Физика низких температур, 2008, т. 34, № 8, с. 804–812

Коллективные спин-волновые возбуждения в t–J-модели

С.Ф. Миронова[1], Э.Е. Зубов[1,2]

[1]*Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины*
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина
E-mail: zubov@dyakon.fti.ac.donetsk.ua

[2]*Луганский национальный педагогический университет им. Т.Г. Шевченко*

Статья поступила в редакцию 29 февраля 2008 г.

В рамках диаграммного метода теории возмущения исследовано влияние кинематического взаимодействия и косвенного обмена d-электронов на магнитную структуру узкозонного хаббардовского магнетика. В первом порядке теории возмущения рассмотрены все вклады в комбинированную заселенность и спиновую функцию Грина. Найдено самосогласованное уравнение для параметра порядка фаз. С учетом эффективного «одевания» линий взаимодействия определены все вклады в масс-оператор. Для ферромагнитной и парамагнитной фаз исследовано влияние косвенного антиферромагнитного обмена на спин-волновой спектр и затухание элементарных возбуждений. Для ферромагнитной структуры вычислена поправка к частоте спин-волновых возбуждений при нулевой температуре и дырочной концентрации $c \ll 1$, пропорциональная c в степени 4/3. С ростом величины косвенного обмена частоты спин-волновых возбуждений уменьшаются линейно, что согласуется с результатами Нагаока и Зайцева. Установлено, что вблизи уровня Ферми спектр спиновых волн является когерентным. Вычислена поперечная динамическая восприимчивость системы для однородных ферромагнитной и парамагнитной структур.

У рамках діаграмного методу теорії збурення досліджено вплив кінематичної взаємодії й непрямого обміну d-електронів на магнітну структуру вузькозонного хаббардівського магнетика. У першому порядку теорії збурення розглянуто всі внески в комбіновану заселеність і спінову функцію Гріна. Знайдено самоузгоджене рівняння для параметра порядку фаз. З урахуванням ефективного «вдягання» ліній взаємодії визначено всі внески в мас-оператор. Для феромагнітної та парамагнітної фаз досліджено вплив непрямого антиферомагнітного обміну на спін-хвильовий спектр і загасання елементарних збурень. Для феромагнітної структури обчислено поправку до частоти спін-хвильових збурень при нульовій температурі та діркової концентрації $c \ll 1$, яка пропорційна c в ступені 4/3. З ростом величини непрямого обміну частоти спін-хвильових збурень зменшуються лінійно, що погодиться з результатами Нагаока і Зайцева. Встановлено, що поблизу рівня Фермі спектр спінових хвиль є когерентним. Обчислено поперечну динамічну сприйнятливість системи для однорідних феромагнітної й парамагнітної структур.

PACS: 71.10.Fd Решеточные фермионные модели (модель Хаббарда, др.);
71.27.+a Сильно коррелированные электронные системы; тяжелые фермионы;
75.10.Lp Зонные и коллективизированные модели;
75.30.Fv Волны спиновой плотности.

Ключевые слова: спин; спиновые волны; косвенный обмен; химический потенциал; ферромагнетик.

Введение

Теоретические и экспериментальные исследования физических свойств и структуры основного состояния систем с сильными электронными корреляциями являются актуальными до настоящего времени. Особенно возрос интерес к таким системам после открытия высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП).

Несмотря на значительные усилия, направленные в последние десятилетия на выяснение механизмов ВТСП, до сих пор существуют противоречивые мнения относительно механизмов, лежащих в основе спаривательного эффекта [1]. В этом плане исследование динамических явлений в сильно коррелированных электронных системах представляет определенный интерес, так как экспериментальные данные ясно свидетельствуют о важности спин-волновых возбуждений как связующем звене при сверхпроводящем спаривании d-электронов [2].

Впервые спин-волновые возбуждения для простой кубической (ПК) решетки с избыточным электроном в модели Хаббарда в пределе большого кулоновского отталкивания $U >> t$ (t — интеграл перескока) исследованы в работе Нагаока [3]. Было показано, что спектр спиновых волн ферромагнитной (ФМ) фазы в длинноволновом пределе пропорционален квадрату волнового вектора и энергия возбуждения подавляется с ростом величины антиферромагнитного (АФМ) косвенного обмена.

Дальнейшие исследования этого вопроса касались в основном термодинамического обобщения полученных результатов. Так, в работе [4] была построена диаграммная техника в модели Хаббарда и в газовом приближении рассмотрен спектр спин-волновых возбуждений при нулевой температуре. На основе анализа однопетлевых собственно энергетических частей было получено, что частота спиновых волн пропорциональна дырочной концентрации и область существования ФМ фазы в ПК решетке меньше, чем в других решетках.

В работе [5] на основе диаграммного метода суммировался вклад паркетных диаграмм в спиновую гриновскую функцию. Это приближение соответствовало пределу слабого рассеяния квазичастиц на зарядовых флуктуациях. Получен нагаоковский результат для спектра бозе-частиц, и на фазовой диаграмме установлена область термодинамической устойчивости ФМ фазы.

Следует отметить, что в указанных выше работах не рассматривалась проблема самосогласования параметра порядка и химического потенциала. Самосогласованные интегральные уравнения для динамической спиновой восприимчивости в приближении связанной моды изучались в работе [6]. Это позволило установить, что в гидродинамическом пределе (волновой вектор $\mathbf{k} \to 0$, частота $\omega \to 0$) спиновая восприимчивость описывает диффузионную спиновую динамику, тогда как в высокочастотном пределе реализуются когерентные спин-волновые возбуждения.

Сложность описания динамических свойств коллективизированных электронов в узкозонном хаббардовском магнетике связана с тем, что по-прежнему остается открытым вопрос о его основном магнитном состоянии. В работах [7–9] авторы представили систему самосогласованных уравнений для параметра порядка и химического потенциала, суммируя бесконечный ряд однопетлевых диаграмм для комбинированных заселенностей. На фазовой диаграмме установлены области существования ФМ и парамагнитной (ПМ) фаз. Как будет показано ниже, уже простейший анализ системы уравнений доказывает наличие диамагнитного вклада в статическую восприимчивость ПМ фазы. Это коррелирует с аналогичными результатами работы [10], полученными из анализа динамической восприимчивости в пределе $\omega \to 0$.

