

Влияние диссипации на структуру квазисолитонных состояний при высокочастотном точечном воздействии на нелинейные магнитоупорядоченные среды

В.И. Белан, А.С. Ковалев

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: kovalev@ilt.kharkov.ua*

А.А. Перетяцько

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, 61002, Украина*

Статья поступила в редакцию 6 июня 2012 г.

Аналитически (в рамках теории возмущений и качественного подхода) и численно проанализирована динамика одномерной магнитной системы во внешнем пространственно локализованном высокочастотном поле. В случае прямого нелинейного резонанса найдены зависимости амплитуды локальных состояний от амплитуды внешнего поля при различных значениях частоты внешнего поля и параметра затухания. Указано на гистерезисный характер полевой зависимости и появление «окон неустойчивости», в которых возникает дополнительная нутация магнитных моментов.

Аналітично (в межах теорії збурень та якісного підходу) та чисельно проаналізовано динаміку одновимірної магнітної системи в зовнішньому просторово локалізованому високочастотному полі. У випадку прямого нелінійного резонансу знайдено залежності амплітуди локальних станів від амплітуди зовнішнього поля при різних значеннях частоти зовнішнього поля і параметра загасання. Вказано на гістерезисний характер польової залежності та з'явлення «вікон нестійкості», в яких виникає додаткова нутация магнітних моментів.

PACS: 05.45.Yv Солитоны;
63.20.Pw Локализованные моды.

Ключевые слова: легкоосный ферромагнетик, высокочастотная накачка, нелинейный резонанс, локализованное возбуждение, солитон, осцилляционная неустойчивость.

Исследование нелинейной динамики (в первую очередь — солитонной) в физике твердого тела в последнее время все более приобретает практическое значение, в частности, в приложении к магнитоупорядоченным и оптическим средам (линии временной задержки и линии передачи информации). При этом на первый план выдвигаются проблемы, связанные со свойствами реальных твердых тел, такими как наличие, как правило, большой диссипации, дефектов структуры. В связи с технологическими применениями солитонных импульсов возникают задачи компенсации энергетических потерь, дисперсии волн, генерации солитонов и их «считывания», управления их свойствами. Важное направление исследований — резонансное локализован-

ное воздействие высокочастотным полем на солитоны в нелинейных системах.

Впервые такие эксперименты проводились в длинных джозефсоновских контактах [1], позже большое число экспериментальных работ и теоретических исследований было проведено для узких и тонких магнитных пленок [2–6], а также оптических волноводов [7,8]. В работе [1] впервые обращено внимание на то, что при «точечном» высокочастотном воздействии на систему вблизи зоны действия внешнего поля возможно образование специфических локализованных возбуждений солитонного типа. Теоретическое объяснение этого явления в рамках качественного подхода предложено в работе [9]. Позже подобные возбуждения в маг-

нитных системах рассматривались в работах [10–13]. Однако в [10–13] локализованные возбуждения рассматривались либо без учета затухания, либо в рамках упрощенных моделей, учитывающих нелинейность системы лишь в области приложения внешнего поля. В данной работе на качественном уровне и численно проведено исследование влияния диссипации на локальные состояния при учете нелинейности во всей системе. Отметим отличие постановки задачи от рассмотренных ранее в [1–9]. В работах [2–6] рассматривалось локализованное, но параметрическое воздействие на магнитную систему. При этом изучалось воздействие на распространяющиеся в системе волны (в частности, солитоны), которое сводилось к высокочастотному импульсу длительностью порядка длительности распространяющегося солитона.

В настоящей работе изучается не параметрическое, а прямое непрерывное локализованное воздействие на магнетик в отсутствие распространяющихся волн намагниченности. Постановка задачи ближе к рассмотренной в работах [1,9], но отличие заключается в структуре нелинейных уравнений, описывающих джоузефсоновский контакт (синусоидальное уравнение Клейна–Гордона (СУГ)) и магнитную пленку (нелинейное уравнение Шредингера (НУШ)). Исследуемые ниже квазисолитонные локализованные состояния представляют собой связанные внешней накачкой два возбуждения бризерного типа, в то время как в [1,9] локализованные состояния соответствуют, по-видимому, двум связанным однопараметрическим топологическим солитонам.

Поскольку в экспериментах [2–6] изучались узкие и длинные полосы железо-иттриевого граната (ЖИГ), теоретическое исследование проводится в рамках одномерной модели. Рассматривается легкоосный ферромагнетик (z — ось легкого намагничивания), для которого классические уравнения динамики намагниченности (уравнения Ландау–Лифшица) в малоамплитудном пределе (низкий уровень возбуждения системы) сводится к известному нелинейному уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \omega_0 \psi + |\psi|^2 \psi + i\gamma \psi = h \delta(x) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

для комплексной величины $\psi = M_x + iM_y$, где M_x и M_y — компоненты вектора намагниченности. Уравнение (1) записано в безразмерном виде, но сохранены параметры ω_0 (частота однородного ферромагнитного резонанса), γ (параметр затухания) и h (амплитуда внешнего поля). Выбор внешнего локализованного воздействия на систему в правой части (1) соответствует приложенному к системе циркулярному внешнему магнитному полю в плоскости (x, y) , ω — частота внешнего поля. Амплитуда внешнего поля h и параметр затухания γ предполагаются малыми (реально $\gamma/\omega_0 \sim 10^{-3}$).

