Положительное квазиклассическое магнитосопротивление и квантовые эффекты в германиевом квантовом канале

И.Б. Беркутов, В.В. Андриевский, Ю.Ф. Комник

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина E-mail: berkutov@ilt.kharkov.ua

О.А. Миронов

Department of Physics, University of Warwick, Coventry CV4 7AL, UK International Laboratory of High Magnetic Fields and Low Temperatures, 50-985 Wroclaw, Poland

Статья поступила в редакцию 12 мая 2010 г.

Изучено изменение проводимости дырочной гетероструктуры с квантовой ямой из сплава Si_{0,05}Ge_{0,95} в температурном интервале 0,352–7,1 К в магнитных полях до 11 Тл. Особенностью данного образца было асимметричное допирование: с разных сторон от квантового канала располагались слои Si_{0,4}Ge_{0,6} с концентрацией примесных атомов бора $2 \cdot 10^{18}$ и $8 \cdot 10^{18}$ см⁻³. На фоне большого квазиклассического положительного магнитосопротивления наблюдались ярко выраженные осцилляции Шубникова–де Гааза. Изменение с полем монотонного хода магнитосопротивления хорошо описывается функцией вида $\rho_{xx}(B)/\rho_{xx}(0) \propto B^{12/7}$, предсказанной в теории, рассматривающей совместное влияние двух типов беспорядка — близкодействующего и дальнодействующего. В температурном и магнитополевом изменении сопротивления поределен вклад квантовых поправок, связанных с эффектами слабой локализации и взаимодействия носителей заряда. Их анализ выявил сильное спин-орбитальное рассеяние дырок в квантовой яме. Изучение изменения амплитуды осцилляции Шубникова–де Гааза с температурой и магнитным полем (с учетом монотонного хода сопротивления при изменении магнитного поля) дало возможность определить эффективную массу носителей заряда $m^* = 0,17m_0$. Исследование эффекта перегрева носителей заряда электрическим полем позволило найти температурную зависимость времени дырочнофононной релаксации.

Вивчено змінення провідності діркової гетероструктури з квантовою ямою з сплаву Si_{0,05}Ge_{0,95} у температурному інтервалі 0,352–7,1 К у магнітному полі до 11 Тл. Особливістю цього зразка є асиметричне допування, так що поряд з квантовим каналом розташовувалися шари Si_{0,4}Ge_{0,6} з концентрацією домішкових атомів бора $2 \cdot 10^{18}$ та $8 \cdot 10^{18}$ см⁻³. На фоні великого квазікласичного позитивного магнітоопору спостерігалися яскраво виражені осциляції Шубнікова–де Гааза. Змінення з полем монотонного ходу магнітоопору може бути гарно описано функцією виду $\rho_{xx}(B)/\rho_{xx}(0) \propto B^{12/7}$, яка була завбачена у теорії, що розглядала сумісний вплив двох типів безпорядку — близькодіючий та далекодіючий. У температурному та магнітопольовому змінені опору виявлено внесок квантових поправок, що пов'язані з ефектами слабкої локалізації та взаємодії носіїв заряду. Їх аналіз виявив сильне спін-орбітальне розсіюваня дірок у квантовій ямі. Вивчення змінення амплітуди осциляцій Шубнікова–де Гааза з температурою та магнітним полем (з урахуванням монотонного ходу опору при змінені магнітного поля) дало можливість визначити ефективну масу носіїв заряду $m^* = 0,17m_0$. Дослідження ефекту перегріву носіїв заряду електричним полем дало змогу знайти температурну залежність часу дірково-фононної релаксації.

PACS: 72.20.Му Гальваномагнитные и другие магнитотранспортные эффекты.

Ключевые слова: квантовая яма, квазиклассическое магнитосопротивление, квантовые интерференционные эффекты.

Введение

Анализ квантовых осцилляций проводимости в магнитном поле (эффект Шубникова-де Гааза) позволяет получать ценные сведения о различных характеристиках квазичастиц в изучаемом объекте — эффективной массе носителей, их концентрации, квантовом времени релаксации, сечениях и форме поверхности Ферми и др. Теория эффекта Шубникова-де Гааза (ШдГ) берет за отправную точку сопротивление проводника в нулевом магнитном поле и предполагает отсутствие изменения этого сопротивления в магнитном поле по каким-либо причинам, кроме осцилляционных эффектов. Реально осцилляции ШдГ часто наблюдаются на фоне некоторого монотонного изменения сопротивления с ростом поля. В ряде случаев такое изменение может быть объяснено вкладом квантовых поправок, связанных с квантовыми интерференционными эффектами — слабой локализацией электронов и электрон-электронным взаимодействием. Первый эффект наблюдается в области относительно слабых магнитных полей, а второй может оказывать влияние в широкой области магнитных полей. Совместимость квантовых осцилляций проводимости с классическим релаксационным механизмом изменения сопротивления в магнитном поле в модели Лоренца проблематична. Но в двумерных (2D) электронных системах предсказан [1] квазиклассический механизм изменения сопротивления в магнитном поле, основанный на учете циклотронного движения электронов по квантовым орбитам в магнитном поле и «эффектах памяти». Эти представления в последнее время активно развиваются.

Квазиклассическое магнитосопротивление 2D электронного газа

В работе [1] впервые отмечено, что в 2D электронном газе в магнитном поле могут проявиться особенности в поведении магнитосопротивления, имеющие квазиклассическую природу. Авторы обратили внимание на существенное отличие в поведении электронов в магнитном поле в трехмерном и двумерном случаях. В трехмерном электронном газе движение электрона в сильном магнитном поле по циклотронной орбите сопровождается перемещением вдоль поля так, что электрон неизбежно встречается с примесью и рассеивается на ней. В двумерном случае при ориентации магнитного поля перпендикулярно плоскости двумерной проводящей системы движение электрона вдоль поля невозможно. В сильном магнитном поле в 2D электронном газе имеются электроны, которые неограниченно движутся по круговым траекториям вокруг примеси или, периодически сталкиваясь с одной и той же примесью, образуют траектории вокруг нее в виде розетки. Такое движение электронов является финитным. Если же в процессе движения по розетке электрон сталкивается с другой примесью и далее такой процесс повторяется, движение становится инфинитным. Финитное движение электрона вокруг примеси соответствует локализации электрона вблизи примеси, и такие электроны не вносят вклад в ток. Поведение магнитосопротивления (МС) определяется вероятностью того, что электрон не встретится с примесью. Эта вероятность функционально выражается как $\exp(-2\pi r_c/l)$, где $r_c = \hbar k/eB$ — циклотронный радиус, k — волновой вектор, l — длина свободного пробега электрона [2]. В условиях малой концентрации примеси должно проявиться отрицательное МС, которое не следует из кинетического уравнения Больцмана. В работе [1] авторы отметили, что кинетическое уравнение предполагает полную стохастичность рассеяния, иначе говоря, отсутствие памяти о предыдущих актах рассеяния. В рассмотренной задаче считается, что электрон на финитной траектории неограниченно долго помнит движение через область, свободную от примесей, а на инфинитных траекториях длительно помнит о предыдущих столкновениях.

