d$, где $d = \sqrt{\kappa_M \kappa_D} h$. Она показана на диаграмме рис. 4 линией 1. В частном случае $h = 0$, когда $d = 0$, из (8) получаем, что однородное состояние с $E = 0$ достигается в критической точке $|\kappa_c| = (\pi/2)^2 \approx 2,47$, в которой $\Lambda \rightarrow \infty$. Период циклоиды неограниченно растет во всех точках критической линии $\kappa_c = \kappa_c(h)$, определяемой уравнением (18).

Если $d > -\kappa$ и $E = -\kappa/2 - d$, то $H = d + \kappa/2$. Тогда условие (17) дает критическое соотношение

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{2d(1 - \sin \varphi) + \kappa(1 - \sin^2 \varphi)} d\varphi = 2\pi. \quad (19)$$

Это соотношение определяет линию перехода $\kappa_c = \kappa_c(h)$ циклоиды в однородное состояние в области $d > -\kappa$. Она показана на фазовой диаграмме на рис. 4 линией 2. Можно найти критическую точку пересечения линий (18) и (19) при $\kappa = -d$. Из (9) в этом случае следует, что $\kappa_c = -1$, $h_c = 1/\sqrt{\kappa_M \kappa_d}$. На линии (19) также происходит неограниченный рост периода циклоиды $\Lambda \rightarrow \infty$, как на линии (18).

Однако имеется область полей и значений одноосной анизотропии, где переход в легкоплоскостное состояние осуществляется путем образования конусооб-

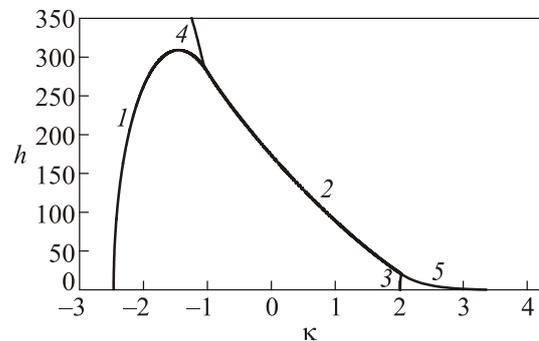


Рис. 4. Диаграмма антиферромагнитных состояний мультиферроика при $H \parallel Y$. Линии 1, 2, 3 ограничивают область существования циклоиды. Линия 4 отделяет угловую от легкоплоскостной однородной фазы. В области, ограниченной линиями 3, 5, существует коническая фаза.

разной структуры [25]. Этот переход является переходом второго рода и может быть зафиксирован по обращению квадрата активационной моды в нуль. На рис. 3 показан рассчитанный с помощью линеаризованных уравнений (5), (6) и граничных условий (11), (12) при $h \neq 0$ спектр активационной моды вблизи критического значения $h_c(\kappa)$ для подобного случая. Критическая линия перехода $h_c(\kappa)$, на которой частота активационной моды обращается в нуль, смещается в сторону возрастания энергии одноосной анизотропии κ , как показано на фазовой диаграмме на рис. 4 линией 3.

Состояние однородного намагничивания имеет также свои пределы существования при вариации внешнего магнитного поля и энергии анизотропии. Эти линии определяются из условия обращения в нуль частоты резонансного спектра для однородного состояния. На диаграмме рис. 4 приведена рассчитанная линия потери устойчивости для фазы $\mathbf{l} = (1, 0, 0)$ (линия 5), которая ограничивает область существования конической фазы.

Из анализа спектра спиновых колебаний в однородной легкоплоскостной фазе $\mathbf{l} = (1, 0, 0)$ следует, что потеря ее устойчивости сопровождается плавным рождением конусообразной циклоиды, развивающейся в направлении оси Y , которая в дальнейшем при уменьшении магнитного поля и анизотропии переходит в плоскую циклоиду вдоль этого направления. Между двумя цик-

лоидами, модулированными во взаимно перпендикулярных направлениях, возможен переход первого рода [25]. Не будем детализировать эту проблему, ограничившись сделанным замечанием.

