

Сильные нелинейные эффекты в проводимости тонких металлических образцов

(Обзор)

И.Ф. Волошин¹, Н.М. Макаров², Л.М. Фишер¹, В.А. Ямпольский³

¹ ФГУП «Всероссийский электротехнический институт», ул. Красноказарменная, 12, г. Москва, 111250, Россия
E-mail: fisher@vei.ru

² Universidad Autónoma de Puebla, Instituto de Ciencias, Departamento de Físico-Química de Materiales Priv. 17 Norte No 3417, Col. San Miguel Hueyotlipan, Puebla, Pue., C.P. 72050, México

³ Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины
ул. Академика Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина

Статья поступила в редакцию 11 марта 2011 г.

Обсуждается серия работ, посвященных нетривиальным нелинейным стационарным и нестационарным явлениям, сопровождающим протекание транспортного тока через тонкие чистые монокристаллические образцы металлов при низких температурах. Механизм нелинейности является магнитодинамическим — он связан с воздействием собственного магнитного поля тока на электронные траектории и, тем самым, на проводимость металла. Магнитодинамическая нелинейность приводит к нетривиальному эффекту падения сопротивления тонких образцов с ростом тока. При больших токах, когда радиус кривизны электронных траекторий в собственном поле тока становится меньше поперечных размеров образца, возникает эффект шнуrowания тока (пинч-эффект). При этом с увеличением тока падение сопротивления сменяется его возрастанием. Обсуждаются также экспериментальные исследования нелинейных вольт-амперных характеристик тонких образцов кадмия и вольфрама. В этих экспериментах не только подтверждены предсказания теории, но и обнаружены новые нелинейные эффекты, сопровождающие протекание сильных токов. В частности, обнаружена генерация автоколебаний напряжения в режиме заданного тока. С ростом тока спектр автоколебаний эволюционирует, подчиняясь определенному сценарию, с переходом от дискретного к сплошному, что свидетельствует о возникновении хаотического режима.

Обговорюється серія робіт, присвячених нетривіальним нелінійним стаціонарним та нестаціонарним явищам, які супроводжують протікання транспортного струму через тонкі чисті монокристалічні зразки металів при низьких температурах. Механізм нелінійності є магнітодинамічним — він пов'язаний з дією власного магнітного поля струму на електронні траєкторії та, тим чином, на провідність металу. Магнітодинамічна нелінійність призводить до нетривіального ефекту падіння опору тонких зразків з ростом струму. При великих струмах, коли радіус кривизни електронних траєкторій у власному полі струму стає менше поперечних розмірів зразка, виникає ефект шнуrowання струму (пінч-ефект). При цьому зі збільшенням струму зменшення опору змінюється його зростанням. Обговорюються також експериментальні дослідження нелінійних вольт-амперних характеристик тонких зразків кадмію та вольфраму. У цих експериментах не лише підтверджено пророцтва теорії, але і виявлено нові нелінійні ефекти, які супроводжують протікання сильних струмів. Зокрема, виявлено генерацію автоколивань напруги в режимі заданого струму. З ростом струму спектр автоколивань еволюціонує, підкоряючись певному сценарію, з переходом від дискретного до суцільного, що свідчить про виникнення хаотичного режиму.

PACS: 72.15.Gd Гальваномагнитные и другие магнитотранспортные эффекты;
72.20.Ht Высокополевые и нелинейные эффекты;
72.70.+m Шумовые процессы и явления.

Ключевые слова: магнитодинамическая нелинейность, транспортный ток, пинч-эффект, автоколебания, стохастика.

Содержание

1. Введение	1126
2. Нелинейные ВАХ тонких металлических пластин. Управление нелинейной ВАХ внешним магнитным полем.....	1127
2.1. Нелинейная ВАХ пластины.....	1127
2.2. Управление нелинейной ВАХ внешним магнитным полем	1128
2.3. Нелинейная ВАХ металлической проволоки.....	1128
3. Экспериментальное наблюдение нелинейных ВАХ в металлических пластинах.....	1128
4. Пинч-эффект в металлических пластинах и осцилляции ВАХ.....	1130
4.1. Пинч-эффект.....	1130
4.2. Знакопеременное распределение плотности тока и осцилляции ВАХ.....	1131
5. Нестационарные эффекты в тонких металлических пластинах с током	1132
6. Заключение.....	1133
Литература.....	1134

1. Введение

Настоящий обзор навеян теплыми воспоминаниями об Эмануиле Айзиковиче Канере и о той незабываемой эпохе, когда мы тесно общались, обсуждали и решали разнообразные проблемы в сложной и быстро развивавшейся науке — низкотемпературной физике металлов. К таким проблемам, в частности, относятся эффекты сильной магнитодинамической нелинейности в электродинамике металлов. Долгое время считалось, что нелинейность в металлах должна быть выражена существенно слабее, чем, скажем, в полупроводниках, поскольку металлы, особенно при низких температурах, обладают высокой электропроводностью, и электрические поля в них всегда оказываются малыми. Тем не менее еще в давних экспериментальных работах 1965 года наблюдались сильные нелинейные эффекты в отклике чистых металлов на высокочастотное электромагнитное возбуждение [1–3]. Оказалось, что та же причина, которая мешает проявлениям обычной нелинейности, характерной для полупроводников и газоразрядной плазмы, приводит к возникновению нового механизма нелинейности, характерного именно для чистых металлов при низких температурах. Из-за большой электропроводности в металлах могут возникать сильные токи и связанные с ними сильные магнитные поля. В чистых металлах сильное собственное магнитное поле тока оказывает существенное влияние на электронные траектории и, тем самым, на электропроводность металла. Если длина свободного пробега электронов превосходит характерные размеры электронных траекторий в сильном магнитном поле волны, проводимость металла становится функционалом пространственного распределения этого поля, что и является причиной нелинейности. Такой механизм нелинейности Э.А. Канер предложил называть магнитодинамическим.