Эффекты памяти в электронной кинетике (немарковские процессы) приводят к ограничению применимости стандартного кинетического уравнения Больцмана [3]. Рассмотрению квазиклассического отрицательного МС посвящено несколько теоретических работ [4-6]. В работах [4,5] выполнены модельные численные расчеты магнитосопротивления системы 2D электронов, рассеивающихся на случайно распределенных примесях. Продемонстрировано изменение сопротивления в магнитном поле в согласии с предсказаниями [1,2]. При этом в зависимости от величины параметра $\beta = \omega_c \tau_{tr}$ ($\omega_c = eB / m^*$ — циклотронная частота) при $\beta \ll 2a/l$ (*a* — радиус рассеивающего центра) наблюдается линейное отрицательное МС, а при $\beta > 2a/l$ — квадратичное отрицательное MC.

В работе [6] рассмотрена модель, в которой рассеяние электронов происходит на случайно распределенных сильных рассеивателях (примесях, антидотах), описывающихся близкодействующим потенциалом, и одновременно на гладком случайном дальнодействующем потенциале. Сочетание двух типов разупорядочения дает новую картину, отличную от результатов, полученных при одном типе разупорядочения. Такая модель отражает ситуацию в реальных квантовых ямах, в которых на некотором удалении от квантового канала помещен слой, легированный примесными атомами, обеспечивающими появление носителей в квантовом канале. Этот слой, как правило, отделен от квантового канала тонким чистым слоем (спейсером). При малой концентрации примесей ($n_s^{-1/2} \gg a \gg k_F^{-1}$, n_s и а — концентрация антидотов и их радиус, k_F — фермиевское волновое число) результат, полученный в [6], имеет вид $\Delta \rho_{xx} / \rho_0 = -\omega_c^2 / \omega_0^2$, $\omega_0 = (2\pi n_s)^{1/2} v_F (2l_s / l_L)^{1/4}$,

 v_F — фермиевская скорость, l_s и l_L — длина свободного пробега для близкодействующего и дальнодействующего потенциалов соответственно. Таким образом, должно наблюдаться квадратичное отрицательное МС, которое, как показано, насыщается с ростом магнитного поля.

Экспериментальные наблюдения отрицательного магнитосопротивления (см. [5–8]) хорошо соответствуют предсказаниям теоретических работ.

Эффекты памяти в 2D электронном газе при определенных значениях параметров дают квазиклассическое положительное магнитосопротивление [9,10]. Хронологически ранее в работе [11] был выполнен расчет магнитосопротивления 2D электронного газа в скоррелированном случайном магнитном поле и получено квадратичное отрицательное МС в слабых полях вида $\Delta \rho_{xx} / \rho_0 = -0,06(\omega_c \tau_{tr})^2$ и положительное квазиклассическое МС при $\omega_c \tau_{tr} \ge 1$. Авторы работы [9] рассмотрели две задачи для 2D электронов, двигающихся в (1) гладком случайном дальнодействующем потенциале или (2) случайном магнитном поле. Предполагалось, что корреляционная длина беспорядка d достаточно велика: $k_F d \gg 1$, а кроме того, длина свободного пробега в нулевом поле $l \gg d$. Эффект для квазиклассического МС при случайном магнитном поле оказался более значительным, чем для случайного дальнодействующего потенциала. В первом случае положительное магнитосопротивление квадратично $\Delta \rho_{xx} / \rho_0 = 2(d/l)(\omega_c \tau)^2$ в полях *B* меньших, чем B_0 , которое порядка амплитуды флуктуаций магнитного поля, и линейно ($\Delta \rho_{xx} / \rho_0 = B / B_0$) в больших полях. Квазиклассическое положительное магнитосопротивление в случае дальнодействующего потенциала при $ω_c \tau \le (l/d)^{2/3}$ описывается степенной зависимостью вида $\Delta \rho_{xx} / \rho_0 \propto (d/l)^3 (ω_c \tau)^{9/7}$. Таким образом, степень влияния квазиклассичности определяется отношением d/l.

Наиболее полный анализ проявления квазиклассичности в магнитосопротивлении 2D электронного газа дан в работе [10], где рассмотрена, как и в [6], модель случайно распределенных близкодействующих рассеивателей (примесей, антидотов) в присутствии случайного гладкого дальнодействующего потенциала. Авторы проанализировали эти эффекты при всевозможных соотношениях параметров. При высокой концентрации рассеивателей n_s и гладком гауссовом беспорядке дальнодействующего потенциала эффекты памяти дают положительное МС, которое описывается дробными степенями магнитного поля. Такое поведение магнитосопротивления связано с перколяцией дрейфующих циклотронных орбит, ограниченной рассеянием электронов на примесях, и управляется параметром $p = l_s / \sqrt{dl_L}$. Так, при $p \gg 1$ в малых полях $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{12/7}$, а далее с ростом поля (при $d/r_c \ge 1$) должна наблюдаться зависимость $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{10/7}$ и в пределе сильных полей $(d/r_c \simeq p^{3/10})$ зависимость $\rho_{xx}/\rho_0 \propto B^{10/13}$. С уменьшением n_s в квантовом канале появляется новая динамика процессов рассеяния, определяемая малым параметром n_sr_cd, приводящая к отрицательному МС. Перколяция циклотронных орбит в условиях их диффузии определяет зависимость $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{-1} \ln B$ в области слабых полей, которая реализуется перед тем, как перколяция становится эффективной. Отрицательное магнитосопротивление в малых и промежуточных магнитных полях реализуется также при переходе от диффузионного к дрейфовому режиму. Во всех случаях отрицательное МС насыщается и с увеличением поля под влиянием перколяции наступает рост сопротивления, так что в больших магнитных полях производная сопротивления по полю имеет положительный знак и должно наблюдаться положительное МС.

Следует отметить, что в литературе уже представлена попытка связать положительное магнитосопротивление с предсказаниями работы [10]. Так, в работе [12] экспериментально наблюдаемое большое положительное МС в гетероструктуре AlGaAs/GaAs авторы трактовали как проявление квазиклассического МС. Наблюдаемое изменение сопротивления в магнитном поле описывалось зависимостью $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{\alpha}$, где $0,9 < \alpha < 1,1$. Такое поведение авторы [12] связывают с предсказанными в работе [10] зависимостями $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{10/7}$ и $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{10/13}$, однако приходят к выводу, что согласие с теорией [10] является лишь качественным.