Ниже в рамках диаграммного метода [11,12] проводится анализ всех вкладов диаграмм в причинную спиновую функцию Грина, возникающих в первом порядке по обратному эффективному радиусу взаимодействия $1/z$ (z – число ближайших соседей). Исследуется спектр спиновых волн в ФМ и ПМ фазах и степень его когерентности. Представленная теория позволила установить поправки к резонансным частотам, которые отсутствовали в предшествующих теориях.

Самосогласованное уравнение для параметра порядка фаз

Рассмотрим узкозонный хаббардовский магнетик в режиме сильных электронных корреляций, когда число частиц несколько меньше числа ячеек. Предположим, что одночастичный уровень со спином вверх ($\uparrow$) имеет наименьшую энергию и является основным состоянием. Уровень со спином вниз ($\downarrow$) лежит несколько выше. В случае почти полузаполненной зоны в пределе сильного кулоновского отталкивания, когда среднее число электронов на одном узле $1-n << 1$, двухчастичным уровнем можно пренебречь.

В рамках t–J-модели гамильтониан такой системы в пространстве электронных состояний $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ и дырки $|0\rangle$ может быть представлен в терминах операторов Хаббарда в следующем виде [12]:

$$\hat{H} = \sum_{l,m,\sigma} t_{lm} X_l^{\sigma 0} X_m^{0\sigma} + \kappa \sum_{l,m} t_{lm} (X_l^{-+} X_m^{+-} - X_l^{++} X_m^{--}) - \\ - \mu \sum_{l,\sigma} X_l^{\sigma\sigma}, \qquad (1)$$

где t_{lm} — интеграл перескока между ближайшими узлами l и m в решетке, κt_{lm} — параметр АФМ обменного взаимодействия ($0 < \kappa < 1$); μ — химический потенциал, при слабом допировании магнетика дырками он находится почти у верхнего края энергетической зоны; $\sigma = +1$ — спиновый индекс для направления электронного спина вверх и $\sigma = -1$ — вниз.

Выражение (1) легко можно свести к следующему виду:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}, \qquad (2)$$

если гамильтониан нулевого приближения $\hat{H}_0$ рассматривать в виде

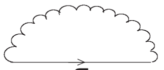
$$\hat{H}_0 = \sum_{l,\sigma} \varepsilon_\sigma X_l^{\sigma\sigma}, \tag{3}$$

а в качестве возмущения $\hat{H}_{\text{int}}$ взять кинетическую часть

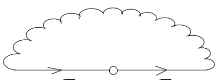
$$\hat{H}_{\text{int}} = \sum_{l,m,\sigma} t_{lm} X_l^{\sigma 0} X_m^{0\sigma}. \tag{4}$$

Следует отметить, что $\varepsilon_\sigma = -\sigma(h/2) - \mu - \kappa t(0) \times \times [n/2 - \sigma < S^z >]$ — уровни энергии на узле с учетом внешнего магнитного поля h для ФМ фазы, $t(0) = zt$ — фурье-компонента интеграла перескока для ПК решетки с параметром a в приближении ближайших соседей, когда $t_{lm} = t$; $z = 6$ — число ближайших соседей для ПК решетки; $< S^z >$ — модуль среднего спина. Кроме того, второе слагаемое гамильтониана (1), связанное с косвенным АФМ обменом взаимодействия d-электронов, рассматривается в приближении молекулярного поля (МП). При этом предполагается выполнение основного условия теории возмущения $\hat{H}_0 >> \hat{H}_{\text{int}}$.

Рассмотрим простейшие однородные ФМ структуры. С помощью матрицы рассеяния учтем взаимодействие (4) в линейном приближении по параметру t. В первом неисчезающем приближении по обратному эффективному радиусу взаимодействия $r \sim 1/z$ вклад в комбинированную электронно-дырочную заселенность $< F^{\sigma 0} > = < X^{\sigma\sigma} + X^{00} > = 1 - \dfrac{n}{2} + \sigma < S^z >$ вносят диаграммы вида



$$= \beta\delta\mu_\sigma, \tag{5}$$



$$= \nu_\sigma. \tag{6}$$

Волнистая и прямая линии обозначают соответственно эффективное взаимодействие $\beta B^{\sigma 0,0\sigma}(\mathbf{q}, i\omega_n)$, пропорциональное интегралу перескока $t(\mathbf{q})$, которое мы получили путем эффективного «одевания» элементарной линии взаимодействия:

$$\beta B^{\sigma 0,0\sigma}(\mathbf{q}, i\omega_n) = \beta \frac{t(\mathbf{q})(i\omega_n - \varepsilon_\sigma)}{i\omega_n - E_{\mathbf{q}\sigma}} \tag{7}$$

и гриновскую функцию нулевого приближения, определяющуюся в виде

$$G^{0\sigma}(i\omega_n) = \frac{1}{\beta(i\omega_n - \varepsilon_\sigma)}, \tag{8}$$

где $\omega_n = (2n+1)\pi T$, $E_{\mathbf{q}\sigma} = \varepsilon_\sigma + t(\mathbf{q}) < F^{\sigma 0} >$, $T = \dfrac{1}{\beta}$ — температура.

Простейшие блоки $\beta\delta\mu_\sigma$ и ν_σ аналитически представляются для ФМ фазы в виде [7,8]:

$$\beta\delta\mu = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}\omega_n} \beta B^{\sigma 0,0\sigma}(\mathbf{q}, i\omega_n) G^{0\sigma}(i\omega_n) = \\ = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \beta t(\mathbf{q}) f(E_{\mathbf{q}\sigma}), \tag{9}$$

$$\nu_\sigma < F^{\sigma 0} > = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}\omega_n} \beta B^{\sigma 0,0\sigma}(\mathbf{q}, i\omega_n)(G^{0\sigma}(i\omega_n))^2 < F^{\sigma 0} > = \\ = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} f(E_{\mathbf{q}\sigma}) - f(\varepsilon_\sigma),$$

где $f(x) = \dfrac{1}{[\exp(\beta x) + 1]}$ — функция распределения Ферми.

