Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2011, т. 37, № 11, с. 1156–1162

Коллективные возбуждения электронного газа на поверхности нанотрубки в магнитном поле

А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: alexander.m.ermolaev@univer.kharkov.ua
georgiy.i.rashba@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 18 марта 2011 г.

Рассматриваются спектры магнитоплазменных волн, нулевого звука и спиновых волн в электронном газе на поверхности неферромагнитной нанотрубки в продольном магнитном поле. Затравочный спектр энергии электронов предполагается параболическим, а межэлектронное взаимодействие учитывается в приближении случайных фаз. Показано, что в магнитном поле существует сдвиг частоты межподзонного плазмона, пропорциональный магнитному потоку через сечение трубки. Рассчитаны частота и декремент затухания магнитоплазменных волн в невырожденном электронном газе. При большом числе заполненных подзон частоты нулевого звука и спиновых волн в вырожденном электронном газе испытывают осцилляции типа де Гааза–ван Альфена и Ааронова–Бома с изменением плотности электронов и магнитного потока.

Розглядаються спектри магнітоплазмових хвиль в електронному газі на поверхні неферомагнітної нанотрубки у повздовжньому магнітному полі. Затравочний спектр енергії електронів вважається параболічним, а міжелектронна взаємодія враховується у наближенні випадкових фаз. Показано, що у магнітному полі існує зсув частоти міжпідзонного плазмона, пропорційний магнітному потоку через переріз трубки. Розраховано частоту і декремент згасання магнітоплазмових хвиль у невиродженому електронному газі. При великому числі заповнених підзон частоти нульового звуку і спінових хвиль у виродженому електронному газі випробовують осциляції типу де Гааза–ван Альфена і Ааронова–Бома зі зміною густини електронів і магнітного потоку.

PACS: **71.45. d** Коллективные эффекты;
73.20. Mf Коллективные возбуждения (включая плазмоны и другие возбуждения зарядовой плотности);
75.30 Ds Спиновые волны;
78.67.Ch Нанотрубки.

Ключевые слова: нанотрубки, магнитоплазмоны, нулевой звук, спиновые волны.

1. Введение

Коллективные возбуждения в металлах, полупроводниках и плазме в магнитном поле всегда были в центре внимания Э.А. Канера [1]. Выполнив классические работы по теории высокочастотных явлений в металлах, он обратился к поверхностным эффектам в твердых телах [2–4]. В статье [2] рассмотрены поверхностные электромагнитные волны в металлах в магнитном поле. Резонанс и циклотронные волны на поверхностных электронах изучены в работе [3]. Бесстолкновительное затухание поверхностных плазменных волн в магнитном поле рассмотрено в работе [4]. В этих работах Эмануил Айзикович и его ученики заложили фундамент для изучения коллективных возбуждений в электронных системах на кривых поверхностях. К ним относятся углеродные [5] и полупроводниковые [6,7] нанотрубки. Интерес к этим системам обусловлен рядом причин. Они используются в качестве функциональных элементов во многих приборах и устройствах. В настоящее время техника эксперимента позволяет создавать эти системы в лабораториях. Наличие дополнительного параметра — кривизны структуры — увеличивает число способов управлять свойствами системы.

На возможность распространения плазменных волн на поверхности нанотрубки указано в статьях [8–11]. К сожалению, авторы этих статей ограничились в основном численными расчетами спектра плазменных волн. Теория этих волн на поверхности трубки развита в статьях [12–14]. В статье [12] рассмотрены осцилляции Ааронова–Бома спектра длинноволновых внутриподзонных плазмонов на поверхности цилиндрической трубки в продольном магнитном поле. Межподзонные плазмоны в статье [12] исследовались только численно. Коротковолновые плазмоны на трубке рассмотрены в статье [13]. Авторы этой статьи отметили особенности спектра плазмонов на трубке в отсутствие магнитного поля, отличающие его от спектра трехмерных систем. Оказалось, что дисперсионная кривая плазмона в квантовом пределе не имеет точки окончания. Групповая скорость длинноволновых внутриподзонных плазмонов в отсутствие эффектов запаздывания имеет логарифмическую особенность, характерную для одномерных систем. Спектр межподзонных плазмонов начинается с конечной частоты. С ростом числа заполненных подзон число ветвей спектра плазменных волн увеличивается. Затухание Ландау плазменных волн, фазовая скорость которых меньше скорости Ферми, отсутствует. В работе [13] рассмотрены также нанотрубки с магнитным потоком. Показано, что при заданной плотности электронов с увеличением потока через сечение трубки число ветвей спектра плазменных волн растет. Продольная диэлектрическая проницаемость электронного газа на трубке с потоком, входящая в дисперсионное уравнение для плазмонов, при произвольном отношении фазовой скорости волны к скорости Ферми вычислена в статье [14]. Плазменные волны в невырожденном электронном газе, а также нулевой звук и спиновые волны на поверхности трубки в работах [8–14] не рассматривались.

