

Спиновые волны на поверхности полупроводниковой нанотрубки со сверхрешеткой

А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина

пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина

E-mail: alexander.m.ermolaev@univer.kharkov.ua

georgiy.i.rashba@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 25 апреля 2012 г.

Рассматриваются спектры спиновых волн Ландау–Силина на поверхности полупроводниковой цилиндрической нанотрубки со сверхрешеткой. Использован энергетический спектр трубки, полученный на основе модели короткодействующего взаимодействия электронов в приближении Хартри–Фока. Компоненты тензора динамической спиновой восприимчивости электронного газа рассчитаны в приближении случайных фаз. Получены спектры спиновых волн в случаях малой и большой плотности электронов. Показано, что частоты волн испытывают осцилляции, похожие на осцилляции де Гааза–ван Альфена, с изменением параметров нанотрубки и осцилляции Ааронова–Бома с изменением магнитного потока через ее сечение. Обнаружены биения в спектре магноволн.

Розглядаються спектри спінових хвиль Ландау–Сіліна на поверхні напівпровідникової циліндричної нанотрубки з надграткою. Використано енергетичний спектр трубки, який отримано на основі моделі короткодійної взаємодії електронів у наближенні Хартрі–Фока. Компоненти тензора динамічної спінової сприйнятливості електронного газу розраховано у наближенні випадкових фаз. Отримано спектри спінових хвиль у випадках малої і великої густини електронів. Показано, що частоти хвиль випробовують осциляції, схожі з осциляціями де Гааза–ван Альфена, зі зміною параметрів нанотрубки та осциляції Ааронова–Бома зі зміною магнітного потоку через її переріз. Виявлено биття у спектрі магноволн.

PACS: 78.67.Ch Нанотрубки;
73.21.Cd Сверхрешетки;
75.30.Ds Спиновые волны.

Ключевые слова: нанотрубки, сверхрешетки, спиновые волны, осцилляции, биения.

1. Введение

Несмотря на давнюю историю физики спиновых волн в ферромагнетиках и антиферромагнетиках [1–3], о возможности распространения таких волн в немагнитных веществах стало известно лишь в 1957 году после предсказания Ландау. Используя развитую им теорию нормальной ферми-жидкости [4], Ландау показал [5], что в системе фермионов с отталкиванием между ними при низких температурах в отсутствие магнитного поля могут распространяться спиновые волны. Причиной существования этих волн является обменное взаимодействие электронов. Спиновые волны в неферромагнитных металлах в магнитном поле предсказал Силин [6]. Они экспериментально обнаружены в щелочных металлах [7]. Влияние примесных атомов, резонансно рассеивающих электроны, на спиновые вол-

ны Ландау–Силина в массивных проводниках и двумерном электронном газе изучалось в статьях [8–10]. Спектр спиновых волн в слоистых проводниках с квазидвумерным законом дисперсии электронов в магнитном поле рассчитан в статьях [11,12].

В связи с повышенным интересом к углеродным [13,14] и полупроводниковым [15] нанотрубкам целесообразно выяснить, могут ли эти волны распространяться по поверхности трубки. Положительный ответ на этот вопрос получен в работах [16–18]. В этих статьях на основе модели контактного межэлектронного взаимодействия, учтенного в приближении Хартри–Фока, с использованием аппроксимации случайных фаз вычислен спектр спиновых волн на поверхности полупроводниковой нанотрубки в магнитном поле.

Развитие современных нанотехнологий позволяет создавать в лабораториях не только нанотрубки, но и

сверхрешетки на них. Изучаются радиальные и продольные сверхрешетки. Радиальная сверхрешетка представляет собой набор коаксиальных цилиндров [19], а продольную можно аппроксимировать системой соосных колец. В такой сверхрешетке электроны, движущиеся вдоль трубки, находятся в периодическом поле модулирующего потенциала. Перспективы использования таких сверхрешеток на листе графена и полученных на его основе структурах обсуждаются в обзоре [20]. Магнитоплазменные волны на поверхности полупроводниковой нанотрубки с продольной сверхрешеткой изучались в статье [21].

