

## Нутационные двумерные структуры в магнетиках

А.Б. Борисов, Ф.Н. Рыбаков

Институт физики металлов УрО РАН, г. Екатеринбург, 620219, Россия  
E-mail: Borisov@imp.uran.ru

Статья поступила в редакцию 19 октября 2007 г.

Найдены новые типы магнитных структур в модели Гейзенберга. Аналитическими методами описаны спиральные структуры, спиральные вихревые структуры и их взаимодействие. Обсуждаются способы экспериментальной реализации найденных структур в реальных системах, в том числе наномагнетики.

Знайдено нові типи магнітних структур у моделі Гейзенберга. Аналітичними методами описано спіральні структури, спіральні вихрові структури і їх взаємодія. Обговорюються способи експериментальної реалізації знайдених структур у реальних системах, у тому числі наномагнетики.

PACS: 05.45.Yv Солитоны;  
67.30.he Текстура и вихри.

Ключевые слова: модель Гейзенберга, спиральные вихревые структуры.

### 1. Введение

В последние два десятилетия наблюдается повышенный интерес к вихрям и другим нелинейным структурам в низкоразмерных магнетиках. Важная роль таких структур в магнитных топологических фазовых переходах отмечена многими исследователями (см., например, [1,2]). После обнаружения и синтеза большого класса новых квазиодно- и квазидвумерных (2D) ферромагнетиков (слоистые магнетики, интеркалированные соединения, графит, купратные плоскости в ВТСП [3]), где магнитное взаимодействие внутри кристаллографических плоскостей намного сильнее взаимодействия между плоскостями, теоретическое описание нелинейных структур в магнетиках представляет не только академический интерес.

К настоящему времени, помимо динамических солитонов разного типа, исследованы многие стационарные и автоволновые структуры конденсированных сред, параметром порядка которых, как и в модели Гейзенберга, является комплексное скалярное поле  $\Psi$  ( $\Psi = e^{i\Phi} \text{ctg } \theta$  в модели Гейзенберга), инвариантные относительно глобальных изменений фазы  $\Phi$ . Наиболее популярными и хорошо изученными уравнениями этого вида являются уравнение Гросса–Питаевского в теории сверхтекучести [4]

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \Delta \Psi + \lambda \Psi \pm \Psi |\Psi|^2 \quad (1)$$

и комплексное уравнение Ландау–Гинзбурга [5]

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \Delta \Psi + (1 + ib)\Psi \pm (1 + ic)\Psi |\Psi|^2, \quad (2)$$

с вещественными параметрами  $b, c$ , которые характеризуют линейную и нелинейную дисперсию. Уравнение (1) для  $\Psi = S_x + iS_y$  описывает также малоамплитудную динамику спиновой системы одноосного ферромагнетика с выделенной осью  $z$  в рамках уравнения Ландау–Лифшица. Нетривиальной структурой, описываемой уравнением (1), является стационарный вихрь (например, вихрь Питаевского или магнитный вихрь). В полярной системе координат функция  $\Psi$  имеет вид  $\Psi = \rho e^{i\Phi}$ , а вихревое решение определяется подстановкой  $\rho = \rho(r)$ ,  $\Phi = q\varphi$  в (1) и численным решением этих уравнений с граничными условиями  $\rho(0) = 0$ ,  $\rho(\infty) = 1$ . Двумерные вихри в изотропных ферромагнетиках и магнетиках с одноосной анизотропией были предсказаны давно (см. ссылки в первой монографии по этой проблеме [6], связанной с магнитными солитонами и магнитными структурами) и обнаружены в последнее время в пермаллое и наномагнетиках (магнитных нанодотах) (см., например, [7]).

Другими нетривиальными пространственными структурами, наблюдаемыми в автоколебательных активных средах, являются  $N$ -заходные спиральные волны. Им отвечают решения уравнения (2) в виде

$\rho = \rho(r)$ ,  $\Phi = N\varphi + \omega t + f(r)$ . На больших расстояниях от центра спирали фаза спирали пропорциональна расстоянию  $f(r \rightarrow \infty) = kr$ , частота  $\omega = c + (b - c)^2 k^2$  определяется характеристиками самой автоколебательной системы,  $\rho(r) \rightarrow \text{const}$  при  $r \rightarrow \infty$ , и линии постоянной фазы имеют форму архимедовой спирали. Вблизи центра амплитуда волны уменьшается и обращается в нуль при  $r \rightarrow 0$ . Вид функций  $\rho(r)$ ,  $f(r)$  определяется численными методами [8–11]. Спиральные структуры составляют наиболее богатый класс пространственных структур в активных средах (спиральные галактики, моллюски, спиральные волны в реакции Белоусова–Жаботинского). Такие среды характеризуются непрерывным притоком энергии от источника к каждому физически малому элементу и ее диссипацией, и в них при определенных условиях наблюдается образование различных стационарных или зависящих от времени пространственных структур, лежащих в основе самоорганизации.

Экспериментально установлено [12–14], что в тонких магнитных пленках с сильной перпендикулярной анизотропией типа «легкая ось» под действием гармонического или импульсного магнитного поля формируются новые структуры — ведущие центры типа мишеней, спирали и спиральные домены, наблюдаемые с помощью магнитооптического эффекта Керра. Статическая устойчивость и существенная нелинейность являются характерными особенностями магнитных структур, наблюдаемых в эксперименте. Они не исчезли после выключения магнитного поля — времена жизни мишеней и спиральных доменов на несколько порядков превышали период магнитного поля. Это позволяет рассматривать магнитные структуры типа мишеней и спиральные домены как магнитные дефекты, возбуждаемые накачкой энергии и релаксирующие к термодинамически равновесному состоянию за достаточно длительные времена.

Детальное исследование спиральных вихревых структур для XY и гейзенберговской моделей (в виду их универсального характера) представляет интерес как для исследований структур в наноматериалах, где были обнаружены спиральные структуры, так и возможного применения в физике жидких кристаллов, квантового эффекта Холла и изучения ряда биологических систем, в которых обнаружены самоорганизующиеся спиральные структуры [15,16].