В настоящей статье приведены результаты расчета спектров магнитоплазмонов, нулевого звука и спиновых волн на поверхности неферромагнитной цилиндрической нанотрубки в продольном магнитном поле. Как и в статьях [8–14], затравочный закон дисперсии электронов предполагается параболическим. Межэлектронное взаимодействие учтено в приближении случайных фаз. В разд. 2 рассматривается спектр магнитоплазменных волн при значениях плотностей электронов, отличных от использованных в статье [13], а также спектр и затухание волн в невырожденном электронном газе. Результаты расчетов спектра нулевого звука и спиновых волн Ландау–Силина на трубке содержатся в разделах 3, 4. В заключении коротко резюмированы результаты работы.

2. Магнитоплазменные волны

2.1. Вырожденный электронный газ

Энергия электрона с эффективной массой m_* на поверхности трубки радиусом a с магнитным потоком равна [15]

$$\varepsilon_{lk} = \varepsilon_0 \left(l + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 + \frac{k^2}{2m_*}, \qquad (1)$$

где l и k — проекции углового момента и импульса электрона на ось трубки, $\varepsilon_0 = (2m_* a^2)^{-1}$ — вращательный квант, $\Phi = \pi a^2 B$ — поток магнитной индукции B через сечение трубки, $\Phi_0 = 2\pi c/e$ — квант потока [15]. Квантовая постоянная в (1) и ниже принята равной единице. Спиновое расщепление уровней здесь и в разд. 3 не учитывается. Спектр (1) представляет собой набор одномерных соприкасающихся подзон, границы которых $\varepsilon_{l0} = \varepsilon_l$ неэквидистантны. Плотность электронных состояний имеет корневые особенности на этих границах.

В приближении случайных фаз спектр магнитоплазменных волн на трубке определяется из дисперсионного уравнения [8–14]

$$1 - u_m(q) P_m(q, \omega) = 0, \qquad (2)$$

где $u_m(q)$ — цилиндрическая гармоника потенциала кулоновского взаимодействия электронов, $P_m(q, \omega)$ — поляризационный оператор, зависящий от целого числа m, волнового числа q и частоты ω. Функция $u_m(q)$ равна

$$u_m(q) = 4\pi e^2 a I_m(qa) K_m(qa).$$

Здесь I_m и K_m — модифицированные функции Бесселя [16]. Поляризационный оператор имеет вид

$$P_m(q, \omega) = \frac{1}{\pi a L} \sum_{lk} \frac{f(\varepsilon_{(l+m)(k+q)}) - f(\varepsilon_{lk})}{\varepsilon_{(l+m)(k+q)} - \varepsilon_{lk} - \omega - i0}, \qquad (3)$$

где $f(\varepsilon)$ — функция Ферми, L — длина трубки. Отношение потоков $\eta = \Phi/\Phi_0$ входит в формулы (1) и (3) в комбинации $l + \eta$. Это позволяет при изменении потока ограничиться промежутком $0 \le \eta \le 1$.

Последовательность уровней энергии поперечного движения электронов $\varepsilon_l = \varepsilon_0 (l + \eta)^2$ зависит от магнитного потока. Если $\eta < 1/2$, имеем $\varepsilon_0 \eta^2 < \varepsilon_{-1} < \varepsilon_{+1} < \varepsilon_{-2} < \ldots$ Если же $\eta > 1/2$, то $\varepsilon_{-1} < \varepsilon_0 \eta^2 < \varepsilon_{-2} < \ldots$ В полупроводниковых нанотрубках радиусом $a \propto (10^{-7}$–$10^{-6})$ см поверхностная плотность электронов обычно не превышает a^{-2}. Это означает, что в вырожденном газе электроны заполняют небольшое число нижних подзон спектра (1). Если энергия Ферми μ_0 расположена в нижней подзоне $[\varepsilon_0 \eta^2, \varepsilon_{-1}]$, то поверхностная плотность электронов n удовлетворяет условию

$n < (1-2\eta)^{1/2}/\pi^2 a^2$. Тогда дисперсионное уравнение (2) имеет решение:

$$\omega_m(q) = 2m\eta\varepsilon_0 + \left[(q\upsilon_0)^2 + (\varepsilon_0 m^2 + \omega_q)^2 + 2q\upsilon_0(\varepsilon_0 m^2 + \omega_q) \operatorname{cth}\frac{\pi q a}{2\nu u_m(q)} \right]^{1/2}, \tag{4}$$