В данной работе рассматриваются спиновые волны Ландау–Силина на поверхности полупроводниковой нанотрубки с продольной сверхрешеткой в магнитном поле. Во втором и в третьем разделах приведены выражения для энергии электрона на поверхности трубки со сверхрешеткой в магнитном поле и компоненты тензора спиновой восприимчивости электронного газа. Четвертый раздел содержит спектры спиновых волн в квантовом пределе, актуальном для трубок малого радиуса с небольшой плотностью электронов. В пятом разделе рассмотрены квазиклассические осцилляции спектра волн при большом числе заполненных уровней энергии поперечного движения электронов. В заключении кратко резюмированы результаты работы.

2. Энергия электрона на поверхности нанотрубки со сверхрешеткой в приближении Хартри–Фока

Энергия электрона на поверхности полупроводниковой цилиндрической нанотрубки с продольной сверхрешеткой в магнитном поле, параллельном оси трубки и сверхрешетки, в приближении Хартри–Фока [21–23] равна

$$\varepsilon_{lk\sigma} = \varepsilon_0 (l + \eta)^2 + \Delta(1 - \cos kd) + \sigma\mu B + gn_{-\sigma}, \quad (1)$$

где l и k — проекции углового момента и импульса электрона на ось трубки, $\sigma = \pm 1$ — спиновое квантовое число, ε_0 — вращательный квант, η — отношение потока магнитной индукции B через сечение трубки к кванту потока [22,23], d и Δ — период и амплитуда модулирующего потенциала, μ — спиновый магнитный момент электрона, g — константа контактного электрон-электронного взаимодействия, n_{σ} — поверхностная плотность электронов с проекцией спина σ . Второе слагаемое в правой части равенства (1) часто используют при изучении свойств сверхрешеток [24,25]. Спектр продольного движения электронов вдоль трубки представляет собой систему минизон шириной 2Δ , нижние границы

$$\varepsilon_l^{\sigma} = \varepsilon_0 (l + \eta)^2 + \sigma\mu B + gn_{-\sigma} \quad (2)$$

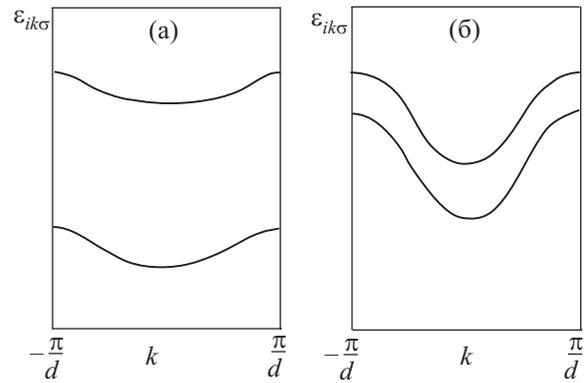


Рис. 1. Спектр энергии продольного движения электрона на трубке в отсутствие перекрытия минизон (а) и в случае перекрытия (б).

которых — квантованные уровни энергии кругового движения электронов на трубке в магнитном поле. Кроме спинового расщепления уровней в формулах (1) и (2) учтена хартри-фоковская поправка к энергии электрона.

Последовательность уровней (2) зависит от отношения потоков η . Если $\eta < 1/2$, имеем

$$\varepsilon_0^- < \varepsilon_0^+ < \varepsilon_{-1}^- < \varepsilon_{-1}^+ < \varepsilon_1^- < \varepsilon_1^+ < \dots$$

Если же $\eta > 1/2$, получаем

$$\varepsilon_{-1}^- < \varepsilon_{-1}^+ < \varepsilon_0^- < \varepsilon_0^+ < \varepsilon_{-2}^- < \varepsilon_{-2}^+ < \dots$$

При $\eta < 1/2$ ширины энергетических щелей между минизонами с нечетными номерами $p = 1, 3, 5, \dots$ равны $\delta\varepsilon_p = \Omega - 2\Delta$, где $\Omega = \Omega_0 + g\delta n$, $\Omega_0 = 2\mu B$, $\delta n = n_- - n_+$. Ширины щелей с номерами $p = 2, 6, 10, \dots$ равны $\delta\varepsilon_p = (p/2)\varepsilon_0(1 - 2\eta) - \Omega - 2\Delta$. Если же $p = 4, 8, 12, \dots$, то $\delta\varepsilon_p = p\varepsilon_0\eta - \Omega - 2\Delta$. Индексы (+) и (–) соответствуют двум ориентациям спина электрона. Квантовая постоянная принята равной единице.