Перечислим некоторые из эффектов магнитодинамической нелинейности, которые наблюдались в экспериментах и изучались (и продолжают изучаться вплоть до настоящего времени) теоретически. В рабо-

тах [4–11] исследованы сильные нелинейные эффекты при распространении разнообразных собственных электромагнитных волн в металлах (геликонов и доплеронов), включая подавление нелинейного затухания Ландау, нелинейное магнитное затухание Ландау, нелинейный доплер-сдвинутый циклотронный резонанс и др. Своеобразный нелинейный резонансный эффект усиления второй гармоники сигнала, отраженного от поверхности монокристалла олова, обусловленный периодическим движением поверхностных электронов в магнитном поле СВЧ волны, наблюдался в эксперименте [12]. Особое внимание мы хотим обратить на эффект возбуждения так называемых токовых состояний [13] в металлах, открытый В.Т. Долгополовым и Л.Я. Марголиным (см. также работу [14] и обзор [15]). Эффект проявлялся в возникновении статического магнитного момента металлической пластины в условиях, когда параллельно ее поверхности приложены коллинеарные постоянное и переменное магнитные поля. В эксперименте наблюдалась гистерезисная зависимость статического магнитного момента от величины приложенного постоянного магнитного поля, если амплитуда переменного магнитного поля превышала некоторое пороговое значение. Физическая интерпретация эффекта возбуждения токовых состояний была дана Г.И. Бабкиным и В.Т. Долгополовым [16]. Качественная картина эффекта состоит в следующем. Если амплитуда переменного магнитного поля превышает величину постоянного поля, то существуют промежутки времени, когда значения *суммарного* магнитного поля на поверхности образца и в его глубине имеют противоположные знаки. В такие промежутки времени в объеме металла формируется группа так называемых *захваченных*, или *вьющихся* электронов,двигающихся в окрестности плоскости перемены знака суммарного магнитного поля. Такие электроны все время своего свободного пробега проводят внутри скин-слоя и поэтому дают большой вклад в электропроводность металла. В другие промежутки времени, когда суммарное магнитное поле в объеме образца нигде не обращается в нуль, вьющиеся электроны от-

существуют, и проводимость металла относительно мала. Таким образом, проводимость металла в течение периода волны испытывает значительные изменения, что и обуславливает выпрямление тока и появление статического магнитного момента образца. Теория токовых состояний была построена в работах [17–22]. Дальнейшие исследования показали, что существование группы вьющихся электронов приводит к ряду других интересных явлений, например, к нелинейному аномальному скин-эффекту — существенной зависимости поверхностного импеданса металла от амплитуды возбуждающего переменного магнитного поля [23,24]. Как было предсказано в работах [25–29], магнитодинамическая нелинейность оказывает существенное влияние на электромагнитную генерацию звука. Другие радиочастотные эффекты магнитодинамической нелинейности подробно описаны в обзоре [30].

В 1984 году Э.А. Канер и И.Б. Снапиро обратили наше внимание на то, что группа вьющихся электронов должна приводить к сильным эффектам магнитодинамической нелинейности в статической проводимости тонких металлических образцов, в результате которой должно наблюдаться падение сопротивления образца с ростом транспортного тока. Это послужило началом систематических теоретических и экспериментальных исследований статических вольт-амперных характеристик (ВАХ) тонких металлических образцов и нелинейных эффектов, сопровождающих протекание сильных токов. Настоящий обзор посвящен описанию результатов этих исследований, а также обсуждению оставшихся без интерпретации интересных нелинейных явлений.

2. Нелинейные ВАХ тонких металлических пластин. Управление нелинейной ВАХ внешним магнитным полем

2.1. Нелинейная ВАХ пластины

Известно [31], что в линейном режиме статическая проводимость тонкой металлической пластины с диффузными границами описывается формулой К. Фука:

$$\sigma_{\text{lin}} = \frac{3}{4} \sigma_0 \frac{d}{l} \ln \frac{l}{d}, \quad d \ll l, \quad (1)$$

где σ_0 — проводимость массивного металла, d — толщина пластины и l — длина свободного пробега электронов. Проводимость σ_{lin} определяется малой группой так называемых пролетных электронов, которые движутся почти параллельно граням пластины, не сталкиваясь с поверхностью образца на протяжении всего времени свободного пробега. Относительное число таких электронов по порядку величины равно $d/l \ll 1$.

Протекающий по безграничной пластине постоянный электрический ток I создает внутри нее магнитное поле, которое направлено параллельно поверхности пластины. Это поле распределено антисимметрично по ее толщине: оно равно нулю в середине пластины, а на противоположных границах принимает значения $\pm H$, где

$$H = 2\pi I / cD, \quad (2)$$

D — ширина пластины, c — скорость света.

Собственное магнитное поле тока искривляет электронные траектории и начинает существенно влиять на проводимость пластины в условиях, когда выполняются неравенства

$$d \ll (rd)^{1/2} \ll l, \quad (3)$$

где $r = cp_F / eH$ — характерный радиус кривизны электронных траекторий, p_F — фермиевский импульс, e — элементарный заряд. Благодаря знакопеременности пространственного распределения магнитного поля тока в пластине появляется группа захваченных электронов, которые движутся без столкновений с границами по траекториям, вьющимся около плоскости перемены знака магнитного поля (см. рис. 1).

Относительное число захваченных электронов по порядку величины составляет $(d/r)^{1/2} \ll 1$. Учитывая, что захваченные электроны на протяжении всего времени свободного пробега взаимодействуют с электрическим полем и не сталкиваются с границами пластины, получаем следующую оценочную формулу для проводимости:

$$\sigma_{\text{trap}} \sim \sigma_0 (d/r)^{1/2} \propto I^{1/2}. \quad (4)$$

Из сравнения формул (1) и (4) очевидно, что при выполнении неравенств (3) проводимость пластины определяется именно группой захваченных электронов. В результате воздействия собственного магнитно-

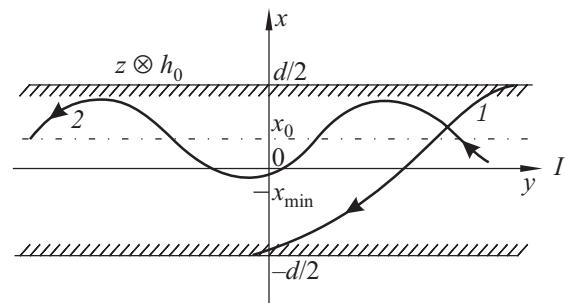


Рис. 1. Траектории пролетных (1) и захваченных (2) электронов в пластине с током I . В отсутствие внешнего постоянного магнитного поля h_0 плоскость $x = x_0$, на которой суммарное магнитное поле обращается в нуль, расположена в середине пластины ($x_0 = 0$). Рисунок взят из работы [33].