где $\upsilon_0 = [2(\mu_0 - \varepsilon_0\eta^2)/m_*]^{1/2}$ — скорость Ферми в нижней подзоне, $\nu = m_*/2\pi$ — плотность состояний двумерного электронного газа на плоскости, $\omega_q = q^2/2m_*$. Формула (4) справедлива и в том случае, когда уровень Ферми расположен в нижней подзоне $[\varepsilon_{-1}, \varepsilon_0\eta^2]$, если в ней υ_0 заменить на $\upsilon_{-1} = [2(\mu_0 - \varepsilon_0(\eta-1)^2)/m_*]^{1/2}$. Предельная частота магнитоплазменной волны со спектром (4) равна

$$\omega_m(0) = 2m\eta\varepsilon_0 + \varepsilon_0\left(m^4 + \frac{8mm_*^2 e^2 a^2 \upsilon_0}{\pi} \right)^{1/2}, \tag{5}$$

где $m \geq 1$. Кроме деполяризационного сдвига предельной частоты $\delta\omega_l = 2m_* e^2 \upsilon_0/\pi m$, обнаруженного в статье [13], в магнитном поле существует дополнительный сдвиг $\delta\omega_\eta = 2m\eta\varepsilon_0 = meB/2m_*c$, кратный ларморовской частоте электрона. Отношение этих сдвигов равно $\delta\omega_\eta/\delta\omega_l = \pi m^2 B/4m_*^2 ec\upsilon_0$. Это отношение для параметров полупроводниковой нанотрубки на основе GaAs ($m_* = 0{,}07m_0$, m_0 — масса свободного электрона, $\upsilon_0 = 10^7$ см/с) при $m = 1$ в поле $B = 10$ Тл равно 15%. В отсутствие магнитного поля формулы (4) и (5) совпадают с полученными в статье [13].

Если $m = 0$, из уравнения (2) получаем спектр аксиально-симметричного внутриподзонного магнитоплазмона. В длинноволновом пределе, когда фазовая скорость волны превышает характерную скорость электронов, а температура произвольная, спектр магнитоплазмона имеет вид

$$\omega_0^2(q) = \frac{q^2 n u_0(q)}{m_*} + 3q^2\overline{\upsilon^2}, \tag{6}$$

где

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{1}{\pi a L n}\sum_{lk}\left(\frac{k}{m_*}\right)^2 f(\varepsilon_{lk}) \tag{7}$$

— среднее значение квадрата скорости электронов вдоль трубки. В квантовом пределе, когда электроны частично заполняют нижнюю подзону $[\varepsilon_0\eta^2, \varepsilon_{-1}]$, в вырожденном газе имеем $\overline{\upsilon^2} = \upsilon_0^2/3$. Тогда из формулы (6) при $qa \ll 1$ получаем

$$\omega_0^2(q) = 4\pi e^2 naq^2/m_* \left[\ln\frac{2}{e^\gamma qa} - \frac{1}{2}(qa)^2 \ln\frac{qa}{2} \right] + q^2\upsilon_0^2, \tag{8}$$

где $\gamma = 0{,}577...$ — число Эйлера. Первое слагаемое в правой части формулы (8) в отсутствие магнитного поля получено в статье [9].

С ростом радиуса трубки и плотности электронов число заполненных подзон увеличивается. Если $\mu_0 \gg \varepsilon_0$, входящую в (7) сумму по l можно вычислить при помощи формулы Пуассона. Тогда из (6) следует спектр аксиально-симметричного длинноволнового магнитоплазмона в вырожденном газе:

$$\omega_0^2(q) = \frac{4\pi e^2 naq^2}{m_*}\left[\ln\frac{2}{e^\gamma qa} - \frac{1}{2}(qa)^2\ln\frac{qa}{2} \right] + \frac{3\mu_0 q^2}{2m_*}\left[1 - \frac{4}{\pi^3}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{5/4} \sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^{5/2}}\cos 2\pi r\eta \cos\left(2\pi r\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \tag{9}$$

Частота волны (9) испытывает осцилляции, напоминающие осцилляции де Гааза–ван Альфена, и осцилляции Ааронова–Бома. Первые связаны с прохождением корневых особенностей плотности состояний через границу Ферми с изменением плотности электронов или радиуса трубки. С изменением $\mu_0^{1/2} = (n/2\nu)^{1/2}$ период осцилляций равен $\tau_n = (2m_* a)^{-1/2}$. Если же изменяется радиус трубки, получаем для периода выражение $\tau_a = (2m_*\mu_0)^{-1/2}$. Эти осцилляции существуют и в отсутствие магнитного поля.