В работах [17,18] были получены в аналитическом виде простейшие типы двумерных спиральных вихревых структур для гейзенберговской модели ферромагнетика. Во втором параграфе мы находим более общий тип спиральных структур, которые формируются основным (обменным) приближением. Мы обсуждаем широкий класс новых точных решений соответствующих уравнений, исследуем структуру и взаимодей-

ствие спиральных вихрей, обсуждаем возможность их экспериментальной реализации.

## 2. Двумерные спиральные вихри

Рассмотрим модель изотропного гейзенберговского ферромагнетика со спином  $S$ , описываемого гамильтонианом вида

$$H = - \sum_{p,n} J_{pn} \mathbf{S}_p \mathbf{S}_n, \quad (3)$$

в котором  $\mathbf{S}_p$  — спиновый оператор узла  $p$  двумерной или трехмерной решетки,  $\mathbf{a}$  — расстояние между ближайшими соседями с константой обменного взаимодействия между ними  $J_{pn} = J\delta_{n,p+\mathbf{a}}$  ( $J > 0$ ). Нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие динамику модели, получаются из рассмотрения диагонального матричного элемента уравнения движения оператора  $p$ -спина  $S_p^+ = S_p^x + iS_p^y$ :

$$-i\hbar \frac{dS_p^+}{dt} = [H, S_p^+] \quad (4)$$

в представлении спиновых когерентных состояний  $|\Omega\rangle = \prod_p |\theta_p, \Phi_p\rangle$ , где  $0 \leq \theta_p \leq \pi$  и  $0 \leq \Phi_p < 2\pi$  параметризуют спиновые состояния на сфере единичного радиуса [20]. Для гамильтониана с билинейными взаимодействиями это приводит к системе уравнений для классических переменных  $\theta_p, \Phi_p$ , параметризующих спиновый вектор  $\mathbf{S}_p$

$$(\mathbf{S}_p = S(\sin \theta_p \cos \Phi_p, \sin \theta_p \sin \Phi_p, \cos \theta_p)),$$

$$\begin{aligned} \sin \theta_p \frac{\partial \Phi_p}{\partial t} = & -\frac{S}{\hbar} \sum_n J_{np} \sin \theta_n \cos \theta_p \cos(\Phi_p - \Phi_n) + \\ & + \sin \theta_p \frac{S}{\hbar} \sum_n J_{np} \cos \theta_n, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_p}{\partial t} = \frac{S}{\hbar} \sum_n J_{np} \sin \theta_n \sin(\Phi_n - \Phi_p), \quad (6)$$

здесь и далее индекс  $n$  нумерует ближайших соседей рассматриваемого спина. В континуальном пределе в двумерном случае мы вводим поля  $\theta(x, y)$ ,  $\Phi(x, y)$ , которые определены в плоскости  $(x, y)$ . Уравнения для статических решений  $\partial \theta_p / \partial t = \partial \Phi_p / \partial t = 0$  могут быть получены переходом к континуальному приближению в уравнениях для спинов на дискретной решетке

$$\begin{cases} \Delta \theta = \sin \theta \cos \theta (\nabla \Phi)^2, \\ \nabla(\sin^2 \theta \nabla \Phi) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Как показано в работах [17,18], спиральные структуры существуют в случае, когда линии уровня полей  $\Phi(x, y), \theta(x, y)$  ортогональны ( $\nabla\Phi\nabla\theta=0$ ) или параллельны ( $\nabla\Phi \propto \nabla\theta$ ). Здесь рассмотрим случай, когда производные поля  $\Phi(x, y)$  являются линейными комбинациями производных от поля  $\theta$  с коэффициентами, зависящими от этого поля

$$\begin{cases} \Phi_{,x} = -F_1(\theta)\theta_{,y} + F_2(\theta)\theta_{,x}, \\ \Phi_{,y} = F_1(\theta)\theta_{,x} + F_2(\theta)\theta_{,y}, \end{cases} \quad (8)$$

где, вследствие инвариантности обменных взаимодействий относительно группы вращений, мы полагаем функции  $F_1, F_2$ , зависящими только от поля  $\theta(x, y)$ . Условие совместности системы (8) и уравнения (7) приводят к замкнутой системе из трех нелинейных уравнений для полей  $\theta(x, y), F_1, F_2$ . Решение двух из них определяет поля  $F_1, F_2$  в явном виде:

$$F_2 = c_1 \frac{F_1}{\sin \theta^2}, \quad F_1 = \frac{2 \sin \theta}{\sqrt{-4c_1^2 - c_2 \sin \theta^2 - \sin 2\theta^2}} \quad (9)$$

с произвольными постоянными  $c_1, c_2$ , а последнее уравнение имеет вид

$$\Delta\theta = -(\nabla\theta)^2 \frac{F_1'}{F_1}. \quad (10)$$

Это уравнение после переопределения постоянных  $c_1, c_2$  и введения вспомогательного поля  $a(x, y)$  сводится к уравнению Лапласа

$$\Delta a(x, y) = 0, \quad (11)$$

где поле  $a(x, y)$  определяет поле  $\theta(x, y)$  следующим образом:

$$\cos \theta(x, y) = c \operatorname{sn} [a(x, y), k] \quad (0 < k < 1), \quad (12)$$

Здесь  $\operatorname{sn} [a(x, y), k]$  — эллиптическая функция Якоби (эллиптический синус) с модулем  $k$ .