го поля тока происходит существенное увеличение числа электронов, дающих основной вклад в проводимость. По этой причине вольт-амперная характеристика $U(I)$ пластины отклоняется от закона Ома в сторону уменьшения сопротивления образца,

$$U \propto I^{1/2}. \quad (5)$$

В работах [32,33] был проведен асимптотически точный расчет нелинейной ВАХ на основе совместного решения уравнений магнитостатики и кинетического уравнения Больцмана, содержащего силу Лоренца от собственного магнитного поля тока. Эту ВАХ можно представить в виде зависимости собственного магнитного поля $H \propto I$ от напряженности электрического поля $E \propto U$:

$$\frac{H}{\mathcal{H}} = \left(\frac{E}{\mathcal{E}} \right)^2. \quad (6)$$

Здесь размерные параметры

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \frac{25\pi^{1/2}\Gamma^4(5/4)\Gamma^3(5/3)cp_F d}{32\Gamma^3(7/6)el^2} \approx \\ &\approx 0,86 \frac{cp_F d}{el^2}, \quad \mathcal{E} = \frac{4c\mathcal{H}l}{3\pi\sigma_0 d^2} \end{aligned} \quad (7)$$

являются характеристиками данного образца и служат естественными масштабами измерения магнитного и электрического полей. Величина \mathcal{H} представляет собой характерное значение магнитного поля, в котором путь $(rd)^{1/2}$ захваченного электрона за период его движения по порядку величины равен длине свободного пробега l .

2.2. Управление нелинейной ВАХ внешним магнитным полем

Во внешнем постоянном магнитном поле h_0 , параллельном направлению собственного магнитного поля тока, плоскость перемены знака суммарного поля смещается к одной из границ пластины (как это показано на рис. 1), а при $h_0 > H$ исчезает вовсе. Тем самым внешнее магнитное поле приводит к уменьшению числа захваченных электронов и сдвигу нелинейного участка ВАХ в область больших значений тока. Таким образом, с помощью внешнего постоянного магнитного поля можно управлять формой нелинейной ВАХ.

Согласно результатам работы [33], в присутствии постоянного поля h_0 нелинейная вольт-амперная характеристика пластины (6) изменяется и приобретает следующий вид:

$$\frac{H-h_0}{\mathcal{H}} = \left(\frac{E}{\mathcal{E}} \right)^2 \left(1 - \frac{h_0}{\mathcal{H}} \frac{\mathcal{E}}{E \ln(r_+/d)} \right)^3, \quad (8)$$

$$r_+ = \frac{cp_F}{e|H+h_0|}, \quad h_0 < H.$$

2.3. Нелинейная ВАХ металлической проволоки

По существу тот же механизм нелинейности, связанный с захватом электронов в потенциальную яму, создаваемую собственным магнитным полем тока, проявляется и в тонких металлических проволоках кругового сечения с диаметром $d \ll l$. Из-за ограниченности движения захваченных электронов в двух измерениях их относительное число составляет $d/r \propto I$. В области токов, где

$$d \ll r \ll l, \quad (9)$$

проводимость проволоки практически полностью определяется захваченными электронами:

$$\sigma \approx \sigma_{\text{trap}} \sim \sigma_0 d/r \propto I, \quad (10)$$

и ВАХ выходит на участок насыщения $E = E_{\text{sat}}$. Величина E_{sat} , полученная в работе [34] с помощью решения соответствующей задачи магнитостатики, равна

$$E_{\text{sat}} \approx 1,04 \frac{c^2 p_F}{\sigma_0 e d^2}. \quad (11)$$

Следует обратить внимание на то, что уменьшение сопротивления тонких металлических проволок наблюдалось еще в начале 60-х годов 20 века. В экспериментах Б.Н. Александрова [35] было обнаружено двукратное уменьшение сопротивления проволок цинка, а М. Yaqub и J.F. Cochran [36] аналогичный эффект наблюдали в проволоках галлия. Более того, авторы работы [36] дали правильное качественное объяснение своим наблюдениям. Они связывали уменьшение сопротивления с ростом тока с тем, что собственное магнитное поле тока, искривляя электронные траектории, создает препятствие рассеянию электронов на границе проволоки.

3. Экспериментальное наблюдение нелинейных ВАХ в металлических пластинах

В один из приездов в Москву в конце 1984 года Э.А. Канер, встретившись с одним из нас (ЛМФ), рассказал о своих последних теоретических исследованиях нелинейных ВАХ металлических пластин и спросил, возможно ли провести измерения ВАХ при сильных токах. Это послужило побудительным мотивом к началу таких исследований.

Измерения проводились на монокристаллах кадмия и вольфрама [37]. Образцы в виде пластин прямоугольной формы вырезали на электроискровом станке. Они были весьма чистыми и характеризовались отношениями сопротивлений $\rho_{300}/\rho_{4,2} = 50000$ для кадмия и 80000 для вольфрама. После резки образцы кад-

мия химически полировали; токовые и потенциальные контакты припаивали индием. Образцы вольфрама механически шлифовали и затем травили в смеси концентрированных азотной, плавиковой и ортофосфорной кислот. Для создания надежных токовых контактов торцы пластин электролитическим способом покрывали слоем олова толщиной около 10 мкм, после чего к ним припаивали медные проводники. Потенциальные выводы из платиновой проволоки диаметром 0,06 мм приваривали разрядом конденсатора. Образец кадмия имел размеры $12 \times 0,25 \times 0,12$ мм, нормаль к большой грани была направлена по оси [0001]. Изучались также четыре образца вольфрама размерами: $9 \times 0,4 \times 0,14$ мм (W1), $9 \times 0,27 \times 0,09$ мм (W2), $13 \times 2 \times 0,03$ мм (W3) и $12 \times 0,7 \times 0,12$ мм (W4). Большая грань всех образцов вольфрама совпадала с плоскостью (100). Измерения проводили при значениях транспортного тока до 50 А. Мощность, выделявшаяся в образцах, во всех случаях была меньше, чем $0,1 \text{ Вт/см}^2$.

На рис. 2 приведена измеренная ВАХ пластины кадмия. При токе $I \geq 2$ А наблюдается отклонение от линейной зависимости, свидетельствующее об уменьшении сопротивления. При $I \geq 15$ А напряжение U растет с током быстрее, чем по линейному закону.

Зависимости сопротивления $R(I) = U/I$ (кривые 1–3) и дифференциального сопротивления $\mathcal{R}(I) = dU/dI$ (кривая 4) от тока для пластин вольфрама приведены на рис. 3. Сопротивление оказалось немонотонной функцией тока: при малых I оно уменьшается, достигая минимума в точке $I = I_{\min}$, а затем возрастает. Понижение температуры от 4,2 К до 1,5 К увеличивает глубину минимума сопротивления (см. кривые 2 и 3), оставляя практически неизменным его положение по току.