Если плотность электронов удовлетворяет условию

$$n < \left(2\sqrt{\eta} + \sqrt{1+2\eta}\right)/\pi^2 a^2,$$

то энергия Ферми расположена во второй подзоне $[\varepsilon_{-1}, \varepsilon_{+1}]$. В этом случае существуют две ветви спектра аксиально-симметричных колебаний плотности электронов:

$$\omega_\pm^2(q) = \frac{1}{2}[q^2(\upsilon_0^2 + \upsilon_{-1}^2) + 2\omega_q^2 + 2q(\upsilon_0 + \upsilon_{-1})\omega_q b(q)] \pm \pm\frac{1}{2}\left\{ q^2(\upsilon_0 - \upsilon_{-1})^2 [q(\upsilon_0 + \upsilon_{-1}) + 2\omega_q b(q)]^2 - 16q^2\upsilon_0\upsilon_{-1}\omega_q^2[1 - b^2(q)] \right\}^{1/2}, \tag{10}$$

где υ_0 и υ_{-1} — скорости Ферми в заполненных подзонах, $b(q) = \operatorname{cth}(\pi qa/2\nu u_0(q))$. Верхняя ветвь в (10) соответствует синфазным колебаниям плотности электронов в заполненных подзонах, а нижняя — антифазным.

2.2. Невырожденный электронный газ

Используя в (3) больцмановскую функцию распределения, получаем

$$\operatorname{Re} P_0(q,\omega) = \frac{\nu}{\sqrt{\pi} qa} e^{\beta\mu} \operatorname{ch} \beta\mu_B B \left[\Phi\left(\sqrt{\frac{\beta m_*}{2q^2}}\omega_-\right) - \Phi\left(\sqrt{\frac{\beta m_*}{2q^2}}\omega_+\right)\right] \sum_l \exp(-\beta\varepsilon_l), \quad (11)$$

$$\operatorname{Im} P_0(q,\omega) = \frac{\nu}{qa} e^{\beta\mu} \operatorname{ch} \beta\mu_B B \left[\exp\left(-\frac{\beta m_*}{2q^2}\omega_+^2\right) - \exp\left(-\frac{\beta m_*}{2q^2}\omega_-^2\right)\right] \sum_l \exp(-\beta\varepsilon_l), \quad (12)$$

где

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} P \int_{-\infty}^{+\infty} dy \, \frac{e^{-y^2}}{x-y},$$

μ_B — спиновый магнитный момент электрона, μ — химический потенциал, β — обратная температура, $\omega_\pm = \omega \pm (q^2/2m_*)$. В длинноволновом пределе $q(m_*\beta)^{-1/2} \ll \omega$ выражения (11) и (12) принимают вид

$$\operatorname{Re} P_0(q,\omega) = \frac{q^2 n}{m_* \omega^2},$$
$$\operatorname{Im} P_0(q,\omega) = -\beta n\omega \left(\frac{\pi\beta m_*}{2q^2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\beta m_* \omega^2}{2q^2}\right). \quad (13)$$

Из уравнения (2) с учетом (13) получаем частоту и декремент затухания аксиально-симметричных длинноволновых плазмонов в классической электронной плазме на поверхности трубки:

$$\omega_0^2(q) = \frac{nq^2 u_0(q)}{m_*},$$
$$\gamma_0(q) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{m_*\beta}{q^2}\right)^{3/2} \omega_0^4(q) \exp\left(-\frac{\beta m_* \omega_0^2(q)}{2q^2}\right). \quad (14)$$

Если $qa \ll 1$, отсюда следует

$$\omega_0^2(q) = \frac{4\pi e^2 naq^2}{m_*} \left[\ln \frac{2}{e^\gamma qa} - \frac{1}{2}(qa)^2 \ln \frac{qa}{2}\right] + \frac{3q^2}{m_*\beta}. \quad (15)$$

Формулы (13)–(15) содержат β и n, поэтому они относятся к замкнутой системе электронов на поверхности трубки. Если система электронов открытая, входящая в (11) и (12) сумма по l может быть преобразована при помощи формулы [17]

$$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} \exp\left[-x(l+\upsilon)^2\right] = \sqrt{\frac{\pi}{x}} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\pi^2 r^2}{x}\right) \cos 2\pi r\upsilon, \; x > 0.$$

Тогда

$$\omega_0^2(q) = \frac{q^2 u_0(q)}{\pi\beta} e^{\beta\mu} \operatorname{ch} \beta\mu_B B \left[1 + 2\sum_{r=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\pi^2 r^2}{\beta\varepsilon_0}\right) \cos 2\pi r\eta\right]. \quad (16)$$

В этом случае частота волны и декремент затухания испытывают осцилляции Ааронова–Бома. Они могут быть обнаружены лишь при $\beta\varepsilon_0 > 1$. Осцилляции типа де Гааза–ван Альфена в рассматриваемом случае отсутствуют.

