

Терагерцовое излучение джозефсоновского сэндвича

А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин, С.Г. Успенский

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский пр., г. Москва, 119991, Россия

E-mail: malish@lebedev.ru

Статья поступила в редакцию 22 декабря 2009 г.

Представлены основные результаты изучения черенковского излучения электромагнитных волн как уединенным вихрем, так и волной Свихарта, движущимися в протяженном джозефсоновском сэндвиче, окруженном диэлектриком. Рассмотрены потоки энергии электромагнитного поля вдоль протяженного сэндвича. Сравнительный анализ величин потоков дан в широком диапазоне частот и волновых чисел поверхностных волн сэндвича.

Представлено основні результати вивчення черенківського випромінювання електромагнітних хвиль як відокремленим вихором, так і хвилею Свихарта, що рухаються в протяжному джозефсонівському сендвічі, який оточено діелектриком. Розглянуто потоки енергії електромагнітного поля уздовж протяжного сендвіча. Порівняльний аналіз величин потоків подано у широкому діапазоні частот та хвильових чисел поверхневих хвиль сендвіча.

PACS: 74.30.+g Туннелирование, эффекты Джозефсона.

Ключевые слова: джозефсоновский сэндвич, черенковское излучение, терагерцовое излучение, поверхностная волна.

1. Введение

Особенности излучения электромагнитных волн джозефсоновскими переходами давно привлекают внимание специалистов (см., например, [1–16]). Определенный прогресс на пути выявления новых возможностей вывода излучения из структур типа джозефсоновского сэндвича возник в последние годы [17–21]. В частности, в работах [17,18] показано, что волны Свихарта, имеющие фазовую скорость больше скорости света в окружающем сэндвич диэлектрике, высвечиваются во внешний диэлектрик благодаря эффекту Черенкова. Высвечивание волн в окружающую среду приводит к радиационному затуханию волн Свихарта, которое может быть существенно больше, чем затухание, обусловленное омическими потерями в самом сэндвиче. Источником черенковского излучения являются и вихри, движущиеся со скоростью большей скорости света в диэлектрике. Особенности создаваемого быстро движущимся вихрем электромагнитного излучения описаны в работах [19,20]. Черенковское излучение испускается с боковых граней сверхпроводящих электродов сэндвича, а его диаграмма направленности определяется скоростью вихря и соотношением между скоростью Свихарта сэндвича и скоростью света в ди-

электрике. Излучение, порождаемое быстро движущимся вихрем, имеет сравнительно высокие частоты. Для типичных сэндвичей эти частоты попадают в терагерцовый диапазон частот. Новые возможности вывода электромагнитного излучения из сэндвича обнаружены и при фазовых скоростях поверхностных волн, меньших скорости света в диэлектрике. В [21] выявлена новая возможность усиления электромагнитного поля в окружающем сэндвич диэлектрике, которая обусловлена увеличением величины поля и размера области локализации поля в диэлектрике, возникающем при взаимодействии волны Свихарта и поверхностной волны, бегущей вдоль внешних граней сэндвича.

В настоящем сообщении представлены в сжатой форме основные результаты, полученные в работах [17–21].

2. Основные уравнения

Рассмотрим симметричный джозефсоновский сэндвич, занимающий плоский слой $-L-d < x < d+L$ и помещенный в среду с диэлектрической проницаемостью ϵ_m (см. рис. 1). Сэндвич образован одинаковыми сверхпроводящими электродами толщины L , разделенными тонким несверхпроводящим туннельным слоем $-d < x < d$, через который течет джозефсоновский ток. Будем считать, что компоненты электромаг-

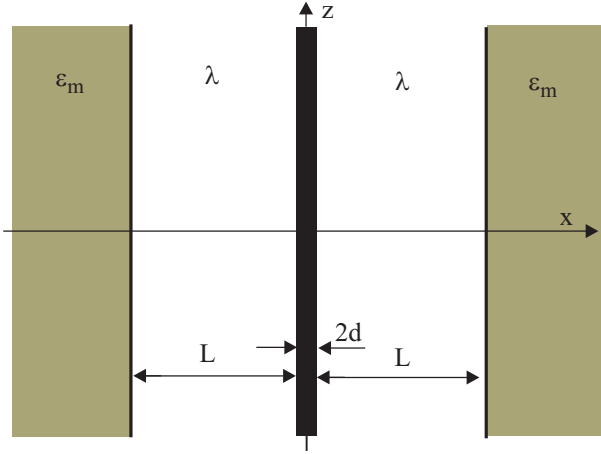


Рис. 1. Разрез джозефсоновского сэндвича в плоскости xOz . Магнитное поле направлено вдоль оси Oy .

нитного поля $\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$ и $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ не зависят от координаты y . Симметрия рассматриваемой слоистой системы относительно плоскости yOz приводит к четности E_x , H и к нечетности E_z как функций координаты x .

Для типичных сэндвичей толщины $2d$ туннельного слоя порядка нескольких нанометров. Поэтому внутри него полагаем $E_x(x, z, t) \simeq E_x(d - 0, z, t)$, $E_z(x, z, t) \simeq (x/d)E_z(d, z, t)$, $H(x, z, t) \simeq H(d, z, t)$. При этом электрическое поле внутри туннельного слоя связано с разностью фаз $\varphi = \varphi(z, t)$ волновых функций куперовских пар соотношением Джозефсона $E_x(d - 0, z, t) = (\phi_0 / 4\pi cd) \partial\varphi / \partial t$, где $\phi_0 \equiv \pi\hbar c / |e|$ — квант магнитного потока, c — скорость света в вакууме, \hbar — постоянная Планка, e — заряд электрона.

Распределение магнитного поля внутри электродов ($d < |x| < d + L$) описывается уравнением Лондонов $\lambda^2 \Delta H = H$. Применяя к этому уравнению преобразование Фурье по z и t , для фурье-образа магнитного поля имеем:

$$H(x, k, \omega) = \left\{ -H(d, k, \omega) \operatorname{sh} \left[\frac{|x| - d - L}{\lambda(k)} \right] + H_s(k, \omega) \operatorname{sh} \left[\frac{|x| - d}{\lambda(k)} \right] \right\} \operatorname{sh}^{-1} \left[\frac{L}{\lambda(k)} \right], \quad (1)$$

где H_s — поле на границе сэндвича и окружающей среды, λ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля, $\lambda(k) \equiv \lambda / \sqrt{1 + \lambda^2 k^2}$. Магнитное поле вне сэндвича в среде с диэлектрической проницаемостью ε_m описывается волновым уравнением, решение которого имеет следующий вид:

$$H(x, k, \omega) = H_s(k, \omega) \exp[-\kappa(|x| - d - L)], \quad |x| > d + L, \quad (2)$$

где

$$\kappa \equiv \sqrt{|k^2 - \omega^2 / c_m^2|} \{ [\Theta(c_m^2 k^2 - \omega^2) - i\Theta(\omega^2 - c_m^2 k^2) \operatorname{sgn} \omega] \}, \quad (3)$$

$c_m \equiv c / \sqrt{\varepsilon_m}$ — скорость света во внешнем диэлектрике, $\Theta(x)$ — функция Хэвисайда. Знак мнимой части величины κ отвечает распространению электромагнитного излучения от джозефсоновского сэндвича вглубь диэлектрика.