Поведение нелинейного сопротивления образцов при токах $I < I_{\min}$ качественно согласуется с предсказанным теорией [32,33]. Кроме того, эксперимент подтверждает предсказание теории о влиянии внешнего постоянного магнитного поля на нелинейную ВАХ. В

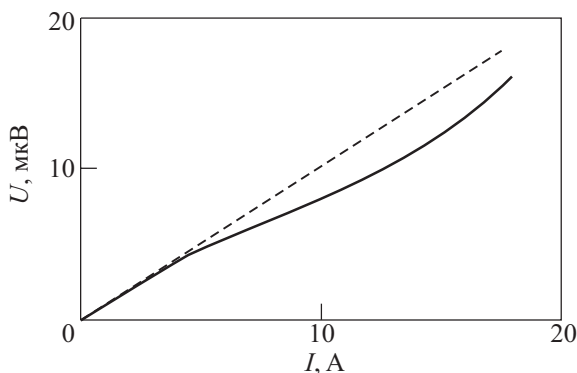


Рис. 2. Вольт-амперная характеристика пластины кадмия. $T = 1,5$ К, рисунок взят из работы [37].

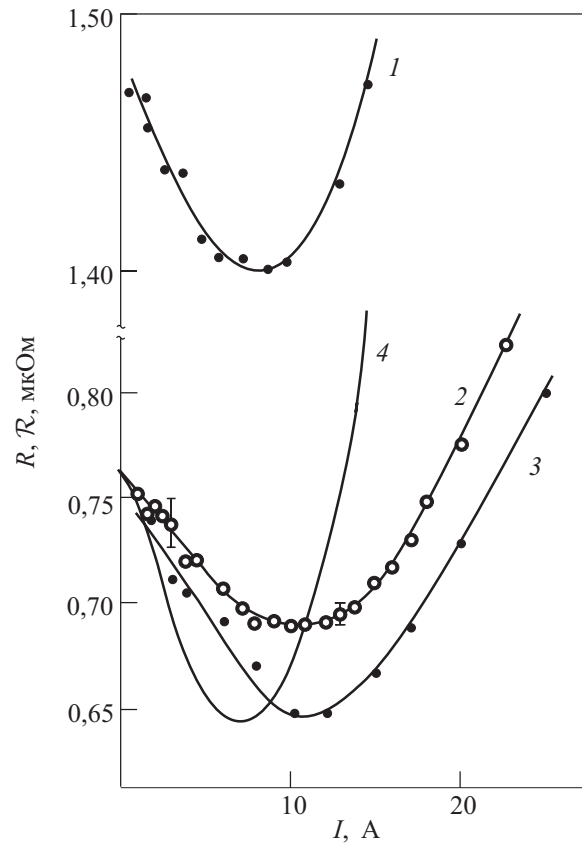


Рис. 3. Зависимости сопротивления R (кривые 1–3) и дифференциального сопротивления \mathcal{R} (кривая 4) пластин вольфрама от тока. Кривая 1 соответствует образцу W3 при $T = 1,5$ К; кривые 2 и 3 — образцу W4 при $T = 4,2$ К и $T = 1,5$ К; кривая 4 — образцу W1 при $T = 4,2$ К. Рисунок взят из работы [37].

присутствие внешнего поля, параллельного собственному полю тока, развитие нелинейности происходит при больших значениях тока.

Следует, однако, отметить существенное отличие данных эксперимента от теоретических выводов. В эксперименте падение сопротивления прекращается при значительно меньших значениях транспортного тока, чем это следовало бы ожидать из условий применимости теории, а именно, из левого неравенства в (3). Например, для образца W4 радиус кривизны траекторий захваченных электронов сравнивается с толщиной пластины только при токе $I = I_d \sim c^2 p_F D / \pi e d$ порядка 50 А, а падение сопротивления прекращается при $I = I_{\min} \sim 11$ А (здесь D — ширина пластины). Кроме того, поскольку величина I_d пропорциональна отношению D/d , она должна существенно отличаться для образцов с различной геометрией. В эксперименте же значения I_{\min} для различных образцов близки. Для пояснения этого существенного различия предсказаний теории и экспериментальных результатов авторы работы [37] обратили внимание на принципиальную роль, которую играет в данной задаче ко-

нечность ширины пластины. Действительно, в образцах сколь угодно большой ширины при протекании тока появляется не только тангенциальная (параллельная пластине) компонента собственного магнитного поля тока, но и неучтенная в теории нормальная компонента, величина которой, по крайней мере, вблизи краев пластины, не меньше, чем тангенциальная компонента. Дополнительное искривление траекторий захваченных электронов за счет нормальной компоненты собственного магнитного поля тока приводит к тому, что при токах $I > I_D \sim c^2 p_F / \pi e$ область существования захваченных электронов по ширине пластины начинает сужаться. Ширина этой области обратно пропорциональна току. Напомним, что в нелинейном режиме именно захваченные электроны являются основными носителями тока. Поэтому в образце фактически возникает явление шнуrowания тока — так называемый пинч-эффект. Из-за пинч-эффекта полное число захваченных электронов с ростом тока уменьшается и, соответственно, сопротивление пластины начинает возрастать. Отметим, что величина I_D по порядку величины совпадает с наблюдаемой в эксперименте величиной I_{\min} .

Существование нормальной компоненты собственного магнитного поля тока приводит к дополнительному необходимому условию для наблюдения эффекта падения сопротивления пластины с ростом тока:

$$Dd < l^2. \quad (12)$$

В слишком широких пластинах, для которых это неравенство нарушено, область существования захваченных электронов по ширине пластины начинает с ростом тока сужаться прежде, чем их вклад в полную проводимость становится определяющим.

В работе [37] большое внимание уделено исследованию нелинейной ВАХ при токах $I > I_{\min}$, где сопротивление образца возрастает с ростом тока. Одним из наиболее интересных и неожиданных результатов явилось наблюдение сильных осцилляций дифференциального сопротивления в функции тока. Примеры таких осцилляций приведены на рис. 4. Началу осцилляций обычно предшествует резкий рост (скачок) сопротивления. На рис. 4 положения этих скачков по току отмечены стрелками. Осцилляции ВАХ и их природа подробно обсуждаются в следующих разделах обзора.