В отсутствие внешнего поля и диссипации ($h = \gamma = 0$) уравнение (1) имеет хорошо известное солитонное решение (ниже нас будут интересовать только неподвижные возбуждения):

$$\psi = \frac{\sqrt{2} \varepsilon}{\text{ch}[\varepsilon(x - x_0)]} e^{-i\omega t + i\varphi},$$

где $\varepsilon = \sqrt{\omega_0 - \omega}$; x_0 и φ — произвольные параметры; ω — частота накачки. Малоамплитудность возбуждений, при которых справедливо НУШ, подразумевает малость параметра ε ($\varepsilon \ll 1$). При наличии в (1) циркулярного поля, локализованного в узкой области, уравнение допускает частное решение такого же вида, но в котором частота совпадает с частотой внешней накачки, а параметры x_0 и φ становятся определенными функциями частоты и амплитуды внешнего поля. В частности, симметричное решение приобретает вид

$$\begin{aligned} \psi(x > 0) &= \frac{\sqrt{2} \varepsilon}{\text{ch}[\varepsilon(x - x_0(h, \omega))]} e^{-i\omega t + i\varphi(h, \omega)}, \\ \psi(x < 0) &= \frac{\sqrt{2} \varepsilon}{\text{ch}[\varepsilon(x + x_0(h, \omega))]} e^{-i\omega t + i\varphi(h, \omega)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Оно имеет форму двух стандартных солитонов НУШ (бризеров), «связанных» внешним полем в точке накачки. В некоторых случаях решение напоминает так называемые «пиконы» (A и B на врезках рис. 1(a)), в других — ярко выраженные два связанных бризера, разнесенные на большое расстояние (D на рис. 1(a)).

При наличии внешнего поля, но отсутствии затухания, однородное уравнение (1) с $\gamma = 0$ дополняется граничным условием

$$\partial \psi / \partial x|_{+0} - \partial \psi / \partial x|_{-0} = h \exp(-i\omega t), \quad (3)$$

из которого для пространственно симметричных возбуждений на частоте накачки следуют зависимости параметров x_0 и φ от частоты и амплитуды внешнего поля, которые были найдены в [10,11] для четырех возможных локальных состояний:

$$\begin{aligned} \varphi_{A,B} &= \pi, & x_0^{A,B} &= -\text{Arsh}\left(s \pm \sqrt{s^2 - 1}\right) / \varepsilon, \\ \varphi_{C,D} &= 0, & x_0^{C,D} &= \text{Arsh}\left(s \mp \sqrt{s^2 - 1}\right) / \varepsilon, \end{aligned}$$

где $s = \sqrt{2} \varepsilon^2 / h$. То есть фаза прецессии намагниченности совпадает с фазой внешнего поля или отличается от нее на π . Локальные состояния существуют лишь при выполнении условия $\sqrt{2}(\omega_0 - \omega) > h$. Амплитуды возбуждений в точке накачки $a = |\psi(x = 0)|$ определяются выражениями

$$\begin{aligned} a_A &= a_D = \sqrt{h} \sqrt{s - \sqrt{s^2 - 1}} / \sqrt[4]{2}, \\ a_B &= a_C = \sqrt{h} \sqrt{s + \sqrt{s^2 - 1}} / \sqrt[4]{2}. \end{aligned}$$

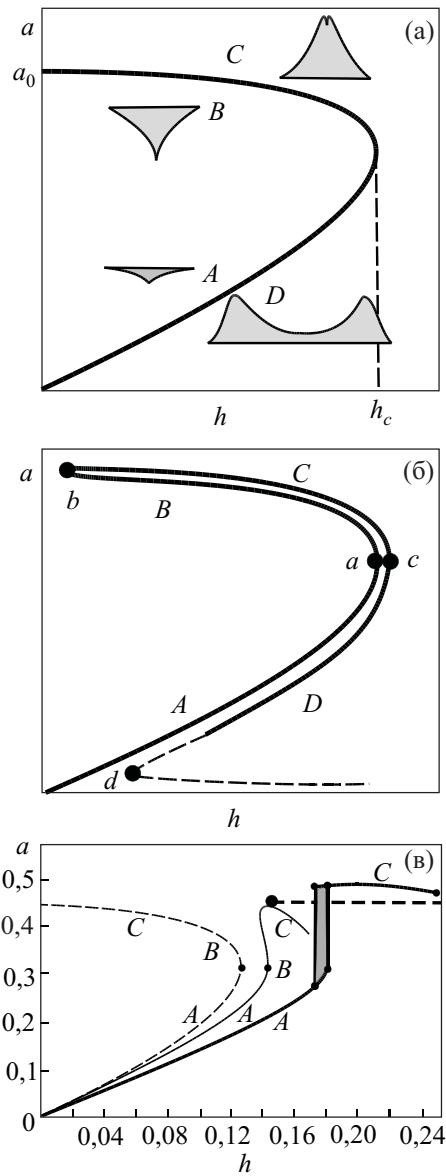


Рис. 1. Зависимость амплитуды локализованных состояний a от амплитуды внешнего поля h в отсутствие затухания (а), при наличии аномально малого затухания (б), при наличии достаточно сильного затухания (в).

