Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2013, т. 39, № 12, с. 1279–1297

Феноменологическая теория релаксации намагниченности

(Обзор)

В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич

Институт магнетизма НАН и МОН Украины, бульв. Вернадского, 36-б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: vbar@imag.kiev.ua,
alek_tony@ukr.net

Статья поступила в редакцию 26 июня 2013 г., после переработки 27 сентября 2013 г.

Обзор посвящен последовательному изложению результатов, полученных ранее авторами, по релаксации намагниченности в магнитоупорядоченных кристаллах. Проанализированы идеи феноменологической теории магнетизма, сформулированные в работах Ландау и Лифшица. Изложен общий метод построения диссипативной функции как для магнитоупорядоченных систем, так и для парамагнетиков. Для магнитоупорядоченных систем учтена диссипация обменной и релятивистской природы. Установлено, что для построения диссипативной функции необходимо учитывать не только симметрию кристалла, но и законы сохранения намагниченности. Показано, что в случае ферромагнетика, основное состояние которого характеризуется непрерывным параметром вырождения, релаксационное слагаемое Ландау–Лифшица дает качественно неправильные результаты (аномально большое затухание спиновых волн). По предложенной нами методике рассчитаны и проанализированы спектры спиновых волн и их затухание для ферромагнетиков одноосной, тетрагональной и кубической симметрии, а также двухподрешеточных одноосных ферритов. Установлен двухступенчатый характер релаксации вектора намагниченности в ферромагнетиках и многоступенчатый характер релаксации в ферритах. В ферритах наиболее быстрым процессом является процесс релаксации длины вектора антиферромагнетизма. Показано, что эта релаксация обусловлена обменным взаимодействием между подрешетками феррита и усилена обменными взаимодействиями внутри подрешеток. Релаксация суммарной намагниченности феррита происходит значительно медленнее и, как и в случае простого ферромагнетика, описывается неоднородными обменными взаимодействиями и релятивистскими взаимодействиями. Полученные в работе результаты хорошо согласуются с последними экспериментальными данными.

Огляд присвячено послідовному викладу результатів, які отримані раніше авторами, по релаксації намагніченості в магнітоупорядкованих кристалах. Проаналізовано ідеї феноменологічної теорії магнетизму, що сформульовані в роботах Ландау та Ліфшиця. Викладено загальний метод побудови дисипативної функції як для магнітоупорядкованих систем, так і для парамагнетиків. Для магнітоупорядкованих систем враховано дисипацію обмінної та релятивістської природи. Встановлено, що для побудови дисипативної функції необхідно враховувати не лише симетрію кристала, але і закони збереження намагніченості. Показано, що у разі феромагнетика, основний стан якого характеризується безперервним параметром виродження, релаксаційний доданок Ландау–Ліфшиця дає якісно неправильні результати (аномально велике загасання спінових хвиль). За запропонованою нами методикою розраховано та проаналізовано спектри спінових хвиль і їх загасання для феромагнетиків одновісної, тетрагональної та кубічної симетрії, а також двохпідграткових одновісних феритів. Встановлено двоступеневий характер релаксації вектора намагніченості у феромагнетиках і багатоступеневий характер релаксації у феритах. У феритах найбільш швидким процесом є процес релаксації довжини вектора антиферомагнетизму. Показано, що ця релаксація обумовлена обмінною взаємодією між підгратками фериту і посилена обмінними взаємодіями усередині підграток. Релаксація сумарної намагніченості фериту відбувається значно повільніше і, як і у разі простого феромагнетика, описується неоднорідними обмінними взаємодіями і релятивістськими взаємодіями. Отримані в роботі результати добре узгоджуються з останніми експериментальними даними.

PACS: **76.20.+q** Общая теория резонансов и релаксации;
75.25.+z Расположение спинов в магнитоупорядоченных материалах (включая исследования при помощи нейтронов и спин-поляризованных электронов, рассеяние синхротронного рентгеновского излучения и т.д.).

Ключевые слова: ферромагнетик, феррит, парамагнетик, затухание спиновых волн, диссипативная функция, закон дисперсии.

Содержание

Введение

В 1935 г. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц опубликовали работу «К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел» [1], которой суждено было стать одной из самых популярных работ Ландау и Лифшица и не потерять своей актуальности до настоящего времени. В этой работе впервые для магнитоупорядоченных сред было предложено общее уравнение, описывающее как динамические, так и статические свойства ферромагнетика. Это уравнение заслуженно получило в литературе название «Уравнение Ландау–Лифшица».

Фундаментальный результат работы [1] — построение квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика при низких температурах. Это построение базируется на соображениях симметрии кристалла и разделении взаимодействий в ферромагнетике на два класса: слабые релятивистские взаимодействия и сильное обменное взаимодействие. Не менее фундаментальным результатом является введение эффективного магнитного поля как вариационной производной от термодинамического потенциала ферромагнетика по намагниченности.

В последующие десятилетия теория магнетизма Ландау получила широкое развитие. Однако во многих случаях [2] для описания тех или иных явлений использование классических моделей, предложенных в работах Ландау и Лифшица, оказывалось недостаточным. Среди таковых можно назвать и много наших совместных работ с В.В. Еременко [2–4]. Такие исследования показали необходимость дальнейшего совершенствования теории Ландау, особенно в вопросе, связанном с диссипативными процессами в магнитоупорядоченных структурах.

1. Затухание спиновых волн в ферромагнетиках

1.1. Квазиравновесный термодинамический потенциал и динамика намагниченности ферромагнетика

Напомним классические принципы построения квазиравновесного термодинамического потенциала F [1,5]. Он строится на основе соображений симметрии и представления о том, что обменная энергия намного больше релятивистских энергий (энергии магнитного дипольного взаимодействия и энергии магнитной анизотропии) [1]. Рассмотрим состояние ферромагнетика с намагниченностью $\mathbf{M}$ при температуре T. Согласно экспериментальным данным, намагниченность ферромагнетика лежит в интервале $M_\infty > M > 0$ при температурах $0 < T < T_C$. Это означает, что намагниченность в начальный момент времени может быть как больше, так и меньше $M_0(T)$. Например, при температурах $T \cong 0{,}7T_C$ отличие M от $M_0(T)$ может быть значительным.

Как известно, величина намагниченности формируется обменным взаимодействием. Поэтому разница между M и M_0 определяется вкладом в неравновесный термодинамический потенциал от обменной энергии, который может быть представлен в виде [5]:

$$f_{\text{ex1}} = \frac{(M^2 - M_0^2)^2}{8\chi M_0^2}. \tag{1.1}$$

χ — обменная постоянная, которая имеет смысл продольной магнитной восприимчивости ферромагнетика. По порядку величины она равна

$$\chi \approx \mu_B M_0 / k_B T_C. \tag{1.2}$$

Здесь k_B — постоянная Больцмана, μ_B — магнетон Бора.

Кроме однородного обменного взаимодействия, определяющего величину намагниченности при заданной температуре, необходимо учесть неоднородное обменное взаимодействие, которое является следствием неоднородности намагниченности образца и также существенно проявляется при повышении температуры ($T \to T_C$). Его вклад описывается слагаемым

$$f_{\text{ex},2} = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\right)^2. \tag{1.3}$$

Постоянная неоднородного обменного взаимодействия α по порядку величины равна $k_b T_C a^2$, где a — постоянная решетки [1]. Конечно, главным обменным слагаемым является первое слагаемое (1.1), описывающее однородное обменное взаимодействие. Это слагаемое не дает вклада в уравнение движения, а служит для определения основного состояния ферромагнетика.

Направление вектора магнитного момента кристалла $\mathbf{M}$ определяется энергией магнитной анизотропии [1], которую обычно представляют в виде разложения в ряд $f_a(M_i)$ по степеням компонент $\mathbf{M}$. При этом комбинации произведений компонент намагниченности отвечают симметрии кристалла и операции обращения времени [1,5]. Как правило, оставляют только несколько первых членов разложения, в простейшем случае одноосного ферромагнетика

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2} K M_z^2, \tag{1.4}$$

где K — константа анизотропии.

Диполь-дипольное взаимодействие, кроме вклада в энергию анизотропии, отвечает также и за энергию размагничивающих полей, которая может быть записана в следующем виде [5]:

$$f_{dd} = \frac{1}{8\pi}\mathbf{H}_m^2. \tag{1.5}$$

Если рассматривать ферромагнетик в присутствии внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$, то необходимо учитывать и энергию намагниченности во внешнем магнитном поле — Зеемановскую энергию:

$$f_Z = -\mathbf{M}\mathbf{H}_0. \tag{1.6}$$

Полное выражение для квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика в состоянии с намагниченностью $\mathbf{M}$ при температуре T определяется интегрированием суммы всех плотностей энергий по объему кристалла [5]:

$$F = \int f(\mathbf{M}, \partial\mathbf{M}/\partial x_i)\, dV, \tag{1.7}$$

где $f(\mathbf{M}, \partial\mathbf{M}/\partial x_i) = f_{\text{ex}1} + f_{\text{ex}2} + f_a + f_{dd} + f_Z$ — плотность полной энергии ферромагнетика, а интегрирование ведется по всему объему V кристалла.

Спиновые волны могут быть изучены как на основе микроскопического квантового спинового гамильтониана [5], так и с помощью феноменологических уравнений. Феноменологический подход позволяет исследовать длинноволновые спиновые волны гораздо проще и с использованием минимального математического аппарата. Для феноменологического описания динамических свойств ферромагнетика используют уравнение движения магнитного момента (уравнение Ландау–Лифшица) [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\text{eff}}]. \tag{1.8}$$

В этом уравнении $\mathbf{H}^{\text{eff}}$ — эффективное магнитное поле, $\gamma = g|\mu_B|/\hbar \approx 2|\mu_B|/\hbar$ — гиромагнитное отношение. Эффективное магнитное поле определяется по квазиравновесному термодинамическому потенциалу следующим образом:

$$\mathbf{H}^{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}}. \tag{1.9}$$

Линеаризируя уравнение (1.8) и решая его в компонентной форме, можно получить законы дисперсии спиновых волн в различных основных состояниях ферромагнетика. Напомним результаты для спектра спиновых волн [5] одноосного ферромагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля. Если ферромагнетик имеет магнитную анизотропию типа легкая ось $(K > 0)$, то в основном состоянии намагниченность ориентирована вдоль оси симметрии (оси z) и спектр спиновых волн имеет вид

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma M_0 \sqrt{(\alpha k^2 + K)(\alpha k^2 + K + 4\pi \sin^2\theta_k)}, \tag{1.10}$$

где θ_k — полярный угол волнового вектора $\mathbf{k}$.

Если ферромагнетик имеет магнитную анизотропию типа легкая плоскость ($K < 0$), то в основном состоянии намагниченность лежит в базисной плоскости (плоскости $x0y$). Спектр спиновых волн в этом случае имеет вид

$$\omega(\mathbf{k}) = \\ = \gamma M_0 \sqrt{(\alpha k^2 + |K|)\alpha k^2 + 4\pi \sin^2\theta_k (\alpha k^2 + |K|\sin^2\varphi_k)}, \tag{1.11}$$

где φ_k — азимутальный угол волнового вектора. Углы θ_k и φ_k отсчитываются от равновесного направления вектора намагниченности. Значения этих углов определяются в результате решения внешней магнитостатической задачи.

Прокомментируем формулы для спектров (1.10) и (1.11). При больших волновых векторах ($\alpha k^2 >> |K|$) эти формулы дают одинаковый результат — закон Блоха [6]:

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma M_0 \alpha k^2 \equiv \Theta_c (ak)^2 .$$

Здесь Θ_c — обменный интеграл в энергетических единицах.

Обсудим случай малых волновых векторов ($k \to 0$). В этом случае имеем

$$\omega(0,\theta_k) = \gamma M_0 \sqrt{K(K + 4\pi \sin^2 \theta_k)} , \qquad (1.10a)$$

$$\omega(0,\theta_k,\varphi_k) = \gamma M_0 \sqrt{4\pi |K| \sin^2 \theta_k \sin^2 \varphi_k} . \qquad (1.11a)$$

Ясно, что спектр (1.10а) содержит конечную активацию. В то же время спектр (1.11а) принадлежит ферромагнетику с вырожденным вакуумом, если его форма — плоскопараллельная пластинка, нормаль к которой совпадает с осью симметрии. Вырождение связано с поворотом $\mathbf{M}$ на произвольный угол $\delta\varphi$ вокруг оси симметрии. Вследствие этого активация спектра (1.11а) должна быть равной нулю. Повороту $\delta\varphi$ можно сопоставить возбуждение в ферромагнетике спиновых волн, волновой вектор которых равен нулю и угол $\theta_k = 0$. Из формулы (1.11а) видно, что в этом случае $\omega(0,\theta_k = 0) = 0$.