4. Пинч-эффект в металлических пластинах и осцилляции ВАХ

4.1. Пинч-эффект

По мере роста тока через образец наступает ситуация, когда характерный радиус кривизны r электронных траекторий становится меньше ширины [37,38] и/или толщины [38,39] пластины. В этом случае маг-

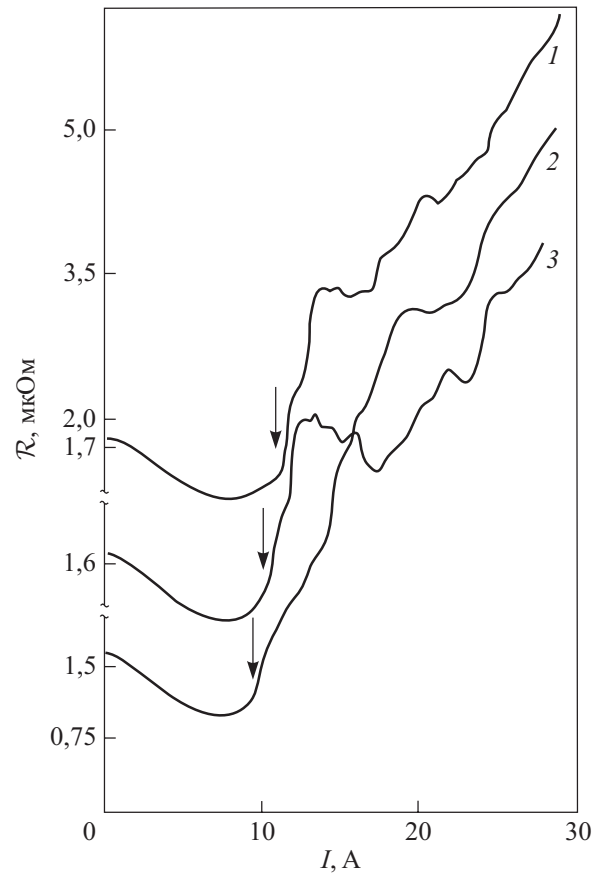


Рис. 4. Осцилляции дифференциального сопротивления образца W2 в функции тока при T , К: 4,2 (1), 3,4 (2) и 1,5 (3). Рисунок взят из работы [37].

нитодинамическая нелинейность приводит к пинч-эффекту: плотность тока в центральной части образца заметно превышает плотность тока на периферии. Пинч-эффект по толщине пластины происходит за счет компоненты собственного магнитного поля, параллельной пластине, а по ширине пластины — за счет нормальной компоненты поля тока. В этом разделе, следуя работам [39–41], мы рассмотрим картину пинч-эффекта в идеальных условиях безграничной пластины, когда нормальная компонента поля тока отсутствует. Кроме того, будем предполагать выполненным сильное неравенство:

$$r \ll d. \quad (13)$$

Принципиальное отличие ситуации (13) от (3) состоит в том, что исчезает группа пролетных электронов, а вместо них в образце появляются «ларморовские» частицы с почти круговыми орбитами, целиком помещающимися в образце. Следует отметить два обстоятельства, играющие важную роль в развитии нелинейности в компенсированных металлах в условиях (13). Первое из них касается проводимости ларморовских электронов,

движущихся в сильном магнитном поле тока. Известно, что в сильном *однородном* магнитном поле имеет место эффект магнитосопротивления: проводимость ларморовских электронов пропорциональна r^2/I^2 . Ее отличие от нуля связано с рассеянием электронов, приводящим к дрейфу электронных орбит в скрещенных электрическом и магнитном полях. Сильная *неоднородность* собственного магнитного поля тока служит причиной дополнительного смещения центров электронных орбит [38,39]. Поэтому в проводимости ларморовских частиц присутствуют «градиентные» слагаемые, учитывающие дрейф орбит в неоднородном магнитном поле. В работе [39] на основе совместного решения уравнения магнитостатики и кинетического уравнения было выведено выражение для проводимости σ_L ларморовских электронов:

$$\sigma_L = \sigma_0 \frac{r^2(x)}{l^2} + \frac{2}{5} \sigma_0 r^2(x) \left(\frac{H''}{H} - 2 \frac{H'^2}{H^2} \right). \quad (14)$$

Здесь $r(x) = cp_F / eH(x)$, штрих означает производную по нормальной к пластине координате x . Величина градиентных слагаемых в проводимости по порядку равна $\sigma_0(r/\Delta)^2$, где Δ — характерный пространственный масштаб изменения собственного магнитного поля тока. Таким образом, имеет место конкуренция двух механизмов проводимости ларморовских электронов, один из которых связан с диффузией центров орбит из-за столкновений электронов с рассеивателями, а другой — с дрейфом вследствие неоднородности магнитного поля тока.

Второе обстоятельство, которое необходимо учитывать, состоит в том, что в условиях (13), несмотря на большую величину тока, захваченные электроны не исчезают. Ясно, что при сколь угодно больших значениях I существует малая область вблизи середины пластины, где магнитное поле является достаточно слабым. С ростом тока размеры такой области уменьшаются, однако ее проводимость, определяемая захваченными электронами, остается постоянной и равной σ_0 . В то же время проводимость периферийной области, определяемая ларморовскими электронами, много меньше σ_0 , она пропорциональна I^{-2} . Таким образом, плотность тока в центре образца оказывается наибольшей, т.е. имеет место пинч-эффект.

Пинч-эффект в металлах обладает рядом особенностей. Прежде всего следует отметить, что специфическое для металлов требование электронейтральности приводит к тому, что пинч-эффект не сопровождается перераспределением электронной плотности, а происходит вследствие резкой неоднородности подвижности носителей заряда.

В работе [39] проведен подробный анализ распределений тока и создаваемого им магнитного поля в металлических образцах в условиях (13). Характер пинч-эффекта существенно зависит от формы образца. В металлических пластинах полный ток I в основном переносится захваченными электронами, он сосредоточен в центральной части образца. В металлической проволоке захваченные электроны переносят лишь малую часть полного тока, равную $I_0 = c^2 p_F / 2e \ll I$, не зависящую от I . Полный ток, несмотря на малую его плотность, связан с группой ларморовских частиц, он протекает, в основном, на периферии. Однако распределение собственного магнитного поля тока в проволоке имеет вид, характерный для пинч-эффекта: поле резко возрастает по мере удаления от центра и приближения к границе шнура (области существования захваченных электронов), а затем убывает.