Поскольку в качестве параметра самосогласования выступает средний спин $< S^z >$, в формулах (7)–(9) осуществлена естественная замена $< F^{\sigma 0} >_0 \to < F^{\sigma 0} >$, где символ $<\ldots>_0$ обозначает усреднение по гамильтониану (3) в приближении МП.

Необходимо отметить, что в первом порядке теории возмущения возникает всего два вклада в комбинированную заселенность $< F^{\sigma 0} >$, которые графически представляются диаграммами (5) и (6). Однако один из этих блоков пропорционален $\beta = 1/T$. Чтобы получить самосогласованные уравнения для химического потенциала и среднего узельного спина $< S_l^z > = \dfrac{1}{2} < X_l^{++} - X_l^{--} >$ и устранить расходимость при $T = 0$, будем использовать приближение, в котором суммируются все вклады в $< F^{\sigma 0} >$ от диаграмм $\beta\delta\mu_\sigma$ и их произведений, а также вклады от диаграмм ν_σ. В аналитическом виде эта сумма является рядом Тейлора для функции $< F^{\sigma 0} >_1$, который легко суммируется [7,8,11]:

$$< F^{\sigma 0} >_1 = \frac{\exp(\beta E_\sigma) + 1}{1 + \exp(\beta E_\sigma) + \exp(\beta E_{-\sigma})}, \tag{10}$$

где $E_\sigma = -\varepsilon_\sigma + \delta\mu_{-\sigma}$.

Теперь с учетом диаграмм ν_σ запишем систему самосогласованных уравнений для химического потенциала и намагниченности:

$$1 - \frac{n}{2} + \sigma < S^z > = < F^{\sigma 0} >_1 - \nu_{-\sigma} < F^{-\sigma 0} >. \tag{11}$$

Проанализируем решение полученной системы для ФМ и ПМ структур.

Численный анализ (11) показывает, что с увеличением параметра κ область существования ФМ фазы по температуре сужается. При $T=0$ и условии $-6\varepsilon_{-}/<F^{-0}>\geq 3$ имеем $<F^{+0}>_1=1, <F^{-0}>_1=0$, что дает решение $<S^z>=n/2$, сответствующее насыщенному ФМ с химическим потенциалом, не зависящим от параметра косвенного обмена:

$$\frac{\mu_F}{W}=\frac{1}{6}I^{-1}(n), \tag{12}$$

где $I^{-1}(n)$ — функция обратная к $I(x)=\int\limits_{-3}^{x}\rho(x)dx$ и $\rho(x)$ — плотность электронных состояний, которая определяется в виде:

$$\rho(x)=\frac{1}{N}\sum_q \delta(x-\frac{t(\mathbf{k})}{2t}), \tag{13}$$

где $t(\mathbf{k})=2t(\cos(k_x a)+\cos(k_y a)+\cos(k_z a))$ — фурье-компонента интеграла перескока для ПК решетки, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. Графическое представление $I(x)$ для ПК решетки дано в [9].

Для ПМ структуры при $T=0$ $\frac{\mu}{W}+\frac{1}{4}\kappa n>0$ и $\mu+\frac{\delta\mu}{W}>0$, когда $<S^z>=0$. Тогда для химического потенциала в такой ПМ2 фазе имеем

$$\frac{\mu_{PM2}}{W}=-\frac{1}{4}\kappa n+\tilde{\tilde{\mu}}_0, \tag{14}$$

где

$$\tilde{\tilde{\mu}}_0=\frac{1}{6}\left(1-\frac{n}{2}\right)I^{-1}\left(\frac{1+n}{2}\right),\quad \frac{\delta\mu}{W}=\frac{\delta\mu_{PM2}}{W}=E\left(I^{-1}\left(\frac{1+n}{2}\right)\right),$$

а

$$E(x)=\frac{1}{6}\int\limits_{-3}^{x}x\rho(x)dx.$$

ПМ2 фаза соответствует газовому пределу по дырочной концентрации.

В ПМ1 фазе, соответствующей газовому пределу по электронной концентрации, имеем $\frac{\mu}{W}+\frac{1}{4}\kappa n<0$ и $\mu+\frac{\delta\mu}{W}<0$, что дает для химического потенциала выражение

$$\frac{\mu_{PM1}}{W}=-\frac{1}{4}\kappa n+\frac{1}{6}(1-\frac{n}{2})I^{-1}(\frac{n}{2}), \tag{15}$$

при этом $\frac{\delta\mu}{W}=\frac{\delta\mu_{PM1}}{W}=E\left(I^{-1}\left(\frac{n}{2}\right)\right)$. Таким образом, косвенный обмен понижает величину химического потенциала в ПМ фазе.

Используя самосогласованные уравнения для параметра порядка фаз (11), можно численно рассчитать продольную статическую восприимчивость системы. Дифференцируя два уравнения (11) по полю h для $\sigma=1$ и $\sigma=-1$, получаем систему из двух линейных уравнений относительно неизвестных производных $\chi_{\parallel}=\frac{d\langle S^z\rangle}{dh}$ и $\mu'=\frac{d\mu}{dh}$. Введем обозначения:

$$\frac{1}{\beta}\Delta_{\sigma}=\rho\left(-\frac{6\varepsilon_{\sigma}}{\langle F^{\sigma 0}\rangle W}\right)\frac{6}{\langle F^{\sigma 0}\rangle W},$$

$$\frac{1}{\beta}\varphi_{\sigma}=\rho\left(-\frac{6\varepsilon_{\sigma}}{\langle F^{\sigma 0}\rangle W}\right)\frac{-6\varepsilon_{\sigma}}{[\langle F^{\sigma 0}\rangle]^2 W}, \tag{16}$$

$$\frac{1}{\beta}\psi_{\sigma}=\rho\left(-\frac{6\varepsilon_{\sigma}}{\langle F^{\sigma 0}\rangle W}\right)\frac{6}{\langle F^{\sigma 0}\rangle W}\left[\frac{-\varepsilon_{\sigma}}{\langle F^{\sigma 0}\rangle}\right]^2.$$

Тогда выражение для продольной статической восприимчивости в однородной ФМ фазе при $T=0$ записывается так:

$$\chi_{\parallel F}=\frac{0{,}5a-\mu'_{FM}\,b}{2+\kappa t(0)a+c}, \tag{17}$$

где

$$\mu'_F=\frac{b(1+0{,}5c)-0{,}5ad}{\kappa t(0)[a^2-b^2]-bd+a(2+c)} \tag{18}$$

и коэффициенты $a=\beta(\Delta_{-}+\Delta_{+})$, $b=\beta(\Delta_{-}-\Delta_{+})$, $c=\beta(\varphi_{-}+\varphi_{+})$, $d=\beta(\varphi_{-}-\varphi_{+})$, $f=\beta(\psi_{-}+\psi_{+})$.