1.2. Диссипативная функция ферромагнетика

Для учета диссипативных процессов при рассмотрении динамических свойств магнитоупорядоченных кристаллов в уравнение движения магнитного момента (1.8) вводится релаксационное слагаемое $\mathbf{R}$ [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\text{eff}}] + \mathbf{R} . \qquad (1.12)$$

Впервые вид релаксационного слагаемого был предложен в работе [1]:

$$\mathbf{R}_{LL} = \frac{\lambda_L}{\mathbf{M}_0^2}[\mathbf{M},[\mathbf{M},\mathbf{H}^{\text{eff}}]] . \qquad (1.13)$$

Диссипативная функция в работе [1] не рассматривалась, и релаксационный член в уравнении движения для намагниченности был предложен исходя из тех соображений, что он должен описывать приближение вектора намагниченности к эффективному магнитному полю. Много позже Гильберт [7] построил диссипативную функцию ферромагнетика, соответствующую релаксации Ландау–Лифшица, и предложил запись релаксационного слагаемого через производную по времени от намагниченности:

$$\mathbf{R}_G = \frac{\lambda_G}{M_0}\left[\mathbf{M}, \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\right] . \qquad (1.14)$$

Релаксационные слагаемые $\mathbf{R}_{LL}$ и $\mathbf{R}_G$, как известно, совпадают с точностью до постоянного множителя. Как в работе Ландау и Лифшица, так и в работе Гильберта использована модель ферромагнетика с постоянной по абсолютной величине намагниченностью. Другими словами, продольная восприимчивость ферромагнетика считалась равной нулю. Несмотря на векторное уравнение движения, релаксационный член Ландау–Лифшица–Гильберта характеризуется одной релаксационной постоянной, что соответствует изотропной среде. Недостаток релаксационного слагаемого Ландау–Лифшица в том, что релаксацию векторной величины, каковой является намагниченность, предлагается описывать с помощью одной релаксационной константы.

Поскольку в большинстве фундаментальных работ эксперименты проводились на железо-иттриевом гранате с кубической симметрией, то для их описания было достаточно одной константы релаксации. В экспериментах же по подвижности доменных стенок в одноосных пленках с большим фактором качества $(K / 4\pi M_0^2 >> 1)$, как отмечается в книге [5], одной константы релаксации в уравнении движения Ландау–Лифшица оказывается недостаточно. С помощью одной константы релаксации нельзя описать и эксперименты по ферромагнитному резонансу в таких пленках, и эксперименты по подвижности доменных границ.

Ландау и Лифшиц отмечали еще одну особенность релаксационного члена (1.13) [1]. Это слагаемое обусловлено спин-спиновыми и спин-орбитальными взаимодействиями и не описывает релаксацию, обусловленную обменным взаимодействием. Однако исследования последующих лет [2,3] показали необходимость учета обменных диссипативных процессов. Впервые обобщение релаксационного члена Ландау–Лифшица–Гильберта на случай обменного взаимодействия было предпринято Камберским [8]. Им было предложено дополнительное слагаемое:

$$\mathbf{R}_K = \frac{\lambda_K}{M_0}\left[\Delta \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \mathbf{M}\right] . \qquad (1.15)$$

Однако при учете закона сохранения намагниченности можно показать, что релаксационный член Камберского не может описывать обменную релаксацию, так как он не сводится к дивергенции диссипативного потока. Только в линейном приближении можно говорить о его обменной природе.

Важно также отметить, что магнитные колебания могут быть описаны уравнением (1.12) и для парамагнитных кристаллов. Так, для описания динамики ядерной намагниченности Блох предложил уравнение [6]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}_0] - \frac{M_z - M_0}{\tau_1}\mathbf{e}_z - \frac{M_x \mathbf{e}_x + M_y \mathbf{e}_y}{\tau_2}, \quad (1.16)$$

в котором для описания процесса релаксации используются уже две релаксационные константы τ_1 и τ_2, в соответствии с симметрией изотропного парамагнетика во внешнем магнитном поле $\mathbf{H}_0$. Далее мы покажем, что использование диссипативной функции позволяет единым образом описать релаксационные процессы и в магнитоупорядоченных кристаллах, и в парамагнетиках.

В работах [9] было показано, что в случае ферромагнетика с вырожденным основным состоянием релаксационное слагаемое дает качественно неправильные результаты. А именно: затухание спиновых волн, рассчитанное с использованием релаксационного слагаемого (1.13), получается конечной величиной, в то время как частота спиновых волн стремится к нулю при $k \to 0$. Рассмотрение выражения (1.13) показывает, что в нем никак не учитывается симметрия магнитного материала, что и приводит к противоречию.

В работах [9,10] был развит метод получения диссипативной функции ферромагнетика, основанный на соображениях симметрии и законах сохранения для намагниченности. Построение диссипативной функции ферромагнетиков базируется на основных феноменологических принципах, изложенных в работах Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица. Согласно данному методу, выражение для диссипативной функции, учитывая (1.9), можно представить в следующем виде:

$$Q = -\frac{dF}{dt} = -\int \frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} dV = \int \mathbf{H}^{\text{eff}} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} dV. \quad (1.17)$$

Подставляя в (1.17) вместо $\partial \mathbf{M} / \partial t$ его значение из уравнения (1.12), легко найти

$$Q = \int \mathbf{H}^{\text{eff}} \mathbf{R}\, dV. \quad (1.18)$$

Отсюда следует, что релаксационный член может быть представлен в виде [10]:

$$\mathbf{R} = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}^{\text{eff}}}, \quad (1.19)$$

если Q — квадратичная функция $\mathbf{H}^{\text{eff}}$. Из формулы (1.18) также следует вывод, что релаксационный член необходимо строить в виде разложения по степеням эффективного магнитного поля: $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{H}^{\text{eff}}, \partial \mathbf{H}^{\text{eff}}/\partial x_i)$. То есть следует выбирать в качестве параметра, характеризующего квазиравновесное состояние, не $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$, а эффективное магнитное поле $\mathbf{H}^{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)$. Это поле «удобнее» намагниченности тем, что оно мало для всех актуальных неравновесных состояний. В состоянии равновесия $\mathbf{H}^{\text{eff}} = 0$, следовательно, и $\mathbf{R} = 0$. Поэтому в линейном приближении будет

$$\mathbf{R} = \lambda \mathbf{H}^{\text{eff}} - \lambda_{ik}^{\text{ex}} \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i \partial x_k}. \quad (1.20)$$

В этой формуле λ и λ_{ik}^{ex} — некоторые релаксационные тензоры в спиновом пространстве. Тензор λ можно представить в виде суммы двух тензоров: $\lambda = \lambda^r + \lambda^e$, поскольку первое слагаемое может описывать диссипативные процессы как обменной (λ^e), так и релятивистской (λ^r) природы. Второе слагаемое описывает релаксацию неоднородных распределений $\mathbf{H}^{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)$ (и, естественно, намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$) к однородному распределению, этот тип релаксации определяется главным образом обменным взаимодействием.

Используя полученное выражение для релаксационного слагаемого, можно представить диссипативную функцию в виде [10]:

$$Q = \int q\, dV,$$

где q — плотность диссипативной функции, которая имеет вид [10]:

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{ik} H_i^{\text{eff}} H_k^{\text{eff}} + \frac{1}{2}\lambda_{ik}^{\text{ex}} \frac{\partial \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_k}. \quad (1.21)$$

Диссипативная функция, как известно, должна быть инвариантна относительно преобразований группы симметрии кристалла. Рассмотрим, какие ограничения налагает это требование на конкретный вид диссипативной функции. Учтем вначале симметрию обменного взаимодействия. В обменном приближении q не должна изменяться при произвольном однородном повороте вектора намагниченности $\mathbf{M}$ и вектора эффективного магнитного поля $\mathbf{H}^{\text{eff}}$. Если выбрать q в виде

$$q = \frac{1}{2}\lambda^e H_i^{\text{eff}} H_i^{\text{eff}} + \frac{1}{2}\lambda_{ik}^{\text{ex}} \frac{\partial H_i^{\text{eff}}}{\partial x_i} \frac{\partial H_i^{\text{eff}}}{\partial x_k}, \quad (1.22)$$

то это выражение будет удовлетворять требованиям симметрии обменного взаимодействия. Это выражение, тем не менее, нельзя считать окончательным для диссипативной функции. Это связано с тем, что в обменном приближении сохраняется полная намагниченность ферромагнетика:

$$\mathbf{M}_{\text{tot}} = \int \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)\, dV = \text{const}.$$

Дифференциальная форма этого закона сохранения имеет вид [9]:

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} = 0. \quad (1.23)$$

В этой формуле Π_{ik} — поток i-й компоненты вектора намагниченности через единичную площадку, перпендикулярную k-й оси. Используя (1.7) и (1.9), легко найти явное выражение для эффективного поля в пренебрежении релятивистскими взаимодействиями и внешним магнитным полем:

$$\mathbf{H}_{\text{ex}}^{\text{eff}} = \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} - \frac{(M^2 - M_0^2)\mathbf{M}}{2\chi M_0^2}. \qquad (1.24)$$

Из формул (1.20) и (1.24) следует, что первое слагаемое релаксационного члена нельзя свести к дивергенции. По этой причине необходимо положить компоненты λ^e равными нулю. В результате диссипативная функция и релаксационное слагаемое в обменном приближении приобретают вид

$$q_{\text{ex}} = \frac{1}{2}\lambda_{ik}^{\text{ex}} \frac{\partial H_i^{\text{eff}}}{\partial x_i} \frac{\partial H_i^{\text{eff}}}{\partial x_k}, \quad \mathbf{R}_{\text{ex}} = -\lambda_{ik}^{\text{ex}} \frac{\partial^2 \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i \partial x_k}.$$

Подчеркнем, что для их определения необходимо не просто использовать инвариантность диссипативной функции относительно однородных поворотов эффективного магнитного поля, но и более глубокие соображения, связанные, строго говоря, с обменной симметрией. В этом случае уравнение Ландау–Лифшица принимает вид закона сохранения (1.23), в котором

$$\Pi_{ik} = -\gamma \left[\mathbf{M}, \alpha \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_k} \right]_i - \lambda_{sk}^{\text{ex}} \frac{\partial \mathbf{H}_i^{\text{eff}}}{\partial x_s}.$$

Перейдем теперь к определению релятивистской части диссипативной функции [10]. Эта часть диссипативной функции определяется первым слагаемым в выражении для плотности диссипативной функции (1.22). Поскольку q должна быть инвариантной относительно группы симметрии кристалла, то тензор λ^r определяется этой симметрией, аналогичное условие имеет место и для обменного тензора λ_{ik}^{ex}. Чтобы определить конкретный вид релаксационных тензоров λ^r и λ_{ik}^{ex}, необходимо конкретизировать магнитный кристаллический класс ферромагнетика. Приведем вид тензоров λ^r и λ_{ik}^{ex} для наиболее популярных типов кристаллической симметрии. В случае кристаллов кубической симметрии

$$\lambda^r = \text{diag}\,(\lambda^r, \lambda^r, \lambda^r), \; \lambda_{ik}^{\text{ex}} = \text{diag}\,(\lambda^{\text{ex}}, \lambda^{\text{ex}}, \lambda^{\text{ex}}). \quad (1.25)$$

Для кристаллов гексагональной симметрии, к которым относятся одноосные и тетрагональные ферромагнетики, тензоры λ^r и λ_{ik}^{ex} имеют вид

$$\lambda^r = \text{diag}\,(\lambda_{11}^r, \lambda_{11}^r, \lambda_{33}^r), \; \lambda_{ik}^{\text{ex}} = \text{diag}\,(\lambda_{11}^{\text{ex}}, \lambda_{11}^{\text{ex}}, \lambda_{33}^{\text{ex}}). \quad (1.26)$$

Для кристаллов орторомбической симметрии

$$\lambda^r = \text{diag}\,(\lambda_{11}^r, \lambda_{22}^r, \lambda_{33}^r), \; \lambda_{ik}^{\text{ex}} = \text{diag}\,(\lambda_{11}^{\text{ex}}, \lambda_{22}^{\text{ex}}, \lambda_{33}^{\text{ex}}). \quad (1.27)$$

Выше изложена методика построения диссипативной функции ферромагнетика в линейном приближении [10]. Однако в некоторых задачах возникает необходимость учета нелинейной части диссипативной функции. При этом необходимо следовать тем же соображениям, которые использованы в [1] при построении квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика. Другими словами, классификация слагаемых по порядку малости и степеням намагниченности для плотности диссипативной функции (1.22) аналогична классификации слагаемых по порядку малости и степеням намагниченности для квазиравновесной свободной энергии (1.7) [12].