При этом решение системы (8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} a &= \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln \left( \sqrt{(x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2} \right) + q_i \operatorname{arctg} \left( \frac{y-y_{0i}}{x-x_{0i}} \right), \\ \Psi &= \sum_{i=1}^n (-k/c) q_i \ln \left( \sqrt{(x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2} \right) + (k/c) \alpha_i \operatorname{arctg} \left( \frac{y-y_{0i}}{x-x_{0i}} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

с сингулярностями в точках  $(x_{0i}, y_{0i})$  — центров магнитных дефектов. Из условия однозначности намагниченности, вида решения (12) и симметрии эллиптических функций  $\operatorname{sn}(u) = \operatorname{sn}(u + 4K)$ ,  $\operatorname{sn}(u) = \operatorname{sn}(2K - u)$  (где  $K = K(k)$  — полный эллиптический интеграл первого рода) следует, что изменения полей  $a, \Phi$  при об-

$$\Phi(x, y) = - \int_0^{a(x,y)} \frac{dX \sqrt{(1-c^2)(c^2-k^2)}}{c(1-c^2 \operatorname{sn}^2 [X, k])} + \Psi(x, y), \quad (13)$$

где  $k/c a(x, y) + i\Psi(x, y)$  — аналитическая функция комплексного переменного  $z = x + iy$ . В результате соотношения (11)–(13) дают новый класс точных решений уравнений (7), который определяется аналитической функцией  $k/c a(x, y) + i\Psi(x, y)$  и двумя параметрами  $k, c$ , которые изменяются в интервалах

$$0 \leq k \leq 1, \quad k \leq c \leq 1. \quad (14)$$

Граничным значениям интервалов этих параметров отвечают известные классы решений. В пределе  $k \rightarrow 0$  мы получаем семейство решений, зависящих только от гармонической функции  $a(x, y)$ :

$$\cos \theta(x, y) = c \sin a(x, y),$$

$$\Phi(x, y) = - \operatorname{arctg} [\sqrt{1-c^2} \operatorname{tg} a(x, y)],$$

исследованные в работе [18]. При  $c = 1$  подстановка (8) редуцируется в уравнения Коши–Римана для аналитической функции  $\Omega = \Phi(x, y) + ika(x, y)$  и

$$\cos \theta(x, y) = \operatorname{sn} [a(x, y), k] \quad (0 < k < 1)$$

соответствующий класс решений, найденный в работе [18]. Наконец, при  $c = 1, k \rightarrow 1$  и выборе  $\Omega$  в виде

$$\Omega = \sum_{i=1}^n (Q_i) \ln (x + iy - c_i) \quad (Q_i \in \mathbb{Z})$$

решения представим следующим образом:

$$\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \exp [i\Phi] = \prod_{i=1}^n \left( \frac{x + iy - c_i}{A_i} \right)^{Q_i}.$$

Они описывает структуру и взаимодействие инстантонов — магнитных вихрей [20].

Здесь мы обсудим выбор  $k/c a(x, y) + i\Psi(x, y)$  в виде потенциала вихреисточников в гидродинамике:

ходе по замкнутому контуру вокруг точки  $(x_{0i}, y_{0i})$  должны удовлетворять условию

$$\delta a = 4KN_i, \quad \delta\Phi = 2\pi Q_i \quad (N_i, Q_i \in \mathbb{Z}). \quad (16)$$

Отсюда сразу следует макроскопическое квантование параметра  $q_i$ :

$$q_i = \frac{2KN_i}{\pi}, \quad (17)$$

Учитывая изменение поля  $\Phi(x, y)$  при таком обходе, равное

$$\delta\Phi(x, y) = - \int_0^{\delta a(x, y)} \frac{dX \sqrt{(1-c^2)(c^2-k^2)}}{c(1-c^2 \operatorname{sn}[X, k]^2)} + \delta\Psi(x, y), \quad (18)$$

и соотношение (16), мы устанавливаем связь параметров  $\alpha_i$  и  $Q_i$ :

$$\alpha_i = \frac{c\pi Q_i + 2\sqrt{1-c^2}\sqrt{c^2-k^2}N_i P[-c^2, k]}{k\pi}, \quad (19)$$

где

$$P[-c^2, k] = \int_0^K \frac{dX}{(1-c^2 \operatorname{sn}[X, k]^2)} \quad (20)$$

— полный эллиптический интеграл третьего рода.

В итоге формулы (12)–(15), (17), (19), (20) описывают *новые типы магнитных структур* в ферромагнетиках в обменном приближении. Для  $N = 1$  в полярной системе координат мы получаем

$$\begin{aligned} \cos \theta &= c \operatorname{sn} \left( \alpha \ln r + \frac{2KN}{\pi} \varphi, k \right), \\ \Phi &= k\alpha\varphi / c - \frac{2KkN}{c\pi} \ln r + \frac{\sqrt{1-c^2}\sqrt{c^2-k^2}}{c} \times \\ &\times \int_0^{\alpha \ln r + \frac{2KN}{\pi} \varphi} \frac{dX}{[-1+c^2 \operatorname{sn}(X, k)^2]}, \quad (21) \end{aligned}$$

$$\text{где } \alpha = \frac{cQ}{k} + \frac{2\sqrt{1-c^2}\sqrt{c^2-k^2}N \int_0^K \frac{dX}{(1-c^2 \operatorname{sn}[X, k]^2)}}{k\pi}.$$

Параметр  $c \leq 1$  управляет «амплитудой» выхода спинов из плоскости  $xy$ . Структуры (21) могут быть названы нутационными, поскольку угол  $\theta$  лежит в диапазоне  $\theta_{\max} \leq \theta < \pi - \theta_{\max}$  с максимальным значением  $\theta_{\max} = \arccos c$ . Они включают несколько типов структур. Случаю  $N = 0$  соответствует вихревая магнитная «мишень» (рис. 1). Распределение азимутального угла  $\Phi$  характерно для вихревых структур, но с радиальной зависимостью, а компонента  $S_z$  имеет вид бесконечных концентрических (по переменной  $r$ ) кольцевых доменов, которые являются бесконечной полосовой доменной структурой по переменной  $\ln r$ . При  $Q = 0$  азимутальный угол намагниченности  $\Phi$  зависит от  $r$ ,  $\varphi$  и не имеет вихревой зависимости. Компонента  $S_z$  представляет спиральную структуру, так как постоянна на кривых в плоскости  $(x, y)$ , которые являются логарифмическими спиралями (см. рис. 2)

$$r = C \exp \left( -\frac{2K(k)\varphi N}{\pi\alpha} \right). \quad (22)$$

Изолированный магнитный дефект с дискретными параметрами  $N \neq 0$ ,  $Q \neq 0$  представляет собой спиральный вихрь с вихревым распределением поля  $\Phi$  и спиральной структурой для  $S_z$ . Для  $N = 1$  распределение  $S_z$  представляет собой два спиральных домена с противоположными направлениями намагниченности, разделенных двумя логарифмическими спиралями (см. рис. 3). Ширина спиральных солитонов (доменных границ) зависит от величины  $k$  и увеличивается с удалением от центра вихря. Поскольку  $K(k)$  — монотонно возрастающая функция параметра  $k$ , этот пара-