В условиях пинч-эффекта падение напряжения в пластине пропорционально квадрату тока,

$$U = \frac{\pi}{4} \frac{eL}{\sigma_0 c^2 p_F D^2} I^2, \quad (15)$$

а в проволоке — кубу тока,

$$U = \frac{72}{5\pi} \frac{e^2 L}{\sigma_0 c^4 p_F^2 d^2} I^3. \quad (16)$$

4.2. Знакопеременное распределение плотности тока и осцилляции ВАХ

Детальный анализ распределения плотности тока в пластине в условиях пинч-эффекта, проведенный в работах [40,41], дал неожиданный результат. Оказалось, что в пластине формируются чередующиеся пространственные области, причем токи в соседних областях текут в *противоположные* стороны. Физическая картина знакопеременного распределения плотности тока состоит в следующем. Те ларморовские электроны, которые в процессе своего движения залетают в область токового шнура, выходя из него, обеспечивают в соседней со шнуром области шириной $2r$ ток в обратном направлении. Присвоим этой области номер 1. Другие ларморовские электроны, залетающие в слой 1, формируют следующий, более далекий от центра, слой с номером 2. Он отстоит от токового шнура на расстоянии $4r$, ток в нем течет в том же направлении, что и в токовом шнуре и в противоположном направлении тока в слое 1. И так вплоть до границы пластины. Картина переноса тока ларморовскими электронами чем-то напоминает ту, что возникает при аномальном проникновении радиочастотного поля по цепочке траекторий в металл (см., например, обзор [42]). Однако в данном случае речь идет о распределении *статического* тока. Кроме того, распределение плотности тока носит не всплесковый, а осциллирующий характер.

С ростом тока число чередующихся слоев $N \sim d/r$ увеличивается. Ясно, что появление в образце очередного слоя должно сказываться на ВАХ. В работе [41] такая ВАХ была рассчитана. Оказалось, что она содержит осцилляции, аналогичные тем, что наблюдались в экспериментах [36,37], см. рис. 4.

5. Нестационарные эффекты в тонких металлических пластинах с током

Детальное исследование осцилляций дифференциального сопротивления было предпринято в работе [38] с использованием большого количества образцов вольфрама и более совершенной техники измерения дифференциального сопротивления \mathcal{R} . Оказалось, что, начиная с некоторого порогового значения I_1 транспортного тока, наряду с осцилляциями $\mathcal{R}(I)$ возникают резкие скачки \mathcal{R} , а при еще больших токах кривые $\mathcal{R}(I)$ становятся не воспроизводимыми. На рис. 5,а приведен пример зависимости $\mathcal{R}(I)$ для образца толщиной 0,07 мм.

На кривой $\mathcal{R}(I)$ можно выделить три области: область плавных изменений при $I < I_1 = 7,5$ А, область воспроизводимых осцилляций со скачками при $I_1 < I < I_2 = 19$ А и область при $I > I_2$, где измерения $\mathcal{R}(I)$ не воспроизводимы. Кривые $\mathcal{R}(I)$ при $I > I_1$ испытывают гистерезис. Кривые 1 и 2 на рис. 5,а демонстрируют этот гистерезис: кривая 1 получена при возрастании тока, а кривая 2 — при убывании.

Было предположено, что острые пики на кривых $\mathcal{R}(I)$ и гистерезис отражают какие-то фундаменталь-

ные нестационарные процессы, сопровождающие протекание сильного тока через образец. Для проверки этого предположения была измерена переменная составляющая \tilde{U} падения напряжения на образце в функции тока. Эта зависимость приведена на рис. 5,б. Видно, что заметное переменное напряжение \tilde{U} , составляющее примерно 1% от постоянного, возникает при том же пороговом значении тока I_1 , что и осцилляции дифференциального сопротивления. Функция $\tilde{U}(I)$ становится не воспроизводимой при тех же токах $I > I_2$, что и $\mathcal{R}(I)$. Как и функция $\mathcal{R}(I)$, зависимость амплитуды переменного напряжения от тока испытывает гистерезис. Для изучения развития неустойчивости в работе [38] исследован спектр автоколебаний напряжения на образце. Некоторые результаты таких измерений приведены на рис. 6. Оказалось, что колебания напряжения вблизи порога неустойчивости $I \sim I_1$ являются почти монохроматическими (с частотой ν_1 , см. рис. 6,а). Увеличение тока приводит, как правило, к уменьшению частоты колебаний (рис. 6,б). Амплитуда же колебаний изменяется с током не монотонно. При большем токе в спектре колебаний возникает вторая независимая частота ν_2 , в общем случае несоизмеримая с первой (рис. 6,в). В спектре могут присутствовать также комбинационные частоты ($m\nu_1 + n\nu_2$), где m и n — целые числа. Когда ток достигает значения I_2 (значение тока, при котором зависимости $\mathcal{R}(I)$ и $\tilde{U}(I)$ становятся не воспроизводимыми), спектр скачком становится сплошным (рис. 6,г). По мере роста тока амплитуда шума заметно возрастает (рис. 6,д), причем ее зависимость от частоты

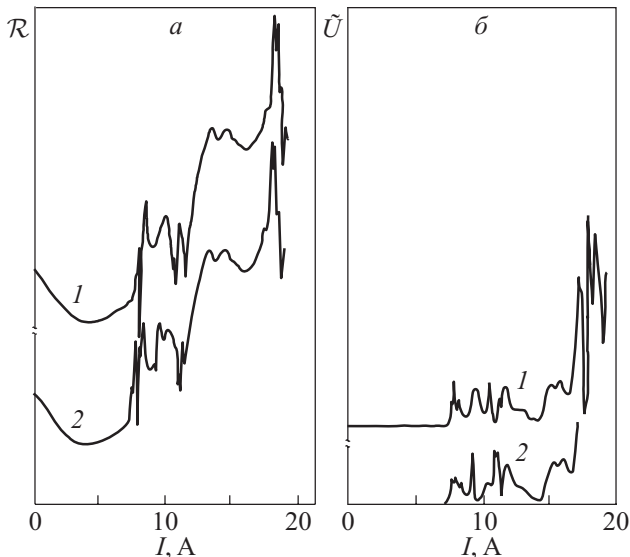


Рис. 5. Зависимости дифференциального сопротивления (а) и амплитуды переменной составляющей напряжения (б) от постоянного тока. Кривые 1 получены при увеличении, а кривые 2 — при уменьшении тока. Кривые 1 и 2 сдвинуты друг относительно друга вдоль оси ординат. $T = 4,2$ К. Рисунок взят из работы [38].