На примере кубического кристалла легко показать, как провести учет нелинейной диссипации [10]. Аналогично тому, как это делалось для энергии магнитной анизотропии, убеждаемся, что инвариантами четвертого и шестого порядков являются величины

$$I_4 = (H_x^{\text{eff}})^4 + (H_y^{\text{eff}})^4 + (H_z^{\text{eff}})^4,$$
$$I_6 = (H_x^{\text{eff}})^2 (H_y^{\text{eff}})^2 (H_z^{\text{eff}})^2.$$

Таким образом, релятивистская часть диссипативной функции кубического кристалла равна [10]:

$$q_r = \frac{1}{2}\lambda^r (H_i^{\text{eff}})^2 + \frac{1}{4}\lambda_4^r \left[(H_x^{\text{eff}})^4 + (H_y^{\text{eff}})^4 + (H_z^{\text{eff}})^4 \right] + \\ + \frac{1}{2}\lambda_6^r (H_x^{\text{eff}})^2 (H_y^{\text{eff}})^2 (H_z^{\text{eff}})^2. \qquad (1.28)$$

Поскольку в кубическом кристалле основное состояние ферромагнетика имеет дискретный, а не непрерывный параметр вырождения, то для него нет каких-либо законов сохранения компонент намагниченности. Это означает, что диссипативная функция (1.28) является окончательным вариантом релятивистской части диссипативной функции кубического ферромагнетика в нелинейном приближении. Используя те же соображения, что и при построении квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика, можно показать, что слагаемые в диссипативной функции, содержащие более высокие степени вектора эффективного магнитного поля, являются членами более высокого порядка малости, чем приведенные в формуле (1.22). То есть, как и для констант магнитной анизотропии, для релаксационных констант λ^r, λ_4^r, λ_6^r справедливо неравенство $\lambda^r \gg \lambda_4^r \gg \lambda_6^r$.

1.3. Спектр спиновых волн одноосного ферромагнетика

Обсудим теперь вопрос о формальном переходе от реального кристалла к модели ферромагнетика одноосной симметрии. Рассмотрим одноосный ферромагнетик, ось симметрии которого направлена по оси $0z$.

Плотность энергии магнитной анизотропии в этом случае можно представить в виде [5]:

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2}K_1 M_z^2 - \frac{1}{4}K_2 M_z^4 . \qquad (1.29)$$

Здесь K_1, K_2 —константы магнитной анизотропии. Приведем результаты для одноосного ферромагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля, при этом будем считать, что размагничивающие поля достаточно малы. Следовательно, энергии (1.5) и (1.6) в полной энергии ферромагнетика отсутствуют.

Используя соображения симметрии, плотность диссипативной функции одноосного ферромагнетика во втором порядке по степеням эффективного магнитного поля можно представить в виде [10]:

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{11}^r\left[(H_x^{\text{eff}})^2 + (H_y^{\text{eff}})^2\right] + \\ + \frac{1}{2}\lambda_{33}^r (H_z^{\text{eff}})^2 + \frac{1}{2}\lambda^{\text{ex}}\left(\frac{\partial \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i}\right)^2 . \qquad (1.30)$$

Здесь и далее для простоты будем считать, что все компоненты тензора λ_{ik}^{ex} равны.

Для дальнейшего упрощения диссипативной функции необходимо обратиться к закону сохранения компоненты намагниченности вдоль оси симметрии:

$$\frac{\partial M_z}{\partial z} + \frac{\partial \Pi_{zk}}{\partial x_k} = 0 . \qquad (1.31)$$

Релаксационное слагаемое и эффективное магнитное поле, соответствующие диссипативной функции (1.30) и энергии магнитной анизотропии (1.29), имеют вид [10]:

$$\mathbf{R} = \lambda_{11}^r (H_x^{\text{eff}}\mathbf{e}_x + H_y^{\text{eff}}\mathbf{e}_y) + \lambda_{33}^r H_z^{\text{eff}}\mathbf{e}_z - \lambda^{\text{ex}}\frac{\partial^2 \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i^2}, \quad (1.32)$$

$$\mathbf{H}^{\text{eff}} = K_1 M_z \mathbf{e}_z + K_2 M_z^3 \mathbf{e}_z + \alpha\frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} - \frac{(M^2 - M_0^2)\mathbf{M}}{2\chi M_0^2}, \quad (1.33)$$

где $\mathbf{e}_i$ — единичные векторы вдоль соответствующих осей. Используя эти формулы, нетрудно убедиться, что динамическая часть уравнения Ландау–Лифшица $\gamma[\mathbf{M},\mathbf{H}]_z$ сводится к дивергенции. Компоненту R_z релаксационного слагаемого, как это следует из формулы (1.32), можно представить в виде дивергенции, только если $\lambda_{33}^r = 0$. Это означает, что в качестве диссипативной функции одноосного кристалла следует взять выражение [10]:

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{11}^r\left((H_x^{\text{eff}})^2 + (H_y^{\text{eff}})^2\right) + \frac{1}{2}\lambda^{\text{ex}}\left(\frac{\partial \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i}\right)^2 . \quad (1.34)$$

Микроскопический расчет в рамках теории спиновых волн приводит к диссипативной функции этой структуры. В книге [5] приведены декременты затухания спиновых волн, по которым легко найти температурные зависимости констант λ_{11}^r и λ^{ex} при низких температурах $T \ll T_C$.

Как хорошо известно [5,11], существуют следующие три основных состояния (фазы) одноосного ферромагнетика в таких условиях: фаза $\Phi(\|)$ — «легкая ось», в которой намагниченность $\mathbf{M}$ параллельна оси симметрии; фаза $\Phi(\angle)$ — «угловая», в которой $\mathbf{M}$ ориентирована под углом θ к оси симметрии; фаза $\Phi(\perp)$ — «легкая плоскость», в которой $\mathbf{M}$ лежит в базисной плоскости.

Зная свободную энергию одноосного ферромагнетика и соответствующее ей эффективное поле (1.33), диссипативную функцию (1.34) и соответствующие ей компоненты релаксационного члена

$$\mathbf{R} = \lambda_{11}^r (H_x^{\text{eff}}\mathbf{e}_x + H_y^{\text{eff}}\mathbf{e}_y) - \lambda^{\text{ex}}\frac{\partial^2 \mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i^2}, \quad (1.35)$$

а также уравнение движения намагниченности (1.12), можно найти закон дисперсии спиновых волн, их затухания и релаксацию величины намагниченности $\mathbf{M}$ во всех трех основных состояниях.

1. Фаза «легкая ось» $\Phi(\|)$. Минимизируя полную энергию ферромагнетика, можно получить не только условие на полярный угол магнитного момента $\theta = 0$, но и абсолютное значение магнитного момента в равновесном состоянии:

$$M^2 = M_0^2\frac{1 - 2\chi K_1}{1 + 2\chi M_0^2 K_2}, \qquad (1.36)$$

за счет наличия малой продольной восприимчивости оно будет отличаться от M_0^2. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 + K_2 M_0^2 > 0$.

Линеаризуя уравнение (1.12) по малым отклонениям $\mathbf{m}$ от абсолютного значения магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r},t) = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}(\mathbf{r},t)$ и переходя к компонентам Фурье для этих отклонений:

$$m_i \sim \exp\left(-i(\omega t - \mathbf{kr})\right),$$

можно получить закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания:

$$\omega_{SW} = -i(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}}k^2)\Omega \pm \gamma M_0 \Omega, \qquad (1.37)$$

где $\Omega = \alpha k^2 + K_1 + K_2 M_0^2$. Для того чтобы в данном основном состоянии существовали спиновые волны, необходимо, чтобы мнимая часть частоты спиновых волн $\mathrm{Im}\,(\omega_{SW})$, которая отвечает за диссипацию энергии, была намного меньше действительной части $\mathrm{Re}\,(\omega_{SW})$. Как видно из (1.37), условие

$$\left|\frac{\mathrm{Im}\,(\omega_{SW})}{\mathrm{Re}\,(\omega_{SW})}\right| \xrightarrow[k\to 0]{} \left|\frac{\lambda_{11}^r}{\gamma M_0}\right| \ll 1$$

выполняется, если релаксационные константы среды λ_{11}^r и λ^{ex} малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0, что всегда имеет место при слабых затуханиях.

Используя релаксационное слагаемое в форме (1.35) и учитывая продольную магнитную восприимчивость, из уравнения Ландау–Лифшица (1.12) можно получить также и частоту колебаний абсолютного значения магнитного момента:

$$\omega_M = -i\lambda^{\text{ex}} k^2 \left(\alpha k^2 + 2K_1 + \frac{1}{\chi} \right), \qquad (1.38)$$

которая оказывается чисто мнимой, т.е. эти колебания являются абсолютно затухающими. Релаксация величины магнитного момента определяется формулой

$$\begin{aligned} M^2(t) = M_0^2 \frac{1 - 2\chi K_1}{1 + 2\chi K_2 M_0^2} + \\ + 2M_0 m(k,0) \exp[-t/\tau_M(k)], \end{aligned} \qquad (1.39)$$

где $\tau_M(k) = 1/i\omega_M$ — время релаксации величины магнитного момента.

Обратим внимание на то, что, во-первых, $\tau_M(k) \approx \approx \chi/k^2$ уменьшено за счет продольной восприимчивости $\chi << 1$; во-вторых, что время релаксации обратно пропорционально волновому вектору k. Отсутствие релаксации однородных отклонений намагниченности обусловлено законом сохранения компоненты намагниченности M_z. Другими словами, в процессе релаксации прежде всего исчезают мелкомасштабные неоднородности магнитного момента, и в среде устанавливается однородная по величине намагниченность. Чтобы описать более медленную релаксацию однородных отклонений намагниченности от ее равновесных значений, необходимо учесть взаимодействия, разрушающие закон сохранения M_z.

2. Фаза «легкая плоскость» $\Phi(\perp)$. В этом случае минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\theta = \pi/2$, $M^2 = M_0^2$. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом затухания в данном основном состоянии имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_{SW} = -\frac{i}{2}\left[(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_1 + \lambda^{\text{ex}} k^2 \Omega_2 \right] \pm \\ \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - [(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_1 - \lambda^{\text{ex}} k^2 \Omega_2]^2}, \end{aligned} \qquad (1.40)$$

где $\Omega_1 = \alpha k^2$, $\Omega_2 = \alpha k^2 - K_1$. В выражении для частоты спиновых волн имеется слагаемое под знаком корня, пропорциональное квадратам релаксационных констант λ_{11}^r и λ^{ex}. Оно описывает стандартное уменьшение частоты за счет диссипации. Интересно отметить, что при выполнении условия

$$\lambda_{11}^r \alpha + \lambda^{\text{ex}} K_1 = 0$$

диссипация не меняет частоты спиновых волн. Условие существования спиновых волн в этом случае будет определяться следующим выражением:

$$\left| \frac{\text{Im}(\omega_{SW})}{\text{Re}(\omega_{SW})} \right| \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{k(\lambda_{11}^r \alpha - \lambda^{\text{ex}} K_1)}{2\gamma M_0 \sqrt{\alpha K_1}} \xrightarrow[k\to 0]{} 0. \qquad (1.41)$$

Из закона дисперсии (1.40) и из условия (1.41) следует, что в вырожденном основном состоянии $\Phi(\perp)$ одноосного ферромагнетика спиновые волны являются хорошо определенными и слабозатухающими. Заметим, что при расчете закона дисперсии спиновых волн в данном основном состоянии одноосного ферромагнетика при помощи релаксационного слагаемого в форме Ландау–Лифшица (1.13) ситуация кардинально меняется:

$$\omega_{SW} = \frac{i}{2}\lambda_L(\Omega_1 + \Omega_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - \lambda_L^2 K_1^2}. \qquad (1.42)$$

Из этой формулы немедленно следует вывод об отсутствии однородных колебаний в одноосном ферромагнетике с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость». Действительно, при $k \to 0$ частота спиновых волн становится мнимой.