Объект исследования

Изучаемый образец, полученный методом молекулярной лучевой эпитаксии, представляет собой гетероструктуру, содержащую квантовую яму из сплава Si_{0.05}Ge_{0.95} с двумерным дырочным газом и имеет следующий вид. На подложке из монокристаллического кремния производилось эпитаксиальное наращивание слоев Si_{1-x}Ge_x с возрастающим содержанием германия, вплоть до x = 0, 6. Далее идут: слой однородного состава $Si_{0,4}Ge_{0,6}$ (толщиной $\delta = 700$ нм), слой $Si_{0,4}Ge_{0,6}$, допированный бором с концентрацией $2 \cdot 10^{18}$ см⁻³, чистый слой $Si_{0,4}Ge_{0,6}$ (спейсер, $\delta = 5$ нм), $Si_{0.05}Ge_{0.95}$ канал ($\delta = 9$ нм), чистый слой $Si_{0,4}Ge_{0,6}$ (спейсер, $\delta = 5$ нм), слой Si_{0.4}Ge_{0.6} ($\delta = 5$ нм), допированный бором с концентрацией $n_L = 8 \cdot 10^{18}$ см⁻³, чистый слой Si_{0.4}Ge_{0.6} и покрытие из кремния. Таким образом, квантовая яма с одной стороны отделена спейсером от слабодопированного бором слоя Si_{0.4}Ge_{0.6} (слой А), а с другой стороны отделена спейсером от сильно допированного бором слоя Si_{0 4}Ge_{0 6} (слой В).

При понижении температуры от комнатной до 20 К сопротивление системы уменьшается от 960 до 247 Ом/квадрат и при дальнейшем понижении температуры (до 0,352 К) изменяется незначительно от 247

до 257 Ом/квадрат. Падение сопротивления происходит под влиянием формирования проводящей 2D системы в квантовом канале с металлической проводимостью. С этим процессом конкурирует изменение проводимости сильно допированного слоя В. При охлаждении от комнатной до гелиевой температуры примерно 60% от общего числа дырок, которые могут быть созданы находящимися в слоях А и В атомами бора как акцепторами, переходят в квантовую яму. Относительно остальных потенциальных носителей можно полагать, что при охлаждении идет свойственный легированным полупроводникам процесс экспоненциального уменьшения концентрации свободных носителей, в результате чего сопротивление слоя В экспоненциально возрастает. Проявлением конкурентной борьбы процесса формирования квантового канала, сопровождающегося уменьшением сопротивления системы при понижении температуры, и процесса экспоненциального уменьшения концентрации носителей в слое В, сопровождающегося ростом сопротивления, является особенность на температурной зависимости сопротивления при 168-190 К (рис. 1). На вставке эта особенность изображена в координатах $\ln \rho_{xx}$ от 1/T, где видно, что центральный участок описывается функцией $\rho_{xx} \propto \exp(\Delta E / k_B T)$, однако величина ΔE под влиянием конкурирующего процесса оказалась меньше, чем энергия активации дырок в легированном бором кремнии.

Обсудим также и другой вероятный процесс, состоящий в том, что примесные атомы бора самоорганизуются и образуют δ-слой, в который частично уходят избыточные носители, образуя проводящий канал. Однако, как известно (см., например, [13]), подвижность носителей в δ-слоях на два-три порядка меньше, чем подвижность носителей в совершенных гетероструктурах с квантовым каналом. В этом варианте слой В будет обладать очень большим сопротивлением по сравнению с сопротивлением квантового канала (по оценкам не менее 600 кОм) и, следовательно, этот слой при гелиевых температурах не может дать шунтирующий вклад в измеряемое сопротивление гетероструктуры.

Изменение сопротивления образца в магнитном поле (рис. 2) демонстрирует при гелиевых температурах хорошо выраженные осцилляции Шубникова-де-Гааза, связанные с магнитным квантованием 2D дырочного газа в квантовой яме. Осцилляции наблюдаются на фоне восходящей кривой; в поле 11 Тл сопротивление образца при 0,352 К более чем в два раза превосходит сопротивление в нулевом магнитном поле. Концентрация дырок p_H при $T \le 4,5$ К, определенная из эффекта Холла, равна 2,8 $\cdot 10^{12}$ см⁻², а из анализа осцилляций ШдГ составляет $p_{SdH} = 2,98 \cdot 10^{12}$ см⁻². Анализ температурного и магнитополевого изменения амплитуды осцилляций ШдГ (см. ниже) позволил найти эффективную массу дырок $m^* = 0,17m_0$ (m_0 — масса свободного электрона). Далее для T = 0,352 К из проводимости в нулевом магнитном поле были получены транспортное время свободного пробега носителей $\tau_{tr} \cong$ 2 1·10⁻¹² с, длина свободного пробега квазичастиц $l_{\rm tr} \simeq 2,5 \cdot 10^{-5}$ см и подвижность $\mu \simeq 0,92 \cdot 10^{4}$ см·В⁻¹·с⁻¹.



Рис. 1. Температурная зависимость сопротивления $\rho_{xx}(T)$. На вставке: участок зависимости $\rho_{xx}(T)$ от 156–208 К в координатах $\ln \rho_{xx}$ от 1/T, демонстрирующий реализацию зависимости $\rho_{xx}(T) \propto \exp(\Delta E/k_B T)$ (прямая линия).



Рис. 2. Магнитополевые зависимости сопротивления $\rho_{xx}(B)$ при температурах, К: 0,352 (1), 1,52 (2), 4,56 (3), 7,1 (4).

Другие важные микрохарактеристики носителей определялись по формулам для 2D электронного газа. Так, фермиевское волновое число $k_F = (2\pi p)^{1/2}$ найдено равным 4,14·10¹⁰ см⁻¹, энергия Ферми $\varepsilon_F = \pi \hbar^2 p/m^*$ составляет 33 мэВ, фермиевская скорость $v_F =$ $= (\hbar/m^*)(2\pi p)^{1/2}$ равна 2,4·10⁷ см·с⁻¹, коэффициент диффузии $D = v_F^2 \tau/2$ имеет значение 2,8·10² см²·с⁻¹.

Монотонная составляющая магнитосопротивления

При анализе экспериментальных зависимостей магнитосопротивления была выделена его монотонная составляющая. В области проявления осцилляций монотонная составляющая определялась как геометрическое место серединных точек между минимумами и максимумами осциллирующих кривых. На рис. 3 представлены участки экспериментальных кривых $\rho_{xx}(B)$ до 6 Тл.

Для апробирования предположения о том, что рост монотонной составляющей кривых $\rho_{xx}(B)$ представляет собой квазиклассическое МС, следует обратиться к работе [10]. Структура образца такова, что слой В, сильно допированный атомами бора, совместно со слабо допированным атомами бора слоем А создает случайный дальнодействующий потенциал для квазичастиц в квантовой яме. Мы полагаем, что корреляционная длина *d* для этого потенциала мала: в предельном случае порядка среднего расстояния между примесными атомами бора в допированном слое В $d \sim a_L \approx n_L^{-1/3}$, что составляет 5 нм, а с учетом того, что активными в акцепторном процессе являются лишь половина примесных атомов бора, то эта величина составляет 7 нм. Предполагаемая малость корреляционной длины определяет явную немалость параметра $p = l_s / \sqrt{dl_L}$ в теории [10]. Длины свободного пробега *l*_s и *l*_L не известны, известна лишь образуемая ими транспортная длина свободного пробега $l_{\rm tr} \cong$ $\approx 2,5 \cdot 10^2$ нм. Следует полагать, что при малой корреляционной длине ($d \ll l_{\rm tr}$) и чистом канале $l_L < l_s$. Даже в случае, когда эти величины оказываются одного порядка, параметр р превышает единицу. В работе [10] результаты расчетов схематически представлены в координатах $\rho_{xx}(B) / \rho_{xx}(0)$ от d / r_c , $r_c = \hbar k / eB$ циклотронный радиус. Используя найденное значение $k_F = 4,14 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-1}$, для максимального на рис. 2 поля B = 11 Тл получаем $d / r_c = 0,11$. Согласно теории [10] до значения $d/r_c = 1$ должна наблюдаться зависимость $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{12/7}$. Рисунок 3 показывает, что для температур 3,6; 4,56; 7,1 К экспериментальные данные хорошо описываются этой зависимостью. В работе [10], показано, что из-за адиабатической локализации носителей при относительно малой концентрации рассеивателей появляется отрицательное МС в области малых магнитных полей, которое описывается зависимостью $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{-1} \ln B$, и далее следует минимум, пред-шествующий появлению зависимости $\rho_{xx} / \rho_0 \propto B^{12/7}$.