3. Нулевой звук на трубке

Нулевой звук в неидеальной ферми-системе со слабым отталкиванием частиц предсказан Л.Д. Ландау на основе развитой им теории ферми-жидкости [18,19]. Этот звук представляет собой высокочастотные колебания формы поверхности Ферми с линейным спектром, не сопровождающиеся колебаниями плотности частиц. Он был обнаружен экспериментально в жидком ^{3}He. Позже было доказано, что нуль-звуковые колебания могут распространяться в заряженных ферми-системах, в частности в электронном газе металлов [20–24]. Целесообразно выяснить, может ли нулевой звук распространяться вдоль нанотрубки в магнитном поле. Рассмотрим этот вопрос в приближении случайных фаз, использованном в предыдущем разделе. Ограничимся моделью короткодействующего экранированного взаимодействия электронов. Ослабление кулоновского взаимодействия электронов на трубке, обусловленное экранированием, обнаружено в работах [25–27]. Эта модель качественно эквивалентна ферми-жидкостному подходу, когда можно ограничиться основной цилиндрической гармоникой g экранированного взаимодействия электронов.

В рамках принятой модели дисперсионное уравнение для нулевого звука имеет вид (2), в котором $u_m(q)$ необходимо заменить константой g и воспользоваться асимптотикой поляризационного оператора при $q \ll k_l$ и произвольном отношении $\omega/q\upsilon_l$ [23,28]. Здесь $\upsilon_l = k_l/m_*$ — скорость Ферми в подзоне l. Тогда для аксиально-симметричных внутриподзонных колебаний на трубке получаем

$$\operatorname{Re} P_0(q,\omega) = \frac{q^2}{\pi^2 a} \sum_l \frac{\upsilon_l}{\omega^2 - q^2\upsilon_l^2},$$
$$\operatorname{Im} P_0(q,\omega) = \frac{q\omega}{\pi a} \sum_l \delta(\omega^2 - q^2\upsilon_l^2). \quad (17)$$

Если $a \to \infty$, входящие в (17) суммы можно заменить интегралами. В результате из (17) получаем длинноволновые асимптотики поляризационного оператора двумерного вырожденного электронного газа на плоскости в отсутствие магнитного поля:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} P_0(q,\omega) &= -2\nu\left\{1-\left[1-\left(\frac{q\upsilon_F}{\omega}\right)^2\right]^{-1/2}\right\}, \ \omega > q\upsilon_F, \\ \operatorname{Im} P_0(q,\omega) &= -2\nu\left\{\left[\left(\frac{q\upsilon_F}{\omega}\right)^2-1\right]^{-1/2}-1\right\}, \ \omega < q\upsilon_F, \end{aligned} \tag{18}$$

где υ_F — скорость Ферми. Формулы (18) могут быть получены из точных формул Стерна [29] разложением поляризационного оператора двумерного электронного газа по степеням ω_q. Используя (18), получаем спектр нулевого звука в двумерном электронном газе в отсутствие магнитного поля $\omega(q) = cq$, где

$$c = \upsilon_F(1+2\nu g)(1+4\nu g)^{-1/2}$$

— скорость звука. В предельных случаях слабой и сильной связи из этой формулы следует

$$c = \begin{cases} \upsilon_F\left(1+2\nu^2 g^2\right), & \nu g \ll 1, \\ \upsilon_F(\nu g)^{1/2}, & \nu g \gg 1. \end{cases}$$

Для нулевого звука на трубке в магнитном поле в квантовом пределе из (2) и (17) получаем

$$\omega_0^2(q) = q^2\upsilon_0^2\left(1+2\nu g/\pi k_0 a\right), \tag{19}$$

где $k_0 = m_*\upsilon_0$ — фермиевский импульс электрона в нижней подзоне $[\varepsilon_0\eta^2, \varepsilon_{-1}]$.

Если $\mu_0 \gg \varepsilon_0$, сумму в (17) вычислим по формуле Пуассона. Тогда скорость распространения аксиально-симметричных колебаний при $\omega \gg q\upsilon_F$ принимает вид

$$\begin{aligned} c &= \upsilon_F(\nu g)^{1/2} \times \\ &\times\left[1+\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{3/4}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^{3/2}}\cos 2\pi r\eta \sin\left(2\pi r\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}-\frac{\pi}{4}\right)\right]. \end{aligned} \tag{20}$$

Скорость нулевого звука испытывает рассмотренные в разд. 2 осцилляции.

Пусть в отсутствие магнитного поля энергия Ферми расположена в нижней подзоне $[\varepsilon_0\eta^2, \varepsilon_{-1}]$. Для этого необходимо, чтобы плотность электронов не превышала $(\pi a)^{-2}$. С ростом магнитного потока при отношении потоков $\eta_c = (1-\varsigma^2)/2$, где $\varsigma = \pi^2 a^2 n$, начинает заполняться следующая подзона $[\varepsilon_{-1}, \varepsilon_1]$ [13]. Тогда в интервале $0 \le \eta \le \eta_c$ существует одна ветвь спектра нулевого звука (19) с $k_0 = \varsigma/a$. Она не зависит от магнитного потока. Если же $\eta_c \le \eta \le 1/2$, существуют две ветви аксиально-симметричных колебаний со скоростями

$$\begin{aligned} c_\pm^2 &= \frac{1}{2}\left[\upsilon_0^2+\upsilon_{-1}^2+\alpha\left(\upsilon_0+\upsilon_{-1}\right)\right]\pm \\ &\pm\frac{1}{2}\left(\upsilon_0+\upsilon_{-1}\right)\left[\alpha^2+\left(\upsilon_0-\upsilon_{-1}\right)^2\right]^{1/2}, \end{aligned} \tag{21}$$

где $\alpha = g/\pi^2 a$, $\upsilon_0 = (1-\eta-\eta_c)/m_*\varsigma a$, $\upsilon_{-1} = (\eta-\eta_c)/m_*\varsigma a$. Решение c_+ соответствует синфазным колебаниям, а c_- — антифазным.