Как видно из (1.42), условие существования слабозатухающих спиновых волн в основном состоянии $\Phi(\perp)$ не выполняется не только при $k \to 0$, но и при малых волновых векторах k, удовлетворяющих условию

$$4(\gamma M_0)^2 \alpha k^2 < \lambda_L^2 K_1. \qquad (1.43)$$

При выполнении этого условия частоты спиновых волн являются мнимыми. В то же время при описании с помощью (1.13) основного состояния «легкая ось» $\Phi(\|)$ спиновые волны оказываются хорошо выраженными слабозатухающими колебаниями:

$$\omega_{SW} = i\lambda_L \Omega \pm \gamma M_0 \Omega. \qquad (1.44)$$

Таким образом, налицо парадокс возникновения затухающих волн намагниченности в ферромагнетике со слабой диссипацией $\lambda_L << \gamma M_0$ при переходе от одной фазы к другой.

Важно также отметить, что использование релаксационного слагаемого в форме Ландау–Лифшица (1.13) или в форме Гильберта (1.14) не дает возможности описать затухание абсолютного значения магнитного момента, несмотря на учет продольной магнитной восприимчивости ферромагнетика.

Используя релаксационное слагаемое в форме (1.35), можно получить частоту колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\perp)$:

$$\omega_M = -i\left(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2\right)\left(\alpha k^2 + \frac{1}{\chi}\right). \qquad (1.45)$$

Она, так же, как и для фазы $\Phi(\|)$, оказывается чисто мнимой, т.е. эти колебания являются абсолютно затухающими. Релаксация величины магнитного момента в данном случае определяется формулой

$$M^2(t) = M_0^2 + 2M_0 m(k,0)\exp[-t/\tau_M(k)]. \quad (1.46)$$

3. Угловая фаза $\Phi(\angle)$. В этом случае минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\cos^2\theta = -K_1/(K_2 M_0^2)$, $M^2 = M_0^2$. Условия устойчивости для данного состояния имеют вид: $K_2 < 0$, $0 < K_1 < -K_2 M_0^2$.

После линеаризации уравнения (1.12) по малым величинам $\mathbf{m}$ и переходе в нем к компонентам Фурье для $\mathbf{m}$ можно получить кубическое уравнение, определяющее закон дисперсии для основного состояния $\Phi(\angle)$. Поскольку его вид достаточно громоздок, представим в данном случае закон дисперсии спиновых волн в линейном приближении по малым константам затухания λ_{11}^r и λ^{ex}:

$$\omega_{SW} = -\frac{i}{2}\left[2(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}}k^2)\Omega_1 + \right.$$

$$\left. + \lambda^{\text{ex}}k^2\Omega_3 - (\lambda_{11}^r\sin^2\theta + \lambda^{\text{ex}}k^2)\frac{\Omega_1\Omega_3}{\Omega_2}\right] \pm \gamma M_0\sqrt{\Omega_1\Omega_2}\,, \quad (1.47)$$

где $\Omega_1 = \alpha k^2$, $\Omega_2 = \alpha k^2 + 2K_1\sin^2\theta$, $\Omega_3 = \alpha k^2 + 2K_1$.

Условие существования спиновых волн в фазе $\Phi(\angle)$ также выполняется, так как в длинноволновом пределе имеем:

$$\frac{\Gamma_s(k)}{\omega_S} \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{k\left(\lambda_{11}^r + 2\lambda^{\text{ex}}K_1\right)}{2\gamma M_0\sqrt{2\alpha K_1\sin^2\theta}} \xrightarrow[k\to 0]{} 0\,. \quad (1.48)$$

Из формул (1.40) и (1.47) видим, что в фазах $\Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle)$, в которых основное состояние вырождено с непрерывным параметром вырождения φ_0 (φ_0 — угол между намагниченностью и осью $0x$ в базисной плоскости), спектр спиновых волн безактивационный, затухание много меньше частоты и стремится к нулю при стремлении к нулю волнового вектора. Этот результат есть проявление общих теорем Голдстоуна и Адлера для угловой фазы [13].

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\angle)$ имеет вид

$$\omega_M = -i\left(\lambda_{11}^r\sin^2\theta + \lambda^{\text{ex}}k^2\right)\left(\frac{\Omega_1\Omega_3}{\Omega_2} + \frac{1}{\chi}\right), \quad (1.49)$$

а релаксация величины намагниченности в фазе $\Phi(\angle)$ описывается формулой (1.46).

Для данного основного состояния использование релаксационного слагаемого в форме Ландау–Лифшица также приводит к мнимым частотам спиновых волн в длинноволновом приближении:

$$\omega = \frac{i}{2}\lambda_L(\Omega_1 + \Omega_2) \pm \sqrt{\gamma^2 M_0^2\Omega_1\Omega_2 - \lambda_L^2 K_1^2\sin^4\theta}\,. \quad (1.50)$$

То есть в фазе $\Phi(\angle)$ также имеется целая область малых волновых векторов, в которой спиновые волны представляют собой волны с мнимыми частотами:

$$(\gamma M_0)^2\alpha k^2 < \lambda^2|K_1|(\sin\theta)^2\,. \quad (1.51)$$

Результаты (1.42) и (1.50) для затухания спиновых волн, полученные при использовании релаксационного слагаемого в форме Ландау–Лифшица, находятся в качественном противоречии с результатами (1.40), (1.47), полученными при использовании релаксационного слагаемого, соответствующего диссипативной функции (1.34). Это противоречие означает только одно: релаксационный член в форме Ландау–Лифшица не описывает релаксацию для состояний с непрерывным параметром вырождения. Именно таковыми являются состояния для фаз $\Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle)$, в то время как использование релаксационного слагаемого в форме, предложенной в настоящей работе, позволяет правильно описывать затухание спиновых волн в ферромагнетиках с вырожденными основными состояниями.

1.4. Спектр спиновых волн тетрагонального ферромагнетика

Изучение спиновых волн в кристаллах с тетрагональной симметрией позволяет рассмотреть реальную ситуацию, когда в спектре спиновых волн имеется активация, и продемонстрировать, с какой анизотропией связано затухание спиновых волн.

Плотность энергии магнитной анизотропии в случае тетрагональной симметрии можно представить в виде [10]:

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2}K_1 M_z^2 - \frac{1}{4}K_2 M_z^4 - \frac{1}{2}K_3 M_x^2 M_y^2\,. \quad (1.52)$$

Здесь K_1, K_2, K_3 — константы магнитной анизотропии. Рассмотрим тетрагональный ферромагнетик в отсутствие внешнего магнитного поля и размагничивающих полей. Тогда эффективное магнитное поле тетрагонального ферромагнетика будет иметь вид [10]:

$$\mathbf{H}^{\text{eff}} = K_1 M_z\mathbf{e}_z + K_2 M_z^3\mathbf{e}_z + K_3(M_y^2 M_x\mathbf{e}_x + M_x^2 M_y\mathbf{e}_y) +$$

$$+ \alpha\frac{\partial^2\mathbf{M}}{\partial x_i^2} - \frac{(M^2 - M_0^2)\mathbf{M}}{2\chi M_0^2}. \quad (1.53)$$

В случае тетрагонального кристалла не выполняется закон сохранения для компонент вектора намагниченности (1.31) и, следовательно, плотность диссипативной функции тетрагонального ферромагнетика будет иметь вид (1.30), а соответствующие компоненты релаксационного слагаемого будут определяться выражением (1.32).

В случае тетрагональной симметрии становится важным направление азимутального угла φ вектора намагниченности **M** в плоскости $x0y$. Угол φ в основном состоянии может принимать значения $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$. Для простоты и краткости приведем результаты для законов дисперсии тетрагонального ферромагнетика только для основных состояний с $\varphi = 0$, так как результаты, полученные при $\varphi = \pi/2$, принципиально не отличаются.

1. Фаза $\Phi(\|)$, когда $\theta = 0$. При этом минимизация полной энергии ферромагнетика приводит к выражению (1.36) для значения магнитного момента в равновесном состоянии. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 + K_2 M_0^2 > 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания в этом случае полностью совпадает с законом дисперсии (1.37) для одноосного ферромагнетика, а частота колебаний абсолютного значения магнитного момента имеет вид

$$\omega_M = -i(\lambda_{33}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\left(\alpha k^2 + 2K_1 + \frac{1}{\chi}\right). \quad (1.54)$$

Релаксация величины магнитного момента определяется формулой (1.39).

2. Фаза $\Phi(\perp)$. В этом случае минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\theta = \pi/2$, $M^2 = M_0^2$. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 < 0$, $K_3 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом затухания в данном основном состоянии имеет вид

$$\omega_{SW} = -\frac{i}{2}\left[(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_1 + (\lambda_{33}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_2\right] \pm$$
$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \Omega_1 \Omega_2 - [(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_1 - (\lambda_{33}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_2]^2}, \quad (1.55)$$

где $\Omega_1 = \alpha k^2 - K_3 M_0^2$, $\Omega_2 = \alpha k^2 - K_1$.

Как следует из (1.55), условие существования спиновых волн $|\text{Im}(\omega_{SW})/\text{Re}(\omega_{SW})| \ll 1$ выполняется, если релаксационные константы λ_{11}^r, λ_{33}^r и λ^{ex} малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0, что всегда имеет место при слабых затуханиях.

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\perp)$ тетрагонального ферромагнетика определяется выражением (1.45), а релаксация величины магнитного момента — формулой (1.46).

3. Фаза $\Phi(\angle)$, для которой минимизация полной энергии ферромагнетика дает: $\cos^2\theta = -K_1/(K_2 M_0^2)$, $M^2 = M_0^2$. Условия устойчивости для данного состояния имеют вид: $K_2 < 0$, $K_3 < 0$, $0 < K_1 < -K_2 M_0^2$.

Аналогично тому, как это было сделано для одноосного ферромагнетика, представим закон дисперсии спиновых волн в линейном приближении по малым константам затухания λ_{11}^r, λ_{33}^r и λ^{ex}:

$$\omega_{SW} = -\frac{i}{2}\left[2(\lambda_{11}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_1 + (\lambda_{33}^r + \lambda^{\text{ex}} k^2)\Omega_3 - \right.$$
$$\left. - (\lambda_{11}^r \sin^2\theta + \lambda_{33}^r \cos^2\theta + \lambda^{\text{ex}} k^2)\frac{\Omega_1\Omega_3}{\Omega_2}\right] \pm \gamma M_0 \sqrt{\Omega_1 \Omega_2}, \quad (1.56)$$

здесь $\Omega_1 = \alpha k^2 - K_3 M_0^2$, $\Omega_2 = \alpha k^2 + 2K_1 \sin^2\theta$, $\Omega_3 = \alpha k^2 + 2K_1$. Условие существования спиновых волн $|\text{Im}(\omega_{SW})/\text{Re}(\omega_{SW})| \ll 1$ выполняется, если релаксационные константы λ_{11}^r, λ_{33}^r и λ^{ex} малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0.

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в основном состоянии $\Phi(\angle)$ имеет вид

$$\omega_M = -i(\lambda_{11}^r \sin^2\theta + \lambda_{33}^r \cos^2\theta + \lambda^{\text{ex}} k^2)\left(\frac{\Omega_1\Omega_3}{\Omega_2} + \frac{1}{\chi}\right), \quad (1.57)$$

а релаксация величины намагниченности в фазе $\Phi(\angle)$ тетрагонального ферромагнетика описывается формулой (1.46).

В случае тетрагонального ферромагнетика использование релаксационного слагаемого Ландау–Лифшица не приводит к качественным противоречиям [10]. Это связано с тем, что в тетрагональном ферромагнетике нет основных состояний с непрерывным параметром вырождения. Однако релаксационное слагаемое в форме (1.13) или (1.14) не позволяет описать релаксационные процессы обменной природы, а также затухание абсолютного значения магнитного момента.