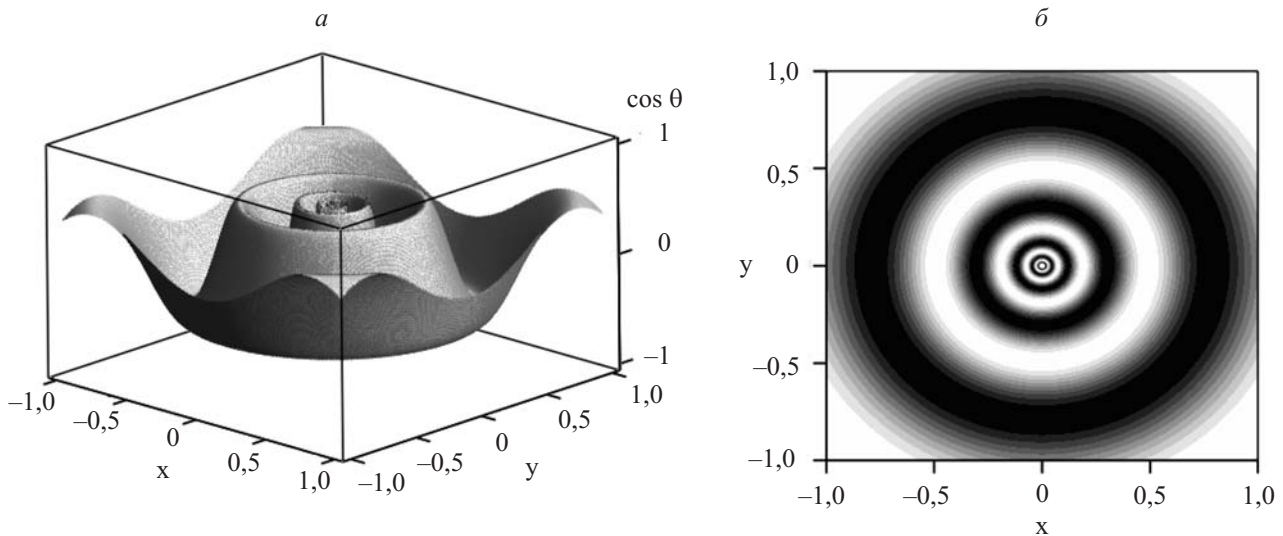


Рис. 1. Структура ядра вихревой магнитной мишени ( $Q = 2$ ,  $N = 0$ ,  $c = 0,5$ ,  $k = 0,15$ ): график  $\cos \theta$  (а), области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta$  (б).

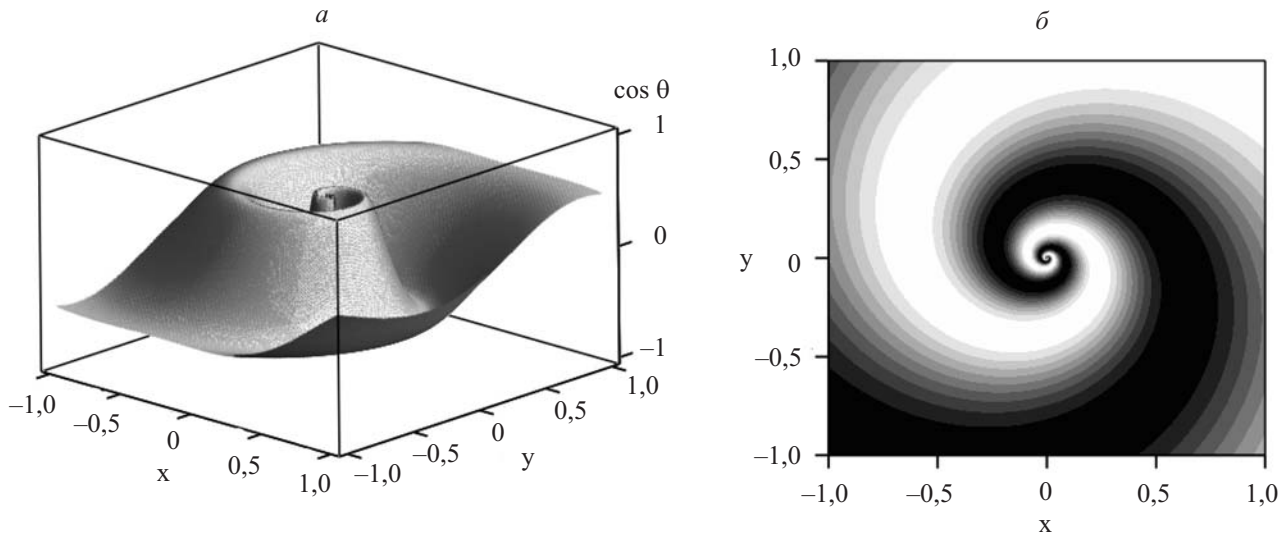


Рис. 2. Структура ядра однозаходной спирали ( $Q = 0, N = 1, c = 0,5, k = 0,15$ ): график  $\cos \theta$  (а), области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta$  (б).