Рис. 3. Магнитополевые зависимости сопротивления $\rho_{xx}(B)$ при различных температурах. Сплошные линии — описание монотонного хода магнитосопротивления зависимостями вида $\rho_{xx} \propto B^{12/7}$ [10].

Более подробные записи изменения магнитосопротивления вблизи B = 0 выявили существование минимума в поле $B \cong 0,1$ Тл (рис. 4), который может трактоваться как предсказанный в работе [10]. Пунктирная кривая на рис. 4 в области ниспадающего участка экс-

периментальной кривой соответствует функции $B^{-1} \ln B$. Положение минимума согласно теории [10] находится на шкале d/r_c вблизи значения $(n_s d^2)^{1/2}$ (n_s — концентрация эффективных рассеивателей в квантовом канале). Из равенства $(n_s d^2)^{1/2} = d / r_{c \min}$ следует соотношение $n_s = 1/r_c^2$, отвечающее развитой в этой работе концепции. Оно позволяет оценить концентрацию эффективных рассеивающих центров в квантовом канале: $n_s = 1,35 \cdot 10^7$ см⁻². Следовательно, среднее расстояние между рассеивателями в квантовом канале $a_s = n_s^{-1/2}$ равно 2,72·10⁻⁴ см. Если эту величину рассматривать в качестве длины свободного пробега носителей в квантовом канале l_s , то из соотношения $1/l_{\rm tr} = 1/l_s + 1/l_L$ при $l_{\rm tr} = 2,5\cdot 10^{-5}$ см получаем оценку $l_L \simeq 2,75\cdot 10^{-5}$ см. Отсюда следует, что параметр теории [10] $p = l_s / \sqrt{dl_L}$ заведомо больше единицы. Это еще раз подтверждает оправданность применения этой теоретической модели для описания экспериментальных кривых зависимостями вила $\rho_{xx}(B) / \rho_{xx}(0) \propto B^{12/7}$.

Следует отметить, что экспериментальные кривые для температур 1,59 и 0,352 К в области полей после минимума имеют слабый прогиб вверх, так что расчетные кривые вида $\rho_{xx}(B)/\rho_{xx}(0) \propto B^{12/7}$, хорошо описывающие экспериментальные данные в области полей 0,9–5 Тл, при $B \rightarrow 0$ дают значение ρ_0 , большее, чем наблюдается в эксперименте (рис. 5). Мы предположили, что такая особенность этих экспериментальных кривых связана с вкладом квантовых поправок



Рис. 4. Магнитополевые зависимости сопротивления $\rho_{xx}(B)$ при T = 0,352 К в слабых магнитных полях. Сплошная линия — описание монотонного хода магнитосопротивления в области полей 0,9–5 Тл зависимостью вида $\rho_{xx} \propto B^{12/7}$, штриховая линия — та же линия, смещенная к значению $\rho_{xx}(B=0)$, пунктирная линия соответствует функции $\rho_{xx} \propto B^{-1} \ln B$ (см. текст).

к проводимости, появляющихся из-за квантовых интерференционных эффектов — слабой локализации электронов [14,15] и электрон-электронного взаимодействия [16–18].

Квантовые интерференционные эффекты

Получить представление о квантовых интерференционных поправках, влияющих на поведение магнитосопротивления при температурах 0,352 и 1,51 К, можно с помощью сдвига расчетной кривой на рис. 3 (сплошная линия на рис. 5) так, чтобы она при B = 0совпала со значением сопротивления в этой точке (штриховая линия на рис. 5). Квантовые поправки, как правило, увеличивают сопротивление, и по мере их разрушения магнитным полем сопротивление образца уменьшается. Но локализационная квантовая поправка при сильном спин-орбитальном взаимодействии уменьшает сопротивление, которое возрастает в магнитном поле вблизи B = 0. Именно это наблюдается на экспериментальных кривых для температур 0,352 и 1,59 К. Величину прироста сопротивления До в функции магнитного поля можно построить, взяв разность между штриховой линией и экспериментальной кривой. Воспользовавшись простым преобразованием Др в $\Delta \sigma$ в условиях их малости: $-\Delta \sigma = \Delta \rho / \rho_0 \rho_B$, можно далее построить зависимость $\Delta \sigma(B)$ и проанализировать ее в рамках теоретических представлений о квантовых интерференционных эффектах.

На рис. 6 представлено описание полученной зависимости для $\Delta\sigma(B)$ при T = 0,352 К суммой вкладов двух квантовых поправок к проводимости, связанных с эффектом слабой локализации (штриховая линия)



Рис. 5. Магнитополевые зависимости сопротивления $\rho_{xx}(B)$ при T = 0,352 К в слабых магнитных полях. Сплошная и штриховая линии — описание монотонного хода магнитосопротивления зависимостями вида $\rho_{xx} \propto B^{12/7}$ (см. текст).

Физика низких температур, 2010, т. 36, № 12



Рис. 6. Магнитополевое изменение квантовых поправок к проводимости $\Delta \sigma_B^{WL}$ (штриховая линия) и $\Delta \sigma_B^{EEI}$ (пунктирная линия) при температуре 0,352 К. Сплошная линия — магнитополевое изменение суммарной квантовой поправки к проводимости $\Delta \sigma_B^{WL} + \Delta \sigma_B^{EEI}$.

и эффектом электрон-электронного взаимодействия (пунктирная кривая).

Для описания квантовой поправки к проводимости двумерной электронной системы, связанной с эффектом слабой локализации, в перпендикулярном магнитном поле использовано выражение [17]:

$$\Delta \sigma_B^{WL} = \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \left[\frac{3}{2} f_2 \left(\frac{4eBD}{\hbar} \tau_{\varphi}^* \right) - \frac{1}{2} f_2 \left(\frac{4eBD}{\hbar} \tau_{\varphi} \right) \right], (1)$$

где $f_2(x) = \ln x + \Psi(1/x+1/2)$, Ψ — логарифмическая производная Г-функции, D — коэффициент диффузии электронов, τ_{ϕ} — время фазовой релаксации электронов, $(\tau_{\phi}^*)^{-1} = \tau_{\phi}^{-1} + (4/3)\tau_{so}^{-1}$, а τ_{so} — время спин-орбитального взаимодействия. Функция $f_2(x)$ имеет такие асимптотические значения: $x^2/24$ при $x \ll 1$ и ln (x/7, 12) при $x \gg 1$.