На примере тетрагонального ферромагнетика легко показать влияние магнитной анизотропии кристалла на вид релаксационных тензоров [10]. Если в энергии анизотропии тетрагонального кристалла положить $K_3 = 0$, то придем к модели одноосного кристалла, для которого, как мы видели, $\lambda_{33}^r = 0$. При таком переходе законы дисперсии спиновых волн тетрагонального ферромагнетика (1.55) и (1.56) переходят в законы дисперсии для одноосного ферромагнетика (1.40) и (1.47). На основании этого можно сделать вывод о пропорциональности релаксационных констант и соответствующих констант анизотропии. Более того, поскольку релаксационные константы не должны зависеть от знака констант анизотропии, то эта пропорциональность должна иметь вид $\lambda_{33}^r \sim K_3^2$. Это также можно утверждать исходя из следующих соображений: релаксационная константа λ_{33}^r определяется вероятностью процессов рассеяния спиновых волн друг на друге, обусловленных энергией анизотропии $-\frac{1}{2}K_3 M_x^2 M_y^2$. Поскольку вероятность процессов рассеяния спиновых волн пропорциональна квадрату матричного элемента энергии взаимодействия, то релаксационная константа $\lambda_{33}^r \sim K_3^2$. Аналогичные соображения можно привести при анализе релаксационной константы λ_{11}^r. Эта константа равна нулю в обменном приближении, когда все константы анизотропии равны нулю, в результате $\lambda_{11}^r \sim K_1^2$.

1.5. Спектр спиновых волн кубического ферромагнетика

Сегодня активно изучается широкий круг систем, в которых обменное взаимодействие может играть существенную роль в затухании колебаний магнитного момента. Один из примеров таких систем — материалы с эффектом памяти формы, в которых обменное взаимодействие может быть достаточно большим за счет наличия специфических неоднородностей, так называемых двойниковых структур [14]. Наиболее популярный представитель таких материалов — сплав NiMnGa, имеющий кубическую симметрию. Приведем результаты для законов дисперсии ферромагнетиков кубической симметрии, рассчитанных с помощью предложенной модели.

Рассмотрим кубический ферромагнетик в отсутствие внешнего магнитного поля и размагничивающих полей. Плотность энергии магнитной анизотропии в случае кубической симметрии имеет вид [5]:

$$f_a(M_i) = -\frac{1}{2}K_1(M_x^2M_y^2 + M_x^2M_z^2 + M_y^2M_z^2) - -\frac{1}{2}K_2M_x^2M_y^2M_z^2\,. \qquad (1.58)$$

Такой симметрии будут отвечать релаксационные тензоры λ^r и λ_{ik}^{ex} вида (1.25), а соответствующее им релаксационное слагаемое имеет вид [10]:

$$\mathbf{R} = \lambda^r\mathbf{H}^{\text{eff}} - \lambda^{\text{ex}}\frac{\partial^2\mathbf{H}^{\text{eff}}}{\partial x_i^2}\,. \qquad (1.59)$$

Минимизируя полную энергию кубического ферромагнетика, легко показать, что в основных состояниях азимутальный угол φ и полярный угол θ магнитного момента могут принимать значения: 0, $\pm\pi/2$, $\pm\pi/4$, $\pm 3\pi/4$. В кубическом ферромагнетике направления вдоль граней решетки эквивалентны между собой, как и направления вдоль диагоналей решетки. Поэтому для простоты рассмотрим случай, когда $\varphi = 0$, а угол θ при этом принимает значения 0 и $\pi/4$.

1. Фаза, для которой $\varphi = 0$, $\theta = 0$, $M^2 = M_0^2$. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 < 0$.

Линеаризуя уравнение (1.12) по малым отклонениям $\mathbf{m}$ от абсолютного значения магнитного момента и переходя к компонентам Фурье для этих отклонений, получаем закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания:

$$\omega_{SW} = -i(\lambda^r + \lambda^{\text{ex}}k^2)\Omega \pm \gamma M_0\Omega\,, \qquad (1.60)$$

где $\Omega = \alpha k^2 - K_1M_0^2$. Условие существования спиновых волн $|\text{Im}\,(\omega_{SW})/\text{Re}\,(\omega_{SW})| << 1$ выполняется, когда релаксационные константы λ^r и λ^{ex} малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0.

Используя релаксационное слагаемое в форме (1.59) и учитывая продольную магнитную восприимчивость, из уравнения Ландау–Лифшица (1.12) можно получить также и частоту колебаний абсолютного значения магнитного момента:

$$\omega_M = -i(\lambda^r + \lambda^{\text{ex}}k^2)\left(\alpha k^2 + \frac{1}{\chi}\right), \qquad (1.61)$$

а релаксация величины магнитного момента определяется формулой (1.46).

2. Фаза, для которой $\varphi = 0$, $\theta = \pi/4$, $M^2 = M_0^2 \times [1 + (\sqrt{2}K_1M_0^2\chi/2)]^{-1}$. Условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 > 0$, $K_1 + (K_2M_0^2)/2 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн с учетом их затухания в этом случае имеет следующий вид:

$$\omega_{SW} = -\frac{i}{2}(\lambda^r + \lambda^{\text{ex}}k^2)(\Omega_1 + \Omega_2) \pm \pm\frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2M_0^2\Omega_1\Omega_2 - [(\lambda^r + \lambda^{\text{ex}}k^2)(\Omega_1 - \Omega_2)]^2}\,, \qquad (1.62)$$

где

$$\Omega_1 = \alpha k^2 + (1/2 + \sqrt{2}/4)K_1M_0^2\,,$$
$$\Omega_2 = \alpha k^2 - (1 - \sqrt{2}/4)K_1M_0^2 - K_2M_0^2/4\,.$$

Частота колебаний абсолютного значения магнитного момента в этом основном состоянии кубического ферромагнетика описывается выражением

$$\omega_M = -i(\lambda^r + \lambda^{\text{ex}}k^2)\left(\alpha k^2 - \frac{3(2-\sqrt{2})K_1M_0^2}{4} + \frac{1}{\chi}\right). \qquad (1.63)$$

Релаксация величины магнитного момента определяется формулой

$$M^2(t) = \frac{M_0^2}{1 + \sqrt{2}K_1M_0^2\chi/2} + 2M_0m(k,0)\exp\left[-t/\tau_M(k)\right]. \qquad (1.64)$$

1.6. Ферромагнетики: обсуждения и выводы

Обычно принято рассматривать спиновые волны в условиях их малого затухания. При феноменологическом рассмотрении спиновых волн этот случай описывается малыми релаксационными константами $\lambda << \gamma M_0$. В этом приближении, как показано в настоящем обзоре, можно предъявить вариант последовательного описания высокочастотных и релаксационных свойств ферромагнетика.

Системы с вырожденным основным состоянием требуют особого рассмотрения. Общепринятый метод описания релаксационных процессов, восходящий к работе Ландау и Лифшица [1], приводит к выводу об исчезновении однородных колебаний намагниченности после перехода из фазы типа «легкая ось» в фазу типа «легкая плоскость» в одноосном ферромагнетике даже при выполнении условия $\lambda << \gamma M_0$, точнее, после такого перехода спиновые волны в фазе типа «легкая плоскость» становятся сильно затухающими волнами. Такой же результат получается и для состояния «угловая фаза». Другими словами, имеется следующий парадокс. В данном кристалле спиновые волны существуют в фазе «легкая ось» и исчезают (становятся релаксационными модами) в фазе «легкая плоскость» и «угловая фаза». Это означает, что использование для описания затухания спиновых волн релаксационного слагаемого в форме Ландау–Лифшица или Гильберта в отдельных случаях оказывается невозможным. Противоречия возникают при рассмотрении ферромагнетиков с высокой симметрией (обменное приближение, одноосный ферромагнетик), где имеются вырожденные основные состояния. Это связано с тем обстоятельством, что релаксационные слагаемые в форме (1.13) или (1.14) построены без учета симметрии кристалла. Прямое использование соображений симметрии при построении диссипативной функции не дает решения отмеченного парадокса. Только привлечение законов сохранения полных компонент намагниченности позволило сформулировать те требования к диссипативной функции, которые решили отмеченный парадокс.

Построение диссипативной функции по методу, предложенному в работах [9,10] и изложенному в данном обзоре, дает верные результаты и приводит нас к выводу, что затухание спиновых волн не накладывает никакого ограничения на теорию Ландау для описания спин-ориентационных переходов.

Использование предложенной авторами диссипативной функции позволяет описывать затухание величины магнитного момента, что было невозможно при использовании релаксационных слагаемых в форме Ландау–Лифшица или Гильберта. Сравнение времен релаксации величины намагниченности $\tau_M(k)$ и релаксации спиновых волн $\tau_{SW}(k) = 1/i \,\mathrm{Im}\,(\omega_{SW})$ показывает, что последнее значительно больше:

$$\tau_{SW}(k) / \tau_M(k) \approx (1/\chi) >> 1.$$

Это неравенство означает, что релаксация в ферромагнетике имеет двухступенчатый характер. На первом быстром этапе за счет обменного взаимодействия устанавливается равновесное распределение намагниченности по величине. Этот процесс описывается формулами (1.39), (1.46) и (1.64). На втором — медленном этапе релаксации, происходит прецессия намагниченности вокруг ее равновесного значения с частотой спиновых волн и затухание амплитуды спиновых волн со временем релаксации $\tau_{SW}(k)$. Изложенные соображения о двухступенчатом характере процесса релаксации в ферромагнетике справедливы для любых основных состояний ферромагнетика.

Рассмотрение ферромагнетика с тетрагональной симметрией имеет большой методический интерес. На этом примере показана связь анизотропии магнетика с видом релаксационного слагаемого. Общепринятая градация констант магнитной анизотропии и понимание зависимости от них релаксационных констант ($\lambda_{33}^r \sim K_3^2$) позволяет конкретизировать общие идеи Н.Н. Боголюбова о квазисредних [15] применительно к описанию спектров и затуханий спиновых волн в системах с непрерывным параметром, описывающим вырожденный вакуум. Рецепт расчета этих величин таков. Выбираем магнитную анизотропию так, чтобы полностью снять вырождение основного состояния, характерного для обменного взаимодействия. Строим диссипативную функцию, соответствующую симметрии спинового гамильтониана и решетки кристалла. Рассчитываем спектры и затухания спиновых волн для возможных фаз ферромагнетика. В полученных формулах при фиксированном волновом векторе $\mathbf{k}$ переходим к модели одноосного кристалла ($K_3 \to 0$), при этом вместе с K_3 обращается в нуль и релаксационная константа λ_{33}^r. Переход к обменной модели получаем, если $K_1 \to 0$, при этом λ_{11}^r также обращается в нуль. Полученные при такой процедуре спектры и затухания спиновых волн удовлетворяют условию существования слабозатухающих спиновых волн во всех возможных фазах ферромагнетика, включая фазы с вырожденным основным состоянием.

2. Затухание спиновых волн в ферритах

Рассмотрим теперь магнитоупорядоченные кристаллы, имеющие несколько магнитных подрешеток, а именно ферриты. В последние годы сформировалась новая и перспективная область физики магнетизма, базирующаяся на возможности манипулирования намагниченностью магнетиков с помощью фемтосекундных лазерных импульсов [16]. Эта область получила название фемтомагнетизм [17], в ее рамках получено много интересных результатов. Недавно для ферримагнетиков (конкретно, сплава редкоземельных и переходных металлов GdFeCo) было обнаружено сверхбыстрое (за время порядка нескольких пикосекунд) изменение направления намагниченностей подрешеток под действием лазерного импульса с длительностью меньше 100 фс [18]. Результат работы [18] оказался неожиданным и достаточно необычным, он характерен только для ферримагнетиков. Установлено, что эффект переориентации не связан с поляризацией света и обусловлен только предельно коротким (но сильным, с максимальным значением температуры выше точки Кюри) нагревом образца [18] (см. новый подход к этой проблеме, основанный на анализе электронных процессов при лазерном возбуждении металла [19]). Эффект обнаружен как для сплошных пленок, так и для микрочастиц [20] и наночастиц [21], для материалов с точкой компенсации и в отсутствие ее [20]. Микроскопическая причина эффекта переориентации пока не вполне ясна. Установлено только, что в формировании эффекта существенную роль играет изменение модулей магнитных моментов подрешеток $S_1 = |\mathbf{S}_1|$ и $S_2 = |\mathbf{S}_2|$ [20,22]. Иными словами, для описания эффекта существенна чисто продольная эволюция магнитных моментов подрешеток. Такая продольная динамика в принципе отсутствует для классического уравнения Ландау–Лифшица [1], так как даже при учете стандартных релаксационных слагаемых типа Ландау–Лифшица–Гильберта [1,18] эти уравнения сохраняют модуль намагниченности.