Из выражений (1) и (2) находим электрическое поле в электродах и в окружающей среде. Затем, используя его непрерывность при $x = \pm d \pm L$, получаем связь между фурье-образами магнитного поля на джозефсоновском переходе и на границах сэндвича:

$$H_s(k, \omega) = \{ \operatorname{cth}[L / \lambda(k)] - [c_m^2 \kappa \lambda(k) / \omega^2 \lambda^2] \}^{-1} \times \operatorname{sh}^{-1}[L / \lambda(k)] H(d, k, \omega). \quad (4)$$

Далее, используя условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах сверхпроводников и туннельного слоя, а также уравнения Максвелла в самом слое, получаем связь фурье-образа магнитного поля и разности фаз:

$$H(d, k, \omega) = -\frac{\phi_0}{4\pi} \frac{ikQ_1(k, \omega)}{\lambda + Q_1(k, \omega)d} \varphi(k, \omega). \quad (5)$$

где

$$Q_1(k, \omega) \equiv \frac{\lambda(k)}{\lambda} \operatorname{th}[L / \lambda(k)] \times \frac{c_m^2 \lambda(k) \kappa - \omega^2 \lambda^2 \operatorname{cth}[L / \lambda(k)]}{c_m^2 \lambda(k) \kappa - \omega^2 \lambda^2 \operatorname{th}[L / \lambda(k)]}. \quad (6)$$

Наконец, подставляя (5) в условие непрерывности x -компоненты полного тока при $x = d$, получаем искомого уравнение для разности фаз:

$$\omega_J^2 \sin \varphi(z, t) + \alpha \omega_J \frac{\partial \varphi(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial t^2} + \omega_J^2 \frac{j}{j_c} = \frac{\partial}{\partial z} \iint dz' dt' Q(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'}, \quad (7)$$

где $\omega_J \equiv 4\pi \sqrt{cj_c d / \phi_0 \varepsilon}$ — джозефсоновская плазменная частота, j_c — критическая плотность тока Джозефсона, ε — диэлектрическая проницаемость туннельного слоя, $\alpha \equiv 4\pi\sigma / \varepsilon\omega_J$ описывает влияние конечной проводимости σ туннельного слоя, а фурье-образ ядра $Q(z, t)$ имеет следующий вид ([17,18], ср. [19,20]):

$$Q(k, \omega) \equiv v_S^2 Q_1(k, \omega) \frac{\lambda + d}{\lambda + Q_1(k, \omega)d}, \quad (8)$$

где $v_S \equiv (c / \sqrt{\varepsilon})(1 + \lambda / d)^{-1/2}$ — скорость Свихарта в случае неограниченных по толщине электродов. По-

следнее слагаемое в левой части уравнения (7) описывает воздействие транспортного тока, однородно распределенного по переходу и имеющего плотность j . В следующих разделах рассмотрены следствия этого уравнения для волн и излучающего элементарного вихря.

3. Черенковское высвечивание сверхсветовых волн Свихарта

В этом разделе, базируясь на уравнении (7), рассмотрим явление черенковского высвечивания волн Свихарта из сверхпроводящего сэндвича. Волны с фазовой скоростью ω/k , большей c_m — скорости света во внешнем диэлектрике, будем называть сверхсветовыми. Поскольку для типичных переходов выполнено условие $\omega_J \lambda \ll c_m$, то неравенство $\omega/k > c_m$ выполняется в диапазоне длин волн много больших лондонской глубины, когда $k\lambda \ll 1$. При

$$c_m \sqrt{\omega^2 - c_m^2 k^2} \gg \lambda \omega^2 \text{th}(L/\lambda) \quad (9)$$

для описания сверхсветовых волн вместо (8) можно использовать приближенное соотношение

$$Q(k, \omega) \simeq V_S^2 \left[1 - 2i \frac{\omega |\omega| \lambda}{c_m \sqrt{\omega^2 - c_m^2 k^2}} \text{sh}^{-1} \left(\frac{2L}{\lambda} \right) \right], \quad (10)$$

где $V_S \equiv v_S \text{th}^{1/2}(L/\lambda)$ — скорость Свихарта в сэндвиче с электродами конечной толщины L в квазимагнитостатическом пределе. Второе слагаемое в (10) учитывает возможность высвечивания электромагнитных волн из сэндвича. Примем, что транспортного тока нет, а затухание волн слабое. Тогда, заменяя в (7) $\sin \varphi$ на аргумент φ и используя соотношение (10), получаем закон дисперсии волн Свихарта в области малых волновых чисел, когда $k\lambda \ll 1$,

$$\omega_S(k) \simeq \sqrt{\omega_J^2 + V_S^2 k^2}. \quad (11)$$

Малый декремент затухания $\gamma(k)$ волн Свихарта с таким законом дисперсии описывается выражением

$$\gamma(k) \simeq \frac{\alpha \omega_J}{2} + \frac{\lambda v_S^2}{2c_m} k^2 \times \frac{\omega_S(k)}{\sqrt{\omega_S^2(k) - k^2 c_m^2}} \text{ch}^{-2}(L/\lambda) \ll \omega_S(k). \quad (12)$$

Первое слагаемое в формуле (12) описывает затухание волн, обусловленное омическими потерями в туннельном слое, а второе связано с высвечиванием электромагнитного излучения во внешний диэлектрик. В случае толстых электродов радиационный вклад в декремент экспоненциально мал. При $L \sim \lambda$, т.е. для относительно тонких электродов, радиационные потери

энергии значительно возрастают и определяют затухание волн Свихарта в джозефсоновских переходах с малой проводимостью, которой пропорционален коэффициент α .

Согласно (12), вклад в декремент из-за черенковского излучения электромагнитных волн возрастает по мере приближения фазовой скорости волны Свихарта к скорости света во внешнем диэлектрике. В частности, на границе области применимости выражения (10) (см. неравенство (9)) вклад в декремент от радиационных потерь достигает величины $(k^2 v_S^2 / 2\omega_S(k)) \text{ch}^{-2}(L/\lambda)$, которая может быть соизмеримой с величиной самой частоты $\omega_S(k)$. Последнее, например, возможно в переходах с $v_S \sim c_m$ и тонкими электродами $L < \lambda$. В той области волновых чисел, где нарушено неравенство (9) и $\omega_S(k) \sim kv_S$, относительно велико взаимодействие волны Свихарта с электромагнитной волной, что может быть причиной изменения законов дисперсии обеих волн. В той же области волновых чисел, где декремент затухания меньше частоты волн Свихарта, как показано выше, высвечивание электромагнитных волн из сэндвича приводит к их дополнительному затуханию. Наиболее ярко эффект высвечивания проявляется тогда, когда толщины электродов, образующих сэндвич, меньше лондонской длины и электромагнитное поле легко проникает в вакуум.