Эти выражения удобно переписать в виде единой формулы

$$h = \sqrt{2a^2(2\varepsilon^2 - a^2)}. \quad (4)$$

Несмотря на наличие внешнего воздействия, параметр φ не зависит от координаты и излучение волн в среду отсутствует. Обычно приводят выражения для зависимостей этих амплитуд в точке накачки a от амплитуды внешнего поля h при фиксированной частоте поля. Они приведены на рис. 1(а), где $h_c = \sqrt{2}\varepsilon^2$ и $a_0 = \sqrt{2}\varepsilon$. У решений типа A , D и B , C амплитуды в точке накачки совпадают. На рисунке качественно приведено пространственное распределение амплитуды возбуждений разного типа: квазимагнетонного (A),

квазисолитонных (B и C) и возбуждения типа D , соответствующего двум связанным бризерам.

Учет затухания может существенно перестроить структуру локализованных состояний. Рассмотрим этот вопрос приближенно в пределе очень слабой диссипации. Удобно представить выражение для поля намагниченности в стационарном состоянии в виде $\psi = u(x)\exp(-i\omega t + i\varphi(x))$ с двумя вещественными функциями u и φ . Уравнения для них имеют вид

$$u_{xx} - (\varepsilon^2 + (\varphi_x)^2)u + u^3 = 0, \quad (5)$$

$$(u^2\varphi_x)_x = -\gamma u^2, \quad (6)$$

где нижний индекс обозначает дифференцирование по координате. По-прежнему будем рассматривать только пространственно симметричные возбуждения, для которых $u|_{+0} = u|_{-0} = u_0$ и $\varphi|_{+0} = \varphi|_{-0} = \varphi_0$. Граничные условия для производных выглядят так:

$$u_x|_{+0} - u_x|_{-0} = h \cos \varphi_0, \quad (7)$$

$$u_0(\varphi_x|_{+0} - \varphi_x|_{-0}) = -h \sin \varphi_0. \quad (8)$$

Величина $u(x)$ и ее производные определяются параметром ε , а производная φ_x — параметром γ (в случае линейной системы с точечной накачкой $\varphi_x = \gamma/2\varepsilon$). Предполагаем диссипацию самым малым параметром задачи ($\gamma \ll \varepsilon^2$). Поскольку в уравнении (5) слагаемое с $(\varphi_x)^2$ мало по сравнению с остальными в меру $\gamma^2/\varepsilon^4 \ll 1$, в основном приближении оно может быть отброшено и в качестве решения (5) выбрано $u = \sqrt{2}\varepsilon/\text{ch}[\varepsilon(x-x_0)]$ с модернизированным параметром x_0 . После подстановки этого выражения в (6) находим функцию φ_x в основном приближении:

$$\varphi_x \approx \frac{\gamma}{2\varepsilon} \{1 + \exp[-2\varepsilon(x-x_0)]\}. \quad (9)$$

Вдали от области действия поля это выражение переходит в решение для линейной системы. При этом фаза функции намагниченности ψ принимает вид $(\gamma/2\varepsilon)x - \omega t$, т.е. расходящейся от источника поля затухающей волны, затухание которой компенсируется действием внешнего поля, энергия которого в данном случае $\gamma \neq 0$ поглощается системой. Следует помнить, что выражение (9) получено в предположении, что $\varphi_x \ll \varepsilon$. Из него следует, что должно выполняться неравенство $\exp(2\varepsilon x_0) \ll 2\varepsilon^2/\gamma$. (Для локальных состояний D -типа из приведенного выше выражения для x_0 это неравенство сводится к $h \gg 4\varepsilon\sqrt{\gamma}$.) Подставляя найденные выражения для u и φ_x в граничные условия (7), (8) и учитывая, что из-за условия симметрии $u_x|_{+0} = -u_x|_{-0}$ и $\varphi_x|_{+0} = -\varphi_x|_{-0}$, получаем в неявном виде зависимость параметра x_0 от h , ε и γ :

$$\frac{\text{sh}^2(\varepsilon x_0)}{\text{ch}^4(\varepsilon x_0)} + \left(\frac{\gamma}{\varepsilon^2}\right)^2 e^{2\varepsilon x_0} = \frac{1}{8} \left(\frac{h}{\varepsilon^2}\right)^2. \quad (10)$$

Учитывая связь параметра ϵx_0 с амплитудой локализованного состояния в точке накачки $a = 2\epsilon \operatorname{sech}(\epsilon x_0)$, легко найти зависимость этой амплитуды от амплитуды поля, аналогичную формуле (4):

$$h = \sqrt{2a^2(2\epsilon^2 - a^2) + (8\gamma^2/a^2)(\sqrt{2\epsilon^2 - a^2} \pm \sqrt{2}\epsilon)^2}. \quad (11)$$

Для качественного понимания зависимости параметров решения от амплитуды поля построен график $F(\epsilon x_0)$ левой части (10) при фиксированных значениях частоты ϵ и затухания γ (см. рис. 2). На рисунке пунктирной линией приведена соответствующая зависимость в пределе $\gamma = 0$.

Пересечения кривой $F(\epsilon x_0)$ с горизонтальной линией $F = (h/2\epsilon^2)^2/2$ соответствуют значениям параметра x_0 в (2) для решений типа A, B, C и D . Легко проследить изменение параметра x_0 (а следовательно, и амплитуды возбуждения в точке приложения ВЧ поля) с эволюцией амплитуды внешнего поля. Существенное изменение претерпевает только зависимость для состояний D -типа. Зависимость амплитуды возбуждения в точке накачке $u(x=0) = a$ от амплитуды внешнего поля приведена на рис. 1(б), где точки a, b, c, d соответствуют таким же точкам на рис. 2. С принятой точностью $h_{a,c} = \sqrt{2}\epsilon^2\sqrt{1+4(3\mp 2\sqrt{2})(\gamma/\epsilon^2)^2}$ и $h_b = 2\sqrt{2}\gamma$.