4. Спиновые волны Ландау–Силина на трубке

Чтобы получить спин-волновую ветвь спектра электронной жидкости на трубке, необходимо в правую часть формулы (1) добавить вклад Хартри–Фока в энергию электрона $gn_{-\sigma}$ и слагаемое $\varepsilon_\sigma = \sigma\mu_B B$, учитывающее спиновое расщепление уровней. Здесь $\sigma = \pm 1$ — спиновое квантовое число. Тогда дисперсионное уравнение для спектра поперечных спиновых волн с положительной спиральностью, распространяющихся вдоль трубки, в приближении случайных фаз имеет вид [30–32]

$$1-\frac{g}{2\mu_B^2}\chi_m(q,\omega) = 0, \tag{22}$$

где

$$\chi_m(q,\omega) = \frac{\mu_B^2}{\pi a L}\sum_{lk}\frac{f\left(\varepsilon_{lk}^-\right)-f\left(\varepsilon_{(l+m)(k+q)}^+\right)}{\varepsilon_{(l+m)(k+q)}^+-\varepsilon_{lk}^- -\omega-i0} \tag{23}$$

— циркулярная компонента тензора динамической спиновой восприимчивости электронов, имеющая резонансы на переходах электронов с перебросом спина $- \to +$. Константа g связана с параметром B_0, входящим в разложение спиновой части функции взаимодействия квазичастиц Ландау [19,20,33,34] по цилиндрическим гармоникам, соотношением $B_0 = \nu g$.

Пусть $\eta < 1/2$, $\varepsilon_0(1-2\eta) > \Omega$, где $\Omega = g\Delta n + \Omega_0$, $\Delta n = n_- - n_+$, $\Omega_0 = 2\mu_B B$ — частота спинового резонанса. Тогда $\varepsilon_0^- < \varepsilon_0^+ < \varepsilon_{-1}^- < \ldots$ Если плотность электронов удовлетворяет условию

$$n_- < \frac{\left(m_*\Omega/2\right)^{1/2}}{\pi^2 a},$$

то энергия Ферми расположена в нижней подзоне $[\varepsilon_0^-, \varepsilon_0^+]$. В этом случае частота внутриподзонного магнона равна

$$\omega(q) = \Omega + \omega_q - q\upsilon_0^- \operatorname{cth}\frac{q}{Q}, \tag{24}$$

где υ_0^- — скорость Ферми в нижней подзоне, $Q = \nu g/\pi a$. При $q \ll Q$ из этой формулы получаем

$$\omega(q)=\omega(0)-\frac{\pi\upsilon_0^- a q^2}{3\nu g}\left(1-\frac{3\nu g}{2\pi m_*\upsilon_0^- a}\right), \tag{25}$$

где

$$\omega(0)=\Omega\left(1-\frac{\upsilon_0^-\nu g}{\pi a\Omega}\right) \tag{26}$$

— предельная частота спиновой волны со спектром (24). Дисперсия этой волны аномальная. Ветвь (24) расположена ниже границы сектора Стонера $\omega=\Omega-q\upsilon_0^-+\omega_q$ на плоскости $q-\omega$. Бесстолкновительное затухание этой волны в вырожденном электронном газе отсутствует. Для численных оценок используем параметры трубки на основе GaAs: $\upsilon_0^-=10^7$ см/с, $a=10^{-6}$ см и $B_0=0,2$ — типичное значение параметра B_0 в теории ферми-жидкости [33,34]. Тогда относительное расстояние между углом сектора Стонера Ω и предельной частотой (26) в поле $B=10$ Тл равно $\upsilon_0^-\nu g/\pi a\Omega=0,36$.

Если $\mu_0 \gg \varepsilon_0,\Omega$, $q\upsilon_F \ll |\omega-\Omega|$, $\nu g \ll 1$, частота магнона равна

$$\omega(q)=\omega_0-\frac{\mu_0 q^2}{m_*\Omega\nu g}\times$$
$$\times\left[1-\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{3/4}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^{3/2}}\cos 2\pi r\eta\,\sin\left(2\pi r\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}-\frac{\pi}{4}\right)\right], \tag{27}$$

где

$$\omega_0=\Omega\left[1-\frac{\nu g}{\pi^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{3/4}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^{3/2}}\cos 2\pi r\eta\,\sin\left(2\pi r\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}-\frac{\pi}{4}\right)\right]. \tag{28}$$

Монотонная часть спектра (27) совпадает с частотой спиновой волны в двумерном электронном газе [35]. Он получается разрезанием цилиндра по образующей и разворачиванием его на плоскость. Кривизна трубки обусловливает рассмотренные выше осцилляции спектра спиновых волн.