метр определяет степень «закрученности» спирали (см. рис. 4). Киральность спирали (направление «закручивания») определяется знаком величины  $N/\alpha$ . Параметр  $N$  определяет число рукавов логарифмической спирали. График поля  $S_z$  и конфигурация доменов для двухзаходной (двухрукавной) спирали приведены на рис. 5.

Покажем, что обменное взаимодействие формирует логарифмические спирали  $\ln r \propto \varphi - \varphi_0$ . Действительно, уравнения (7) инвариантны к масштабным преобразованиям  $\vec{r} = r \exp \beta$  и вращениям  $\vec{\varphi} = \varphi + \gamma$  с параметрами  $\gamma$  и  $\beta$  соответственно. Поэтому кривая постоянных значений  $\theta(x, y)$  должна быть инвариантна относительно однопараметрической группы преобразований  $\vec{r} = r \exp \beta, \vec{\varphi} = \varphi + \rho \beta$  (группы спиральных

вращений [21]) с параметром  $\beta$ . В нашем случае  $\rho = -\pi\alpha/(2KN)$ .

Прямые вычисления показывают, что плотность энергии  $\nabla S \nabla S / 2$  структуры (21) пропорциональна  $(\nabla a)^2$ :

$$\nabla S \nabla S / 2 = \frac{1}{2} (1 + k^2 - 2k^2 \operatorname{sn} [a, k]^2) (\nabla a)^2. \quad (23)$$

Для вычисления энергии  $H$  спирального вихря мы используем разложение [22]:

$$\operatorname{sn} u^2 = \frac{1}{k^2 K^2} \left( K^2 - KE - 2\pi \sum_1^{\infty} \frac{nq^n}{1-q^{2n}} \cos \frac{2n\pi u}{2K} \right).$$

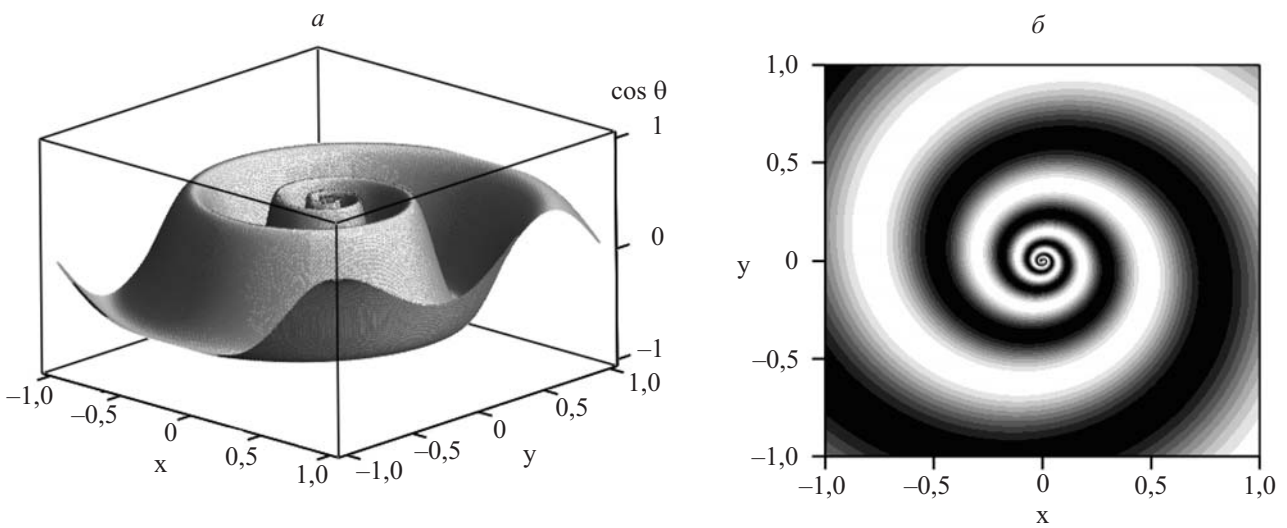


Рис. 3. Структура ядра вихревой однозаходной спирали ( $Q = 1, N = 1, c = 0,5, k = 0,15$ ): график  $\cos \theta$  (а), области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta$  (б).



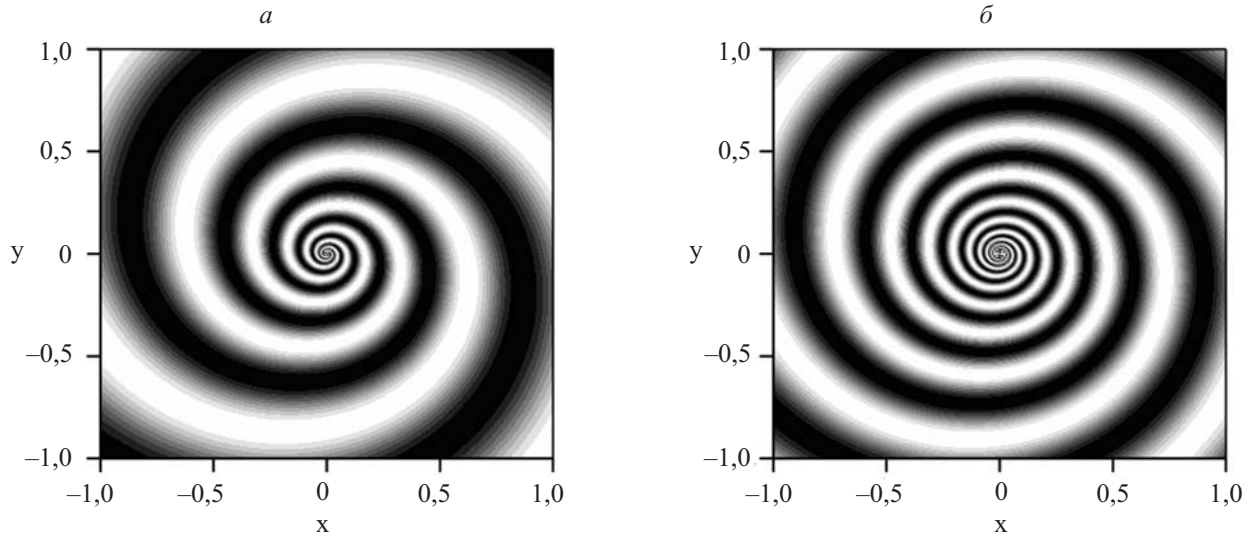


Рис. 4. Структура ядра вихревой однозаходной спирали ( $Q = 1, N = 1, c = 0,5$ ): области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta, k = 0,15$  (а), области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta, k = 0,1$  (б).