При $\delta\varepsilon_p < 0$ минизоны перекрываются. На рис.1 показан спектр продольного движения электронов в двух нижних минизонах в первой зоне Бриллюэна в отсутствие перекрытия минизон (рис. 1(а)) и в том случае, когда минизоны перекрываются (рис. 2(б)). Величина перекрытия минизон на рис.1(б) равна $2\Delta - \Omega$.

3. Динамическая спиновая восприимчивость электронного газа на трубке со сверхрешеткой

В приближении случайных фаз [26–28] циркулярные компоненты тензора динамической спиновой восприимчивости электронного газа со спектром (1) на поверхности трубки равны [16–18]

$$\chi_{\pm}(m, q, \omega) = \chi_{\pm}^0(m, q, \omega) \left[1 - \frac{g}{2\mu^2} \chi_{\pm}^0(m, q, \omega) \right]^{-1}, \quad (3)$$

где

$$\chi_{\pm}^0(m, q, \omega) = \frac{2\mu^2}{S} \sum_{lk} \frac{f(\varepsilon_{(k+m)(k+q)\mp}) - f(\varepsilon_{lk\pm})}{\omega + \varepsilon_{lk\pm} - \varepsilon_{(k+m)(k+q)\mp} + i0} \quad (4)$$

— восприимчивость свободного электронного газа со спектром (1), $\chi_{\pm} = \chi_{xx} \pm i\chi_{yx}$, f — функция Ферми, $S = 2\pi aL$ — площадь поверхности трубки радиусом a и длиной L , m , q и ω — угловой момент, импульс и частота спиновой волны. Ее спектр является корнем дисперсионного уравнения

$$\operatorname{Re} \chi_{-}^0(m, q, \omega) = \frac{\mu^2}{4\pi^2 ad \Delta \sin \frac{qd}{2}} \sum_l \left[P \int_{\left(-k_l^+ - \frac{q}{2}\right)d}^{\left(k_l^+ - \frac{q}{2}\right)d} dx (C_- - \sin x)^{-1} - P \int_{\left(-k_l^- + \frac{q}{2}\right)d}^{\left(k_l^- + \frac{q}{2}\right)d} dx (C_+ - \sin x)^{-1} \right], \quad (6)$$

$$\operatorname{Im} \chi_{-}^0(m, q, \omega) = \frac{\mu^2}{4\pi ad \Delta \left| \sin \frac{qd}{2} \right|} \sum_l \left[\int_{\left(-k_l^+ - \frac{q}{2}\right)d}^{\left(k_l^- + \frac{q}{2}\right)d} dx \delta(\sin x - C_+) - \int_{\left(-k_l^- + \frac{q}{2}\right)d}^{\left(k_l^+ - \frac{q}{2}\right)d} dx \delta(\sin x - C_-) \right], \quad (7)$$

где

$$k_l^{\sigma} = \frac{1}{d} \arccos \frac{\varepsilon_l^{\sigma} + \Delta - \mu_0}{\Delta}$$

— максимальный импульс электронов в минизоне с номером (l, σ) , μ_0 — энергия Ферми,

$$C_{\pm} = \frac{\omega - \Omega_{\pm}}{2\Delta \sin \frac{qd}{2}},$$

$$\Omega_{\pm} = \varepsilon_0 m [2(l + \eta) \pm m] + \Omega \quad (8)$$

— частоты «вертикальных» переходов электронов между границами минизон (2) с перебросом спина $-\rightarrow+$ под действием переменного поля. Суммирование по l в (6) и (7) ограничено условием $|\varepsilon_l^{\sigma} + \Delta - \mu_0| < \Delta$, которое означает, что энергия Ферми находится в минизоне (l, σ) .

4. Спиновые волны на трубке в квантовом пределе

Если $\eta < 1/2$, а плотность электронов не превышает $(2\pi ad)^{-1}$, то граница Ферми находится в нижней минизоне: $\varepsilon_0^- < \mu_0 < \varepsilon_0^- + 2\Delta$. В этом случае предельная частота спиновой волны с положительной спиральностью равна

$$\omega_0 = \Omega_+ - gn_-, \quad (9)$$

где

$$n_- = \frac{k_0^-}{2\pi^2 a}$$

$$1 - \frac{g}{2\mu^2} \chi_{\pm}^0(m, q, \omega) = 0. \quad (5)$$

Компоненты χ_{\pm} соответствуют поперечным спиновым волнам с положительной (–) и отрицательной (+) спиральностью.