На рис. 1(б) видно, что полевая зависимость для возбуждений D -типа существенно меняется при учете диссипации, что естественно, поскольку в точках расположения солитонных состояний отсутствует «подпитка» внешним полем. Возникло дополнительное критическое значение поля $h_d = 4\sqrt{2}\epsilon^2\sqrt{\gamma/\epsilon^2}$, соответствующее точке d на рис. 2. Однако в этой точке $\exp(2\epsilon x_0) = \epsilon^2/\gamma$ и не выполняется условие $\exp(2\epsilon x_0) \ll 2\epsilon^2/\gamma$ применимости используемого приближения. Поэтому допустимые значения полей h для солитонных состояний D -типа существенно превосходят величину h_d . На рис. 1(б) часть зависимости, для которой справедливо

использованное приближение, выделена сплошной линией, а где приближение несправедливо — пунктиром. В реальных магнетиках $\gamma/\omega_0 \sim 10^{-3} \ll 1$, но в приведенных формулах фигурирует отношение $\gamma/\epsilon^2 = (\gamma/\omega_0)[\omega_0/(\omega_0 - \omega)]$, в котором параметр ϵ также предполагается малым, что необходимо для выполнения длинноволнового приближения и использования малости амплитуды внешнего поля. Поэтому реально параметр γ/ϵ^2 не очень мал и зависимости для локализованных возбуждений C - и D -типов существенно отличаются от приведенных на рис. 1(б).

На рис. 1(в) тонкой линией представлены данные аналитического исследования в рамках использованного приближения, т.е. задаваемые уравнением (11) для значений параметров $\gamma = 0,05$ и $\epsilon^2 = 0,1$ ($\gamma/\epsilon^2 = 0,5$), при которых проведены первые численные расчеты в [10,11]. Зависимость $a = a(h)$ показана только в области, где она незначительно отличается от соответствующей зависимости в отсутствие затухания. При этом решение B -типа неустойчиво, а зависимость для квазисолитонных состояний C -типа качественно напоминает соответствующую зависимость, полученную численно. Данные численных расчетов приведены на рисунке в виде жирной линии. При указанных значениях параметров приближенные аналитические результаты для квазилинейных локальных состояний (состояний A -типа) достаточно хорошо согласуются с данными численного счета. Но зависимости для квазисолитонных состояний C -типа при аналитическом и численном подходе различаются существенно. Обращает на себя внимание наличие гистерезиса (заштрихованная область) на полевой зависимости (на что указывалось и в работе [1]). Одночастотные квазисолитонные состояния C -типа существуют лишь до определенной амплитуды внешнего поля $h < 0,32$. При полях $h > 0,32$ возникают низкочастотные биения амплитуды, а затем динамика становится хаотичной. Вычисления производились для цепочки из 10 магнитных моментов, во внешнем поле, приложенном к крайнему моменту на границе цепочки. В указанном приближении вблизи точки b на рис. 1(б) угол φ_0 между направлениями намагниченности в точке накачки и внешнего поля зависит от величины затухания и внешнего поля следующим образом: $\varphi_0 = \arccos\sqrt{1-8\gamma^2/h^2}$. Следовательно, $\operatorname{Re}\psi_0$ в этой точке меняет знак.

Для качественного объяснения особенностей численных результатов для квазисолитонных локальных состояний можно воспользоваться соображениями, предложенными в работе [1] при описании близкой проблемы возникновения флаксоновых возбуждений в длинных джозефсоновских контактах при наличии локального ВЧ магнитного поля на границе контакта. Вкратце качественный подход к исследованию рассматриваемой в данной статье задачи изложен в работе [14]. Он сводится к следующему. Считая затухание и амплитуду внешнего поля малыми, воспользуемся для

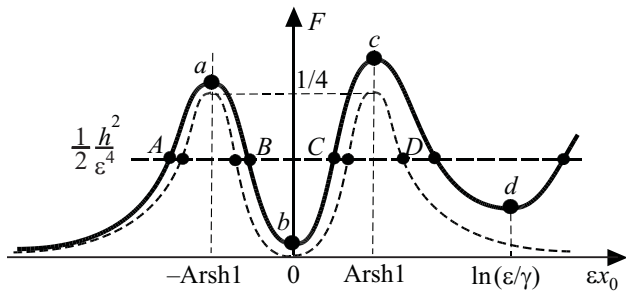


Рис. 2. Зависимость $F(\epsilon x_0)$, соответствующая соотношению (10), при малых уровнях затухания.