4. Черенковское излучение джозефсоновского вихря

Рассмотрим излучение из джозефсоновского сэндвича в случае, когда в нем движется уединенный вихрь, скорость которого v лежит в интервале $c_m < v < V_S$ и не слишком близка к c_m и V_S , а характерный размер велик по сравнению с λ . В пренебрежении слабой проводимостью туннельного слоя, согласно [20], равномерное движение такого вихря описывается уравнением

$$\omega_J^2 \sin \psi + \omega_J^2 \frac{j}{j_c} = (V_S^2 - v^2) \psi'' - \frac{2\lambda V_S^2}{c_m \text{sh}(2L/\lambda)} \frac{v^2}{\sqrt{v^2 - c_m^2}} \psi''', \quad (13)$$

где $\psi = \psi(\zeta) \equiv \varphi(z, t)$, $\zeta \equiv z - vt$. Пропорциональное ψ''' слагаемое в правой части уравнения (13) описывает влияние радиационных потерь на движение вихря. Можно говорить о радиационном трении вихря. В отсутствие радиационных потерь и при $j = 0$ решение уравнения (13), описывающее элементарный вихрь, имеет известный вид:

$$\psi_0 = 4 \arctg[\exp(-k_J \zeta)], \quad (14)$$

где $k_J \equiv k_J(v) = \omega_J / \sqrt{V_S^2 - v^2}$.

Потери энергии вихря (14) в единицу времени на излучение электромагнитных волн с боковых поверхностей сэндвича ($x = \pm d \pm L$) в окружающую среду ($|x| > d + L$) равны

$$(\dot{W})_{\text{rad}} = -\frac{\phi_0^2}{12\pi^3 \text{ch}^2(L/\lambda)} \frac{v^3 k_J^3}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}}. \quad (15)$$

Это выражение для мощности потерь применимо тогда, когда потери энергии вихря на расстоянии порядка размера самого вихря $\sim 1/k_J$ малы по сравнению с энергией вихря $W = \phi_0^2 \text{th}(L/\lambda) k_J / 4\pi^3 \lambda$. Так как вихрь проходит расстояние $1/k_J$ за время $1/v k_J$, то условие малости потерь имеет следующий вид:

$$\frac{\sqrt{v^2 - c_m^2} \sqrt{V_S^2 - v^2}}{v^2} \gg \frac{\lambda}{\lambda_J} \frac{V_S}{c_m} \frac{1}{\text{ch}^{1/2}(L/\lambda) \text{sh}^{3/2}(L/\lambda)}, \quad (16)$$

где $\lambda_J = v_S / \omega_J = (1/4\pi) \sqrt{c \phi_0 / j_c (\lambda + d)}$ — джозефсоновская длина.

Зависимость мощности радиационных потерь $(\dot{W})_{\text{rad}}$ (15) от скорости вихря v иллюстрирует рис. 2. Мощность потерь обезразмерена на величину $\phi_0^2 v_S / 4\pi^3 \lambda \lambda_J^2$. Принято, что $L = \lambda$, $v_S = 2c_m$, $\lambda / \lambda_J = 0,01$. При скоростях вихря близких к c_m на рис. 2 имеется участок, где радиационные потери уменьшаются с увеличением скорости вихря, что обусловлено ослаблением связи волны Свихарта и электромагнитной волны в диэлектрической среде, которое возникает при удалении v от c_m .

В рассматриваемой системе, помимо радиационных потерь, есть потери энергии вихря, обусловленные конечной проводимостью туннельного слоя. Эти потери в единицу времени равны:

$$(\dot{W})_{\alpha} = -\frac{\phi_0^2 \alpha \omega_J}{32\pi^3 \lambda v_S^2} \int dz \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2. \quad (17)$$

Для элементарного вихря вида (14) отсюда находим (ср. [22])

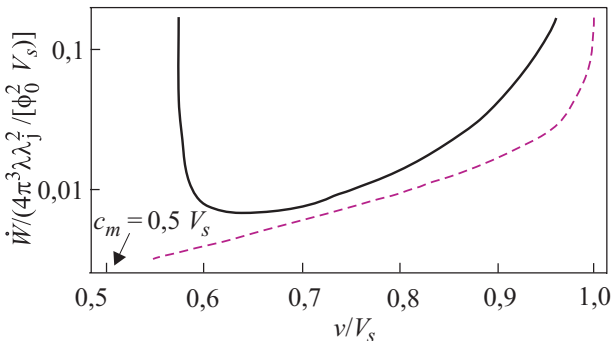


Рис. 2. Сплошная кривая описывает потери вихря на излучение электромагнитных волн. Кривая построена при $L = \lambda$, $v_S = 2c_m$, $\lambda / \lambda_J = 0,01$. Пунктирная кривая — омические потери вихря при $\alpha = 0,01$.

$$(\dot{W})_{\alpha} = -\frac{\phi_0^2 \alpha \omega_J v^2 k_J}{4\pi^3 \lambda v_S^2}. \quad (18)$$

При достаточно малых α , когда выполнено неравенство $3\alpha(V_S^2 - v^2) \sqrt{v^2 - c_m^2} \text{ch}^{1/2}(L/\lambda) \text{sh}^{3/2}(L/\lambda) < (\lambda / \lambda_J) \times v V_S^3 / c_m$, радиационные потери доминируют. Так, при $c_m \ll V_S$ это неравенство выполнено во всей области допустимых скоростей, если $\alpha < (1/2) (\lambda / \lambda_J) \times (V_S / c_m) \text{ch}^{-1/2}(L/\lambda) \text{sh}^{-3/2}(L/\lambda)$. Степень малости омических потерь по сравнению с радиационными видна на рис. 2, где наряду с функцией $(\dot{W})_{\text{rad}}$ приведен график функции $(\dot{W})_{\alpha}$ для $\alpha = 0,01$. Мощность омических потерь также обезразмерена на величину $\phi_0^2 v_S / 4\pi^3 \lambda \lambda_J^2$.