5. Изгибная устойчивость циклоиды

До сих пор мы считали, что исходная структура одномерна, поэтому при расчете спектров спиновых волн в циклоиде не учитывалась неоднородность в поперечном направлении. Представляет интерес вопрос об изгибной устойчивости структуры, так как из сравнения энергии циклоид, развивающихся в различных направлениях, следует возможность смены энергетического предпочтения при вариации значений плоскостного поля. Проанализируем изгибную устойчивость рассматриваемой одномерной циклоиды, модулированной в направлении оси X , путем анализа спектра спиновых волн, распространяющихся вдоль оси Y , т.е. ограничимся случаем $k_x = 0$. Для проведения анализа будем исходить из системы (5), (6), в которой необходимо искать решения для спиновых колебаний, полагая $\theta = \pi/2 + \theta_1(x) \exp(ik_y - i\omega t) + \text{c.c.}$, $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1(x) \times \exp(ik_y - i\omega t) + \text{c.c.}$, где $\theta_1, \varphi_1 \ll \pi$. Тогда линеаризованная система уравнений принимает вид

$$\begin{cases} -\frac{d^2\theta_1}{dx^2} + \left(k_y^2 - \omega^2 - \left(\frac{d\varphi_0}{dx} \right)^2 - 2\frac{\partial\varphi_0}{\partial x} - \kappa \sin^2\varphi_0 + \kappa_M h^2 + \sqrt{\kappa_d \kappa_M} h \cos\varphi_0 \right) \theta_1 + 2ik_y \cos\varphi_0 \varphi_1 = 0, \\ -\frac{d^2\varphi_1}{dx^2} + (k_y^2 - \omega^2 + \kappa \cos 2\varphi_0 + \sqrt{\kappa_d \kappa_M} h \cos\varphi_0) \varphi_1 - 2ik_y \cos\varphi_0 \theta_1 = 0, \end{cases} \quad (20)$$

где $\varphi_0(x)$ — циклоидное решение, удовлетворяющее вариационному уравнению при плотности энергии (4). Граничные условия в данном случае будут чисто периодическими:

$$\theta_1(0) = \theta_1(T), \quad \frac{d\theta_1}{dx}(0) = \frac{d\theta_1}{dx}(T), \quad (21)$$

$$\varphi_1(0) = \varphi_1(T), \quad \frac{d\varphi_1}{dx}(0) = \frac{d\varphi_1}{dx}(T), \quad (22)$$

где T — период пространственного изменения потенциального рельефа для спиновых волн, который в данном случае совпадает с периодом модулированной структуры $T = \Lambda(h)$. Таким образом, получаем четырехмерный аналог задачи Штурма–Лиувилля на собственные значения для квадрата частоты колебаний ω^2 .

На рис. 5 приведен пример расчета спектральной зависимости $\omega^2(k_y)$ для голдстоуновской моды при $\kappa = 0$ в отсутствие магнитного поля $h = 0$ (кривая 1) и при $h = 30$ (кривая 2). Из приведенной зависимости видно, что квадрат частоты голдстоуновской моды

остается положительным и при распространении спиновой волны в поперечном к циклоиде направлении. Подобная картина для голдстоуновской моды наблю-

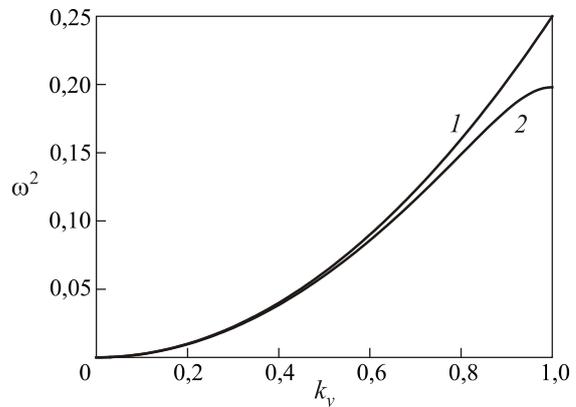


Рис. 5. Спектр голдстоуновской моды антиферромагнитных колебаний циклоиды, распространяющихся в поперечном направлении: 1 — для $h = 0$; 2 — для $h = 30$. Расчет сделан при $\kappa = 0$. Волновое число нормировано на $[k] = \pi / \Lambda$.

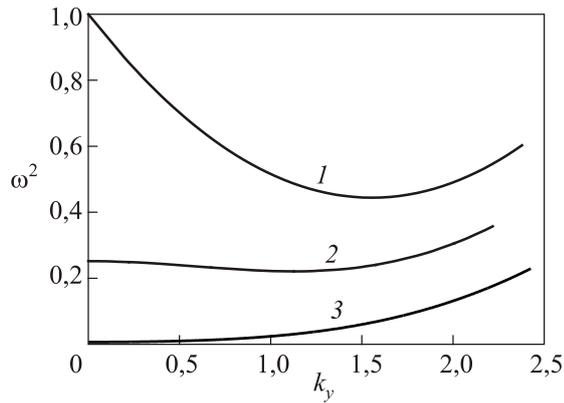


Рис. 6. Спектр активационной моды $\omega^2(k_y)$ для спиновых волн, распространяющихся в поперечном к циклоиде направлении при $h=0$: 1 — $\kappa=0$; 2 — $\kappa=1,5$; 3 — $\kappa=2,0$. Волновое число нормировано на $[k]=\pi/\Lambda$.