Когда $\eta>1/2$, границы подзон удовлетворяют неравенствам $\varepsilon_{-1}^-<\varepsilon_0^-<\varepsilon_0^+<\ldots$ Если плотность электронов не превышает

$$\sqrt{\frac{m_*}{2}}\left\{\Omega^{1/2}+\left[\varepsilon_0(2\eta-1)+\Omega\right]^{1/2}\right\}\Big/\pi^2 a,$$

уровень Ферми расположен во второй подзоне $[\varepsilon_0^-,\varepsilon_0^+]$. Частоты межподзонных резонансных переходов электронов с переворотом спина $-\to+$ равны

$$\Omega_1=\Omega+\varepsilon_0[2m(\eta-1)+m^2],\ \ \Omega_2=\Omega+\varepsilon_0[2m\eta+m^2].$$

Вблизи этих частот расположены две ветви спектра межподзонных магнонов:

$$\omega_{1,2}=\frac{1}{2}\left[\Omega_1+\Omega_2-q(\upsilon_1+\upsilon_2)\,\mathrm{cth}\,\frac{q}{Q}+2\omega_q\right]\pm$$
$$\pm\frac{1}{2}\left\{\left[\Omega_2-\Omega_1+q(\upsilon_1-\upsilon_2)\,\mathrm{cth}\,\frac{q}{Q}\right]^2-4q^2\upsilon_1\upsilon_2\left(1-\mathrm{cth}^2\,\frac{q}{Q}\right)\right\}^{1/2}, \tag{29}$$

где υ_1 и υ_2 — скорости Ферми в занятых подзонах. Предельные частоты этих волн равны

$$\omega_{1,2}(0)=\frac{1}{2}\left[\Omega_1+\Omega_2-Q(\upsilon_1+\upsilon_2)\right]\pm$$
$$\pm\frac{1}{2}\left\{\left[\Omega_2-\Omega_1+Q(\upsilon_1-\upsilon_2)\right]^2+4Q^2\upsilon_1\upsilon_2\right\}^{1/2}. \tag{30}$$

В этом случае область бесстолкновительного затухания магнонов состоит из двух секторов Стонера между параболами $\omega=\Omega_1\pm q\upsilon_1+\omega_q$ и $\omega=\Omega_2\pm q\upsilon_2+\omega_q$. Нижняя ветвь (29) расположена в окне прозрачности ниже границы сектора Стонера $\omega=\Omega_1-q\upsilon_1+\omega_q$, а верхняя — в «треугольном» окне между параболами $\omega=\Omega_1+q\upsilon_1+\omega_q$ и $\omega=\Omega_2-q\upsilon_2+\omega_q$.

5. Заключение

Двумерный электронный газ на поверхности нанотрубки — удобный объект для апробации идеи о том, что резонансным переходам электронов между уровнями энергии под влиянием переменного поля сопутствуют ветви спектра коллективных возбуждений системы. Эта идея реализована во многих работах Э.А. Канера [1]. В частности, в статьях [36,37] показано, что вблизи частот резонансных переходов электронов в металлах в магнитном поле между уровнями Ландау и магнитопримесными уровнями существуют новые ветви спектра возбуждений, названные магнитопримесными волнами. Эта идея использована и в настоящей статье. Показано, что на трубке существуют новые моды вблизи частот резонансных орбитальных переходов электронов и вблизи частот комбинационных резонансов, когда переход с переворотом спина сопровождается орбитальными переходами между неэквидистантными уровнями энергии поперечного движения электронов на поверхности трубки. Рассмотренные выше спектры магнитоплазменных и спиновых волн, нулевого звука связаны с особенностями спектра энергии (1) электронов на трубке. Особенности плотности состояний на границах подзон похожи на особенности на уровнях Ландау в магнитном поле. Поэтому естественно существование ветвей спектра коллективных возбуждений вблизи частот переходов электронов между подзонами, а также осцилляций спектра возбуждений, похожих на осцилляции де Гааза–ван Альфена. Особенности спектра (1) проявляются в том, что эти осцилляции существуют и в отсутствие магнитного поля. Магнитное поле приводит к осцилляциям Ааронова–Бома, обусловленным неодносвязностью области, занятой электронами. Характер спектра (1) проявляется также в том, что с возрастанием числа электронных групп в различных подзонах с различными ориентациями спина увеличивается число ветвей спектра коллективных возбуждений.