Электромагнитные поля в диэлектрике, созданные вихрем, описываются формулами

$$H(x, \zeta) = \frac{\phi_0}{4\pi \text{ch}(L/\lambda)} \frac{v^2}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \times \psi_0'' \left(\zeta + \sqrt{(v/c_m)^2 - 1} (|x| - d - L) \right), \quad (19)$$

$$E_x(x, \zeta) = (c / \epsilon_m v) H(x, \zeta),$$

$$E_z(x, \zeta) = -(c / \epsilon_m v) \sqrt{(v/c_m)^2 - 1} H(x, \zeta) \text{sgn } x. \quad (20)$$

Из выражений (14), (19) и (20) следует, что при приближении скорости вихря к скорости Свихарта в сэндвиче v_S , компоненты электромагнитного поля H и E_z зависят от скорости как $k_J^2(v)$, при этом характерный масштаб вдоль оси Oz , с которого происходит излучение, порядка k_J^{-1} . Поэтому мощность радиационных потерь зависит от скорости движения вихря как $\propto k_J^3 \propto (V_S - v^2)^{-3/2}$, что и проявляется в резком увеличении потерь при приближении v к V_S (см. рис. 2).

Электромагнитному полю (19) и (20) отвечает следующий вектор Пойнтинга $\mathbf{S} \equiv (c/4\pi)[\mathbf{E}\mathbf{H}]$:

$$\mathbf{S} = \frac{\phi_0^2}{64\pi^3 \lambda^2 \text{ch}^2(L/\lambda)} \frac{v^3}{c_m (v^2 - c_m^2)} \times \left[\psi_0'' \left(\zeta + \sqrt{(v/c_m)^2 - 1} (|x| - d - L) \right) \right]^2 \times \left[\sqrt{(v/c_m)^2 - 1} \text{sgn } x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z \right], |x| > d + L. \quad (21)$$

Отсюда видно, что сумма интегралов от S_x по любым поверхностям $|x| - d - L = \text{const} > 0$, лежащим по разные стороны сэндвича, дает выражение (15). Распределение магнитного поля внутри сэндвича и в окружающем его диэлектрике показано на рис. 3. Видно, что магнитное поле в основном локализовано внутри сэнд-

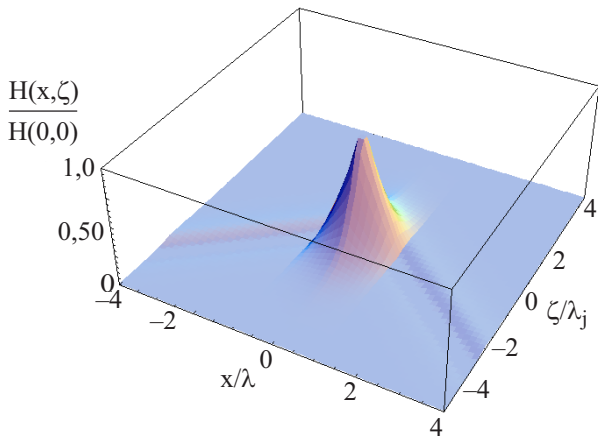


Рис. 3. Магнитное поле элементарного вихря, движущегося в сэндвиче. Зависимость $H(x, \zeta)$ получена при $v = 0,7v_S$, $L = \lambda$, $v_S = 2c_m$. Поле вихря в основном локализовано внутри сэндвича. Вне сэндвича видна уходящая с поверхности электромагнитная волна.

двича. Вне сверхпроводящих электродов на рис. 3 видна электромагнитная волна, уходящая с боковой поверхности сэндвича. При этом фронт волны расположен под углом к поверхности электродов.

Если $\sqrt{v^2 - c_m^2} \ll c_m$, то волны излучаются в основном вдоль боковых поверхностей сэндвича. Если же $c_m \ll V_S$, то скорость излучающего вихря v может значительно превосходить c_m [20]. Согласно (21), поток излучения быстрых вихрей, скорость которых $v \gg c_m$, направлен почти поперек электродов. При $V_S \gg c_m$ скорость вихря может изменяться в широком интервале, что приводит к широкому диапазону углов, в котором происходит черенковское излучение электромагнитных волн.

Теперь рассмотрим вынужденное движение вихря. При протекании транспортного тока через переход энергия вихря увеличивается. В единицу времени вихрь приобретает энергию, величина которой, приходящаяся на единицу длины вдоль оси Oy , равна [23]

$$-\frac{\varepsilon\phi_0^2}{32\pi^3 c^2 d} \omega_J^2 \frac{j}{j_c} \int dz \frac{\partial \varphi(z, t)}{\partial t} = \frac{\phi_0^2}{16\pi^2 \lambda \lambda_J^2} \frac{v}{j_c} \frac{j}{j_c}. \quad (22)$$

Если потери энергии вихря на излучение электромагнитных волн компенсируются приобретением энергии из-за воздействия транспортного тока, то вихрь движется равномерно. В этом случае баланс потери и приобретения энергии позволяет получить связь между плотностью транспортного тока и скоростью вихря. Для вихрей, рассмотренных выше, баланс радиационных потерь и приобретения энергии (22) дает следующую связь между током и скоростью вихря:

$$\frac{j_{\text{rad}}}{j_c} = \frac{4 \lambda V_S^3}{3\pi \lambda_J c_m \text{ch}^{1/2}(L/\lambda) \text{sh}^{3/2}(L/\lambda)} \times \frac{1}{\sqrt{v^2 - c_m^2} (V_S^2 - v^2)^{3/2}} \times v^2. \quad (23)$$

Это выражение получено в предположении, что воздействие тока приводит к малому изменению формы движущегося вихря, поэтому оно применимо при $j_{\text{rad}} \ll j_c$. Зависимость плотности тока от скорости излучающего вихря для тех же параметров системы, что и на рис. 2, изображена на рис. 4.

Конечная проводимость туннельного слоя приводит к появлению омического вклада в плотность тока. При достаточно малых α этот вклад можно учитывать аддитивно с радиационным. Приравняв (22) и выражение (18) для тока, при котором компенсируются омические потери энергии, находим (ср. [22]):

$$j_\alpha / j_c = 4\alpha v k_J / \pi \omega_J. \quad (24)$$

Условие малости величины j_α по сравнению с j_{rad} эквивалентно условию малости омических потерь по сравнению с радиационными. Пунктирная кривая на рис. 4 соответствует вкладу в плотность транспортного тока из-за омических потерь.