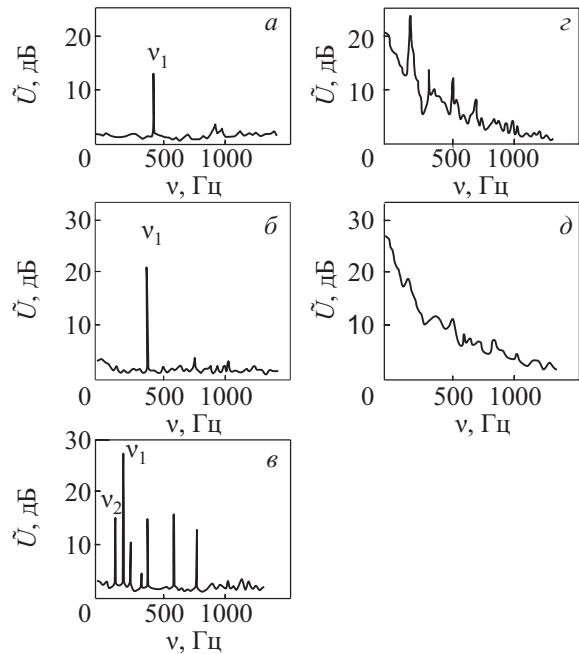


Рис. 6. Спектры колебаний напряжения на образце толщиной 0,1 мм при $T = 4,2$ К и различных значениях тока I , А: 9,1 (а), 12,6 (б), 20 (в), 20,1 (г), 20,7 (д). Рисунок взят из работы [38].

ты с неплохой точностью описывается функцией $A(\nu) \propto \nu^{-1}$. При дальнейшем увеличении тока спектр колебаний в ряде случаев снова становится дискретным. Наблюдается соответствие между токами, при которых происходит резкая перестройка спектра, и позициями пиков зависимости $\mathcal{R}(I)$.

Обнаружено, что спектр колебаний зависит от величины и направления внешнего магнитного поля. При уменьшении магнитного поля, ориентированного вдоль тока, от 340 Э до 257 Э спектр колебаний претерпевает следующие изменения: начальный монохроматический спектр с выделенной частотой $\nu \sim 1100$ Гц сменяется спектром с субгармониками с частотами $\nu/2$, $\nu/4$, $\nu/8$, $\nu/16$.

Изменения температуры и внешнего магнитного поля оказывают существенное влияние на параметры I_1 и ν_1 . Значения I_1 для всех образцов уменьшаются при понижении температуры. Постоянное магнитное поле, ориентированное перпендикулярно току, напротив, приводит к росту I_1 . Пороговый ток прямо пропорционален ширине пластины D . С хорошей точностью частота ν_1 изменяется от образца к образцу пропорционально D^{-2} . При увеличении толщины образца d ток I_1 возрастает, а частота ν_1 уменьшается.

Основные черты развития неустойчивости в тонких металлических образцах во многом аналогичны стохастическим процессам в других нелинейных диссипативных системах. Так, например, изображенная на рис. 5 последовательность спектров напоминает переход к турбулентному течению вязкой жидкости между двумя вращающимися цилиндрами (так называемое течение Куэтта), экспериментально обнаруженный в работе [43]. Подобная картина развития неустойчивости находит объяснение в рамках модели перехода к турбулентности, предложенной Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшицем [44]. Согласно этой модели, во многих нелинейных диссипативных системах по мере изменения какого-либо параметра, влияющего на систему, происходит серия бифуркаций Хопфа, сопровождающихся рождением новых независимых частот колебаний. Как следует из работы Рюэля и Такенса [45], после второй бифуркации Хопфа должен возникать странный аттрактор, а спектр колебаний — становиться сплошным. Именно такое поведение системы наблюдалось в большинстве измерений в [38]. Наблюдаемая зависимость $A(\nu) \propto \nu^{-1}$ также характерна для шумов во многих системах. В ряде случаев стохастизация происходила путем серии бифуркаций удвоения периода. Такое развитие неустойчивости соответствует модели М. Фейгенбаума [46]. Оно экспериментально наблюдалось во многих нелинейных системах.

Для выяснения природы неустойчивости протекающего тока в тонких металлических образцах необходи-

мы специальные теоретические и, возможно, экспериментальные исследования.

Хотелось бы также отметить, что токовые неустойчивости могут возникать и в других физических условиях, когда на ВАХ металлических систем возникают падающие участки, а сама ВАХ приобретает либо S -образный [47], либо N -образный [48] вид.

6. Заключение

В этой работе мы представили обзор серии работ, посвященных нетривиальным нелинейным стационарным и нестационарным явлениям, сопровождающим протекание транспортного тока через тонкие чистые монокристаллические образцы металлов при низких температурах. В пионерской работе Э.А. Канера с его сотрудниками была рассмотрена роль магнитодинамического механизма нелинейности в статической проводимости металлов. Этот механизм связан с воздействием собственного магнитного поля тока на электронные траектории и, тем самым, на проводимость образца. В частности, в металлических образцах с током под действием поля тока формируется группа захваченных электронов, траектории которых выются вокруг плоскости перемены знака магнитного поля. Даже при сравнительно небольших значениях транспортного тока порядка 5 А группа захваченных электронов обеспечивает основной вклад в проводимость. В обзоре показано, что магнитодинамическая нелинейность приводит к эффекту падения сопротивления тонких образцов с ростом тока. При больших токах, когда радиус кривизны электронных траекторий в собственном поле тока становится меньше поперечных размеров образца, возникает эффект шнурования тока (пинч-эффект). При этом с увеличением тока падение сопротивления сменяется его возрастанием. Экспериментальные исследования нелинейных ВАХ тонких образцов кадмия и вольфрама не только подтвердили предсказания теории, но и привели к открытию новых нелинейных эффектов, сопровождающих протекание сильных токов. В частности, была обнаружена генерация автоколебаний напряжения в режиме заданного тока. С ростом тока спектр автоколебаний эволюционирует, подчиняясь определенному сценарию с переходом от дискретного к сплошному, что свидетельствует о возникновении хаотического режима.

К сожалению, в силу разных причин, эти интересные исследования, инициированные Э.А. Канером, были прерваны в момент, когда остались открытыми многие проблемы. В частности, осталась не выясненной природа генерации автоколебаний. Была бы интересной попытка экспериментального обнаружения S -образных и N -образных ВАХ, предсказываемых теорией [47,48].