Здесь  $E(k)$  — полный эллиптический интеграл второго рода и  $q = \exp(-K' \pi / K)$  ( $K' = K(\sqrt{1-k^2})$ ). Тогда энергия спирального вихря, как и других нелокализованных структур подобного типа (вихрей в гидродинамике, дислокаций в кристаллической решетке), логарифмически зависит от размера системы  $L$  и радиуса  $d$  кора вихря (порядка постоянной решетки):

$$H = \frac{[2E(k) + (-1+k^2)K(k)][\pi^2 \alpha^2 + 4N^2 K(k)^2]}{\pi K(k)} \ln L / d. \quad (24)$$

где  $N \neq 0$ .

Поскольку спираль характеризуется двумя целыми числами ( $N, Q$ ), структура спиральных диполей имеет более разнообразный характер, чем для вихревых структур. Рассмотрим в качестве примера некоторые типы вихревых диполей. В отличие от многоинстантонных решений энергия многоспиральных конфигураций при  $k \neq 1$  зависит от расстояний между центрами спиральных вихрей, что приводит к их взаимодействию.

Рассмотрим в качестве примера некоторые типы спиральных диполей, состоящих из вихревых спиралей с числами  $(N_1, Q_1), (N_2, Q_2)$ . На больших расстояниях такой диполь трансформируется в определен-

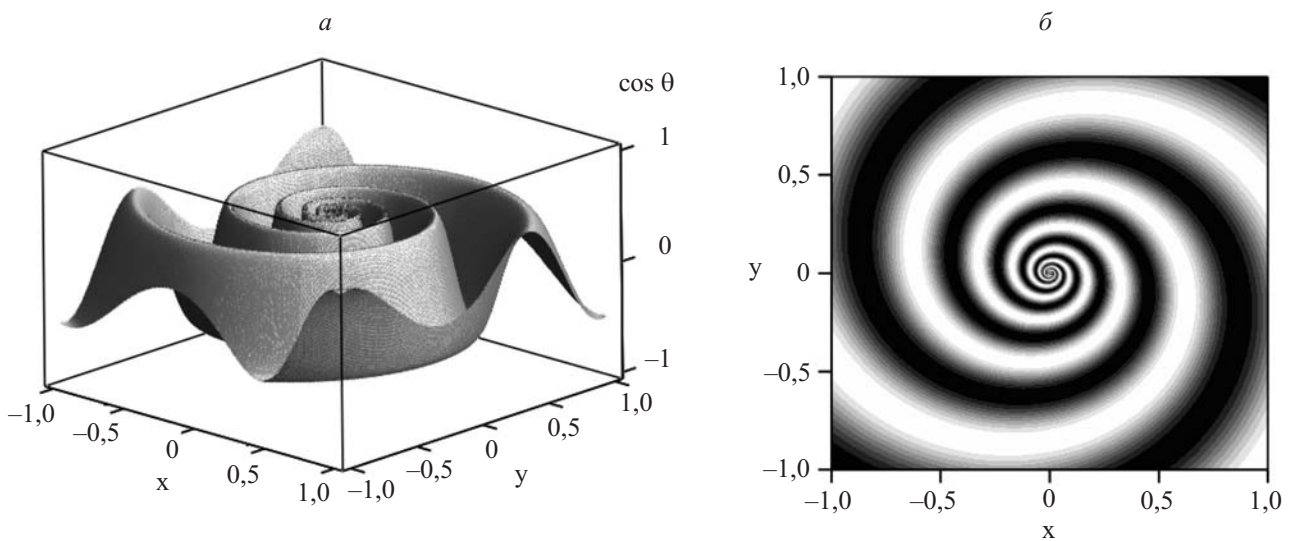


Рис. 5. Структура ядра вихревой двухзаходной спирали ( $Q = 1, N = 2, c = 0,5, k = 0,15$ ): график  $\cos(\theta)$  (а), области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos(\theta)$  (б).

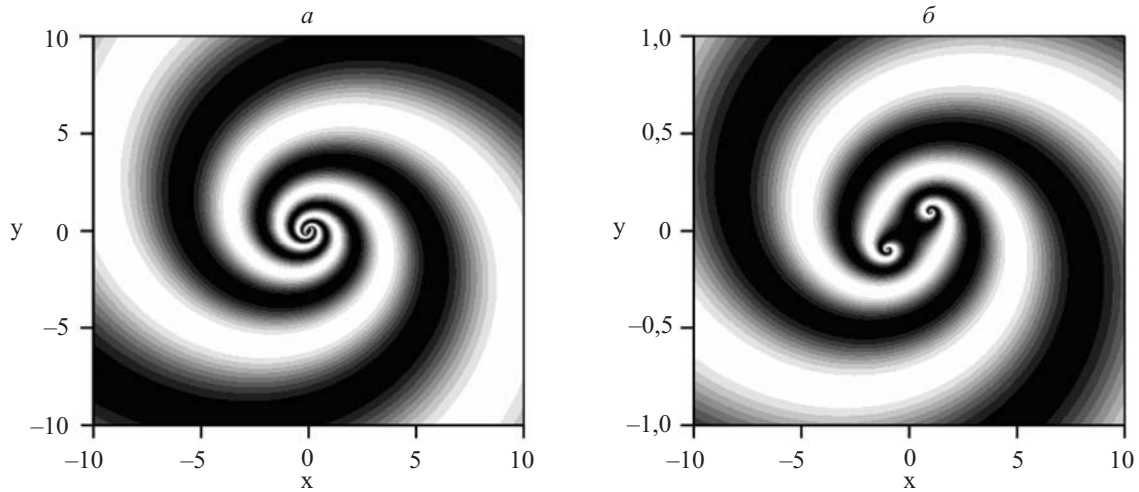


Рис. 6. Спиральный диполь, состоящий из двух однозаходных спиралей с параметрами  $N = 1, Q = 0$  и  $N = 1, Q = 0$  соответственно при  $c = 0,5, k = 0,15$ . Изображены области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta$  в разном масштабе: структура на больших расстояниях (а), структура ядер (б).