Из изложенного выше видно, что движущиеся в окруженном диэлектриком сэндвиче джозефсоновские вихри являются источником электромагнитного излучения. Излучение электромагнитных волн обусловлено эффектом Черенкова и возникает при скоростях вихря, превышающих скорость света в диэлектрике. Покажем, в каких условиях высвечивание электромагнитных волн происходит в терагерцовом диапазоне частот. Для изученного выше вихря из вида фурье-образов полей (19) и (20) видно, что спектральный состав черенковского излучения сэндвича описывается выражением $\omega = kv$, где $k \sim k_J(v)$. Поэтому циклические частоты излучения лежат в диапазоне $c_m \omega_J / V_S < \omega \ll V_S / \lambda$. Полагая

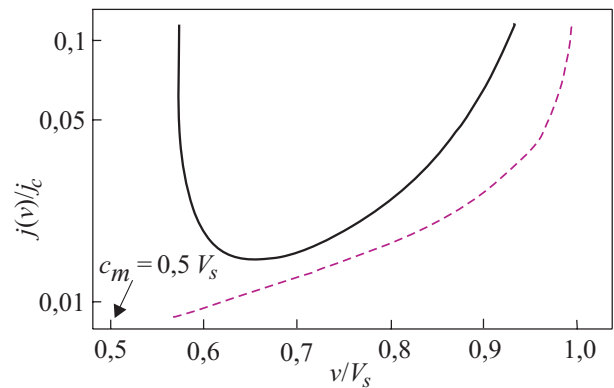


Рис. 4. Зависимость транспортного тока от скорости вихря. Пунктирная кривая описывает $j(v)$ в случае омических потерь. Параметры те же, что для рис. 2.

$L \sim \lambda \sim 100$ нм, $\lambda_j \sim 10^4$ нм, $V_S \sim c_m \sim 3 \cdot 10^9$ см/с, получаем, что частоты излучения $\nu \equiv \omega / 2\pi$ приходятся на терагерцовый диапазон: $0,5$ ТГц $< \nu \ll 50$ ТГц. В соответствии с основными положениями теории сверхпроводимости циклическая частота излучения ω должна быть меньше $2\Delta / \hbar$, где 2Δ — ширина энергетической щели. Для ниобия $\Delta = 1,5$ мэВ [24], поэтому предельная частота излучения $\nu = \Delta / \pi \hbar$ составляет примерно $0,7$ ТГц. В современных высокотемпературных сверхпроводниках энергетическая щель на порядок больше, а максимально возможные значения частот лежат в области ~ 10 ТГц, которые удовлетворяют условию $\omega \ll V_S / \lambda$.

Из сравнения выражения (15) для мощности радиационных потерь с выражением (22) для плотности транспортного тока видим, что $(\dot{W})_{\text{rad}} \propto j$. Отсюда для плотности тока $j \sim 0,02 j_c$ имеем $(\dot{W})_{\text{rad}} \sim 10^{-4}$ Вт (на единицу длины оси Oy). Для ниобиевых переходов с туннельным слоем из оксида Al типичное значение j_c составляет 1700 А/см² [25] и указанная мощность соответствует плотности транспортного тока 35 А/см². Для сэндвича толщиной порядка $0,01$ см мощность радиационных потерь составляет 10^{-6} Вт.

Черенковское излучение электромагнитных волн с поверхности сэндвича в диэлектрическую среду возможно, если скорость равномерно движущегося вихря превосходит скорость света в диэлектрике $\nu > c_m$. С другой стороны, предельной скоростью рассмотренных элементарных вихрей является скорость Свихарта V_S . Поэтому обсуждать черенковское излучение вихря (14) можно только в системах, для которых ε_m сравнительно велико. Такими большими значениями диэлектрической проницаемости в терагерцовой области частот обладают некоторые халькогениды (см., например, [26]). В частности, высокочастотная диэлектрическая проницаемость теллурида свинца равна 33. В соединениях Sb_2Te_3 и Bi_2Te_3 значения высокочастотной диэлектрической проницаемости еще больше: в Sb_2Te_3 вдоль и поперек оси симметрии величина проницаемости равна 51 и 32,5, а в Bi_2Te_3 — 50 и 85 соответственно. Естественно, что использование вещества с анизотропной диэлектрической проницаемостью скажется на особенностях вывода электромагнитного излучения, но не приведет к запрету эффекта черенковского высвечивания излучения через боковые поверхности сэндвича.

5. Взаимодействие досветовых поверхностных волн и их поля

Рассмотрим бегущую по переходу волну заданной малой амплитуды:

$$\varphi(z, t) = \text{Re } \varphi_0(z, t), \varphi_0(z, t) \equiv \varphi_0 \exp(ikz - i\omega t). \quad (25)$$

Пренебрегая транспортным током и омическими потерями в туннельном переходе, из линеаризованного уравнения (7) для разности фаз волновых функций

куперовских пар в сверхпроводящих электродах получаем следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega^2 = \omega_j^2 + k^2 Q(k, \omega), \quad (26)$$

которое дает связь частоты волны $\omega = \omega(k) > 0$ с волновым числом k . Принимая во внимание явный вид ядра $Q(k, \omega)$ (6), (8), уравнение (26) можно представить в следующем виде:

$$\left[\omega^2 - \omega_j^2 - v_S^2 k^2 \frac{\lambda(k)}{\lambda} \text{th} \left[\frac{L}{\lambda(k)} \right] \right] \times \\ \times \left[\text{sh} \left[\frac{L}{\lambda(k)} \right] - \frac{c_m^2 \lambda(k) \kappa}{\lambda^2 \omega^2} \text{ch} \left[\frac{L}{\lambda(k)} \right] \right] = \frac{v_S^2 \lambda(k) k^2}{\lambda \text{ch} [L / \lambda(k)]}. \quad (27)$$

Явный вид решений уравнения (27) зависит от величины правой части и от величины отношения фазовой скорости рассматриваемой волны к скорости света в диэлектрике. О правой части уравнения (27) будем говорить как о факторе, определяющем взаимодействие мод. В этом разделе ограничимся обсуждением взаимодействия досветовых волн, когда $\omega / k < c_m$. При этом уравнение (27) описывает связанные поверхностные волны, возникающие при взаимодействии волны Свихарта и поверхностной волны, бегущей вдоль внешних граней электродов сэндвича. В пренебрежении взаимодействием уравнение (27) имеет два решения. Одно из них описывает закон дисперсии волны Свихарта

$$\omega^2(k) = \omega_j^2 + v_S^2 k^2 \frac{\lambda(k)}{\lambda} \text{th} \left[\frac{L}{\lambda(k)} \right], \quad (28)$$

а второе дает закон дисперсии досветовой поверхностной волны вида

$$\omega^2(k) = \frac{2c_m^2 k^2}{1 + \sqrt{1 + 4\lambda^4 k^2 \text{th}^2 [L / \lambda(k)] / \lambda^2(k)}}. \quad (29)$$