Квантовая поправка к проводимости 2D электронной системы, связанная с эффектом взаимодействия в диффузионном канале, в перпендикулярном магнитном поле имеет вид [19]:

$$\Delta \sigma_B^{EEI} = -\frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \lambda_B^D g_2(h), h = \frac{g\mu_B B}{k_B T}.$$
 (2)

Функция $g_2(h) = \int_{0}^{\infty} d\Omega \frac{d^2}{d\Omega^2} \Big[\Omega N(\Omega) \Big] \ln \left[1 - \frac{\hbar^2}{\Omega^2} \right],$

 $N(\Omega) = [\exp \Omega - 1]^{-1}$ (g — фактор Ланде). Асимптотические значения этой функции: 0,084 h^2 при $h \ll 1$ и

Физика низких температур, 2010, т. 36, № 12

In (h/1,3) при $h \gg 1$. Как видим, функции (1) и (2) дают в области больших полей зависимость типа In *B*. Величина λ_B^D представляет собой обобщенную константу взаимодействия. В случае экранированного кулоновского взаимодействия $\lambda_B^D = -F_0^{\sigma}/2$ [19], где F_0^{σ} — фермижидкостная константа взаимодействия в триплетном канале.

Искомыми величинами при сопоставлении функций в уравнениях (1) и (2) с экспериментальной кривой являются τ_{ϕ} и τ_{so} в (1) и F_0^{σ} в (2). Для функции (1), при температуре 0,352 К мы нашли $\tau_{\phi} = 1,8 \cdot 10^{-12}$ с и $\tau_{so} = 7 \cdot 10^{-15}$ с. При построении функции $\Delta \sigma_B^{EEI}$ использовано значение g = 4,3 для германиевой квантовой ямы [20], а для F_0^{σ} найдено значение $F_0^{\sigma} = -0.4$, при котором суммарная квантовая поправка (сплошная линия на рис. 6) наилучшим образом описывает экспериментальную кривую в асимптотической области логарифмического изменения В. Однако при малых полях такое сопоставление расчетных кривых с экспериментальной зависимостью не удалось осуществить из-за обнаружившегося минимума на кривой квазиклассического сопротивления. Отметим, что в суммарной квантовой поправке определяющая роль принадлежит вкладу эффекта слабой локализации, а квантовая поправка, связанная с эффектом взаимодействия, относительно мала.

При анализе эффекта слабой локализации обнаружилось, что время спин-орбитального рассеянии τ_{so} существенно меньше, чем время релаксации фазы волновой функции носителей τ_{o} . Для найденных при температуре 0,352 К значений τ_{ϕ} и τ_{so} выполняется сильное неравенство $\tau_{so} \ll \tau_{\phi}$ (τ_{so} не зависит от температуры); при более высоких температурах измерений это неравенство сохраняется. С нашей точки зрения, причиной возникновения сильного спин-орбитального взаимодействия в изучаемом объекте является существование вблизи границ квантового канала градиента потенциала, связанного с полем электрически заряженных примесных атомов бора в слоях А и В. В области существования градиента потенциала $\nabla V(\mathbf{r})$ спиновое состояние электрона изменяется. Гамильтониан спинорбитального взаимодействия имеет вид [21]:

$$H_{so} = \frac{\hbar^2}{\left(2m_0\right)^2} [\nabla V(\mathbf{r}) \times \mathbf{p}]\hat{\sigma}, \qquad (3)$$

где **р** — квазиимпульс электрона, $\hat{\sigma}$ — матрица Паули. Спин электрона ориентируется перпендикулярно его импульсу и градиенту потенциала, т.е. параллельно гетерогранице. Согласно теории [22,23], развитой для 2D электронного газа в гетеропереходах в полупроводниках, в энергетическом спектре электронов появляются две спиновые ветви:

$$E^{\pm}(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \pm \alpha k \tag{4}$$

(α — параметр спинового расщепления) и возникает спиновая щель

$$\Delta_s = E^+ + E^- = 2\alpha k_F.$$

Существование двух ветвей в спектре электронов с разной поляризацией спина определяет дополнительный канал для спин-орбитального процесса, что и обусловливает сильное уменьшение времени спинорбитального рассеяния. Следовательно, соседство с квантовой ямой слоев с заряженными примесными атомами создает не только случайный дальнодействующий потенциал для 2D электронного газа, но и приводит к сильному спин-орбитальному рассеянию.

Квантовые поправки к проводимости определяют также аномальное изменение сопротивления изучаемого объекта с температурой (рис. 7). Температурная зависимость локализационной квантовой поправки к проводимости 2D электронной системы описывается соотношением [15]:

$$\Delta \sigma_T^{WL} = -\frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \left[\frac{3}{2} \ln \frac{\tau_{\phi}^*}{\tau} - \frac{1}{2} \ln \frac{\tau_{\phi}}{\tau} \right], \tag{5}$$

 τ — упругое время рассеяния. На рис. 8 точками представлена полученная из экспериментальных данных для $\rho(T)$ (рис. 7) температурная зависимость суммарной квантовой поправки к проводимости в координатах $\Delta \sigma_T$ от $\ln T$. Штриховая линия показывает результаты расчета $\Delta \sigma_T^{WL}$ по соотношению (5), в котором использованы сведения о τ_{ϕ} , τ_{ϕ}^* и τ_{so} , полученные при анализе квантовых поправок к проводимости в магнитном поле, и использована температурная зависимость $\tau_{\phi} \propto T^{-1/2}$, найденная в работе [24] для германиевой квантовой ямы.



Рис. 7. Температурная зависимость сопротивления гетероструктуры при температурах 0,352–20 К.



Рис. 8. Температурное изменение квантовых поправок к проводимости $\Delta \sigma_T^{WL}$ (штриховая линия) и $\Delta \sigma_T^{EEI}$ (пунктирная линия) Сплошная линия — магнитополевое изменение суммарной квантовой поправки к проводимости $\Delta \sigma_B^{WL} + \Delta \sigma_B^{EEI}$.