Для ПМ1 и ПМ2 структур при $T=0$ производная химического потенциала по полю $\mu'=0$, а продольная статическая восприимчивость системы имеет вид

$$\chi_{\parallel P1}=\frac{0{,}5a}{2+\kappa t(0)a+c}, \tag{19}$$

$$\chi_{\parallel P2}=\frac{0{,}5(1-0{,}5c)}{\kappa t(0)[1-0{,}5c]-0{,}5f}. \tag{20}$$

Зная средний спин $\langle S^z\rangle$ и μ электрона, легко по формулам (17)–(20) рассчитать восприимчивость электронной подсистемы в ФМ и ПМ фазах. На рис. 1 представлена концентрационная зависимость продольной статической восприимчивости системы для однородных ФМ и ПМ структур при нулевой температуре и без учета косвенного антиферромагнитного обмена $\kappa=0$. На рисунке видно, что в ПМ2 фазе продольная статическая восприимчивость системы диамагнитна. Это соответствует результатам, полученным в работе [10] при анализе динамической восприимчивости в пределе $\omega\to 0$.

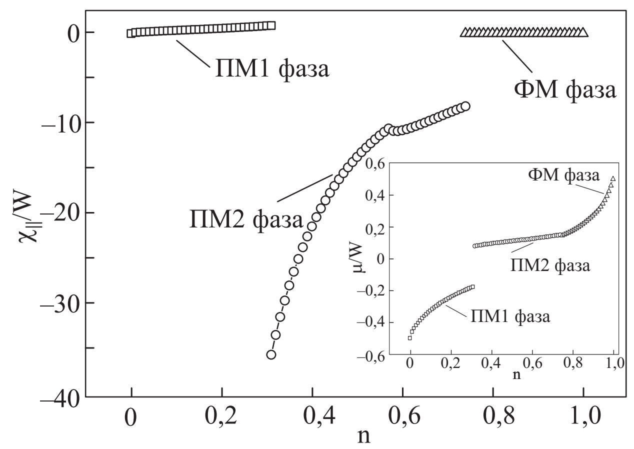


Рис. 1. Концентрационная зависимость продольной статической восприимчивости системы для однородных ФМ и ПМ структур при $T = 0$ и $\kappa = 0$. На вставке — концентрационная зависимость химического потенциала в ФМ, ПМ1 и ПМ2 фазах при $T = 0$ и $\kappa = 0$.

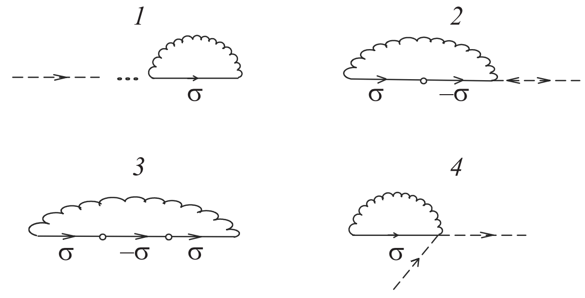


Рис. 2. Связные диаграммы в первом порядке теории возмущения по обратному эффективному радиусу взаимодействия для спиновой функции Грина $G_{+-}(\tau, r_l - r_m)$.

Спин-волновые возбуждения в ферромагнитной и парамагнитной фазах

Исследуем спиновую динамику электронов для однородных ФМ и ПМ2 фаз. Спектральные свойства коллективизированной системы электронов при ненулевой температуре описывает мацубаровская функция Грина:

$$G_{+-}(\tau, r_l - r_m) = -< T_\tau X_l^{+-}(\tau) X_m^{-+}(0) >, \qquad (21)$$

где T_τ — комбинированный оператор упорядочения по времени. Операторы Хаббарда $X_l^{+-}(\tau)$ выражены в представлении Гейзенберга. Угловые скобки <...> означают усреднение по большому каноническому ансамблю Гиббса, используя полный гамильтониан (1).

В первом порядке теории возмущения по обратному эффективному радиусу взаимодействия с $\hat{H}_{\text{int}}$ из (4) для $G_{+-}(\tau, r_l - r_m)$ имеем связные диаграммы, изображенные на рис. 2. Фермионным ——>—— и бозонным - - - ->- - - линиям на этих диаграммах соответствуют нулевые функции Грина $G^{0\sigma}(i\omega_p)$ (см. выражение (8) и последующие обозначения) и

$$G^{\sigma-\sigma}(i\omega_p) = \frac{1}{\beta(i\omega_p + \varepsilon_\sigma - \varepsilon_{-\sigma})}, \qquad (22)$$

где $\omega_p = 2p\pi/\beta$. Эффективной линии взаимодействия $\sim\!\sim\!\sim$ сопоставляется аналитическое выражение (7) для $\beta B^{\sigma 0, 0\sigma}(\mathbf{q}, i\omega_n)$. Первый блок на рис. 2 включает две диаграммы для $\sigma = +1$ и $\sigma = -1$, пропорциональные коррелятору $< (X_q^{--} - X_q^{++}) F_l^{\sigma 0} >$. Диаграммы подобного вида в более высоких порядках теории возмущения, объединяясь с нулевым приближением для фурье-компоненты $G_{+-}(i\omega_p, \mathbf{k})$, дают вклад $2 < S^z >_1 G^{+-}(i\omega_p)$, где $2 < S^z >_1 = < F^{+0} >_1 - < F^{-0} >_1$ и $< F^{\sigma 0} >_1$ определено в (10). Одна из диаграмм 2-го блока с $\sigma = +1$ и выходящей бозонной линией $G^{+-}(i\omega_p)$ в сумме с диаграммой 3 при $\sigma = +1$ дают вклад в собственно энергетический оператор:

$$D1(i\omega_p) = -G^{-+}(i\omega_p) \times$$
$$\times \left[\nu_+ < F^{+0} > + \frac{1}{N} \sum_q t(\mathbf{q}) < F^{-0} > \frac{f(E_{+q}) - f(\varepsilon_-)}{i\omega_p - E_{+q} + \varepsilon_-} \right]. \qquad (23)$$