Далее примем, что c_m превосходит V_S . Дисперсионные кривые (28) и (29) имеют, вообще говоря, две точки пересечения — при некоторых $k = k_1$ и $k = k_2$. В окрестности этих точек на плоскости $k - \omega$ имеет место отталкивание дисперсионных кривых, величина которого определяется правой частью уравнения (27). Для большей наглядности примем, что электроды толстые $L \gg \lambda$. Тогда в широком диапазоне волновых чисел решения уравнения (27) близки к описываемым формулами (28) и (29), и только в малых окрестностях волновых чисел k_1 и k_2 взаимодействие мод приводит к изменению законов дисперсии (28) и (29). Ограничимся описанием взаимодействия мод в области больших длин волн, когда $\lambda k \ll 1$ и дисперсионные кривые волны Свихарта и поверхностной волны имеют точку пересечения при $k = k_1$, где

$$k_1 \simeq \frac{\sqrt{2}\omega_J}{\sqrt{c_m^2 - v_S^2}} \left\{ 1 + \left[1 - \frac{4\omega_J^2 v_S^2 \lambda^2}{(c_m^2 - v_S^2)^2} \left(\frac{c_m^2}{v_S^2} \operatorname{th}^2 \left(\frac{L}{\lambda} \right) + \frac{L}{\lambda} \operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{2L}{\lambda} \right) - \frac{1}{2} \right) \right]^{1/2} \right\}^{-1/2} \simeq \frac{\omega_J}{\sqrt{c_m^2 - v_S^2}} \simeq \frac{\omega_J}{c_m}. \quad (30)$$

Из-за взаимодействия, описываемого правой частью уравнения (27), дисперсионные кривые в этой точке расщепляются. В случае сравнительно толстых электродов, когда

$$\exp(L/\lambda) \gg 2\sqrt{2}\lambda_J/\lambda, \quad (31)$$

моды взаимодействуют слабо и расщепление мало. При этом вблизи $k = k_1$ имеем два дисперсионных соотношения, отвечающих двум непересекающимся дисперсионным кривым:

$$\omega(k) \simeq k_1 c_m \pm \sqrt{2} \lambda v_S k_1^2 e^{-L/\lambda} + (k - k_1) c_m / 2. \quad (32)$$

Обсудим особенности переноса энергии электромагнитного поля досветовыми поверхностными волнами при различных частотах и длинах волн. Однако частоты волн считаем малыми по сравнению с частотой, отвечающей ширине энергетической щели сверхпроводника, а их волновые числа считаем малыми по сравнению с $1/\lambda$. Поток энергии F вдоль протяженного сэндвича, приходящийся на единицу длины вдоль оси Oy , равен интегралу от z -компоненты вектора Пойнтинга по координате x . Полный поток можно представить в виде суммы трех вкладов: $F = F_d + F_m + F_s$, где F_d — вклад от области туннельного перехода; F_m — вклад от области внешнего диэлектрика; F_s — вклад от области сверхпроводящих электродов.

Сначала рассмотрим вклады в поток при достаточно больших значениях волнового числа:

$$1/\lambda \gg k \gg \omega_J / v_S, \quad (33)$$

когда мало отличие дисперсионных кривых взаимодействующих волн от описываемых выражениями (28) и (29). Начнем рассмотрение с полей и потоков, отвечающих волне Свихарта. В обсуждаемых условиях, когда выполнены неравенства (31), (33) и $v_S \ll c_m$, используя приведенные во втором разделе соотношения для связи электромагнитного поля и разности фаз и учитывая, что в рассматриваемом диапазоне длин волн закон дисперсии волны Свихарта имеет вид $\omega \simeq k v_S$, получаем следующие приближенные выражения для компонент поля, определяющих поток энергии:

$$H \simeq \frac{\phi_0 k}{4\pi\lambda} \operatorname{Im} \phi_0(z, t), \quad E_x \simeq \frac{\phi_0 v_S k}{4\pi c d} \operatorname{Im} \phi_0(z, t), \quad |x| < d, \quad (34)$$

$$H \simeq \frac{\phi_0 k e^{-L/\lambda}}{2\pi\lambda} \left[\operatorname{sh} \left(\frac{L+d-|x|}{\lambda} \right) - \frac{2v_S^2 \lambda k e^{-L/\lambda}}{c_m^2} \operatorname{sh} \left(\frac{|x|-d}{\lambda} \right) \right] \times \\ \times \operatorname{Im} \phi_0(z, t), \quad |x| < d+L, \quad (35)$$

$$E_x \simeq -\lambda^2 k^2 v_S H / c, \quad |x| < d+L, \quad (36)$$

$$H \simeq -\frac{\phi_0 v_S^2 k^2}{2\pi c_m^2} \exp[-(L/\lambda) - k(|x|-d-L)] \operatorname{Im} \phi_0(z, t), \\ E_x \simeq (c/\epsilon_m v_S) H, \quad |x| > d+L. \quad (37)$$

Кроме узкого слоя $L+d-|x| \leq \lambda$ шириной $\sim \lambda$ у внешней поверхности электродов, магнитное поле в сверхпроводнике можно представить в виде

$$H \simeq \frac{\phi_0 k}{4\pi\lambda} \left[\exp \left(\frac{d-|x|}{\lambda} \right) - \right. \\ \left. - 2 \frac{v_S^2}{c_m^2} k \lambda \exp \left(\frac{|x|-d-2L}{\lambda} \right) \right] \operatorname{Im} \phi_0(z, t). \quad (38)$$

Согласно (38), магнитное поле локализовано в области шириной $\sim \lambda$ у поверхности туннельного перехода, что отвечает эффекту Мейснера. Поскольку при $|x|=L+d$ первое, большое в удалении от этой поверхности, слагаемое в (35) обращается в нуль, то главным становится второе малое слагаемое. При приближении к поверхности $|x|=L+d$ поле в узкой области возрастает как $\sim \exp(|x|/\lambda)$. Однако поле остается экспоненциально малым по абсолютной величине по сравнению с полем при $|x|=d$. Таким образом, второе экспоненциально малое слагаемое в формуле (35) существенно у внешней поверхности электродов, когда $L+d-|x| \leq \lambda$. Оно описывает небольшой всплеск поля на границе сэндвича с диэлектриком. Этот всплеск поля локализован в малой области шириной $\sim \lambda$ в электродах и в существенно более широкой области размером $\sim 1/k \gg \lambda$ во внешнем диэлектрике, что отвечает структуре поля поверхностной волны. Последнее видно из формулы (37). Однако в условиях применимости выражений (34)–(37) от области всплеска не возникает заметного вклада в поток энергии электромагнитного поля в электродах, так как величина всплеска слишком мала, а размер области недостаточно велик. Используя соотношения (34)–(37), для вкладов в поток имеем:

$$F_d \simeq \frac{\phi_0^2 v_S k^2}{2^6 \pi^3 \lambda} |\phi_0|^2, \quad (39)$$

$$F_m \simeq \frac{\phi_0^2 v_S k^3}{2^5 \pi^3} \left(\frac{v_S}{c_m} \right)^2 \exp(-2L/\lambda) |\phi_0|^2. \quad (40)$$

При этом поток по электродам мал по абсолютной величине $|F_e| \sim (\lambda k)^2 F_d$, что связано с эффектом Мейснера. Согласно этим соотношениям лишь малая доля энергии волны Свихарта переносится по внешнему диэлектрику. Основной поток идет по туннельному слою.