Вещественная и мнимая части компоненты χ_{-}^0 (4) вырожденного электронного газа равны

— плотность электронов в нижней минизоне, а $\Omega_+ = \varepsilon_0 m (2\eta + m) + \Omega$. Формула (9) справедлива и в случае $\eta > 1/2$, если импульс k_0^- в n_- заменить на k_{-1}^- , а l в Ω_+ (8) положить равным -1 .

Для получения спектра волны, распространяющейся вдоль трубки, необходимо учесть зависимость функции (6) от q . Ограничимся длинноволновым пределом

$$|C_{\pm}| \gg 1. \quad (10)$$

В этом приближении из уравнения (5) с учетом (6) получаем

$$\omega(q) = \omega_0 \left[1 + \frac{2\Delta \sin k_0^- d}{\omega_0 k_0^- d} \sin^2 \frac{qd}{2} \right]. \quad (11)$$

Если $k_0^- = \pi/d$, то нижняя минизона полностью заполнена. В этом случае спиновая волна со спектром (11) вдоль трубки не распространяется. Остаются только круговые колебания спиновой намагниченности с частотой (9).

Мнимая часть восприимчивости (7) пропорциональна дифференциальному сечению рассеяния света и нейтронов одночастичными возбуждениями электронного газа на трубке, сопровождающемуся передачей энергии ω [1]. Из формулы (7) видно, что в квантовом пределе мнимая часть восприимчивости равна нулю за пределами области на плоскости $q - \omega$, ограниченной синусоидами

$$\omega = \Omega_{\pm} \pm 2\Delta \sin \frac{qd}{2}. \quad (12)$$

Внутри этой области волна испытывает бесстолкновительное затухание Ландау. Синусоиды (12) вместе с дисперсионной кривой (11) схематически изображены на рис. 2. Щель $\Omega_+ - \omega_0$ на рис. 2 равна gn_- . По мере увеличения плотности электронов она возрастает от нуля до $g/2\pi ad$. Щель между нижней границей сектора (b) и дисперсионной кривой на границе зоны Бриллюэна равна

$$\delta\omega = gn_- - 2\Delta \left(1 + \frac{\sin k_0^- d}{k_0^- d} \right).$$

При $\delta\omega = 0$ дисперсионная кривая (11) входит в сектор (b) и спиновая волна затухает.

Для уточнения границ области бесстолкновительного затухания спиновых волн вычислим мнимую часть восприимчивости (7). В квантовом пределе она равна

$$\begin{aligned} \text{Im}\chi_-^0(m, q, \omega) = & \frac{\mu^2}{2\pi ad} \left[\left(2\Delta \sin \frac{qd}{2} \right)^2 - (\omega - \Omega_+)^2 \right]^{-1/2} \times \\ & \times \theta \left[x_0 - \left(-k_0^- + \frac{q}{2} \right) d \right] \theta \left[\left(k_0^- + \frac{q}{2} \right) d - x_0 \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где $x_0 = \arcsin C_+$, θ — функция Хевисайда. График функции (13) показан на рис. 3. Границы области бесстолкновительного затухания волн оказываются равными

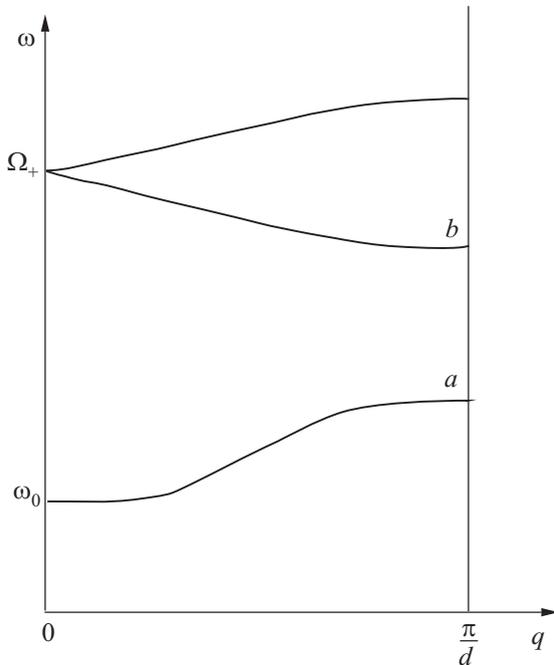


Рис. 2. Дисперсионная кривая (a) и область бесстолкновительного затухания (b) спиновой волны со спектром (11).