Аналогичным образом, объединяя две диаграммы 4-го блока на рис. 2, имеем соответствующее аналитическое выражение:

$$D2(i\omega_p) = -2[G^{+-}(i\omega_p)]^2 < S^z > \beta(\delta\mu_+ - \delta\mu_-). \qquad (24)$$

Оставшиеся вклады от диаграмм 2-го и 3-го блоков с входящей бозонной линией $G^{+-}(i\omega_p)$ и $\sigma = -1$ на рис. 2 выражаются соответственно в виде:

$$D3(i\omega_p) = -G^{+-}(i\omega_p) \times$$
$$\times \left[\nu_- < F^{-0} > + \frac{1}{N} \sum_q t(\mathbf{q}) < F^{-0} > \frac{f(E_{-q}) - f(\varepsilon_+)}{i\omega_p - E_{-q} + \varepsilon_+} \right], \qquad (25)$$

$$D4(i\omega_p) = 2 < S^z > G^{-+}(i\omega_p) \frac{1}{N} \sum_q t(\mathbf{q}) \frac{f(E_{-q}) - f(\varepsilon_+)}{i\omega_p - E_{-q} + \varepsilon_+}. \qquad (26)$$

В дальнейшем будем определять функцию Грина $G_{+-}(i\omega_p, \mathbf{k})$ с помощью уравнения Ларкина [14], решение которого можно представить следующим образом:

$$G_{+-}(i\omega_p, \mathbf{k}) = \frac{\sum^{+-}(i\omega_p)}{1-\beta t(\mathbf{k})\sum^{+-}(i\omega_p)}, \qquad (27)$$

где собственно энергетический оператор $\sum^{+-}(i\omega_p)$ выражается в виде суммы члена $2<S^z>_1 G^{+-}(i\omega_p)$ с нулевым приближением и вкладов (23) – (26). Следует отметить, что если в (27) для ФМ фазы рассматривать только нулевой вклад в собственно энергетический оператор, то мы не получим из (27) спиновую функцию Грина в нулевом приближении эффективного самосогласованного поля. Это связано с видом $\hat{H}_{\text{int}}$, который зависит только от произведения разноузельных операторов рождения и уничтожения. Однако легко увидеть, что вклад нулевого приближения $\sum_0^{+-}(i\omega_p) = 2<S^z>_0 G^{+-}(i\omega_p) = 0$ при $\kappa = 0$, так как в ФМ фазе $<S^z>_0 = 0$. Если считать, что $\kappa t(0)/T << 1$, то можно положить $\sum_0^{+-}(i\omega_p) \approx 0$. В работе [4] также использована функция Грина в виде (27), где для собственно энергетического оператора учтено несколько диаграмм специального вида. В работе [5] авторы получили спиновую функцию Грина на основе решения уравнения Дайсона, используя уравнение Бете-Солпитера для вершинной части. Результаты указанных работ справедливы в пределе слабого магнонного рассеяния и соответствуют спин-волновому спектру для одного перевернутого спина [3].

Используя выражения (23)–(26), запишем собственно-энергетический оператор для ФМ фазы в виде:

$$\sum_F^{+-}(i\omega_p) = D1(i\omega_p) + D2(i\omega_p) + D3(i\omega_p) + D4(i\omega_p) =$$

$$= \frac{2<S^z> - \Delta a}{\beta(i\omega_p + \varepsilon_{+-})} + \frac{\Delta b}{\beta(i\omega_p - \varepsilon_{+-})} + \frac{\Delta c}{\beta(i\omega_p + \varepsilon_{+-})^2}, \qquad (28)$$

где

$$\Delta a = \nu_+ <F^{+0}> - \frac{1}{N}\sum_q t(\mathbf{q}) <F^{-0}> \frac{f(E_{-q}) - f(\varepsilon_+)}{i\omega_p - E_{-q} + \varepsilon_+},$$

$$\Delta b = \frac{1}{N}\sum_q 2<S^z> t(\mathbf{q}) \frac{f(E_{-q}) - f(\varepsilon_+)}{i\omega_p - E_{-q} + \varepsilon_+} -$$

$$- \frac{1}{N}\sum_q t(\mathbf{q}) <F^{-0}> \frac{f(E_{+q}) - f(\varepsilon_-)}{i\omega_p - E_{+q} + \varepsilon_-} - \nu_+ <F^{+0}>,$$

$$\Delta c = 2<S^z>> (\delta\mu_- - \delta\mu_+).$$

Для ПМ структуры комбинированная электронно-дырочная заселенность $<F^{+0}> = <F^{-0}> = 1 - n/2$, а $<S^z> = 0$, поэтому вклад в собственно энергетический оператор в ПМ2 фазе будут вносить диаграммы только 3-го блока рис. 2:

$$\sum_P^{+-}(i\omega_p) = \frac{2}{\beta}\frac{1}{N}\sum_q \frac{f(\varepsilon) - f(E_q)}{i\omega_p - <F> t(\mathbf{q})}. \qquad (29)$$

С помощью уравнения Ларкина (27) получаем полную функцию Грина $G_{+-}(i\omega_p, \mathbf{k})$, анализ которой может дать сведения об отклике системы. Динамическую восприимчивость системы выразим через фурье-образ запаздывающей спиновой функции Грина с помощью известного соотношения и аналитического продолжения $i\omega_p \to \omega + i\delta$ в (27):

$$\chi_\perp^{+-}(\omega, \mathbf{k}) = \beta g^2 \mu_0^2 G_{+-}(\omega, \mathbf{k}), \qquad (30)$$