Ранее было показано, что продольная эволюция спинов естественным образом возникает при построении общей картины динамики намагниченности ферромагнетиков [9] и антиферромагнетиков [23]. В предложенной модели особую роль играет прямое влияние обменного взаимодействия на эволюцию спинов. Принимая во внимание симметрию обменного взаимодействия, оно не может приводить к изменению полного спина системы. В силу этого обстоятельства вклад такого взаимодействия в стандартную поперечную спиновую динамику доминирует только в случае, когда стандартная релятивистская релаксация слабая [24]. Предложенная в [9,23] феноменологическая концепция обменной релаксации оказалась наиболее адекватным инструментом для описания сверхбыстрой динамики спина и была использована в работе [22] для качественного описания данных эксперимента. Однако отсутствие развития этого подхода для ферримагнетика сдерживает количественное описание эффектов продольного перемагничивания.

2.1. Квазиравновесный термодинамический потенциал феррита

Будем исходить из следующего выражения для квазиравновесного термодинамического потенциала двухподрешеточного феррита:

$$F = \int (f_{\text{ex}1} + f_{\text{ex}2} + f_a)\, dV\,, \qquad (2.1)$$

которое включает плотность энергии однородного обменного взаимодействия:

$$f_{\text{ex}1} = \frac{J_{11}}{4}(\mathbf{S}_1^2 - S_{01}^2)^2 + \frac{J_{22}}{4}(\mathbf{S}_2^2 - S_{02}^2)^2 + J_{12}\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2\,, \qquad (2.2)$$

плотность энергии неоднородного обменного взаимодействия:

$$f_{\text{ex}2} = \frac{\alpha_{11}}{2}\left(\frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x_i}\right)^2 + \frac{\alpha_{22}}{2}\left(\frac{\partial \mathbf{S}_2}{\partial x_i}\right)^2 \qquad (2.3)$$

и плотность энергии анизотропии f_a. Коэффициенты J_{11} и J_{22} определяют интенсивность обменного взаимодействия внутри первой и второй подрешеток соответственно, J_{12} дает взаимодействие между подрешетками, α_{11}, α_{22} — константы неоднородного обменного взаимодействия. Рассмотрим ферримагнетик одноосной анизотропии с константами магнитной анизотропии $K_1 > 0$ и $K_2 > 0$ для подрешеток, легкую ось выберем вдоль оси $0z$, тогда плотность энергии анизотропии будет иметь вид

$$f_a = -\frac{1}{2}K_1 S_{1z}^2 - \frac{1}{2}K_2 S_{2z}^2\,. \qquad (2.4)$$

Фактически, вклад в термодинамический потенциал, обусловленный обменным взаимодействием внутри подрешетки, выписан в виде разложения Ландау, величины S_{01} и S_{02} определяют равновесное значение спина при данной температуре без учета взаимодействия подрешеток. Соотношения между константами, входящими в энергию, даются неравенствами

$$J_{11},\, J_{22},\, J_{12} >> K_1 \sim K_2\,.$$

Зная квазиравновесный термодинамический потенциал, можно найти основное состояние феррита и величины намагниченности феррита в основном состоянии. Они определяются формулами

$$\begin{aligned} K_1\langle S_1\rangle + J_{11}\langle S_1\rangle X + J_{12}\langle S_2\rangle = 0\,, \\ K_2\langle S_2\rangle + J_{22}\langle S_2\rangle Y + J_{12}\langle S_1\rangle = 0\,, \end{aligned} \qquad (2.5)$$

где введены обозначения

$$X \equiv S_{01}^2 - \langle S_1\rangle^2\,,\quad Y \equiv S_{02}^2 - \langle S_2\rangle^2\,, \qquad (2.6)$$

через $\langle S_1\rangle > 0$ и $\langle S_2\rangle > 0$ обозначены значения спиновых моментов подрешеток в основном состоянии (поскольку $J_{12} > 0$, спины подрешеток антипараллельны и средние значения $\langle \mathbf{S}_1\rangle$ и $\langle \mathbf{S}_2\rangle$ направлены «вверх» и «вниз» соответственно). Для определенности будем считать, что $\langle S_1\rangle > \langle S_2\rangle$.

2.2. Спиновая динамика и диссипативная функция феррита

Для описания динамики намагниченности ферримагнетика с учетом процессов релаксации и затухания спиновых волн будем исходить из уравнения Ландау–Лифшица (1.12), в случае двухподрешеточного феррита для спинов подрешеток имеем

$$\frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial t} = [\mathbf{S}_1, \mathbf{H}_1^{\text{eff}}] + \mathbf{R}_1\,,\quad \frac{\partial \mathbf{S}_2}{\partial t} = [\mathbf{S}_2, \mathbf{H}_2^{\text{eff}}] + \mathbf{R}_2\,, \qquad (2.7)$$

где $\mathbf{H}_1^{\text{eff}}$ и $\mathbf{H}_2^{\text{eff}}$ — эффективные магнитные поля для подрешеток:

$$\mathbf{H}_1^{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{S}_1}\,,\quad \mathbf{H}_2^{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{S}_2}\,,$$

$\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_2$ — соответствующие диссипативные слагаемые.

Следуя идеям, предложенным в работах [9,23], диссипативную функцию необходимо строить исходя из выражений (1.17) и (1.18), тогда релаксационные слагаемые будут равны вариации диссипативной функции по соответствующему эффективному полю:

$$\mathbf{R}_1 = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}_1^{\text{eff}}}, \quad \mathbf{R}_2 = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}_2^{\text{eff}}}. \tag{2.8}$$

Диссипативную функцию следует строить как квадратичную функцию по эффективным магнитным полям $\mathbf{H}_1^{\text{eff}}$ и $\mathbf{H}_2^{\text{eff}}$ таким образом, чтобы она была инвариантной относительно преобразований симметрии феррита. Это позволяет представить структуру слагаемых, связанных с тем или иным взаимодействием. Тогда плотность диссипативной функции примет вид

$$q = q_1^{\text{ex}} + q_2^{\text{ex}} + q_1^r + q_2^r = \frac{1}{2}(\mathbf{R}_1\mathbf{H}_1^{\text{eff}} + \mathbf{R}_2\mathbf{H}_2^{\text{eff}}). \tag{2.9}$$

Первое слагаемое описывает вклад однородного обменного взаимодействия и равно, с учетом сохранения полного магнитного момента феррита:

$$q_1^{\text{ex}} = \frac{1}{2}\Lambda(\mathbf{H}_1^{\text{eff}} - \mathbf{H}_2^{\text{eff}})^2. \tag{2.10}$$

Это слагаемое отсутствует в случае ферромагнетиков, смысл остальных слагаемых такой же, как для ферромагнетиков. Вклад неоднородного обмена определяет слагаемое

$$q_2^{\text{ex}} = \frac{1}{2}\left[\lambda_1^{\text{ex}}\left(\frac{\partial \mathbf{H}_1^{\text{eff}}}{\partial x_i}\right)^2 + \lambda_2^{\text{ex}}\left(\frac{\partial \mathbf{H}_2^{\text{eff}}}{\partial x_i}\right)^2\right], \tag{2.11}$$

для линейной спиновой волны с волновым вектором k оно равно

$$q_2^{\text{ex}} = \frac{1}{2}\left[\lambda_1^{\text{ex}}k^2(\mathbf{H}_1^{\text{eff}})^2 + \lambda_2^{\text{ex}}k^2(\mathbf{H}_2^{\text{eff}})^2\right]. \tag{2.12}$$

Слагаемые q_1^r и q_2^r определяются присутствием чисто одноосной и ромбической анизотропии:

$$q_1^r = \frac{1}{2}\Lambda_1^r\left[(H_{1x}^{\text{eff}})^2 + (H_{1y}^{\text{eff}})^2\right] + \frac{1}{2}\Lambda_2^r\left[(H_{2x}^{\text{eff}})^2 + (H_{2y}^{\text{eff}})^2\right], \tag{2.13}$$

$$q_2^r = \frac{1}{2}\Lambda_3^r\left[(H_{1z}^{\text{eff}})^2 + (H_{2z}^{\text{eff}})^2\right]. \tag{2.14}$$

Мы ограничились здесь линейными членами по эффективному полю для диссипативной функции. Например, не выписаны инварианты типа $H_{1x}^{\text{eff}}H_{2x}^{\text{eff}}$, $H_{1z}^{\text{eff}}H_{2z}^{\text{eff}}$ и т.д. Учет более высоких инвариантов по $\mathbf{H}^{\text{eff}}$ качественно не меняет ответов, но значительно «удлиняет» формулы для релятивистских вкладов в затухание. Нашей главной задачей является анализ однородного обменного вклада, уникального для ферримагнетика.

По аналогии с тем, как это было сделано для ферромагнетика, проведем учет законов сохранения и для феррита. Обменная симметрия спиновой динамики означает, что при однородных поворотах намагниченности и вектора антиферромагнетизма феррита его квазиравновесный потенциал не изменяется. С этой симметрией связан закон сохранения полной намагниченности магнетика [23]. Используя уравнения движения (1.12) при условии, что $f_a = 0$, нетрудно убедиться, что дифференциальная форма закона сохранения для феррита в чисто обменном приближении имеет вид

$$\frac{\partial(\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2)}{\partial t} + \frac{\partial(\Pi_k^{\text{dyn}} + \Pi_k^{\text{dis}})}{\partial x_k} = 0, \tag{2.15}$$

где векторы в спиновом и координатном пространствах преобразуются независимо. Динамическая и диссипативная части потока намагниченности равны:

$$\mathbf{\Pi}_k^{\text{dyn}} = \alpha_{11}\left[\mathbf{S}_1, \frac{\partial \mathbf{S}_1}{\partial x_k}\right] + \alpha_{22}\left[\mathbf{S}_2, \frac{\partial \mathbf{S}_2}{\partial x_k}\right], \tag{2.16}$$

$$\mathbf{\Pi}_k^{\text{dis}} = \lambda_1^{\text{ex}}\frac{\partial \mathbf{H}_1^{\text{eff}}}{\partial x_k} + \lambda_2^{\text{ex}}\frac{\partial \mathbf{H}_2^{\text{eff}}}{\partial x_k}. \tag{2.17}$$

Важно подчеркнуть, что единственный вклад в $\mathbf{\Pi}_k^{\text{dis}}$ обусловлен неоднородным обменом и фактически такой же, как и для ферромагнетика. Однородная обменная диссипация с константой Λ, специфическая только для ферримагнетика, не изменяет вида $\mathbf{\Pi}_k^{\text{dis}}$.

При наличии одноосной анизотропии существует только симметрия относительно однородных поворотов вокруг оси анизотропии и сохраняется соответствующая проекция полного момента $S_{1z} + S_{2z}$, при этом дифференциальная форма закона сохранения для феррита имеет вид

$$\frac{\partial(S_{1z} + S_{2z})}{\partial t} + \frac{\partial(\Pi_{zk}^{\text{dyn}} + \Pi_{zk}^{\text{dis}})}{\partial x_k} = 0. \tag{2.18}$$

2.3. Спектр спиновых волн двухподрешеточного феррита

Для расчета спектров и затухания следует исходить из линеаризованных уравнений движения магнитного момента (2.7) с учетом диссипативных слагаемых. Будем рассматривать малые отклонения от равновесных значений спиновых моментов подрешеток: $\mathbf{S}_1 = \langle S_1\rangle\mathbf{e}_z + \mathbf{s}_1$, $S_2 = -\langle \mathbf{S}_2\rangle\mathbf{e}_z + \mathbf{s}_2$. Линеаризуя уравнения (2.7) по величинам $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$, перейдем к компонентам Фурье для этих отклонений $s_i \sim \exp(-i(\omega t - \mathbf{kr}))$. Выпишем вначале уравнения без учета диссипации. Удобно расписать сумму и разность уравнений для добавок в компонентах вдоль осей в виде

$$\begin{cases} i\omega s_{1x} - (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1\rangle s_{1y} + i\omega s_{2x} + (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2\rangle s_{2y} = 0, \\ i\omega s_{1y} + (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1\rangle s_{1x} + i\omega s_{2y} - (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2\rangle s_{2x} = 0, \\ i\omega s_{1z} + i\omega s_{2z} = 0, \end{cases} \tag{2.19}$$

$$\begin{cases} i\omega s_{1x} - \left[(\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1\rangle + 2J_{12}\langle S_2\rangle\right] s_{1y} - i\omega s_{2x} - \left[(\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2\rangle + 2J_{12}\langle S_1\rangle\right] s_{2y} = 0, \\ i\omega s_{1y} + \left[(\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1\rangle + 2J_{12}\langle S_2\rangle\right] s_{1x} - i\omega s_{2y} + \left[(\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2\rangle + 2J_{12}\langle S_1\rangle\right] s_{2x} = 0, \\ i\omega s_{1z} - i\omega s_{2z} = 0. \end{cases} \tag{2.20}$$

Обратим внимание, что приведенная система шести уравнений распадается на три пары независимых уравнений для величин $s_1[+] = s_{1x} + is_{1y}$, $s_2[+] = s_{2x} + is_{2y}$; $s_1[-] = s_{1x} - is_{1y}$, $s_2[-] = s_{2x} - is_{2y}$; s_{1z}, s_{2z}. Первая пара уравнений для величин $s_1[+]$ и $s_2[+]$ имеет вид

$$\begin{aligned} & is_1[+]\left[\omega + (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1\rangle\right] + is_2[+]\left[\omega - (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2\rangle\right] = 0, \\ & is_1[+]\left[\omega + (\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1\rangle + 2J_{12}\langle S_2\rangle\right] - is_2[+]\left[\omega - (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2\rangle - 2J_{12}\langle S_1\rangle\right] = 0. \end{aligned} \tag{2.21}$$

Вторая пара уравнений для величин $s_1[-]$ и $s_2[-]$ отличается от уравнений (2.21) заменой знака у частоты: $\omega \to -\omega$. Уравнения для s_{1z} и s_{2z} остаются такими же, как приведены выше в (2.19) и (2.20).