дается при вариации параметра анизотропии κ во всей области существования циклоиды.

Расчет активационной ветви колебаний в поперечном направлении также указывает на устойчивый характер колебаний. На рис. 6 приведен пример расчета спектра $\omega^2(k_y)$ активационной моды для $\kappa=0$, $h=0$. Квадрат частоты имеет вначале провал, а затем, после минимума, монотонно возрастает с ростом волнового числа вдоль оси Y , не пересекая нулевой уровень. Расчеты активационного спектра при вариации значений магнитной анизотропии показывают отсутствие неустойчивости в спектре активационной моды при нулевом магнитном поле в интервале существования циклоиды. Приближение к критической точке $\kappa=2,015$, где обращается в нуль начальная частота $\omega(0) \rightarrow 0$ магнетонного спектра, сопровождается исчезновением немонотонности активационной ветви, как показано на рис. 6.

6. Заключение

Таким образом, мы показали, что спектр спиновых волн в мультиферроике типа BiFeO_3 зависит от его антиферромагнитного состояния. С рождением циклоидной структуры вместо двух мод спиновых колебаний, характерных для однородного состояния, возникает счетный набор мод для голдстоуновской ветви магнетонов в циклоиде и для активационной ветви колебаний. Методы неупругого (комбинационного или рамановского) рассеяния, а также спектроскопические методы позволили обнаружить многократное увеличение числа магнетонных мод в пленках и монокристаллах феррита висмута в циклоидной фазе по сравнению с тем, что наблюдается в однородной фазе [15,16,20,34]. Этот факт можно рассматривать как проявление эффекта магнетонного кристалла, характерного для циклоидной фазы. Включение магнитного поля в перпенди-

кулярном циклоиде направлении приводит к дополнительному удвоению набора частот в силу двукратного увеличения периода потенциального рельефа для спиновых волн, распространяющихся вдоль циклоиды. В работе [21] экспериментально показано, что действие магнитного поля увеличивает число активационных магнетонных мод. Распространение спиновых волн поперек циклоиды показывает отсутствие изгибной неустойчивости во всем интервале ее существования. Однако зависимость начальной частоты спектра активационной моды от магнитного поля и анизотропии указывает на наличие неустойчивости циклоиды выше критического значения $\kappa_c(h)$, при котором начальная частота активационной моды обращается в нуль. Детальные численные расчеты показывают, что в этой точке происходит переход второго рода циклоиды в конусообразную пространственно-модулированную структуру, которая является промежуточной между однородным состоянием и циклоидной модуляцией спиновой подсистемы мультиферроика.

Работа поддержана Минобрнауки, контракты №№ 14.B37.21.1090, 16.513.11.3149, РФФИ 13-02-90502, 13-02-12443.

1. H. Schmid, *Ferroelectrics* **162**, 317 (1994).
2. G.A. Smolenskii and I.E. Chupis, *Sov. Phys. Usp.* **25**, 475 (1982).
3. I.E. Chupis, *Cheminform* **42**, Issue 22, May 31 (2011); DOI: [10.1002/chin.201122222](https://doi.org/10.1002/chin.201122222).
4. M. Fiebig, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38**, R 123 (2005).
5. W. Eerenstein, N.D. Mathur, and J.F. Scott, *Nature* **442**, 759 (2006).
6. S.-W. Cheong and M. Mostovoy, *Nature Mater.* **6**, 13 (2007).
7. D. Khomskii, *Phys.* **2**, 20 (2009).
8. А.П. Пятаков, А.К. Звездин, *УФН* **182**, 593 (2012) [*Phys. Usp.* **55**, 557 (2012)].
9. M. Tokunaga, M. Azuma, and Y. Shimakawa, *J. Phys.: Conf. Series* **200**, 012206 (2010).
10. M. Tokunaga, *Front. Phys.* **7**, 386 (2012).
11. I. Sosnowska, T. Peterlin-Neumaier, and E. Steichele, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **15**, 4835 (1982).
12. А.В. Залесский, А.К. Звездин, А.А. Фролов, А.А. Буш, *Письма в ЖЭТФ* **71**, 682 (2000).
13. D. Lebeugle, D. Colson, A. Forget, M. Viret, A.M. Bataille, and A. Gukasov, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 227602 (2008).
14. S. Lee, T. Choi, W. Ratcliff II, R. Erwin, S.W. Cheong, and V. Kiryukhin, *Phys. Rev. B* **78**, 100101 R (2008).
15. D. Sando, A. Agbelele, D. Rahmedov, J. Liu, P. Rovillain, C. Toulouse, I.C. Infante, A.P. Pyatakov, S. Fusil, E. Jacquet, C. Carrétéro, C. Deranlot, S. Lisenkov, D. Wang, J.-M. Le Breton, M. Cazayous, A. Sacuto, J. Juraszek, A.K. Zvezdin, L. Bellaiche, B. Dkhil, A. Barthélémy, and M. Bibes, *Nature Mater.* **12**, 641 (2013).
16. M. Cazayous, Y. Gallais, A. Sacuto, R. de Sousa, D. Lebeugle, and D. Colson, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 037601 (2008)