Температурная зависимость поправки взаимодействия для 2D электронной системы в диффузионном режиме ($k_B T \tau / \hbar < 1$) имеет вид [16,18]:

$$\Delta \sigma_T^{EEI} = \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \lambda_T^D \ln\left(\frac{k_B T \tau}{\hbar}\right). \tag{6}$$

Константа взаимодействия λ_T^D определяется формулой [25]:

$$\lambda_T^D = \left(4 - 3 \frac{\left(1 + F_0^{\sigma} / 2\right) \ln\left(1 + F_0^{\sigma} / 2\right)}{F_0^{\sigma} / 2} \right)$$

При расчете по соотношению (6) мы использовали найденное значение $F_0^{\sigma} = -0, 4$. На рис. 8 расчетная зависимость $\Delta \sigma_T^{EEI}$ изображена пунктирной линией. Видно, что суммарная квантовая поправка (сплошная линия) недостаточна для описания экспериментальной зависимости. Возникший дискрипанс между суммарной поправкой и экспериментальной кривой указывает на существование какого-то дополнительного вклада в температурное изменение сопротивления изучаемой системы. Как мы выяснили, этот вклад очень хорошо описывается эмпирической зависимостью $\Delta \sigma_0 =$ = $A \exp \left(-\Delta E / k_B T\right)$, присущей некоторому активационному процессу. Значение энергии активации ΔE составляет 0,2 мэВ. Существование вблизи основного состояния носителей в квантовой яме некоего уровня, обеспечившего активацию с энергией 0,2 мэВ, можно объяснить, как мы полагаем, следующим образом. В связи с естественной шероховатостью гетерограниц в реальной гетероструктуре имеют место вариации толщины слоя Si_{0,05}Ge_{0,95}, образующего квантовую яму. Поскольку толщина слоя меняется дискретно, а именно на толщину монослоя атомов, то соответствующие квантовые уровни оказываются отделенными от основного квантового уровня для доминирующей толщины слоя.

Положение энергетических уровней в прямоугольной квантовой яме определяется выражением [26]:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* L^2} v^2,$$
 (7)

где *L* — ширина квантовой ямы, v — номер уровня. Для средней толщины слоя $Si_{0.05}Ge_{0.95}$ L = 90 Å энергия первого уровня E₁ составляет 27,3 мэВ, второго — *E*₂ = 109,2 мэВ и т.д. Высота атомной ступеньки на грани (100) германия составляет 1,4 Å. Если в слое Si_{0.05}Ge_{0.95} имеются протяженные участки, на которых толщина меньше на эту величину, т.е. толщина составляет L = 88,6 Å, то энергия первого квантового уровня оказывается равной 28,2 мэВ. Здесь квантовый уровень отделен просветом $\Delta E = 0.9$ мэВ от основного квантового уровня для средней толщины. Численное расхождение этой величины с найденной энергией активации связано с условностью описания квантовой ямы моделью прямоугольной потенциальной ямы. Таким образом, существует активационный процесс, перераспределяющий носители заряда как по энергии, так и в координатном пространстве в слое Si_{0.05}Ge_{0.95}.

Анализ амплитуды осцилляций Шубникова--де Гааза

Анализ температурного и магнитополевого изменения амплитуды осцилляций ШдГ позволяет определить эффективную массу m^* и квантовое время рассеяния τ_a квазичастиц.

Изменение сопротивления двумерного газа носителей заряда под влиянием магнитного квантования согласно [27] описывается формулой:

$$\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_0} \left[1 + 4 \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{\Psi s}{\operatorname{sh} \Psi s} \right) \exp\left(-\frac{\pi s}{\omega_c \tau_q} \right) \cos\left(\frac{2\pi s \varepsilon_F}{\hbar \omega_c} - \Phi \right) \right], (8)$$

где σ_0 — проводимость при B = 0; выражение $\Psi = 2\pi^2 k_B T / (\hbar \omega_c)$ определяет температурную и магнитополевую зависимости амплитуды осцилляций, τ_q — квантовое (одночастичное) время релаксации носителей заряда, определяющее столкновительное уширение уровней Ландау, Φ — фаза. В простейшем случае в формуле (8) достаточно использовать s = 1. Эффективная масса m^* входит в выражения для циклотронной частоты и энергии Ферми ε_F . В двумерном случае $\varepsilon_F = \pi \hbar^2 n / m^*$ (n — концентрация носителей заряда). Из последнего выражения видно, что из периода осцилляций по обратному магнитному полю

можно определить концентрацию носителей, если известна их эффективная масса *m**.

Под амплитудой осцилляций *ДR* будем подразумевать отклонение сопротивления в максимуме или минимуме от монотонного хода сопротивления. Для определения эффективной массы надо построить зависимость $\ln \left[\frac{\Delta R}{R_0} \frac{\operatorname{sh} \Psi}{\Psi} \right]$ от $1/(\omega_c \tau_q)$ или $1/(\omega_c \tau)$, если ввести параметр $\alpha = \tau/\tau_q$. Вместо $\omega_c \tau$ можно использовать эквивалентную величину µВ. При таком построении точки, отвечающие экстремумам с различными квантовыми номерами v, должны лечь на единую прямую с углом наклона ла. Эффективная масса m^* является подгоночным параметром, обеспечивающим совмещение точек, относящихся к различным температурам и магнитным полям на единой кривой. Отметим, что согласно формуле (8) в области предельно сильных магнитных полей, при $1/\omega_c \tau \rightarrow 0$, построенная зависимость должна стремиться к значению ln 4 = 1,386, так как в этом случае функция $\Psi / \operatorname{sh} \Psi \rightarrow 1$.

Мы выполнили описанные построения, используя в формуле (8) значение сопротивления в нулевом поле $\rho_0 \sim 1/\sigma_0$, и получили совмещение всех экспериментальных точек на единой прямой (штриховая линия на рис. 9), но экстраполяция этой прямой к $1/\omega_c \tau \rightarrow 0$ не дает значение ln 4.

Причиной такого расхождения с формулой (8) является сильное изменение в нашем случае монотонной составляющей магнитосопротивления. Фактически от-



Рис. 9. Иллюстрация процедуры численного расчета m^* , выполненного при различных температурах, К: 0,352 (□), 1,59 (○), 3,6 (▽), 4,56 (△). Темные значки — результат расчетов согласно (8) при $\sigma_0^{-1} = \rho_0(B = 0)$; светлые значки — результат расчетов с учетом магнитополевого изменения монотонного хода сопротивления.

клонение значений сопротивления в минимумах и максимумах осцилляций ШдГ происходит не от ρ_0 , а от значений ρ_B , определяемых ходом монотонной составляющей МС. Мы проверили это предположение. Если записать $\rho_B = \rho_0 + \delta\rho(B)$, то по оси абсцисс на рис. 9 надо использовать (с точностью до постоянного слагаемого) $1/\mu B + \ln [(\rho_0 + \delta\rho(B))/\rho_0]$ (для штриховой прямой на рис. 9 $\delta\rho(B) = 0$). Сплошная линия на рис. 9 демонстрирует полученный результат: построенная прямая экстраполируется при $1/\omega_c \tau \rightarrow 0$ к значению ln 4. Найденная величина эффективной массы составляет $m^* = 0,17m_0$, а $\alpha = 4,4$.

Температурная зависимость времени дырочнофононной релаксации

Выполненные экспериментальные наблюдения изменения сопротивления квантового канала при изменении температуры и магнитного поля позволяют получить сведения о времени дырочно-фононной релаксации τ_{hph} , которое не присутствует явно в измеренных свойствах при гелиевых температуре. Это время можно определить при исследовании эффекта электронного перегрева.