Это обстоятельство не является случайным, а обусловлено симметрией кристалла. Для одноосного кристалла при повороте вокруг оси симметрии на угол φ величины $s_1[+]$ и $s_2[+]$ преобразуются по закону $s_{1,2}[+] \sim \exp(i\varphi)$, а величины $s_1[-]$ и $s_2[-]$ преобразуются по закону $s_{1,2}[-] \sim \exp(-i\varphi)$, величины s_{1z} и s_{2z} остаются неизменными. Эти же соображения сохраняются и при учете релаксационных слагаемых, так как они строились в соответствии с симметрией кристалла.

Линеаризованная система уравнений описывает четыре типа собственных движений спиновой системы ферримагнетика. Два из них чисто диссипативные и определяют релаксацию z-й проекций суммарного спина и вектора антиферромагнетизма, а две имеют конечную частоту, они описывают частоты собственных спиновых волн. Приведем уравнения для спектров и затуханий спиновых волн и времен релаксации.

Система уравнений (2.21) при учете диссипации приводит к детерминанту следующего вида:

$$(\omega + \Omega_{\mathrm{ac}})(\omega - \Omega_{\mathrm{opt}}) + R_+(\omega) = 0\,, \tag{2.22}$$

где введены обозначения:

$$R_+(\omega) = -\frac{iJ_{12}}{2\bar S_1 \bar S_2}\{2\Lambda(\bar S_1 - \bar S_2)^2(\omega + \Omega_{\mathrm{ac}}) + \Lambda_1 \bar S_2[(\bar S_1 + \bar S_2)\omega - (\bar S_1 - \bar S_2)\Omega_{\mathrm{ac}}] + \Lambda_2 \bar S_1[(\bar S_1 + \bar S_2)\omega + (\bar S_1 - \bar S_2)\Omega_{\mathrm{ac}})]\}\,, \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned} \Omega_{\mathrm{ac}} &= \frac{1}{\langle S_1\rangle - \langle S_2\rangle}[(\alpha_{11}k^2 + K_1)\langle S_1\rangle^2 + (\alpha_{22}k^2 + K_2)\langle S_2\rangle^2]\,, \\ \Omega_{\mathrm{opt}} &= \frac{1}{\langle S_1\rangle - \langle S_2\rangle}[(\alpha_{11}k^2 + \alpha_{22}k^2 + K_1 + K_2)\langle S_1\rangle\langle S_2\rangle + (\langle S_1\rangle - \langle S_2\rangle)^2 J_{12}]\,, \end{aligned} \tag{2.24}$$

а также

$$\Lambda_1 = \Lambda_1^r + \lambda_1^{\mathrm{ex}}k^2;\ \Lambda_2 = \Lambda_2^r + \lambda_2^{\mathrm{ex}}k^2\,. \tag{2.25}$$

Легко убедиться, что уравнения для величин $s_1[-]$ и $s_2[-]$ приводят к аналогичным результатам и дают выражение, которое описывает симметричные моды:

$$(\omega - \Omega_{\mathrm{ac}})(\omega + \Omega_{\mathrm{opt}}) + R_+(-\omega) = 0\,. \tag{2.26}$$

Из уравнений (2.22) и (2.26) легко найти закон дисперсии для акустической (не имеет активации в обменном приближении при $k \to 0$) спиновой волны с учетом ее затухания Γ_{ac}:

$$\omega = \pm\Omega_{\mathrm{ac}} + i\Gamma_{\mathrm{ac}}\,, \tag{2.27}$$

где

$$\Gamma_{\mathrm{ac}} = -\frac{\Omega_{\mathrm{ac}}(\Lambda_1 + \Lambda_2)}{\bar S_1 - \bar S_2}\,. \tag{2.28}$$

Аналогичным образом можно найти закон дисперсии для оптической спиновой волны с учетом ее затухания Γ_{opt}:

$$\omega = \pm\Omega_{\text{opt}} + i\Gamma_{\text{opt}}, \quad (2.29)$$

где

$$\Gamma_{\text{opt}} = -\frac{\Omega_{\text{opt}}}{\bar{S}_1\bar{S}_2}\Lambda(\bar{S}_1 - \bar{S}_2). \quad (2.30)$$

При рассмотрении системы уравнений для величин s_{1z} и s_{2z}, получаемой из (2.19) и (2.20) при учете диссипации, можно описать процесс продольной релаксации в ферримагнетике, т.е. описать затухание компоненты $M_z = S_{1z} + S_{2z}$ вектора намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ феррита и компоненты $L_z = S_{1z} - S_{2z}$ вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$.

$$\Gamma_M = \frac{2\langle S_1\rangle^2\langle S_2\rangle^2 J_{11}J_{22}[k^2(\lambda_1^{\text{ex}} + \lambda_2^{\text{ex}}) + 2\Lambda_3^r]}{\langle S_1\rangle^2 J_{11} + \langle S_2\rangle^2 J_{22}},$$
$$\Gamma_L = 2\Lambda(\langle S_1\rangle^2 J_{11} + \langle S_2\rangle^2 J_{22}) + \Lambda\frac{(\langle S_1\rangle - \langle S_2\rangle)^2 J_{12}}{\langle S_1\rangle\langle S_2\rangle}. \quad (2.31)$$

Действительные части законов дисперсии колебаний абсолютных значений M_z и L_z равны нулю, т.е. их затухание определяется чисто мнимыми собственными частотами и происходит по закону

$$M_z = \langle S_{1z}\rangle + \langle S_{2z}\rangle + \delta M_z(0)\exp[-t/\tau_M(k)],$$
$$L_z = \langle S_{1z}\rangle - \langle S_{2z}\rangle + \delta L(0)\exp[-t/\tau_L(k)], \quad (2.32)$$

где $\delta L(0)$ и $\delta M(0)$ — начальные отклонения длин векторов антиферромагнетизма $\mathbf{L}$ и суммарного спина $\mathbf{M}$ от их равновесных значений, которые предполагаются малыми, $\tau_L(k) = 1/i\Gamma_L$ и $\tau_M(k) = 1/i\Gamma_M$ — времена релаксации величин L_z и M_z соответственно. Отметим, что эти колебания, так же, как и в случае ферромагнетика, являются абсолютно затухающими.

2.4. Ферриты: обсуждения и выводы

Из формул (2.26)–(2.29) следует, что в изотропном приближении, когда

$$K_1 = K_2 = 0 \text{ и } \Lambda_1^r = \Lambda_2^r = 0,$$

значения частот и затуханий переходят в известные результаты:

$$\Omega \approx \alpha k^2, \quad \Gamma \approx k^4,$$

полученные Блохом [6] и Дайсоном [25] для простого ферромагнетика в рамках микроскопической теории и следующие из последовательной феноменологической теории обменной релаксации, развитой для ферромагнетиков [9]. Вывод об аномально медленной релаксации акустических волн связан с изотропным приближением и проявлением вырожденности основного состояния феррита. Напомним, что в изотропном состоянии энергии всех однородных состояний ферримагнетика с произвольной ориентацией вектора намагниченности одинаковы. Это и проявляется в поведении времени затухания акустических спиновых волн: $\tau \sim 1/k^4 \to \infty$ при $k \to 0$.

Как легко убедиться из (2.19) и (2.20), дисперсионное уравнение для двухподрешеточного феррита в бездиссипативном приближении имеет вид:

$$\omega^2(\omega^2 - \Omega_{\text{ac}}^2)(\omega^2 - \Omega_{\text{opt}}^2) = 0.$$

Двукратно вырожденная частота $\omega_{1,2} = 0$ соответствует сохраняющимся величинам s_{1z} и s_{2z} в бездиссипативном приближении для одноосного феррита. В то время как при учете диссипации можно говорить о быстрой релаксации этих компонент, определяющейся выражениями (2.31). Для релаксации полного спина ответ качественно совпадает с результатами для ферромагнетика. Релаксация вектора намагниченности обменно усилена (см. (2.31)), но определяется константой неоднородного обменного взаимодействия. В общем, эти два результата ожидаемы. Общепринято, что для феррита вдали от точки компенсации низкочастотная динамика не чувствительна к подрешеточной структуре и такая же, как для ферромагнетика (область точки компенсации, в которой $\langle S_1\rangle \to \langle S_2\rangle$, требует особого рассмотрения [26]).

Оптическая частота определяется обменным интегралом взаимодействия между подрешетками феррита J_{12}. Обратим внимание, что затухание оптической спиновой волны велико и определяется однородной обменной релаксационной константой Λ. Этот результат соответствует результатам микроскопического расчета, в котором для различных моделей всегда получается множитель $(\langle S_1\rangle - \langle S_2\rangle)^2$ и температурная зависимость $\Gamma \sim T^4$ [27]. Важно подчеркнуть, что эти особенности имеют место для существенно различных систем; например, для железо-иттриевого феррита-граната, в котором две подрешетки образованы атомами железа и имеют существенные обменные взаимодействия [27], и для феррита-граната гадолиния, в котором обменное взаимодействие между атомами гадолиния пренебрежимо мало [27]. В силу этого можно ожидать, что $\Lambda \sim T^4$. Это предположение было бы интересно проверить экспериментально.

Итак, анализ формул для затуханий (2.28), (2.30), (2.31) приводит к выводу, что самый быстрый процесс — релаксация вектора антиферромагнетизма, следующий процесс — релаксация оптических спиновых волн, затем следует процесс релаксации вектора намагниченности, и наиболее медленным является процесс релаксации акустических спиновых волн. Наибольший интерес представляют результаты расчета релаксации вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L}$. Из формул (2.31) и (2.32) следует, что релаксация длины вектора $\mathbf{L}$ усилена за счет внутриподрешеточных обменных интегралов J_{11} и J_{22} и определяется обменной релаксационной константой Λ. Именно этот факт и приводит к эффектам изменения знака намагниченности, которые наблюдались в работах [18,20]. Система быстро эволюционирует вдоль линии $\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 = \text{const}$, попадая при этом в сильно равновесное состояние (см. качественный анализ в работе [22]). Особо важно, что и затухание оптических спиновых волн, и релаксация длины вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L}$ определяются одной и той же константой Λ, что позволяет, во-первых, находить эту константу из независимых измерений, во-вторых, использовать известные микроскопические расчеты затухания магнонов для оценки времени релаксации длины вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L}$.

3. Диссипативная функция парамагнетика

Выше были изложены методы построения диссипативной функции для магнитоупорядоченных систем — ферромагнетиков и ферритов. Этот метод построения диссипативной функции был распространен на антиферромагнитные кристаллы [23] и парамагнетики. Приведем здесь результаты для парамагнетика [10].

Рассмотрим одноосный парамагнетик во внешнем магнитном поле. Квазиравновесный термодинамический потенциал F парамагнетика с одноосной анизотропией имеет вид:

$$F = \int \left(\frac{1}{2\chi}\mathbf{M}^2 - \frac{1}{2} K M_z^2 - \mathbf{M}\mathbf{H}_0 \right) dV . \qquad (3.1)$$

Здесь $\mathbf{M}$ — намагниченность парамагнетика, χ — его магнитная восприимчивость, K — константа анизотропии, $\mathbf{H}_0$ — внешнее магнитное поле.