1. В.Ф. Гантмахер, *Письма в ЖЭТФ* **2**, 557 (1965).
2. J.F. Cochran and C.A. Shiffman, *Bull. Am. Phys. Soc.* **10**, 110 (1965).
3. J.F. Cochran and C.A. Shiffman, *Phys. Rev.* **A140**, 1678 (1965).
4. Г.А. Вугальтер, В.Я. Демиховский, *Письма в ЖЭТФ* **22**, 454 (1975).
5. Г.А. Вугальтер, В.Я. Демиховский, *ЖЭТФ* **70**, 1419 (1976).
6. И.Ф. Волошин, Л.М. Фишер, *Письма в ЖЭТФ* **24**, 422 (1976).
7. И.Ф. Волошин, Г.А. Вугальтер, В.Я. Демиховский, Л.М. Фишер, В.А. Юдин, *ЖЭТФ* **73**, 1503 (1977).
8. И.Ф. Волошин, Н.А. Подлевских, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, *Письма в ЖЭТФ* **44**, 163 (1986).
9. I.F. Voloshin, N.A. Podlevskikh, V.G. Skobov, L.M. Fisher, A.S. Chernov, *Physica* **B165**, 255 (1990).
10. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ЖЭТФ* **109**, 992 (1996).
11. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ЖЭТФ* **119**, 388 (2001).
12. В.Ф. Гантмахер, Г.И. Левиев, М.Р. Трунин, *Письма в ЖЭТФ* **36**, 396 (1982).
13. В.Т. Долгополов, Л.Я. Марголин, *Письма в ЖЭТФ* **17**, 233 (1973).
14. В.Т. Долгополов, С.С. Мурзин, П.Н. Чупров, *ЖЭТФ* **78**, 166 (1980).
15. В.Т. Долгополов, *УФН* **130**, 241 (1980).
16. G.I. Babkin and V.T. Dolgoplov, *Solid State Commun.* **18**, 713 (1973).
17. Н.М. Макаров, В.А. Ямпольский, *Письма в ЖЭТФ* **35**, 421 (1982).
18. Н.М. Макаров, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **85**, 614 (1983).
19. Н.М. Макаров, И.В. Юркевич, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **90**, 224 (1986).
20. И.В. Юркевич, В.А. Ямпольский, *ФНТ* **12**, 37 (1986) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **12**, 21 (1986)].
21. Н.М. Макаров, И.В. Юркевич, В.А. Ямпольский, *ФТТ* **29**, 3349 (1987).
22. Э.А. Канер, Н.М. Макаров, И.В. Юркевич, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **93**, 274 (1987).
23. О.И. Любимов, Н.М. Макаров, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **85**, 2159 (1983).
24. И.Ф. Волошин, С.В. Кравченко, Л.М. Фишер, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **88**, 1460 (1984).
25. Н.М. Макаров, Ф. Перес Родригес, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **94**, 368 (1988).
26. N.M. Makarov, F. Pérez Rodriguez, and V.A. Yampol'skii, *Phys. Lett.* **A130**, 390 (1988).
27. N.M. Makarov, F. Pérez Rodriguez, and V.A. Yampol'skii, *Phys. Lett.* **A133**, 536 (1988).
28. Н.М. Макаров, Ф. Перес Родригес, В.А. Ямпольский, *ФТТ* **31**, 31 (1989).
29. Н.М. Макаров, Ф. Перес Родригес, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **96**, 2149 (1989).
30. Н.М. Макаров, В.А. Ямпольский, *ФНТ* **17**, 547 (1991) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **17**, 285 (1991)].
31. K. Fuchs, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **34**, 100 (1938).
32. Э.А. Канер, Н.М. Макаров, И.Б. Снапиро, В.А. Ямпольский, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 384 (1984).
33. Э.А. Канер, Н.М. Макаров, И.Б. Снапиро, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **87**, 2166 (1984).
34. Э.А. Канер, И.Б. Снапиро, В.А. Ямпольский, *ФНТ* **11**, 477 (1985) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **11**, 259 (1985)].
35. Б.Н. Александров, *ЖЭТФ* **43**, 1231 (1962).
36. M. Yaqub and J.F. Cochran, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 390 (1963).
37. И.Ф. Волошин, С.В. Кравченко, Н.А. Подлевских, Л.М. Фишер, *ЖЭТФ* **89**, 233 (1985).
38. С.И. Захарченко, С.В. Кравченко, Л.М. Фишер, *ЖЭТФ* **91**, 660 (1986).
39. Э.А. Канер, Ю.Г. Леонов, Н.М. Макаров, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **93**, 2020 (1987).
40. Ю.Г. Леонов, Н.М. Макаров, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **96**, 1764 (1989).
41. N.M. Makarov, G.V. Tkachev, V.A. Yampol'skii, L.M. Fisher, and I.F. Voloshin, *J. Phys.: Condens. Matter* **7**, 625 (1995).
42. Э.А. Канер, В.Ф. Гантмахер, *УФН* **94**, 193 (1968).
43. H.L. Swinney and J.P. Gollub, *Phys. Today* **31**, 41 (1978).
44. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
45. D. Ruelle and F. Takens, *Commun. Math. Phys.* **20**, 167 (1971).
46. M.J. Feigenbaum, *J. Stat. Phys.* **19**, 25 (1978).
47. Э.А. Канер, Н.М. Макаров, И.Б. Снапиро, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **88**, 1310 (1985).
48. А.А. Крохин, И.Б. Снапиро, В.А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **90**, 216 (1986).

**Strong nonlinear effects in conductivity
of thin metal samples
(Review Article)**

I.F. Voloshin, N.M. Makarov,
L.M. Fisher, and V.A. Yampol'skii

A series of papers on nontrivial nonlinear stationary and non-stationary phenomena accompanying transport current flow in thin pure single crystals of metals at low temperatures are considered. The mechanism of nonlinearity is magnetodynamical. It is related to the effect of intrinsic magnetic field of the current on electron trajectories and, thus, on metal conductivity. The magnetodynamical nonlinearity results in a nontrivial phenomenon of decreasing of the sample resistance with increasing the current. At high currents, when the curvature radius of electron trajectories in the intrinsic magnetic field of the current is less than the transverse sizes of the sample, a pinch effect arises. In this case, the resistivity begins to increase with increasing current. Considered also are the experimental studies into nonlinear current-voltage characteristics of cadmium and tungsten thin samples.

These experiments not only provide support for the previous theoretical predictions but they also display new nonlinear phenomena accompanying the flow of high currents. In particular, self-oscillations of voltage were observed in the regime of preset current. When the current is increased, the spectrum of self-oscillations evolves by a definite scenario with the transition from discrete to continuous one, suggesting that there occurs a chaotic regime.

PACS: 72.15.Gd Galvanomagnetic and other magnetotransport effects;
72.20.Ht High-field and nonlinear effects;
72.70.+m Noise processes and phenomena.

Keywords: magnetodynamical nonlinearity, transport current, Pinch effect, autooscillations, stochastic.