в нашем случае $g^2\mu_0^2 = 1$, где g — фактор Ланде, μ_0 — магнетон Бора. На рис. 3 представлена частотная зависимость действительной поперечной динамической восприимчивости системы в ФМ фазе при нулевой температуре и без учета косвенного антиферромагнитного обмена $\kappa = 0$ для концентрации электронов $n = 0{,}9$. На рисунке видно, что в определенной области частот и волновых векторов имеются аномалии, обусловленные коллективными спин-волновыми возбуждениями. При определенных значениях $t(\mathbf{k})$ и ω восприимчивость системы диамагнитна. На рис. 4 представлена частотная зависимость мнимой поперечной динамической восприимчивости системы для ФМ упорядочения при $T = 0$, $n = 0{,}9$ и $\kappa = 0$. На вставке к этому рисунку показана частотная зависимость мнимой части собственно энергетического оператора для

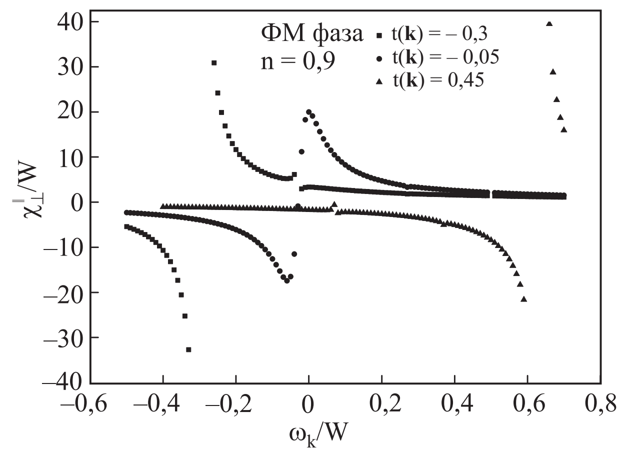


Рис. 3. Частотная зависимость действительной поперечной динамической восприимчивости системы в ФМ фазе при $T = 0$, $n = 0{,}9$, $\kappa = 0$ и различных $t(\mathbf{k})$.

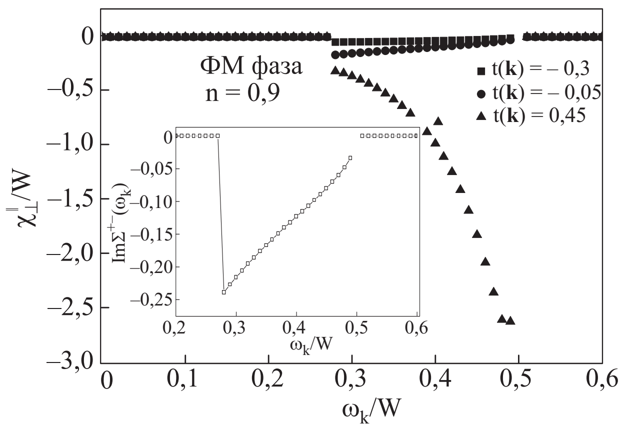


Рис. 4. Частотная зависимость мнимой поперечной динамической восприимчивости системы в ФМ фазе при $T = 0$, $n = 0{,}9$, $\kappa = 0$ и различных $t(\mathbf{k})$ На вставке— частотная зависимость мнимой части собственно энергетического оператора для насыщенного состояния однородной ФМ фазы при $T = 0$ и $n = 0{,}9$.

насыщенного состояния однородной ФМ фазы при $T = 0$ и $n = 0{,}9$. Видно, что мнимая динамическая восприимчивость системы в данном случае связана с рассеянием в системе и некогерентностью спин-волновых возбуждений.

Спектр спин-волновых возбуждений находится из уравнения

$$1 - \beta t(\mathbf{k})\,\mathrm{Re}\left[\sum\nolimits^{+-}(\omega + i\delta)\right] = 0, \tag{31}$$

где $\mathrm{Re}\left[\sum\nolimits^{+-}(\omega + i\delta)\right]$ — реальная часть собственно энергетического оператора. На рис. 5 представлен спектр спин-волновых возбуждений в зависимости от $t(\mathbf{k})$ для насыщенного состояния однородной ФМ фазы и однородной ПМ2 фазы при $T = 0$ и $\kappa = 0$. В нулевом приближении при $\Delta a = \Delta b = \Delta c = 0$ из (31) для ФМ фазы имеем решение:

$$\omega_{0k}(\kappa) = 2 < S^z > (t(\mathbf{k}) - \kappa t(0)). \tag{32}$$

Спектр (32) характерен для электронных возбуждений, заполняющих практически полностью нижнюю хаббардовскую зону при электронной концентрации $n \sim 1$. Отметим, что в работе Нагаока [3] рассмотрены дырочные возбуждения и заполнение зоны в этом случае происходит вблизи ее дна. Из (32) следует, что частота спиновых переориентаций в узле связана с частотой межузельных электронных перескоков, когда для переворота спина в узле достаточно сначала уничтожить спин σ, а затем родить его с противоположным направлением. В длинноволновом пределе эти частоты очень велики по сравнению с существующими экспериментальными частотами резонансных полей. Очевидно, что пространственное распространение не-

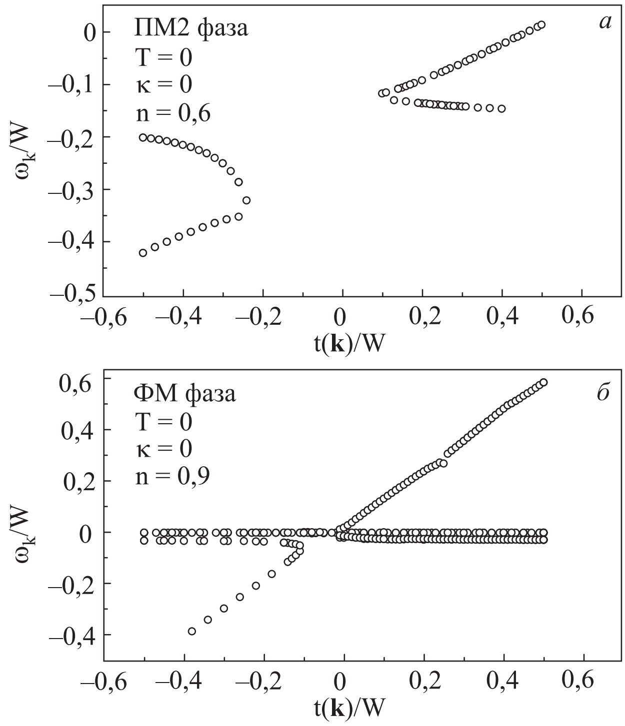


Рис. 5. Спектр спин-волновых возбуждений в зависимости от $t(\mathbf{k})$

больших спиновых отклонений связано с вкладами диаграмм на рис. 2.