C -состояний выражением (2) для солитонов в отсутствие затухания и внешнего поля, полагая в нем $x_0 = 0$ и $\varphi = \text{const}$. При этом значение поля в нуле $a = |\psi(x=0)|$ при выбранных выше параметрах примерно равно $a \approx 0,45$, что меньше численного результата $a \approx 0,55$. Константа φ , определяющая пороговое значение поля, выше которого существуют состояния C -типа, находится из следующих соображений. Воспользуемся обычной теорией возмущения, приравняв энергии, поглощаемую системой за счет диссипации и накачиваемую в систему внешним полем. Полная энергия системы без накачки и диссипации равна

$$E = 2 \int_0^{\infty} \rho dx = 2 \int_0^{\infty} (|\psi_x|^2 + \omega_0 |\psi|^2 - |\psi|^4 / 2) dx.$$

Дифференцируя плотность энергии ρ по времени и используя уравнение движения (1), легко получить соотношение $\rho_t = -2f + J_x$, где плотность диссипативной функции и плотность потока энергии равны соответственно

$$f = \gamma (|\psi_x|^2 + \omega_0 |\psi|^2 - |\psi|^4), \quad J = \psi_x \bar{\psi}_t + \bar{\psi}_x \psi_t.$$

При этом полное изменение энергии

$$\frac{dE}{dt} = -4 \int_0^{\infty} f(x) dx + 2J(+0).$$

Условие баланса энергии накачки и диссипации $dE/dt = 0$ (т.е. существования стационарных состояний) сводится к соотношению

$$4\gamma \int_0^{\infty} (|\psi_x|^2 + \omega_0 |\psi|^2 - |\psi|^4) dx = 2(\psi_x \bar{\psi}_t + \bar{\psi}_x \psi_t)|_{+0}. \quad (12)$$

В этой формуле фигурирует истинное решение ψ исходного уравнения (1), аналитическое выражение для которого нам неизвестно. Однако левая часть (12) содержит малый множитель $\gamma \ll 1$, поэтому в подынтегральном выражении можно приближенно использовать решение (2) с $x_0 = 0$. Тогда эта часть сводится к выражению $-8\gamma \varepsilon \omega$. Для вычисления правой части воспользуемся точным граничным условием уравнения (1): $\psi_x|_{+0} = -(h/2) \exp(-i\omega t)$, после чего она сводится к $-h(\psi_t \exp(i\omega t) + \bar{\psi}_t \exp(-i\omega t))|_{+0}$. Поскольку это выражение содержит малый множитель $h \ll 1$, приближенно в нем также можно воспользоваться решением (2), после чего правая часть сводится к величине $-2\sqrt{2} h \varepsilon \omega \sin \varphi$. Условие баланса энергии при этом задает величину фазового сдвига поля намагниченности относительно внешнего поля в точке ВЧ накачки: $\sin \varphi = 2\sqrt{2} \gamma / h$. Поскольку угол φ меняется в интервале $0 < \varphi < \pi$, значения внешнего поля, при которых возможны стационарные состояния, лежат в интервале $h_0 < h < \infty$, где критическое значение поля равно

$$h_0 = 2\sqrt{2} \gamma. \quad (13)$$

При выбранных значениях параметров величина критического поля равна $h_0 \approx 0,141$ и достаточно близка к данным численного счета для левой границы существования квазисолитонных возбуждений C -типа ($h = 0,165$). (Это значение практически совпадает с полем возникновения C -состояний, найденным из (11).) На рис. 1(в) полученная зависимость изображена жирной пунктирной горизонтальной линией. Обратим внимание, что в предложенном качественном подходе существует лишь одно нижнее критическое поле, в то время как численный счет указывает на наличие ограничения на величины возможных полей со стороны больших полей. Однако качественный аналитический подход позволяет описать явление гистерезиса, наблюдаемого при численном счете. При этом границы гистерезиса находятся с достаточной точностью.

Идея использованного выше качественного подхода предложена в работе [1]. В обоих случаях для описания верхней (квазисолитонной) ветви локальных возбуждений использовалось бризерное решение для соответствующих уравнений (СУГ и НУШ). Поэтому характер гистерезиса в данной работе и в [1] однотипен. Однако существенное различие двух примеров заключается в том, что бризерное решение СУГ представляет связанное состояние двух однопараметрических динамических топологических солитонов, в то время как НУШ не обладает однопараметрическими солитонами и рассмотренный бризер отвечает основному нелинейному возбуждению системы. При более детальном исследовании квазисолитонных состояний при высокочастотной накачке возможны отличия двух задач. В случае джозефсоновского контакта такие состояния могут представлять собой связанное внешним полем колеблющееся состояние двух топологических солитонов (как было предложено в работе [9]) или связанное состояние двух бризеров. В нашем случае квазисолитонное локализованное возбуждение соответствует связанному состоянию двух бризеров, что видно из существования решений типа D . С другой стороны, мы рассматриваем не общее связанное состояние двух бризеров, а частные решения с одинаковой фазой прецессии в них.

Для выяснения деталей квазисолитонной динамики магнетика под действием локального ВЧ поля в данной работе проведены численные расчеты динамики магнитной цепочки большего размера (20 магнитных моментов) с большей точностью, чем в [10,11]. При этом, как и в [10,11], предполагалось, что внешнее поле действует на крайний спин. Задачи о воздействии на крайнюю частицу в цепочке и на центральную частицу идентичны, и результаты переходят друг в друга при замене $h \rightarrow 2h$. Поэтому величина поля h на всех последующих рисунках соответствует величине $2h$ в приведенных выше аналитических формулах и на

рис. 1. (Заметим, что при учете воздействия внешнего поля на поверхность среды полученные результаты могут быть использованы для описания нелинейных таммовских состояний [15].) При численном счете непрерывная функция координат $\psi(x)$ заменяется на функцию дискретного аргумента $\psi_n(t)$, которую удобно представить в виде $\psi_n = u_n(t) \exp(-i\omega t)$, имея в виду возможность многочастотных и хаотических режимов динамики системы. При этом система динамических разностных уравнений приобретает вид

$$i du_0/dt - (\varepsilon^2 + 1)u_0 + u_1 + |u_0|^2 u_0 + i\gamma u_0 = \text{th}(0,05t)h, \quad (14)$$

$$i du_n/dt - (\varepsilon^2 + 2)u_n + u_{n+1} + u_{n-1} + |u_n|^2 u_n + i\gamma u_n = 0, \quad n = 1, \dots, N, \quad (15)$$