В эффекте электронного перегрева температура электронов T_e устанавливается выше температуры фононов $T_{\rm ph}$ под действием сильного электрического поля. Температура фононов остается неизменной в условиях свободного ухода фононов из проводящего слоя в окружающий кристалл, что возможно в условиях хорошей акустической связи на границе проводящего слоя и кристалла (для квантовой ямы это требование заведомо выполнено). Передача избыточной энергии от электронной системы к фононной контролируется временем τ_{eph} . Задача определения τ_{eph} экспериментально сводится к нахождению величины перегрева электронного газа $\Delta T = (T_e - T_{ph})$ в условиях прохождения сильного тока.

В качестве «термометра» для определения температуры дырок в условиях перегрева нами использовано изменение сопротивления квантового канала под влиянием квантовых интерференционных поправок к проводимости. На рис. 7 было представлено изменение сопротивления квантового канала с температурой в условиях протекания очень малого тока (I = 40 нА), а на рис. 10 показано, как изменяется сопротивление канала при различных температурах и при увеличении тока вплоть до 100 мкА. Убывание сопротивления с ростом тока связано с повышением температуры дырок, так что сопротивление образца изменяется с током подобно изменению сопротивления с температурой при малом токе. Сопоставление кривой для температуры 0,348 К на рис. 10 с кривой на рис. 7 позволяет най-



Рис. 10. Изменение сопротивление образца с ростом тока при различных температурах, К: 0,348 (□), 0,955 (\bigcirc), 1,62 (\triangle), 4,75 (\bigtriangledown), 23 (\diamondsuit).

ти для каждого значения тока температуру дырок в условиях перегрева.

Для определения времени τ_{hph} следует воспользоваться соотношением [28]

$$(kT_e)^2 = (kT_{\rm ph})^2 + \left(\frac{6}{\pi^2}\right)(eE)^2 D\tau_{eph} ,$$
 (9)

полученном из уравнения теплового баланса в эффекте электронного перегрева^{*}. Здесь D — коэффициент диффузии, E — напряженность электрического поля, приводящего к разогреву квазичастиц. Последняя величина может быть найдена из значения тока I и сопротивления канала R или сопротивления «на квадрат» $R_{\Box}: E = IR/L = IR_{\Box}/w$ (L — длина проводящего канала, w — его ширина). Расчет согласно (9) при различных E и $T_{\rm ph}$ позволил получить температурную зависимость τ_{hph} .

На рис. 11 представлена полученная зависимость $\tau_{hph}(T_{ph})$ в логарифмических координатах. На полученной кривой можно выделить области, где наблюдается зависимость вида $\tau_{hph} \propto T^{-2}$ и при более низких температурах — зависимость вида $\tau_{hph} \propto T^{-5}$ Такие зависимости предсказаны в теоретических работах для двумерного электронного газа [30,31]. Наиболее детальное рассмотрение этой проблемы дано в работе [31].

Согласно этой работе, при $k_BT > k_BT_2 = \sqrt{8ms^2 E_1}$ (E_1 — энергия основного состояния для 2D электронов в квантовой яме, *s* — скорость звука) процессы электрон-фононного рассеяния являются квазиупруги-

^{*} Происхождение этого соотношения подробно представлено в работе [29].



Рис. 11. Температурная зависимость времени дырочно-фононного рассеяния τ_{hph} .

ми и описываются зависимостью $\tau_{hph}^{-1} \propto T$. При температурах ниже T₂ в некоторой области температур волновой импульс фонона $q_T = k_B T / \hbar s$ достаточен для изменения волнового вектора электрона на максимальную величину $2k_F$, но ниже некоторой температуры T_1 , отвечающей условию $q_T = 2k_F$, возможно лишь малоугловое рассеяние электронов. В области частичной неупругости ($T_1 < T < T_2$) электрон при взаимодействии с фононом изменяет свой импульс, поглощая или испуская фонон с волновым вектором, преимущественно перпендикулярным границе квантового канала. Из закона сохранения суммарного импульса и энергии для двумерной электронной системы следует зависимость $\tau_{hph}^{-1} \propto T^2$. В области малоуглового рассеяния ($T < T_1$) волновой вектор фонона, участвующего во взаимодействии, произволен по направлению и ограничен по величине температурой. Рассеяние в этом случае подобно малоугловому рассеянию в трехмерном проводнике и описывается зависимостью $\tau_{hph}^{-1} \propto T^5$ [30,31]. Таким образом, выделенная сплошной линией на рис. 11 зависимость $\tau_{hph} \propto T^{-2}$ отвечает области частичной неупругости, а отмеченная штриховой линией зависимость $\tau_{hph} \propto T^{-5}$ — области малоуглового рассеяния. Полученная в первом случае зависимость количественно описывается формулой $\tau_{hph} = 4 \cdot 10^{-9} T^{-2}$, которая близка к зависимости $\tau_{hph} = 9 \cdot 10^{-9} T^{-2}$, найденной в работе [32] для квантовых каналов $Si_{1-x}Ge_x$ (x = 0,13, 0,36, 0,8 и 0,95) с помощью эффекта электронного перегрева (отметим, что в работе [32] в отличие от данной работы для определения температуры квазичастиц

использовалась амплитуда осцилляций ШдГ). Температура перехода от зависимости $\tau_{hph} \propto T^{-2}$ к зависимости $\tau_{hph} \propto T^{-5}$ как в работе [32], так и настоящей работе качественно согласуются с условием $q_T \sim 2k_F$, а именно — повышается с увеличением концентрации носителей, которая определяет значение $k_F = (2\pi n)^{1/2}$ в модели 2D электронного газа, однако численное расхождение при таких оценках оказывается весьма заметным.

Заключение

При низких температурах изучена гетероструктура с дырочным типом проводимости в квантовой яме из сплава Si_{0,05}Ge_{0,95} с расположенными вблизи нее слоями Si_{0,4}Ge_{0,6} толщиной 5 нм, допированными атомами бора с концентрацией $n_L = 2 \cdot 10^{18}$ см⁻³ и $n_L = 8 \cdot 10^{18}$ см⁻³. Наряду со стандартными характеристиками, свойственными симметрично допированной квантовой яме, включая хорошо выраженные осцилляции ШдГ, изученная гетероструктура проявила две принципиальные особенности.

Во-первых, наряду с магнитоквантовыми осцилляциями, монотонный ход магнитосопротивления показал большое квазиклассическое положительное МС, хорошо согласующееся с теорией [10], рассматривающей совместное влияние на носители близкодействующего потенциала рассеивающих центров в квантовом канале и дальнодействующего потенциала примесных атомов в допированных слоях. Предсказаниям теории [10] качественно соответствует и обнаруженное при малых магнитных полях отрицательное магнитосопротивление с минимумом при 0,1 Тл.

Во-вторых, анализ квантовых поправок к проводимости, связанных с эффектами слабой локализации и взаимодействия носителей заряда, выявил сильное спин-орбитальное взаимодействие в 2D дырочном газе, которое объяснено присутствием вблизи квантового канала сильно допированного слоя, что создает градиент потенциала, обусловленный электрическим полем заряженных атомов бора.

Использование теории слабой локализации и взаимодействия электронов позволило описать тонкие особенности поведения сопротивления гетероструктуры при изменении температуры и магнитного поля, а также с помощью эффекта электронного перегрева найти температурную зависимость времени дырочнофононной релаксации.