Для определения частоты спин-волновых возбуждений для ФМ структуры будем искать дисперсионную поправку $\Delta\omega_k(\kappa)$ к частоте $\omega_{0k}(\kappa)$, подставляя в выражение (31) $\omega_k(\kappa) = \omega_{0k} + \Delta\omega_k(\kappa)$ и рассматривая члены только первого порядка малости, пропорциональные $\Delta\omega_k(\kappa)$. Тогда имеем

$$\Delta\omega_k(\kappa) = [- < F^{-0} > I - 2\nu_+ < F^{+0} >]t(\mathbf{k}) -$$
$$- \delta\mu_+ - \frac{[< F^{-0} > I + \nu_+ < F^{+0} >]2\kappa t(\mathbf{k})t(0)}{t(\mathbf{k}) - 2\kappa t(0)}, \tag{33}$$

где

$$I = \frac{1}{N}\sum_q t(\mathbf{q})\frac{f(E_{+q}) - f(\varepsilon_-)}{n(t(\mathbf{k}) - \kappa t(0)) - t(\mathbf{q})}.$$

В случае почти полузаполненной зоны при $T = 0$, когда среднее число дырок на одном узле $1 - n << 1$, выражение (33) существенно упростится, если для его решения воспользоваться разложениями в ряд по малым параметрам $(1 - n)$ и $(3 - x)$ для химического потенциала и электронной плотности состояний $\rho(x)$ соответственно. Действительно, функцию $\rho(x)$ можно представить в виде [15]

$$\rho(x)=\frac{1}{\pi^3}\int_0^{\arccos(x-2)} dyK\left(\frac{\sqrt{k^2(x,y)-1}}{k(x,y)}\right), \quad (34)$$

где $K(x)$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода с модулем $k(x,y)=\dfrac{2}{x-\cos(y)}$. При $x\sim 3$ эллиптический интеграл раскладываем в ряд

$$K(x)\approx\frac{\pi}{2}(1+\frac{1}{4}x^2+\ldots). \quad (35)$$

Подставляя (35) в (34) и выполняя интегрирование с верхним пределом $\arccos(x-2) >> \sqrt{2(3-x)}$, имеем

$$\rho(x)\approx\frac{1}{\sqrt{2}\pi^2}\sqrt{3-x}. \quad (36)$$

Отметим, что учет членов более высокого порядка в разложении (35) и $\arccos(x-2)$ приводит к умножению (36) на множитель 4591/4608 ≈ 0,996 и появлению слагаемых, пропорциональных $(3-x)\sqrt{3-x}$. Будем пренебрегать указанными поправками ввиду их малости. Тогда вблизи потолка нижней зоны в однородной ФМ фазе при $n\sim 1$ выражение для химического потенциала принимает вид

$$\frac{\mu_F}{W}=\frac{1}{2}-\left(\frac{\pi^4}{48}\right)^{\frac{1}{3}}(1-n)^{\frac{2}{3}}. \quad (37)$$

Теперь не составляет труда вычислить интеграл I, входящий в выражение (33), что дает следующий закон дисперсии для коллективных возбуждений в ФМ фазе с косвенным обменом при $T = 0$:

$$\omega_k(\kappa)=\omega_k(0)-\kappa\frac{W}{2}\times$$
$$\times\left\{n-2t(\mathbf{k})\left[-3A+\frac{6(t(\mathbf{k})-\kappa t(0))A-(1-n)}{t(\mathbf{k})-2\kappa t(0)}\right]\right\}, \quad (38)$$

где

$$A=\frac{\sqrt{2}n}{W\pi^2}\left(\frac{9\pi^4}{2}\right)^{\frac{1}{6}}(1-n)^{\frac{4}{3}} \quad (39)$$

и частота $\omega_k(0)$ коллективных возбуждений в отсутствие косвенного обмена имеет вид:

$$\omega_k(0)=\frac{W}{2}+n(t(\mathbf{k})-t(0))+\Delta\omega_k(0), \quad (40)$$

где

$$\Delta\omega_k(0)=2(1-n)t(\mathbf{k})+3Wt(\mathbf{k})A\left\{1-\frac{2}{W}[t(0)-t(\mathbf{k})]\right\}.$$

Видно, что в дисперсионной поправке к ω_{0k} первое слагаемое совпадает с соответствующим вкладом, полученным в работе [4], а второе дает вклад, связанный с влиянием эффективного самосогласованного поля и пропорционально $(1-n)^{4/3}$. Также в соответствии с результатом Нагаока [3] для малых κ с ростом величины косвенного АФМ обмена энергия спиновой волны в первом приближении уменьшается линейно.