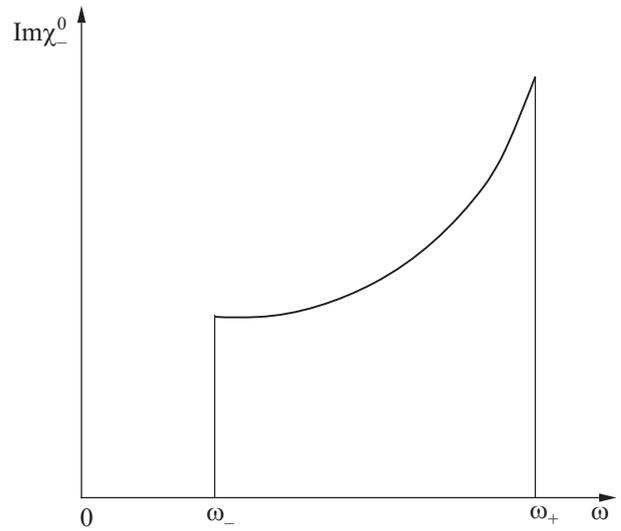


Рис. 3. Зависимость мнимой части восприимчивости (13) от частоты в квантовом пределе.

$$\omega_{\pm} = \Omega_{\pm} \pm 2\Delta \sin \frac{qd}{2} \sin \left(k_0^- \pm \frac{q}{2} \right) d.$$

Область бесстолкновительного затухания уже области (b) на рис. 2. Отношение значений мнимой части (13) в точках ω_{\pm} равно

$$\cos \left(k_0^- - \frac{q}{2} \right) d / \cos \left(k_0^- + \frac{q}{2} \right) d.$$

По мере заполнения электронами более высоких минизон число «ступенек» в области (b), типа показанной на рис. 3, увеличивается. На плоскости $q - \omega$ эти области образуют секторы Стонера с границами

$$\omega_{\pm} = \Omega_{\pm} \pm 2\Delta \sin \frac{qd}{2} \sin \left(k_l^{\pm} \pm \frac{q}{2} \right) d,$$

внутри которых спиновые волны испытывают бесстолкновительное затухание Ландау.

Для получения спектра волн с отрицательной спиральностью необходимо решить дисперсионное уравнение (5) с функцией χ_+^0 . Ветви спектра этих волн расположены вблизи частот резонансных переходов электронов между уровнями (2) с перебросом спина $+\rightarrow-$. Частоты этих переходов отличаются от (8) другим знаком перед Ω . Это означает, что аксиально-симметричные спиновые волны ($m = 0$) с отрицательной спиральностью вдоль трубки не распространяются. Минимальные частоты переходов $+\rightarrow-$ равны $\varepsilon_0(1-2\eta)-\Omega$ в случае $\eta < 1/2$ и $\varepsilon_0(2\eta-1)-\Omega$, если $\eta > 1/2$. В обоих случаях энергия Ферми расположена во второй минизоне. Дисперсионное уравнение (5) для предельных частот имеет два корня. Если $\eta < 1/2$, две

нижние минизоны перекрываются, а энергия Ферми лежит в области перекрытия, эти корни равны

$$\omega_{\pm}(0) = \frac{1}{2} \left[\Omega_{+} + \Omega_{-} + \nu(k_0^{-} - k_0^{+}) \right] \pm \frac{1}{2} \left[(\Omega_{+} - \Omega_{-})^2 + \nu^2 (k_0^{-} - k_0^{+})^2 + 2(\Omega_{+} + \Omega_{-})\nu(k_0^{-} - k_0^{+}) - 4\nu(k_0^{-}\Omega_{+} - k_0^{+}\Omega_{-}) \right]^{1/2}, \quad (14)$$