17. R. de Sousa and J.E. Moore, *Phys. Rev. B* **77**, 012406 (2008).
18. А.К. Звездин, А.А. Мухин, *Письма в ЖЭТФ* **89**, 385 (2009).
19. R. de Sousa and J.E. Moore, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 022514 (2008).
20. U. Nagel, Randy S. Fishman, T. Katuwal, H. Engelkamp, D. Talbayev, Hee Taek Yi, S.-W. Cheong, and T. Rößm, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 257201 (2013).
21. Randy S. Fishman, *Phys. Rev. B* **87**, 224419 (2013).
22. M.K. Singh, R.S. Katiyar, and J.F. Scott, *J. Phys.: Condens. Matter* **20**, 252203 (2008).
23. Н.Е. Кулагин, А.Ф. Попков, А.К. Звездин, *ФТТ* **53**, 912 (2011) [*Phys. Solid State* **53**, 970 (2011)].
24. N. Kulagin, A. Popkov, A. Zvezdin, and S. Soloviov, *Solid State Phenomena* **190**, 285 (2012).
25. Z.V. Gareeva, A.F. Popkov, S.V. Soloviov, and A.K. Zvezdin, *Phys. Rev. B* **87**, 214413 (2013).
26. А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, *УФН* **130**, 39 (1980).
27. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, М.В. Четкин, *УФН* **146**, 417 (1985).
28. А.К. Звездин, А.А. Мухин, *Краткие сообщения по физике* **12**, 10 (1981).
29. А.К. Звездин, А.А. Мухин, *ЖЭТФ* **75**, 306 (1992) [*Sov. Phys. JETP* **102**, 577 (1992)].
30. Ю.В. Гуляев, С.А. Никитов, Л.В. Животовский, А.А. Климов, Ф. Тайад, Л. Пресманес, К. Бонин, Ч.С. Цай, С.Л. Высоцкий, Ю.А. Филимонов. *Письма в ЖЭТФ* **77**, 670 (2003).
31. V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, and D. Grundler, *Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264001 (2010).
32. J.M. Ziman, *Principles of the Theory of Solids*, Cambridge University Press, Cambridge (1972).
33. М. Абрамовиц, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям*, Наука, Москва (1979).
34. R.S. Fishman, J.T. Haraldsen, N. Furukawa, and S. Miyahara, *Phys. Rev. B* **87**, 134416 (2013).

Spin wave spectra and space-modulated structures in BiFeO₃

A.F. Popkov, N.E. Kulagin, S.V. Soloviov,
Z.V. Gareeva, and A.K. Zvezdin

The spin wave spectrum in antiferromagnetic BiFeO₃-type multiferroics is analyzed theoretically. It is shown that the presence of a space-modulated cycloidal structure leads to a countable number of branches of two types of frequency oscillations (Goldstone and activation modes) in the propagation of spin waves along the cycloid. In the absence of magnetic field and anisotropy the magnon spectrum is characterized by the lack of frequency gaps in the spectrum. The peculiarities of spectral dependences of spin oscillations on anisotropy and magnetic field are revealed and the limits of existence of the antiferromagnetic cycloid up to its transformation into a conical structure are determined. In the transverse direction the behavior of spin oscillations are of a mixed character, suggesting that the cycloid has bending stability in the whole area of its existence.

PACS: 75.30.Fv Spin-density waves;
75.85.+t Magnetoelectric effects, multiferroics;
75.50.Ee Antiferromagnetics;
75.30.Gw Magnetic anisotropy;
75.78.-n Magnetization dynamics.

Keywords: spin waves, incommensurate structures, multiferroics, magnonic crystals.