где N — число магнитных моментов. (Множитель $\text{th}(0,05t)$ введен в (14) для уменьшения длительности переходного процесса при начальном включении поля.) Эти уравнения решались численно методом Рунге–Кутты–Фельберга [16] для $N = 20$. При увеличении амплитуды внешнего поля h задавались начальные условия $u_n(t = 0) = 0$. Для получения гистерезисной зависимости амплитуды локальных состояний от поля вычисления проводились следующим образом. При уменьшении h от величин, больших высокочастотной

границы гистерезиса, конечное распределение амплитуд колебаний моментов на предыдущем шаге (при предыдущем значении h) выбиралось в качестве стартового для новой временной эволюции и нахождения нового стационарного решения. Результаты оказались существенно зависящими от соотношения параметров задачи: величины затухания γ и частоты внешнего поля ω . Зависимости амплитуды квазисолитонных состояний ψ от амплитуды внешнего поля h приведены на рис. 3.

На рис. 3 прежде всего виден гистерезисный характер перехода от квазимагнетного локализованного состояния к квазисолитонному возбуждению. (При этом величина $\text{Re} \psi_0$ меняет знак, что согласуется с результатами вышеприведенных аналитических вычислений.) Кроме того, с ростом внешнего поля, эти зависимости демонстрируют переход из состояния типа B ($\psi_0 > \psi_1$) в состояние типа C ($\psi_0 < \psi_1$). На рис. 3(г) видно, что результаты качественного аналитического подхода (жирные линии) согласуются с данными численного расчета (тонкие сплошные линии). При малых значениях параметра ε ($\varepsilon < 0,4$) зависимость низкополевой границы области гистерезиса $h_1(\gamma) \approx 1,3\gamma$ хорошо коррелирует с данными качественного подхода $h_1 = \sqrt{2}\gamma \approx 1,4\gamma$. Найденная численно при $\gamma = 0,05$ зависимость высокополевой

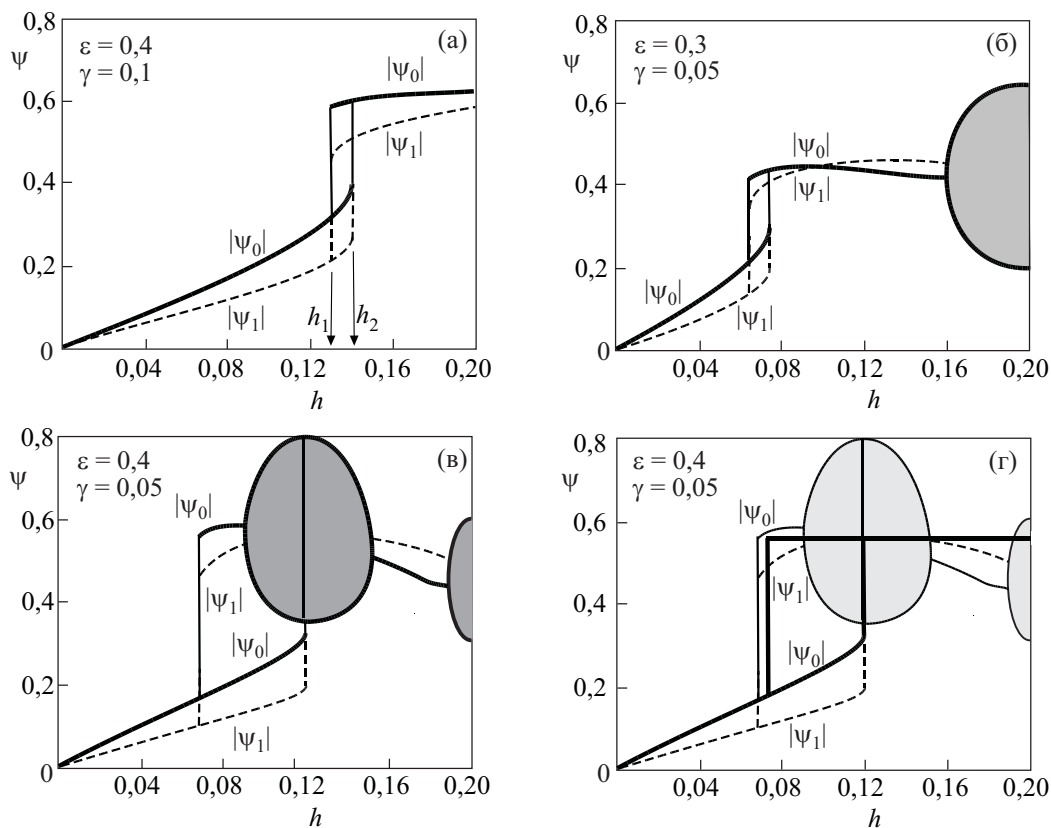


Рис. 3. Зависимости амплитуды ψ вращения магнитного момента, на который действует внешнее поле (сплошные линии), и его ближайшего соседа (пунктир), от амплитуды внешнего поля h для различных значений ε и γ . На (г) жирной линией приведены результаты качественного аналитического рассмотрения.