Теперь рассмотрим поля и потоки в области волновых чисел (33) для поверхностной волны, когда ее спектр $\omega \simeq c_m k$ почти не перенормирован взаимодействием с волной Свихарта, хотя само взаимодействие мод весьма существенно для величины приведенных ниже полей. При этом предполагаем, что волновые числа таковы, что частота волны остается меньше значения $2\Delta/\hbar$. Аналогично (34)–(37) имеем:

$$H \simeq \frac{\phi_0 k c_m^2}{4\pi\lambda v_S^2} \text{Im}\varphi_0(z, t), \quad E_x \simeq \frac{\phi_0 c_m k}{4\pi c d} \text{Im}\varphi_0(z, t), \quad |x| < d, \quad (41)$$

$$H \simeq \frac{\phi_0 k c_m^2}{4\pi\lambda v_S^2} \left[\text{sh}\left(\frac{|x|-d}{\lambda}\right) - 2e^{-L/\lambda} \text{sh}\left(\frac{|x|-d-L}{\lambda}\right) \right] \times \\ \times \text{Im}\varphi_0(z, t), \quad |x| < d + L, \quad (42)$$

$$E_x \simeq -\lambda^2 k^2 c_m H / c, \quad |x| < d + L, \quad (43)$$

$$H \simeq \frac{\phi_0 k c_m^2}{8\pi\lambda v_S^2} e^{L/\lambda - \lambda k^2(|x|-d-L)} \text{Im}\varphi_0(z, t), \\ E_x \simeq H / \sqrt{\varepsilon_m}, \quad |x| > d + L, \quad (44)$$

что позволяет записать для вкладов в поток энергии:

$$F_d \simeq \frac{\phi_0^2 c_m^3 k^2}{2^6 \pi^3 \lambda v_S^2} |\phi_0|^2, \quad (45)$$

$$F_e \simeq -\frac{c_m \lambda^3 k^2}{8\pi} |H_s|^2 = \\ = -\frac{\phi_0^2 c_m^5 \lambda k^4}{2^9 \pi^3 v_S^4} e^{2L/\lambda} |\phi_0|^2, \quad |F_e| \gg F_d, \quad (46)$$

$$F_m \simeq \frac{c_m}{8\pi\lambda k^2} |H_s|^2 = \frac{\phi_0^2 c_m^5}{2^9 \pi^3 \lambda^3 v_S^4} e^{2L/\lambda} |\phi_0|^2 \gg |F_e|, \quad (47)$$

где $H_s = |H_s| = \exp(L/\lambda) \phi_0 k c_m^2 |\phi_0| / 8\pi\lambda v_S^2$ — амплитуда магнитного поля волны на границе сэндвич-диэлектрик. Эти зависимости относятся к области сравнительно высоких частот поверхностной волны, когда $\omega \simeq c_m k \gg \omega_J$, а волновые числа лежат в ин-

тервале (33). Согласно (45)–(47), основной поток энергии распространяется около внешней поверхности сэндвича, где экспоненциально велики как магнитное, так и электрическое поля.

Зависимости, подобные описываемым формулами (41)–(47), имеют место и в области низких частот, когда частота поверхностной волны $\omega \simeq c_m k$ меньше джозефсоновской ω_J , а ее длина волны больше $\sim 1/k_1$. В этих условиях x -компонента электрического поля волны описывается формулами (41), (43), (44), а для магнитного поля имеют место соотношения (41), (42), (44), в которых следует заменить $c_m^2 k^2$ на $-\omega_J^2$. После таких замен для вкладов в поток энергии имеем:

$$F_d \simeq -\frac{\phi_0^2 c_m \omega_J^2}{2^6 \pi^3 \lambda v_S^2} |\phi_0|^2, \quad (48)$$

$$F_e \simeq -\frac{c_m \lambda^3 k^2}{8\pi} |H_s|^2 =$$

$$= -\frac{\phi_0^2 c_m \lambda \omega_J^4}{2^9 \pi^3 v_S^4} e^{2L/\lambda} |\phi_0|^2, \quad |F_e| \gg F_d, \quad (49)$$

$$F_m \simeq \frac{c_m}{8\pi\lambda k^2} |H_s|^2 = \frac{\phi_0^2 c_m \omega_J^4}{2^9 \pi^3 \lambda^3 k^4 v_S^4} e^{2L/\lambda} |\phi_0|^2 \gg |F_e|. \quad (50)$$

где $H_s = -|H_s|$, $|H_s| = \phi_0 \omega_J^2 \exp(L/\lambda) |\phi_0| / 8\pi\lambda v_S^2$. Как и в высокочастотной области, поля экспоненциально велики у границ сэндвича с внешним диэлектриком, а основной поток энергии распространяется вне сэндвича.

Что касается поля, создаваемого волной Свихарта с частотой $\omega \simeq \omega_J$ и волновым числом $k < k_1 \simeq \omega_J / c_m$, то его не обсуждаем. Дело в том, что при $k < \omega_J / c_m$ волна Свихарта становится сверхсветовой и потери энергии на излучение обусловлены черенковским свечиванием волн с границ сэндвича (см. разд. 3).

Перейдем к рассмотрению потока энергии при $k = k_1$, когда имеет место пересечение не взаимодействующих мод. Используя неравенства $c_m \gg v_S$, (31) и закон дисперсии (32), для компонент поля находим:

$$H \simeq \frac{\phi_0 k_1}{4\pi\lambda} \text{Im}\varphi_0(z, t), \quad E_x \simeq \frac{\phi_0 \omega_J}{4\pi c d} \text{Im}\varphi_0(z, t), \quad |x| < d, \quad (51)$$

$$H \simeq \frac{\phi_0 k_1 e^{-L/\lambda}}{2\pi\lambda} \left[\text{sh}\left(\frac{L+d-|x|}{\lambda}\right) \pm \sqrt{2} \frac{\lambda}{\lambda_J} \text{sh}\left(\frac{|x|-d}{\lambda}\right) \right] \times \\ \times \text{Im}\varphi_0(z, t), \quad |x| < d + L, \quad (52)$$

$$E_x \simeq -\lambda^2 k_1 \omega_J H / c, \quad |x| < d + L, \quad (53)$$

$$H \simeq \pm \frac{\phi_0 k_1}{2^{3/2} \pi \lambda_J} \exp[-\lambda k_1^2(|x|-d-L)] \text{Im}\varphi_0(z, t),$$

$$E_x \simeq H / \sqrt{\varepsilon_m}, \quad |x| > d + L. \quad (54)$$

Выражения (51)–(54) имеют существенные отличия от (34)–(37). Подобно (38), для магнитного поля (52) вне малой области у внешних граней электродов шириной $\sim \lambda$, можно записать приближенное выражение:

$$H \simeq \frac{\Phi_0 k_1}{4\pi\lambda} \left[\exp\left(\frac{d-|x|}{\lambda}\right) \pm \sqrt{2} \frac{\lambda}{\lambda_J} \exp\left(\frac{|x|-d-2L}{\lambda}\right) \right] \times \text{Im}\varphi_0(z, t). \quad (55)$$