где $\nu = g / 2\pi^2 a$. В отсутствие перекрытия минизон k_0^{-} в (14) необходимо заменить на π / d . Решение (14) упрощается в случае слабого межэлектронного взаимодействия: $\nu \ll d\Omega_{\pm}$. В этом случае

$$\omega_{\pm}(0) = \Omega_{\pm} \mp \nu k_0^{\pm}.$$

Поскольку в рассматриваемом случае $\Omega_{-} < 0$, нижняя ветвь (14) расположена в области отрицательных частот. Спектр верхней ветви в длинноволновом пределе (10) при слабом электрон-электронном взаимодействии равен

$$\omega_{+}(q) = \Omega_{+} - \nu k_0^{+} + \frac{2\Delta \sin k_0^{+}}{dk_0^{+}} \sin^2 \frac{qd}{2}. \quad (15)$$

Дисперсия этой волны нормальная. Дисперсионная кривая (15) расположена ниже границы сектора Стонера.

Рассмотренные здесь низкочастотные магны со спектром (11) и (15) дают вклад в термодинамические величины нанотрубки. Энергия идеального газа магнов с частотой $\omega_m(q)$ при температуре T равна

$$E_{\text{mag}} = \sum_{mq} \omega_m(q) \left[\exp\left(\frac{\omega_m(q)}{T}\right) - 1 \right]^{-1}.$$

В частности, вклад ветви аксиально-симметричных магнов (11) в энергию при низких температурах ($T \ll \Omega$) равен

$$E_{\text{mag}} = \frac{L}{2} \omega_0 \sqrt{\frac{T}{\pi\alpha}} \exp\left(-\frac{\omega_0}{T}\right),$$

где $\alpha = (1/2)\Delta d \sin k_0^{-} d / k_0^{-}$.

5. Спиновые волны в квазиклассическом случае

При большом числе заполненных электронами уровней (2) энергия Ферми существенно превышает вращательный квант. В этом случае входящая в формулу (6) сумма по l может быть вычислена при помощи формулы Пуассона. В результате частоты спиновых волн будут содержать монотонные и осциллирующие слагаемые. Получим их при $m = 0$, когда существуют лишь аксиально-симметричные колебания спиновой намагниченности, распространяющиеся вдоль трубки. В этом случае электроны в вырожденном электронном газе на трубке совершают квантовые переходы с перебросом спина $- \rightarrow +$ без изменения орбитального углового момента. Энергия Ферми расположена в верхней частично заполненной минизоне с номером $(l_0, \sigma = -1)$. Частоты переходов (8) равны Ω .

Из формулы (6) при $q = 0$ в рассматриваемом случае получаем

$$\text{Re} \chi_{-}^0(\omega) = \frac{2\mu^2 \delta n}{(\Omega - \omega)}. \quad (16)$$

В статическом пределе $\omega = 0$ при $\Omega \ll \mu_0$ из этой формулы следует паулиевская восприимчивость двумерного электронного газа на плоскости: $\chi_0 = m_* \mu^2 / \pi$. Из (5) и (16) получаем предельную частоту волны $\omega(0) = \Omega - g\delta n$.

Решение дисперсионного уравнения (5) при $q \neq 0$ зависит от параметра $\mu_0 / 2\Delta$. Если $\mu_{\sigma} < 2\Delta$, монотонная часть частоты волны в пределе длинных волн (10) равна

$$\omega_{\text{мон}}(q) = \omega(0) + \frac{4\sqrt{m_*}\Delta}{3\pi^2 d \delta n} \sin^2 \frac{qd}{2} \times \sum_{\sigma} \left[(2\Delta - \mu_{\sigma}) F\left(\sqrt{\frac{\mu_{\sigma}}{2\Delta}}\right) - 2(\Delta - \mu_{\sigma}) E\left(\sqrt{\frac{\mu_{\sigma}}{2\Delta}}\right) \right], \quad (17)$$

где m_* — эффективная масса электрона, $\mu_{\sigma} = \mu_0 - \sigma\mu B - n_{-\sigma}$, F и E — полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода соответственно [29].