границы гистерезиса $h_2(v) \approx 0,67 \varepsilon^2$ также хорошо согласуется с соответствующей аналитической зависимостью $h_2 = \varepsilon^2 / \sqrt{2} \approx 0,71 \varepsilon^2$ в пределе $\gamma \rightarrow 0$. (Напомним, что здесь рассмотрено влияние внешнего ВЧ поля, действующего на границу образца, что приводит к перенормировке амплитуды этого поля.) Заштрихованные области на рисунках соответствуют стационарным, но не одночастотным, локальным состояниям. На возможность возникновения «окон неустойчивости» одночастотных состояний с однородным вращением векторов намагниченности указывалось в работе [12]. Однако в предложенной в [12] кусочной линейно-нелинейной модели флуктуации поля намагниченности неограниченно экспоненциально нарастают. В рассмотренной нелинейной модели происходит нелинейное ограничение амплитуды дополнительных гармоник и выход на новый стационарный многочастотный режим, связанный с дополнительной к вращению нутацией магнитного момента.

В случае $\varepsilon = 0,3$, $\gamma = 0,05$, соответствующем рис. 3(б), с ростом поля при достижении значения $h_k \approx 0,156$ возникают нутационные колебания вектора намагниченности с низкой частотой $\omega_1 \approx 0,16$, суще-

ственно меньшей частоты однородного ферромагнитного резонанса ($\omega_0 = 1$) и частоты внешней накачки $\omega = 0,91$. Появление дополнительной частоты связано с рождением предельного цикла в рассматриваемой динамической системе. При значении поля $h \approx 0,16$ происходит удвоение частоты дополнительных нутаций моментов и появление в спектре частоты $\omega_2 = 2\omega_1$. Амплитуда этой моды примерно в 6 раз меньше амплитуды основной гармоники с частотой ω_1 . С дальнейшим нарастанием поля частоты нутаций моментов нарастают. Соответствующая зависимость $\omega_1(h)$ изображена на рис. 4(а). В области $0,24 < h < 0,28$ происходит рождение новых мод с частотами $3\omega_1, 4\omega_1, 5\omega_1, 6\omega_1$ и амплитудами, в 50 раз меньшими амплитуды основной нутационной гармоники. Одновременно возникает ненулевая компонента функции плотности состояний с различными частотами. Плотность состояний определялась с помощью быстрого преобразования Фурье [17] от временной зависимости $u_0(t)$.

При увеличении параметра ε ($\varepsilon = 0,4$ на рис. 3(в)) появляется дополнительное «окно неустойчивости» в области частот гистерезиса. Как и в предыдущем случае, при больших частотах $h > 0,192$ возникают дополнительные к прецессии момента нутационные колебания. Их частота равна $\omega_1 \approx 0,1$. При этом почти сразу за полем бифуркации колебание становится двухчастотным с появлением удвоенной частоты. Однако в этом случае уже при небольшом превышении поля бифуркации колебание системы становится хаотическим. На рис. 4(б) приведена плотность состояний с различными частотами (фурье-преобразование найденного численного решения). Видно появление большого числа гармоник и субгармоник с частотами, кратными частоте основной гармоники $\omega_1 \approx 0,08$, и половинными частотами. Наличие ненулевой компоненты плотности состояний указывает на хаотический режим колебаний. Обращает на себя внимание возникновение «окна неустойчивости» в области гистерезиса на рис. 3(в). В этой области также возникают стационарные состояния с нутационными колебаниями. При $h = 0,14$ основная частота нутаций составляет $\omega_1 \approx 0,23$ и наблюдается удвоение частоты.

Интересно сравнить приведенные выше результаты с данными численного исследования эффективного уравнения для параметров солитонов, локализованных у центра накачки, и полученного в рамках метода коллективных переменных в [9]. В основных чертах эти данные качественно совпадают: наблюдается гистерезис зависимости амплитуды локальных состояний от амплитуды приложенного поля и появление области хаотического поведения в больших полях. Однако полученное в [9] эффективное уравнение с одной степенью свободы выведено из исходного дифференциального уравнения и не учитывало эффектов дискретности системы. В нашем случае рассмотрена дискретная сис-

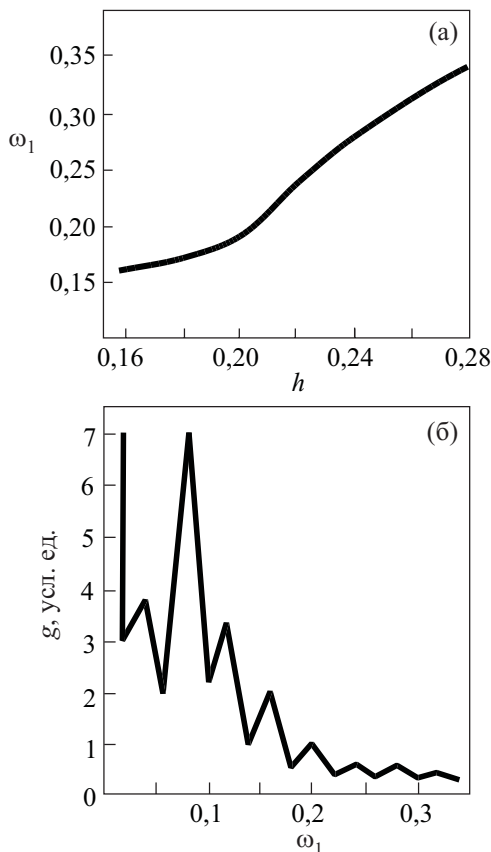


Рис. 4. Зависимость основной частоты нутации ω_1 от амплитуды внешнего поля h при $\varepsilon = 0,3$ и $\gamma = 0,05$ (а) и плотность частот нутаций моментов g при $\varepsilon = 0,4$, $\gamma = 0,05$ и $h = 0,24$ (б).