Авторы выражают благодарность В.А. Ямпольскому за интерес к работе.

1. Э.А. Канер, *Избранные труды*, Наукова думка, Киев (1989).
2. Э.А. Канер, Н.М. Макаров, *Письма в ЖЭТФ* **10**, 253 (1969).
3. Э.А. Канер, Н.М. Макаров, В.Л. Фалько, В.А. Ямпольский, *Письма в ЖЭТФ* **26**, 27 (1977).
4. А.А. Габашвили, Э.А. Канер, В.А. Ямпольский, *ФТТ* **25**, 2010 (1983).
5. S. Iijima, *Nature (London)* **354**, 56 (1991).
6. Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик, М.В. Энтин, *УФН* **175**, 995 (2005).
7. M.S. Kushwaha and B. Djafari–Rouhani, *Phys. Rev.* **B71**, 1953 17 (2005).
8. M.F. Lin and K.W.-K. Shung, *Phys. Rev.* **B47**, 6617 (1993).
9. O. Sato, Y. Tanaka, M. Kobayashi, and A. Hasegawa, *Phys. Rev.* **B48**, 1947 (1993).
10. M.F. Lin, K.W.-K. Shung, *Phys. Rev.* **B48**, 5567 (1993).
11. P. Longe and S.M. Bose, *Phys. Rev.* **B48**, 18 239 (1993).
12. А.И. Ведерников, А.О. Говоров, А.В. Чаплик, *ЖЭТФ* **120**, 979 (2001).
13. Р.З. Витлина, Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик, *ЖЭТФ* **133**, 906 (2008).
14. П.А. Эминов, Ю.В. Перепелкина, Ю.И. Сезонов, *ФТТ* **50**, 2220 (2008).
15. И.О. Кулик, *Письма в ЖЭТФ* **11**, 407 (1970).
16. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, т. **2**, Наука, Москва (1966).
17. А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев, *Интегралы и ряды*, Наука, Москва (1981).
18. Л.Д. Ландау, *ЖЭТФ* **30**, 1058 (1956).
19. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **32**, 59 (1957).
20. В.П. Силин, *ЖЭТФ* **35**, 1243 (1958).
21. Э.А. Канер, В.Г. Скобов, *УФН* **89**, 367 (1966).
22. E.A. Kaner and V.G. Skobov, *Adv. Phys.* **17**, 605 (1968).
23. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
24. С.Б. Анохин, А.С. Кондратьев, *Вопросы электроники твердого тела* **345**, 24, Ленинград (1968).
25. Р.З. Витлина, Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 132 (2007).
26. A.V. Chaplik, L.I. Magarill, and R.Z. Vitlina, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 1094 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 865 (2008)].
27. П.А. Эминов, *ЖЭТФ* **135**, 1029 (2009).
28. A.L. Fetter and J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, Mac Graw-Hill, New York (1971).
29. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем*, Мир, Москва (1985).
30. T. Izuyama, D.-J. Kim, and R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **18**, 1025 (1963).
31. D.M. Edwards, *J. Phys.* **C2**, 84 (1969).
32. S. Doniach and E. Sondheimer, *Green's Functions for Solid State Physicists*, W. Benjamin, New York (1974).
33. Ф. Платцман, П. Вольф, *Волны и взаимодействия в плазме твердого тела*, Мир, Москва (1975).
34. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Наука, Москва (1978).
35. Н.В. Глейзер, А.М. Ермолаев, *ФНТ* **24**, 647 (1998) [*Low Temp. Phys.* **24**, 489 (1998)].
36. Э.А. Канер, А.М. Ермолаев, *Письма в ЖЭТФ* **44**, 391 (1986).
37. Э.А. Канер, А.М. Ермолаев, *ЖЭТФ* **92**, 2245 (1987).

Collective excitations of the electron gas on the nanotube surface in magnetic field

A.M. Ermolaev, G.I. Rashba, and M.A. Solyanik

The spectra of magnetoplasma waves, zero sound and spin waves in the electron gas on the surface of nonferromagnetic nanotube in longitudinal magnetic field are considered. The primed spectrum of the electron energy is supposed to be parabolic, and the electron-electron interaction is taken into account in the random phase approximation. The plasmon intersubband frequency shift is proved to take place. It is proportional to the change of magnetic flow running though the tube cross-section. The magnetoplasma waves frequency and damping decrement in a nondegenerate electron gas are calculated. The zero sound and spin waves frequencies oscillate as the de Haas-van Alphen and Aharonov–Bohm types with changing the electron density and magnetic flux. This phenomenon takes place in a degenerate electron gas with a great number of populated subbands.

PACS: **71.45.–d** Collective effects;
73.20. Mf Collective excitations (including plasmons and other charge-density excitations);
75.30 Ds Spin waves;
78.67.Ch Nanotubes.

Keywords: nanotubes, magnetoplasmons, zero sound, spin waves.