Если $d \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow \infty$ так, чтобы $d^2\Delta = m_*^{-1}$, то сверхрешетка отсутствует, энергия продольного движения электрона становится равной $k^2 / 2m_*$. В этом случае из формулы (17) следует полученное ранее [16–18] выражение для частоты волны:

$$\omega_{\text{мон}}(q) = \omega(0) + \mu_0 q^2 / 3\pi \delta n. \quad (18)$$

Частоты (17) и (18) не зависят от радиуса трубки, поскольку предел $\mu_0 \gg \varepsilon_0$ ($a \rightarrow \infty$) соответствует разрезанию трубки по образующей и разворачиванию ее на плоскость.

Осциллирующая часть спектра волны при $\mu_{\sigma} < 2\Delta$, $\mu_{\sigma} \gg \varepsilon_0$ в длинноволновом пределе равна

$$\omega_{\text{осц}}(q) = \frac{1}{\pi^3 a^2 d \delta n} \sqrt{\frac{\Delta}{m_*}} \sin^2 \frac{qd}{2} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi r \eta}{r^{3/2}} \sum_{\sigma} \left(\frac{\mu_{\sigma}}{\varepsilon_0}\right)^{1/4} \sin\left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_{\sigma}}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (19)$$

Монотонная часть частоты волны при $\mu_\sigma > 2\Delta$ имеет вид

$$\omega_{\text{mon}}(q) = \omega(0) + \frac{4\sqrt{2m_*}}{3\pi^2 d \delta n} \sin^2 \frac{qd}{2} \sum_{\sigma} \sqrt{\mu_\sigma} \left[(\mu_\sigma - \Delta) E \left(\sqrt{\frac{2\Delta}{\mu_\sigma}} \right) - (\mu_\sigma - 2\Delta) F \left(\sqrt{\frac{2\Delta}{\mu_\sigma}} \right) \right]. \quad (20)$$

Такая зависимость — следствие квазиодномерного движения электронов вдоль трубки в рассматриваемом случае.

Осциллирующая часть спектра при $\mu_\sigma > 2\Delta$, $\mu_\sigma - 2\Delta \gg \varepsilon_0$ кроме слагаемого (19) содержит дополнительное слагаемое:

$$\delta\omega_{\text{osc}}(q) = -\frac{1}{\pi^3 a^2 d \delta n} \sqrt{\frac{\Delta}{m_*}} \sin^2 \frac{qd}{2} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi r \eta}{r^{3/2}} \sum_{\sigma} \left(\frac{\mu_\sigma - 2\Delta}{\varepsilon_0} \right)^{1/4} \sin \left(2\pi r \sqrt{\frac{\mu_\sigma - 2\Delta}{\varepsilon_0}} + \frac{\pi}{4} \right). \quad (21)$$

Появление слагаемого (21) имеет определенный физический смысл. Если $\mu_\sigma < 2\Delta$, выражение (19) испытывает осцилляции, похожие на осцилляции де Гааза–ван Альфена. Они обусловлены прохождением нижней границы каждой минизоны (2) через границу Ферми с изменением параметров трубки — ее радиуса, плотности электронов. Если же $\mu_\sigma > 2\Delta$, то через границу Ферми проходит не только «дно» каждой минизоны, но и ее «потолок» $\varepsilon_f^\sigma + 2\Delta$. В результате появляется второе слагаемое (21) с другой частотой и амплитудой осцилляций. Сложение слагаемых (19) и (21) приводит к биениям на графике зависимости частоты волны от параметров трубки. Они аналогичны биениям спектра магнитоплазменных волн на трубке со сверхрешеткой [21]. В [21] приведены частоты осцилляций спектра плазмонов, совпадающие с частотами осцилляций спектра магнонов, если $\mu_0 \gg \Omega$. В квазиклассическом случае спектры магнонов, как и плазмонов, испытывают также осцилляции Ааронова–Бома с изменением магнитного потока через сечение трубки.

6. Заключение

Приведенные результаты позволяют получить дополнительные сведения о параметрах электронного газа на поверхности нанотрубки и ее размерах. Знание окон прозрачности для спиновых волн позволяет улучшить волноводные характеристики нанотрубок. Предельные частоты волн могут быть получены при изучении электронного парамагнитного резонанса на трубках. Групповая скорость волн в квантовом пределе содержит такие характеристики нанотрубки, как период и амплитуда модулирующего потенциала, импульс фермиевских электронов. Периоды осцилляций спектра волн типа де Гааза–ван Альфена позволяют определить эффективную массу электрона, радиус трубки. В процессе изучения осцилляций Ааронова–Бома можно уточнить универсальные константы. Наблюдение биений спектра волн дает возможность получить отношение энергии Ферми к ширине минизоны. Приведенная в статье мнимая часть восприимчивости пропорциональна сечению неупругого рассеяния света и

нейтронов одночастичными возбуждениями электронного газа. Определяя положение и ширину максимума сечения рассеяния света и нейтронов на спиновых волнах как функцию передачи энергии, можно определить спектр и декремент затухания спиновых волн.

1. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
2. С.В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
3. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наука, Москва (1984).
4. Л.Д. Ландау, *ЖЭТФ* **30**, 1058 (1956).
5. Л.Д. Ландау, *ЖЭТФ* **32**, 59 (1957).
6. В.П. Силин, *ЖЭТФ* **35**, 1243 (1958).
7. S. Schultz and G. Dunifer, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 283 (1967).
8. А.М. Ермолаев, Н.В. Ульянов, *ФНТ* **18**, 1375 (1992) [*Low Temp. Phys.* **18**, 950 (1992)].
9. А.М. Ермолаев, Н.В. Ульянов, *ФНТ* **20**, 366 (1994) [*Low Temp. Phys.* **20**, 292 (1994)].
10. Н.В. Глейзер, А.М. Ермолаев, *ФНТ* **24**, 647 (1998) [*Low Temp. Phys.* **24**, 489 (1998)].
11. В.Г. Песчанский, Д.И. Степаненко, *Письма в ЖЭТФ* **78**, 772 (2003).
12. Д.И. Степаненко, *ФНТ* **31**, 115 (2005) [*Low Temp. Phys.* **31**, 90 (2005)].
13. S. Iijima, *Nature* (London) **354**, 56 (1991).
14. А.А. Звягин, И.В. Криве, *ФНТ* **21**, 687 (1995) [*Low Temp. Phys.* **21**, 533 (1995)].
15. Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик, М.В. Энтин, *УФН* **175**, 995 (2005).
16. А.М. Ermolaev, G.I. Rashba, and M.A. Solyanik, *Physica B* **406**, 2077 (2011).
17. А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник, *ФТТ* **53**, 1518 (2011).
18. А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник, *ФНТ* **37**, 1156 (2011) [*Low Temp. Phys.* **37**, 919 (2011)].
19. В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин, *Основы нанозлектроники*, Логос, Москва (2006).
20. Ю.Е. Лозовик, С.П. Меркулов, А.А. Соколик, *УФН* **178**, 757 (2000).
21. А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник, *ФНТ* **38**, 653 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 511 (2012)].

22. И.О. Кулик, *Письма в ЖЭТФ* **11**, 407 (1970).
23. I.O. Kulik, *Fiz. Nizk. Temp.* **36**, 1057 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 841 (2010)].
24. М.И. Каганов, В.Н. Луцкий, Д.В. Посвянский, *ФНТ* **15**, 846 (1989) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **15**, 469 (1989)].
25. Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов, *Высоко-частотные свойства полупроводников со сверхрешетками*, Наука, Москва (1989).
26. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
27. Ф. Платцман, П. Вольф, *Волны и взаимодействия в плазме твердого тела*, Мир, Москва (1975).
28. Р. Уайт, *Квантовая теория магнетизма*, Мир, Москва (1985).
29. И.С. Градштейн, И.М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, Москва (1971).

Spin waves on the semiconductor nanotube surface with superlattice

A.M. Ermolaev, G.I. Rashba, and M.A. Solyanik

Landau-Silin spin waves spectra on the semiconductor cylindrical nanotube surface with superlattice is considered. Tube's energy spectrum within the framework of short-range electron interaction model in Hartree-Fock approximation is used. Electron gas dynamic spin susceptibility components in the random phase approximation are calculated. Spin waves spectra in case of low and high-electron density are obtained. It is shown that the waves frequency undergoes oscillations similar to de Haas-van Alphen oscillations with nanotube's parameters changes and Aharonov-Bohm oscillations with magnetic flux through its cross-section changes. Magnon spectrum beats are found.

PACS: 78.67.Ch Nanotubes;
73.21.Cd Superlattices;
75.30.Ds Spin waves.

Keywords: nanotubes, superlattices, spin waves, oscillations, beats.