Диссипативную функцию для парамагнетика с одноосной анизотропией, исходя из соображений, представленных выше, можно записать в виде [10]:

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{11}\left[(H_x^{\text{eff}})^2 + (H_y^{\text{eff}})^2 \right] + \frac{1}{2}\lambda_{33}(H_z^{\text{eff}})^2 , \qquad (3.2)$$

где λ_{11}, λ_{33} — релаксационные постоянные для парамагнетика, $\mathbf{H}^{\text{eff}}$ — эффективное магнитное поле, равное

$$\mathbf{H}^{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = \mathbf{H}_0 + K M_z \mathbf{e}_z - \frac{1}{\chi}\mathbf{M} . \qquad (3.3)$$

При написании диссипативной функции для парамагнетика необходимо учитывать, что $\mathbf{M} \approx \chi \mathbf{H}_0$, и отбрасывать все слагаемые второго порядка по малой парамагнитной восприимчивости χ.

Соответствующее релаксационное слагаемое в уравнении движения намагниченности равно [10]:

$$\mathbf{R} = \lambda_{11}(H_x^{\text{eff}}\mathbf{e}_x + H_y^{\text{eff}}\mathbf{e}_y) + \lambda_{33}H_z^{\text{eff}}\mathbf{e}_z . \qquad (3.4)$$

Если к парамагнетику приложено внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$, то основным состоянием для него является состояние с отличной от нуля намагниченностью. В этом случае уравнение движения намагниченности состоит из динамической и релаксационной частей:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\text{eff}}] + \lambda_{11}(H_x^{\text{eff}}\mathbf{e}_x + H_y^{\text{eff}}\mathbf{e}_y) + \lambda_{33}H_z^{\text{eff}}\mathbf{e}_z . \qquad (3.5)$$

В основном состоянии $\mathbf{H}^{\text{eff}} = 0$. Отсюда для равновесного значения намагниченности следует:

$$\mathbf{M}(1 - \chi K) = \chi \mathbf{H}_0 . \qquad (3.6)$$

Используя формулы (3.3), (3.6), легко представить уравнение движения намагниченности (3.5) в виде:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\text{eff}}] - \frac{1}{T_1}(M_z - M_0)\mathbf{e}_z - \frac{1}{T_2}(M_x\mathbf{e}_x + M_y\mathbf{e}_y), \qquad (3.7)$$

где $T_1 = \chi / \lambda_{33}(1 - \chi K)$, $T_2 = \chi / \lambda_{11}$.

Рассмотрим теперь парамагнетик в отсутствие внешнего магнитного поля. Как хорошо известно, при этом намагниченность парамагнетика отсутствует. Это означает, что если в результате флуктуаций локально в объеме возникнет намагниченность, то она будет релаксировать к своему нулевому значению. В этом случае релаксация флуктуаций описывается с помощью уравнения Онсагера. При этом за обобщенные потоки будем рассматривать производные от компонент намагниченности по времени, а в качестве обобщенных сил возьмем компоненты эффективного магнитного поля:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \lambda_{ik} H_k^{\text{eff}} , \qquad (3.8)$$

здесь λ_{ik} — кинетические коэффициенты. Очевидно, что релаксационному слагаемому в этом уравнении соответствует релятивистская часть диссипативной функции (3.2). Мы опять приходим к уравнению (3.7), но уже без динамической части и с $M_0 = 0$.

Из полученных результатов следует, что изложенный в обзоре метод построения диссипативной функции для парамагнетиков приводит к релаксационному слагаемому в форме Блоха [6]. В случае парамагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля использование предложенной диссипативной функции приводит к общепринятому для этого случая уравнению Онсагера.

Отметим также, что изложенные в настоящей работе идеи были ранее использованы в гидродинамическом приближении для описания релаксации коллективных колебаний в неупорядоченных и неколлинеарных магнетиках [28]. Это свидетельствует о том, что предложенный подход является общим и позволяет с одинаковым успехом описывать релаксационные процессы как в магнитоупорядоченных кристаллах, так и в неупорядоченных магнитных средах.

Авторы благодарят Б.И. Иванова, совместно с которым написан раздел 2.

Приложение. Принцип кинетических коэффициентов Онсагера и уравнение движения намагничения

Напомним, что, согласно общей формулировке принципа Онсагера, между потоками и силами существует соотношение:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} = g_{ik}(\mathbf{B}) X_k .$$

В этой формуле $\partial Y_i / \partial t$ — компоненты обобщенных потоков, X_k — компоненты обобщенных сил, $g_{ik}(\mathbf{B})$ — компоненты матрицы кинетических коэффициентов, $\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции. Кинетические коэффициенты обладают свойством симметрии:

$$g_{ik}(\mathbf{B}) = g_{ki}(-\mathbf{B}).$$

Введем вместо кинетических коэффициентов $g_{ik}(\mathbf{B})$ симметричные и антисимметричные по индексам тензоры:

$$\gamma_{ik}(\mathbf{B}) = \frac{1}{2}(g_{ik}(\mathbf{B}) - g_{ki}(\mathbf{B})), \lambda_{ik}(\mathbf{B}) = \frac{1}{2}(g_{ik}(\mathbf{B}) + g_{ki}(\mathbf{B})).$$

Очевидно, что они также будут симметричны

$$\gamma_{ik}(\mathbf{B}) = -\gamma_{ik}(-\mathbf{B}), \lambda_{ik}(\mathbf{B}) = \lambda_{ik}(-\mathbf{B}),$$

$$g_{ik}(\mathbf{B}) = \gamma_{ik}(\mathbf{B}) + \lambda_{ik}(\mathbf{B}) .$$

В случае ферромагнетика можно приближенно считать, что $\mathbf{B} \approx \mathbf{M}$, и представить тензоры $\gamma_{ik}(\mathbf{B})$ и $\lambda_{ik}(\mathbf{B})$ в виде

$$\gamma_{ik}(\mathbf{B}) = \gamma(M^2)\varepsilon_{ikl} M_l, \lambda_{ik}(\mathbf{B}) = \lambda_{ik}(M^2).$$

Тогда, полагая в качестве обобщенных потоков изменения компонент намагниченности со временем $\partial M_i / \partial t$ и в качестве обобщенных сил — компоненты эффективного магнитного поля H_k^{eff}, перепишем уравнения Онсагера в виде

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\text{eff}}]_i + \lambda_{ik}(M^2) H_k^{\text{eff}},$$

где введено обозначение $\gamma(M^2) = -\gamma \approx -2|\mu_B|/\hbar$. Мы видим, что уравнение Ландау–Лифшица для намагниченности (1935 г.) следует из уравнений Онсагера (1931 г.) для случая ферромагнетика, правда, с другим релаксационным слагаемым.

1. L.D. Landau and E.M. Lifshits, *Sov. Phys*. **8**, 153 (1935).
2. В.В. Еременко, В.Н. Криворучко, Н.М. Лавриненко, Д.А. Яблонский, *ФТТ* **30**, 3605 (1988).
3. В.Г. Барьяхтар, В.В. Еременко, С.А. Звягин, Ю.Г. Пашкевич, В.В. Пишко, В.Л. Соболев, В.В. Шахов, *ЖЭТФ* **100**, 1983 (1991).
4. Yu.G. Pashkevich, V.A. Blinkin, V.P. Gnezdilov, V.V. Tsapenko, V.V. Eremenko, P. Lemmens, M. Fischer, M. Grove, G. Guntherodt, L. Degiorgi, P. Wachter, J.M. Tranquada, and D.J. Buttrey, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3919 (2000).
5. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
6. F. Bloch, *Z. Phys*. **61**, 206 (1930); F. Bloch, *Z. Phys.* **74**, 295 (1932).
7. T.L. Gilbert, *Phys. Rev.* **100**, 1243 (1955).
8. V. Kamberskii, *Czech. J. Phys.* **22**, 572 (1972).
9. В.Г. Барьяхтар, *ЖЭТФ* **87**, 1501 (1984); *ФТТ* **29**, 1317 (1987).
10. В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич, *ФНТ* **32**, 1010 (2006) [*Low Temp. Phys.* **32**, 768 (2006)]; *ФНТ* **36**, 385 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 303 (2010)].
11. А.Г. Данилевич, *УФЖ* **51**, 668 (2006).
12. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
13. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова Думка, Киев (1984).
14. V.A. Chernenko, V.A. Lvov, V. Golub, I.R. Aseguinolaza, and J.M. Barandiarán, *Phys. Rev. B* **84**, 054450 (2011).
15. Н.Н. Боголюбов, *Квазисредние в задачах статистической механики*, Препр. АН СССР ОИЯИ; Р–**1451**, Дубна (1963).
16. A. Kirilyuk, A.V. Kimel, and Th. Rasing, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2731 (2010).
17. J.-Y. Bigot, M. Vomir, and E. Beaurepaire, *Nature Phys*. **5**, 515 (2009).
18. I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H.A. Dürr, T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, and A.V. Kimel, *Nature* **472**, 205 (2011).
19. M. Battiato, K. Carva, and P.M. Oppeneer, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 027203 (2010); M. Battiato, K. Carva, and P.M. Oppeneer, *Phys. Rev. B* **86**, 024404 (2012).
20. T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R. Chantrell, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, S. El Moussaoui, L. Le Guyader, E. Mengotti, L.J. Heyderman, F. Nolting, A. Tsukamoto, A. Itoh, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A.M. Kalashnikova, K. Vahaplar, J. Mentink, A. Kirilyuk, Th. Rasing, and A.V. Kimel, *Nature Commun.* **3**, 666 (2012).
21. L. Le Guyader, S. El Moussaoui, M. Buzzi, R.V. Chopdekar, L.J. Heyderman, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel, and F. Nolting, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 022410 (2012).
22. J.H. Mentink, J. Hellsvik, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A. Kirilyuk, A.V. Kimel, O. Eriksson, M.I. Katsnelson, and Th. Rasing, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 057202 (2012).
23. В.Г. Барьяхтар, *ФНТ* **11**, 1198 (1985) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **11**, 662 (1985)]; *ЖЭТФ* **94**, 196 (1988).
24. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, Т.К. Соболева, А.Л. Сукстанский, *ЖЭТФ* **91**, 1454 (1986); V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, A.L. Sukstanskii, and E.Yu. Melekhov, *Phys. Rev. B* **56**, 619 (1997).
25. F. Dyson, *Phys. Rev.* **102**, 1217 (1956).
26. Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский, *ЖЭТФ* **84**, 370 (1983).

27. В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *ЖЭТФ* **74**, 2268 (1978); *ФТТ* **21**, 1502 (1979).
28. В.Г. Барьяхтар, В.Г. Белых, Т.К. Соболева, *ТМФ* **77**, 311 (1988).

The phenomenological theory of magnetization relaxation
(Review Article)

V.G. Baryakhtar and A.G. Danilevich

The results on relaxation in magnetically ordered crystals obtained by the authors are consistently presented in the review. The ideas of the phenomenological theory of magnetism stated by Landau and Lifshitz are analyzed. A general method of constructing the dissipative function for magnetically ordered systems and for paramagnetic materials is presented. The dissipation of both the exchange and the relativistic nature is taken into account for the case of magnetically ordered systems. It is determined that to construct dissipation function account must be taken of not only the crystal symmetry, but the conservation laws of magnetization as well. It is shown that in the case of a ferromagnet the ground state of which is characterized by the continuous degeneracy parameter, the Landau–Lifshitz relaxation term gives qualitatively incorrect results (abnormally large attenuation of spin waves). According to the method proposed in the paper the spectra of spin waves and their damping for uniaxial, tetragonal and cubic ferromagnets and for two-sublattice uniaxial ferrites has been calculated and analyzed. It is established that the relaxation of magnetization vector in ferromagnets is of a two-step nature and in ferrites it is a multistage one. In ferrites the most rapid process is the relaxation antiferromagnetism vector length. It is shown that this relaxation is caused by the exchange interaction between the ferrite sublattices and is reinforced by the exchange interactions within the sublattices. The relaxation of the total magnetization of ferrite is much slower and is described by the inhomogeneous exchange interaction and relativistic interaction, as in the case of a simple ferromagnet. The presented results are in good agreement with the recent experimental data.

PACS: **76.20.+q** General theory of resonances and relaxations;
75.25.+z Spin arrangements in magnetically ordered materials (including neutron and spin-polarized electron studies, synchrotron-source x-ray scattering, etc.).

Keywords: ferromagnet, ferrite, paramagnet, spin wave relaxation, dissipative function, dispersion law.