Авторы выражают благодарность Т. Hackbarth (DaimlerChrysler Forschungszentrum Ulm, Wilhelm-Runge-Straße 11, D-89081 Ulm, Germany), предоставившему исследованную гетероструктуру, а также И. Мирзоеву, выполнившему некоторые расчеты.

- Е.М. Баскин, Л.И. Магарилл, М.В. Энтин, ЖЭТФ 75, 723 (1978) [Sov. Phys. JETP 48, 365 (1978)].
- E.M. Baskin and M.V. Entin, *Physica* B249-251, 805 (1998).
- A.V. Bobylev, F.A. Moøø, A. Hansen, and E.H. Haugl, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 197 (1995).
- A.D. Dmitriev, M. Dyakonov, and R. Jullien, *Phys. Rev.* B64, 233321 (2001).
- 5. A.D. Dmitriev, M. Dyakonov, and R. Jullien, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 266804 (2002).
- A.D. Mirlin, D.G. Polyakov, F. Evers, and P. Wölfle, *Phys. Rev. Lett.* 87, 126805 (2001).
- A.A. Bykov, G.M. Gusev, J.R. Leite, A.K. Bakarov, A.V. Goran, V.M. Kudryashev, and A.I. Toropov, *Phys. Rev.* B65, 035302 (2002).
- А.А. Быков, А.К. Бакаров, А.В. Горан, Н.Д. Аксенова, А.В. Попова, А.Н. Торопов, *Письма в ЖЭТФ* 78, 165 (2003) [*JETP Lett.* 78, 134 (2003)].
- A.D. Mirlin, J. Wolke, F. Evers, D.G. Polyakov, and P. Wölfle, *Phys. Rev. Lett.* 83, 2801 (1999).
- D.G. Polyakov, F. Evers, and P. Wölfle, *Phys. Rev.* B64, 205306 (2001).
- 11. D.V. Khveshchenko, Phys. Rev. Lett. 77, 1817 (1996).
- V. Renard, Z.D. Kvon, G.M. Gusev, and J.C. Portal, *Phys. Rev.* B70, 033303 (2004).
- В.Ю. Каширин, Ю.Ф. Комник, Вит.Б. Красовицкий, О.А. Миронов, О.Н. Макаровский, Ч.Дж. Эмелеус, Т.Э. Волл, ФНТ 22, 1166 (1996) [Low Temp. Phys. 22, 954 (1996)].
- P.W. Anderson, E. Abrahams, and T.V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 718 (1979).
- B.L. Altshuler, D.E. Khmel'nitskii, A.I. Larkin, and P.A. Lee, *Phys. Rev.* B22, 5142 (1980).
- B.L. Altshuler, A.G. Aronov, and P.A. Lee, *Phys. Rev.* Letters, 44, 1288 (1980).
- Б.Л. Алтшулер, А.Г. Аронов, А.И. Ларкин, Д.Е. Хмельницкий, ЖЭТФ 81, 768 (1981) [Sov. Phys. JETP 81, 768 (1981)].
- B.L. Altshuler and A.G. Aronov, in: *Electron-Electron* Interactions in Disordered Systems Modern Problems in Condensed Matter Science, v. 10, A.L. Efros and M. Pollak (eds.), Amsterdam, North-Holland (1985), p. 1.
- P.A. Lee and T.V. Ramakrishnan, *Phys. Rev.* B26, 4009 (1982).
- И.Б. Беркутов, В.В. Андриевский, Ю.Ф. Комник, О.А. Миронов, М. Миронов, Д. Ледли, ФНТ 35, 188 (2009) [Low Temp. Phys. 35, 141 (2009)].
- Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Квантовая механика. Нерелятивистская теория, Наука, Москва (1989).
- 22. Э.И. Рашба, В.И. Шека, ФТТ 1, сб. статей II, 162 (1959).
- Ю.А. Бычков, Э.И. Рашба, Письма в ЖЭТФ 39, 66 (1984) [JETP Lett. 39, 78 (1984)].
- И.Б. Беркутов, Ю.Ф. Комник, В.В. Андриевский, О.А. Миронов, М. Миронов, Д. Ледли, ФНТ 32, 896 (2006) [Low Temp. Phys. 32, 683 (2006)].
- А.М. Финкельштейн, ЖЭТФ 84, 168 (1983) [Sov. Phys. JETP 84, 168 (1981)].

- И.М. Лифшиц, А.М. Косевич, Изв. АН. СССР, сер. физ. 19, 395 (1955).
- 27. A. Isihara and L. Smrčka, J. Phys. C19, 6777 (1986).
- S. Hershfield and V. Ambegaokar, *Phys. Rev.* B34, 2147 (1986).
- В.В. Андриевский, И.Б. Беркутов, Ю.Ф. Комник, О.А. Миронов, Т.Е. Волл, *ФНТ* 26, 1202 (2000) [Low Temp. Phys. 26, 890 (2000)].
- 30. P.J. Price, Solid State Commun. 51, 607 (1984).
- B. Καρπγς, ΦΤΠ 20, 12 (1986) [Sov. Phys. Semicond. 20, 6 (1986)]; ΦΤΠ 21, 1949 (1987) [Sov. Phys. Semicond. 21, 1180 (1987)]; ΦΤΠ 22, 439 (1988) [Sov. Phys. Semicond. 22, 268 (1988)].
- I.B. Berkutov, V.V. Andrievskii, Yu.F. Komnik, M. Myronov, and O.A. Mironov, *ΦHT* 34, 1192 (2008) [*Low Temp. Phys.* 34, 943 (2008)].

Positive quasi-classical magnetoresistance and quantum effects in germanium quantum well

I.B. Berkutov, V.V. Andrievskii, Yu.F. Komnik, and O.A. Mironov

The *p*-type heterostructure with a $Si_{0.05}Ge_{0.95}$ quantum well has been studied. The peculiarity of this sample was asymmetrical doping, at which the boron doped Si_{0,4}Ge_{0,6} layers with dopant concentration $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ and $8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ were located nearby both sides of the $Si_{0,05}Ge_{0.95}$ quantum channel. There were well defined Subnikov-de Haas oscillations on the background of the high quasi-classical positive magnetoresistance (MR). The monotonic dependence of MR on magnetic field is well described by function $\rho_{xx}(B)/\rho_{xx}(0) \propto B^{12/7}$ predicted in theory [10] where the model of common influence of short-range and long-range disorder are given. Quantum corrections to conductivity (weak localization and hole-hole interaction) are defined in the temperature and magnetic field changes of resistance. Their analysis revealed a strong spin-orbit scattering of holes in the quantum well. Study of changes in Shubnikov-de Haas oscillations amplitude with temperature and magnetic field (with taking to account the monotonic background of resistance) made it possible to determine the effective mass of charge carriers $m^* = 0.17m_0$. The temperature dependence of hole-phonon relaxation time was determined by studying the effect of charge carriers overheating by electric field.

PACS: 72.20.My Galvanomagnetic and other magnetotransport effects.

Keywords: quantum well, quasi-classical magnetoresistance, quantum interference effects.