Сопоставляя (38) и (55), видим, что в условиях отталкивания мод второе малое слагаемое увеличилось по абсолютной величине в $\sim (c_m/v_S)^3 \exp(L/\lambda) \gg 1$ раз. Последнее отвечает усилению всплеска поля у поверхности $|x|=L+d$. Существенно увеличивается и ширина области локализации всплеска поля. Если область локализации в сверхпроводнике, по-прежнему, $\sim \lambda$, то во внешнем диэлектрике, согласно (55), ее величина $\sim 1/\lambda k_1^2 \gg 1/k_1$. Увеличение всплеска поля у границ сэндвича с диэлектриком и области его локализации приводит к изменению соотношения между вкладами в поток энергии. Вместо (39), (40) теперь, используя (51)–(54), имеем:

$$F_d \simeq \frac{\Phi_0^2 c_m k_1^2}{2^6 \pi^3 \lambda} |\varphi_0|^2, \quad (56)$$

$$F_m \simeq \frac{\Phi_0^2 c_m k_1^2}{2^6 \pi^3 \lambda} \left(\frac{c_m}{v_S}\right)^2 |\varphi_0|^2. \quad (57)$$

При этом вклад сверхпроводящих электродов F_s по абсолютной величине, как и ранее, меньше F_d в $(\lambda k_1)^{-2} \gg 1$ раз, что является следствием эффекта Мейснера. Из выражений (56) и (57) следует, что в условиях отталкивания мод поток энергии, идущий по внешнему диэлектрику, в $\sim (c_m/v_S)^2$ раз больше потока энергии, идущего по туннельному слою. Появление относительного увеличения потока по диэлектрику связано с тем, что в условиях взаимодействия мод их фазовые скорости близки к скорости света во внешнем диэлектрике. При этом область локализации поля поверхностной волны в диэлектрике и ее амплитуда сильно возрастают, что и проявляется в относительном увеличении потока энергии по диэлектрику.

Заключение

Описанные выше возможности эффективного вывода энергии волн или вихря из протяженного джозефсоновского сэндвича позволяют видеть новые перспективы использования джозефсоновских наноструктур для генерации излучения достаточно высокой частоты. Поскольку эти возможности имеют место при скоростях волн или вихря близких или больших скорости света во внешнем диэлектрике, то частоты высвечиваемого излучения относятся к терагерцовому диапазону частот. Поэтому при изготовлении таких структур

следует использовать сверхпроводники с достаточно большой величиной энергетической щели.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы Президиума РАН N 27.

1. D.N. Langenberg, D.J. Scalapino, B.N. Taylor, and R.E. Eck, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 294 (1965).
2. И.О. Кулик, И.К. Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, Наука, Москва (1970).
3. R.G. Mints and I.B. Snapiro, *Phys. Rev.* **B52**, 9691 (1995).
4. G. Hechtfisher, R. Kleiner, A.V. Ustinov, and P. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1365 (1997).
5. V.P. Koshelets and S.V. Shitov, *Supercond. Sci. Tech.* **13**, R53 (2000).
6. J.H. Lee, Y. Chong, S. Lee, and Z.G. Khim, *Physica* **C341–348**, 1079 (2000).
7. I.K. Yanson, *Fiz. Nizk. Temp.* **30**, 689 (2004) [*Low Temp. Phys.* **30**, 515 (2004)].
8. M. Tachiki, M. Iizuka, and K. Minami, *Phys. Rev.* **B71**, 134515 (2005).
9. L.N. Bulaevskii and A.E. Koshelev, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 267001 (2006).
10. L.N. Bulaevskii and A.E. Koshelev, *J. Supercond. Nov. Magn.* **19**, 349 (2006).
11. I.E. Batov, X.Y. Jin, S.V. Shitov, Y. Koval, P. Müller, and A.V. Ustinov, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 262504 (2006).
12. K. Kadowaki, I. Kakeya, T. Yamamoto, T. Yamazaki, M. Kohri, and Y. Kubo, *Physica* **C437–438**, 111 (2006).
13. M.-H. Bae and H.-J. Lee, *IEICE Trans. Electron.* **E89–C**, 106 (2006).
14. M.-H. Bae and H.-J. Lee, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 142501 (2006).
15. M.-H. Bae, H.-J. Lee, and J.-H. Choi, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 027002 (2007).
16. L. Ozyuzer, A.E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K.E. Gray, W.-K. Kwok, and U. Welp, *Science* **318**, 1291 (2007).
17. К.Н. Овчинников, В.П. Силин, С.А. Урюпин, *ФММ* **83**, 14 (1997).
18. А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин, *ФТТ* **41**, 1160 (1999).
19. A.S. Malishevskii, V.P. Silin, S.A. Uryupin, and S.G. Uspenskii, *Phys. Lett.* **A372**, 712 (2008).
20. А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин, С.Г. Успенский, *ЖЭТФ* **134**, 310 (2008).
21. А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин, *ДАН* **432**, 329 (2010).
22. D.W. McLaughlin and A.C. Scott, *Phys. Rev.* **A18**, 1652 (1978).
23. P. Leibold and M.J. Stephen, *Phys. Rev.* **163**, 376 (1967).
24. J. Carbotte, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 1027 (1990).
25. N. Martucciello, J. Mygind, V.P. Koshelets, A.V. Shchukin, L.V. Filippenko, and R. Monaco, *Phys. Rev.* **B57**, 5444 (1998).
26. *Физические величины*, И.С. Григорьев, С.З. Мейлихов (ред.), Энергоатомиздат, Москва (1991).

THz radiation of Josephson sandwich

A.S. Malishevskii, V.P. Silin, S.A. Uryupin,
and S.G. Uspenskii

The main results of treating the Cherenkov radiation of electromagnetic waves by solitary vortex and by Swihart waves which are travelling in a long Josephson sandwich embedded in a dielectric medium are presented. The energy fluxes of electromagnetic

field along the sandwich are considered. The comparative analysis of flux values is carried out in a wide range of frequencies and wave numbers of the sandwich surface waves.

PACS: **74.30.+r** Tunneling phenomena, Josephson effects.

Keywords: Josephson sandwich, Cherenkov radiation, THz radiation, surface wave.