тема с большим числом степеней свободы, и с этим обстоятельством, по-видимому, связано появление «окон» хаотического поведения в области гистерезиса, которые не наблюдались в [1,9]. На связь появления таких «окон» с дискретностью системы указывалось в работе [12].

Таким образом, в настоящей работе аналитически, на качественном уровне и численно в рамках одномерной модели (нелинейное уравнение Шредингера с затуханием) рассмотрена нелинейная динамика легкоосного ферромагнетика в условиях резонансного пространственно локализованного высокочастотного воздействия на систему циркулярного магнитного поля. Показано, что в области внешней накачки возникают специфические локализованные возбуждения квазисолитонного типа (связанного состояния магнитного солитона с активным элементом). Исследована устойчивость локальных состояний разного типа и найдены зависимости их амплитуды от амплитуды внешнего поля при различных значениях его частоты и от величины параметра затухания. Указано на гистерезисный характер полевой зависимости и возникновение «окон неустойчивости» одночастотных возбуждений, в которых появляется дополнительная нутация магнитных моментов, а возникающие в результате нелинейного ограничения роста амплитуды новые стационарные локальные состояния становятся многочастотными: бифуркационным образом на границах «окон» возникает дополнительная низкая частота нутационных колебаний. При дальнейшем изменении поля внутри «окон неустойчивости» происходит удвоение периода колебаний и при больших амплитудах внешнего поля — переход к хаотическому режиму.

Авторы благодарны за финансовую поддержку со стороны Комплексной программы НАН Украины в рамках гранта «Фундаментальные проблемы наноструктурных систем, наноматериалов и нанотехнологий». Численные расчеты в данной работе выполнены с использованием вычислительных ресурсов грид-кластера ФТИНТ НАНУ.

1. O.H. Olsen and M.R. Samuelsen, *Phys. Rev.* **34**, 3510 (1986).
2. Г.А. Мелков, А.А. Серга, А.Н. Славин, В.С. Тиберкевич, А.Н. Олейник, А.В. Багада, *ЖЭТФ* **116**, 2192 (1999).
3. G.A. Melkov, A.A. Serga, V.S. Tiberkevich, Yu.V. Kobljanskij, and A.N. Slavin, *Phys. Rev. E* **63**, 066607 (2001).
4. G.A. Melkov, Yu.V. Kobljanskij, A.A. Serga, V.S. Tiberkevich, and A.N. Slavin, *J. Appl. Phys.* **89**, 6689 (2001).

5. T. Neumann, A.A. Serga, and B. Hillebrands, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 252501 (2008).
6. T. Schafer, A.V. Chumak, A.A. Serga, G.A. Melkov, and B. Hillebrands, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 162514 (2008).
7. K. Kurokawa and M. Nakazawa, *IEEE J. Quantum Electronics* **28**, 1922 (1992).
8. K. Yamashita, E. Fubuzawa, F. Kitanobou, K. Oe, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 051102 (2008).
9. Yu.S. Kivshar, O.H. Olsen, and M.R. Samuelsen, *Phys. Lett.* **168**, 391 (1992).
10. А.С. Ковалев, А.А. Степанов, *Тезисы XXVI Всесоюзного совещания по физике низких температур*, Донецк, 19–21 июня (1990), Т. 2, с. 211.
11. А.С. Ковалев, А.А. Степанов, А.А. Перетяцько, *Нелинейный мир* **6**, 367 (2008).
12. А.С. Ковалев, Я.Е. Прилепский, А.А. Перетяцько, *ФНТ* **34**, 1294 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 1019 (2008)].
13. А.С. Ковалев, А.А. Перетяцько, *ФНТ* **35**, 1017 (2009) [*Low Temp. Phys.* **35**, 797 (2009)].
14. А.А. Перетяцько, А.С. Ковалев, *Вестник ХНУ, Серия «Физика»* № 865, вып. 12, 17 (2009).
15. I.Y. Tamm, *Phys. Z. Sovietunion* **1**, 733 (1932).
16. Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер, *Машинные методы математических вычислений*, Мир, Москва (1980).
17. Л. Рабинер, Б. Гоулд, *Теория и применение цифровой обработки сигналов*, Мир, Москва (1978).

The effect of dissipation on the structure of quasi-solitonic states of nonlinear magnetically ordered media under high-frequency point influence

V.I. Belan, A.S. Kovalev, and A.A. Peretyatko

The dynamics of one-dimensional magnetic system in external spatially localized high-frequency field was analyzed analytically (in the framework of perturbation theory and qualitative approach) and numerically. In the case of direct nonlinear resonance the relationships between local state amplitude and external field one were analyzed for different values of external field frequency and damping parameter. It is found that the field dependence is of hysteresis character and there appear “instability windows”, where an additional nutation of magnetic moments occurs.

PACS: 05.45.Yv Solitons;
63.20.Pw Localized modes.

Keywords: easy-axis ferromagnet, high-frequency pumping, nonlinear resonance, localized excitations, soliton, oscillation instability.