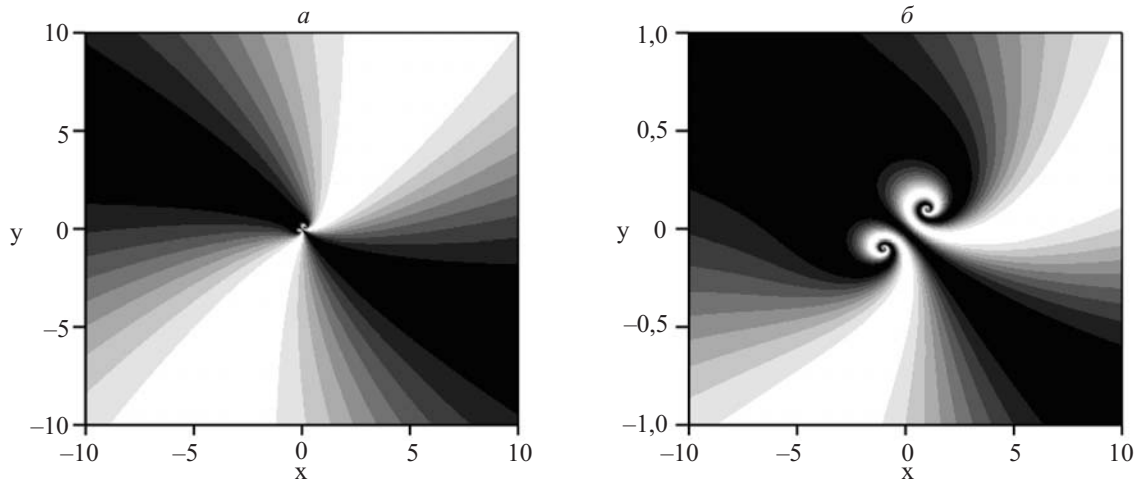


Рис. 7. Спиральный диполь, состоящий из двух однозаходных спиралей с параметрами  $N = 1, Q = 0$  и  $N = 1, Q = -2$  соответственно при  $c = 0,5, k = 0,15$ . Изображены области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta$  в разном масштабе: структура на больших расстояниях (а), структура ядер (б).

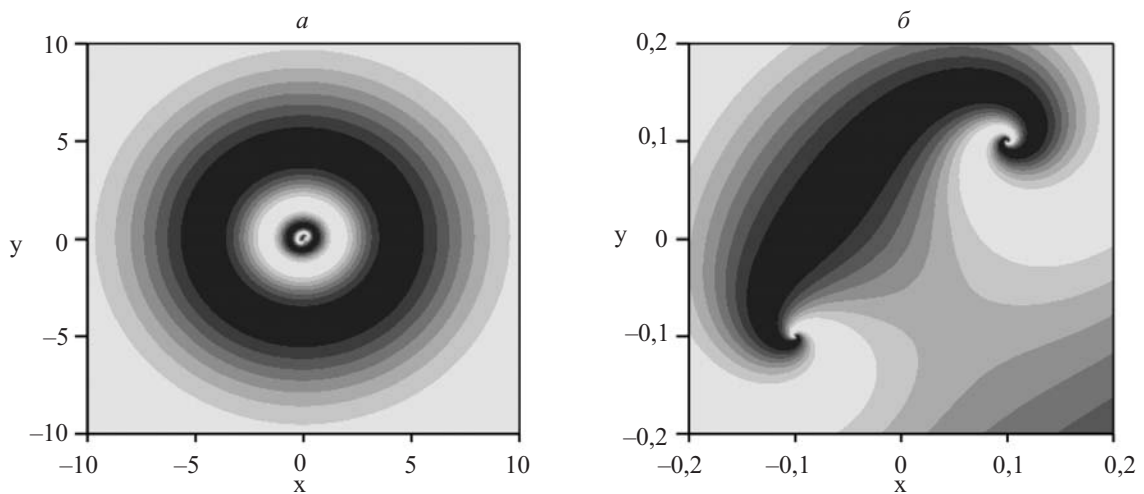


Рис. 8. Спиральный диполь, состоящий из двух однозаходных спиралей с параметрами  $N = 1, Q = 0$  и  $N = -1, Q = 2$  соответственно при  $c = 0,4, k = 0,25$ . Изображены области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos \theta$  в разном масштабе: структура на больших расстояниях (а), структура ядер (б).