Мнимая часть собственно энергетического оператора определяет затухание спин-волновых возбуждений. Для насыщенного состояния однородной ФМ фазы с косвенным обменом и однородной ПМ2 фазы ее можно представить в виде следующих выражений соответственно:

$$\beta\,\mathrm{Im}_F\left(\sum\nolimits_F^{+-}(\omega+i\delta)\right)=$$
$$=\pi\frac{6(1-n)}{W}\rho\left(\frac{6\omega}{W}-3\kappa n\right)\left[f\left(\omega-\mu_F-W\kappa\frac{n}{2}\right)-1\right], \quad (41)$$

$$\beta\,\mathrm{Im}_P\left(\sum\nolimits_P^{+-}(\omega+i\delta)\right)=$$
$$=\pi\frac{48(1-0{,}5n)}{W}\rho\left(\frac{12\omega}{W}\right)\left[f\left(\omega-\mu_P-W\kappa\frac{n}{2}\right)-1\right]. \quad (42)$$

В случае слабого допирования дырками область длинноволновых некогерентных возбуждений $\kappa a << 1$ при нулевой температуре определяется из условия $\mathrm{Im}(\sum^{+-}(\omega+i\delta))\neq 0$, что дает для волновых векторов в ФМ фазе неравенство

$$(1-n)(1-\frac{\kappa}{1-2\kappa})-\kappa\le\frac{(ka)^2}{12}\le\left(\frac{\pi^4}{48}\right)^{\frac{1}{3}}(1-n)^{\frac{2}{3}}-\kappa. \quad (43)$$

Таким образом, при достаточно малых величинах волновых векторов вблизи уровня Ферми в ФМ насыщенной фазе слабодопированного узкозонного хаббардовского магнетика существуют когерентные спин-волновые возбуждения.

Имея закон дисперсии для когерентных возбуждений в однородной ФМ фазе с косвенным обменом (38), можно получить коэффициент спин-волновой жесткости SC. Для этого разложим в ряд по малому параметру $(t(\mathbf{k})-t(0))\to 0$ спин-волновой спектр (38) и рассмотрим все члены ряда, пропорциональные квадрату волнового вектора k^2:

$$SC(\kappa=0)=-ta^2[2(1-n)+6AW],$$

$$SC(\kappa)=\frac{-ta^2[(2-8\kappa+12\kappa^2)(1-n)+(6-21\kappa+12\kappa^2)AW]}{(-1+2\kappa)^2}. \quad (44)$$

С точностью до членов порядка $(1-n)$ наш результат совпадает с коэффициентом спин-волновой жесткости для спектра, полученного Зайцевым [4].

Заключение

Исследованы различные решения самосогласованных уравнений для намагниченности и химического потенциала для однородных ФМ и ПМ структур с учетом вклада простейших диаграмм.

Проведено изучение спектра и затухания коллективных спин-волновых возбуждений в однородных ФМ и ПМ фазах при нулевых температурах. Для слабодопированной системы с ФМ структурой в первом неисчезающем приближении по дырочной концентрации спектр согласуется с аналогичными результатами, полученными другими авторами. Вычисленная в данной работе поправка более высокого порядка к частоте спиновых волн пропорциональна $(1-n)^{4/3}$. Показано, что вблизи уровня Ферми спектр длинноволновых коллективных возбуждений является когерентным.

Вычисленная поперечная динамическая восприимчивость системы для однородных ферромагнитных и парамагнитных структур в определенной области частот и волновых векторов имеет аномалии, обусловленные коллективными спин-волновыми возбуждениями. При определенных значениях $t(\mathbf{k})$ и ω она диамагнитна.

1. P.W. Anderson, *Fiz. Nizk. Temp*. **4/5**, 381 (2006).
2. J.M. Tranquada, H. Woo, T.G. Perring, H. Goka, G.D. Gu, G. Xu, M. Fujita, and K. Yamada, *Nature* **429**, 534 (2004).
3. Y. Nagaoka, *Phys. Rev*. **147**, 392 (1966).
4. Р.О. Зайцев, *ЖЭТФ* **70**, 1100 (1976).
5. M.Yu. Nikolaev, N.V. Ryzhanova, A.V. Vedyaev, and S.M. Zubritskii, *Phys. Status Solidi* **B128**, 513 (1985).
6. G. Jackeli and N.M. Plakida, cond-mat 9909019.
7. Э.Е. Зубов, *ФНТ* **19**, 274 (1993).
8. Э.Е. Зубов, *ТМФ* **105**, 311 (1995).
9. E. Zubov, V. Dyakonov, and H. Szymczak, *J. Phys.: Cond. Matter*. **18**, 6699 (2006).
10. Е.В. Кузьмин, *ФНТ* **31**, 191 (2005).
11. Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин, *Статистическая механика магнитоуорядоченных систем*, Наука, Москва (1987).
12. Ю.А. Изюмов, М.И. Кацнельсон, Ю.Н. Скрябин, *Магнетизм коллективизированных электронов*, изд. фирма «Физ.-мат. литература», Москва (1994).
13. Yu.A. Izyumov, B.M. Letfulov, and E.V. Shipitsyn, *J. Phys.: Cond. Matter*. **6**, 5137 (1994).
14. А.И. Ларкин, *ЖЭТФ* **37**, 264 (1959).
15. T. Morita and T. Horiguchi, *J. Math. Phys*. **12**, 981 (1970).

Collective spin-wave excitations in a t-J-model

S.F. Myronova and E.E. Zubov.

Within the framework of the diagrammatic method of the perturbation theory, the influence of effective kinematic interaction and indirect antiferromagnetic exchange of *d*-electrons on magnetic structure of a narrow-band Hubbard magnet has been examined. All contributions to the combined occupancy and the Green function of transverse spin components are considered in the first order nonvanishing approximation of the perturbation theory. A self-consistent equation for order parameter of phases is derived. Using the effective «dressing» of the interaction lines, all contributions to the self-energy are determined. The influence of indirect antiferromagnetic exchange on spin-wave spectrum and elementary excitations damping is examined for ferromagnetic and paramagnetic phases. For the ferromagnetic phase at temperature $T=0$ and hole concentration $c \ll 1$ the spin-wave frequency includes an additional term which is proportional to $c^{4/3}$. The spin-wave frequency of excitations decreases linearly with increasing the indirect exchange. This is in agreement with the result obtained by Nagaoka and Zaitsev. It is found that the spin-wave spectrum of excitations near the Fermi level is coherent. A transverse dynamic susceptibility of the system for homogeneous ferromagnetic and paramagnetic structures is obtained.

PACS: 71.10.Fd Lattice fermion models (Hubbard model, etc.);
71.27.+a Strongly correlated electron system, heavy fermions;
75.10.Lp Band and itinerant models;
75.30.Fv Spin-density waves.

Keywords: spin, spin wave, indirect exchange, chemical potential, ferromagnetic.