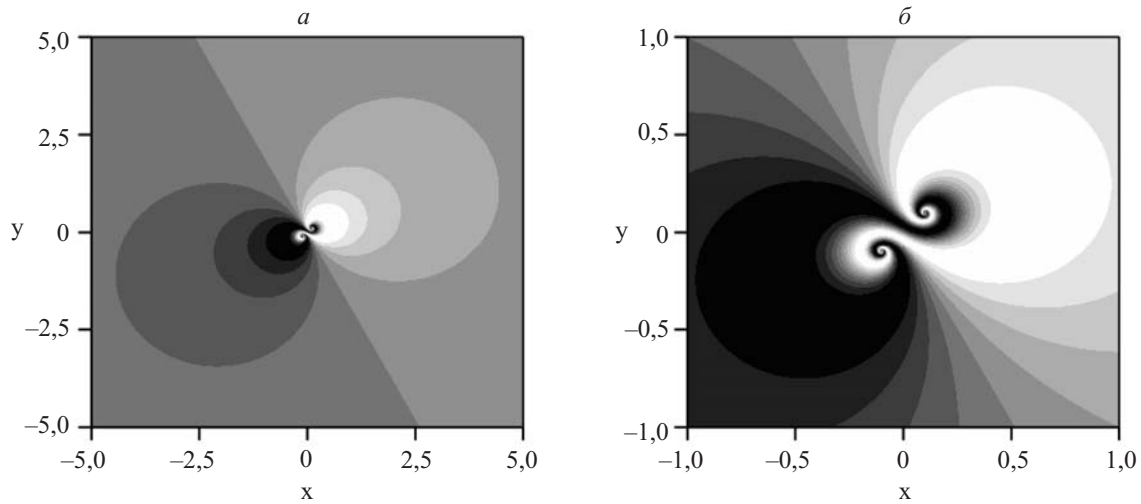


Рис. 9. Спиральный диполь, состоящий из двух однозаходных спиралей с параметрами  $N = 1, Q = 0$  и  $N = -1, Q = 0$  соответственно при  $c = 0,5, k = 0,15$ . Изображены области с положительными (белый цвет) и отрицательными (черный цвет) значениями  $\cos(\theta)$  в разном масштабе: структура на больших расстояниях (а), структура ядер (б).

ную спиральную конфигурацию с числами  $(N_1 + N_2, Q_1 + Q_2)$ . Диполь, состоящий из двух спиральных структур с числами  $(1, 1)$ , образует на больших расстояниях двухзаходную спираль (рис. 6), диполь с  $(1, 1)$  и  $(1, -1)$  — структуру  $(2, 0)$  безвихревой спирали (рис. 7), диполь с  $(1, 1)$  и  $(-1, 1)$  — структуру магнитной мишени (рис. 8).

Взаимодействие двух вихрей с параметрами  $(N, Q)$  и  $(-N, -Q)$  имеет характер притяжения. Соответствующее решение имеет локализованный характер и приведено на рис. 9. Энергия такого диполя не зависит от размеров системы  $L$  и на больших расстояниях плотность энергии обратно пропорциональна  $r^4$ . Из-за малой энергии активации такие спиральные диполи могут зарождаться термофлуктуационным способом и вносить вклад в термодинамические свойства системы.

Обсудим кратко возможность экспериментального наблюдения найденных в работе магнитных структур. Быстрое развитие технологии роста тонких пленок сделало возможным изготовление искусственно упорядоченных АСМ сплавов (artificially structured materials). Новые фазы в таких материалах могут возникать в процессе роста тонких пленок благодаря влиянию симметрии и низкоразмерных эффектов. Тогда однородное состояние, традиционно считающееся основным для двумерного гейзенберговского ферромагнетика, просто невозможно реализовать практически, если магнитная структура обладает ненулевым импульсом или моментом импульса.

Авторы глубоко признательны проф. А.С. Ковалеву за приглашение участвовать в выпуске этого журнала, посвященного памяти А.М. Косевича.

1. *Nonlinearity in Condensed Matter*, A.R. Bishop, R. Ecke and S. Gubernatis (eds.), Springer, Berlin (1993).
2. *Nonlinear Coherent Structures in Physics and Biology*, K.H. Spatchek and F.G. Mertens (eds.), Plenum, New York (1994).
3. *Fluctuation Phenomena: Disorder and Nonlinearity*, A.R. Bishop, S. Jimenez, and L. Vazquez (eds.), World Scientific, Singapore (1995).
4. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1978).
5. I.S. Aranson and L. Kramer, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 99 (2002).
6. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова Думка, Киев (1983).
7. T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, K. Shigeto, and T. Ono, *Science* **289**, 930 (2000); A. Leib, S.P. Li, V. Natali, and Y. Chen, *J. Appl. Phys.* **89**, 3892 (2001).
8. P.S. Hagan, *SIAM J. Appl. Math.* **42**, 762 (1982).
9. L.M. Pismen, *Vortices in Nonlinear Fields*, Clarendon Press, Oxford (1999).
10. А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов, *Введение в синергетику*, Наука, Москва (1990).
11. I.S. Aranson and L. Kramer, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 99 (2002).
12. Г.С. Кандаурова, *УФН* **172**, 1165 (2002).
13. Ф.В. Лисовский, Е.Г. Мансветова, *ФТТ* **31**, (1989).
14. И.Е. Дикштейн, Ф.В. Лисовский, Е.Г. Мансветова, Е.С. Чижик, *ЖЭТФ* **100**, 1606 (1991).
15. M.C. Gross and H.C. Hohenberg, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851 (1993).
16. F.J. Nédelec, T. Surrey, A.C. Maggs, and S. Leibler, *Nature* **389**, 305 (1997).
17. А.Б. Борисов, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 242 (2001).
18. А.В. Борисов, I.G. Bostrem, and A.S. Ovchinnikov, *JETP Lett.* **80**, 846 (2004).
19. R. Balakrishnan and A.R. Bishop, *Phys. Rev.* **B40**, 9194 (1989).



20. А.А. Белавин, А.М. Поляков, *Письма в ЖЭТФ* **22**, 503 (1975).
21. Г. Биркгоф, *Гидродинамика*, Изд-во иностр. лит., Москва (1954).
22. Э.Т. Уиттекер, Дж.Н. Ватсон, *Курс современного анализа*, Физматгиз, Москва (1963).

## Nutational two-dimensional structures in magnets

A.B. Borisov and F.N. Rybakov

The new types of magnetic structures in the framework of have been found. The spiral structures, spiral vorteces structures and their interaction were studied by analytical methods. The possibility of experimental realization of these structures in real systems including nanomagnets is discussed.

PACS: 05.45.Yv Solitons;  
67.30.he Textures and vortices.

Keywords: Heisenberg model, spiral vorteces structures.