

Волны второго звука в квантовых кристаллах ортодейтерия, параводорода и кристаллах неона

В.Д. Ходусов, А.А. Блинкина

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: vkhodusov@ukr.net; blinkina@gmail.com

Статья поступила в редакцию 28 ноября 2008 г.

Изучается возможность распространения волн второго звука в изотопически чистых идеальных монокристаллах ортодейтерия, параводорода и неона. Для нахождения области существования волн второго звука, которая лежит в области максимума коэффициента теплопроводности, использованы такие же частоты столкновений, как и в модели Каллавея при описании экспериментальных данных по теплопроводности. Определены концентрации изотопов ^1H , ^2D и ^{22}Ne , ниже которых возможно существование слабозатухающих волн второго звука. При этом важную роль играет правильный учет рассеяния фононов на границах образца.

Вивчається можливість поширення хвиль другого звуку в ізотопічно чистих ідеальних монокристалах ортодейтерію, параводню та неону. Для знаходження області існування хвиль другого звуку, що лежить в області максимуму коефіцієнта теплопровідності, використано такі ж частоти зіткнень, як і у моделі Каллавея при описі експериментальних даних по теплопровідності. Визначено концентрації ізотопів ^1H , ^2D і ^{22}Ne , нижче яких можливе існування слабкозгасаючих хвиль другого звуку. При цьому важливу роль грає правильне врахування розсіювання фононів на границях зразка.

PACS: 66.70.-f Неэлектронная теплопроводность и распространение теплового импульса в твердых телах; тепловые волны;
63.20.kg Фонон-фононные взаимодействия;
61.72.S- Примеси в кристаллах.

Ключевые слова: коэффициент теплопроводности, волны второго звука, нормальные и резистивные процессы, фононы, примеси.

1. Введение

Исследования теплопроводности кристаллов показывают, что коэффициент теплопроводности некоторых из них имеет максимум в низкотемпературной области [1–4]. Такое поведение коэффициента теплопроводности обусловлено влиянием так называемых нормальных фонон-фононных процессов рассеяния, протекающих с сохранением квазиимпульса. Кроме того, величина коэффициента теплопроводности существенно зависит от изотопического состава чистых кристаллов. Эти особенности коэффициента теплопроводности наблюдаются в квантовых монокристаллах ортодейтерия ($o\text{-D}_2$), параводорода ($p\text{-H}_2$) и криокристаллах неона (Ne) высокого качества с минимальным содержанием примесей и изотопов. В идеальных монокристаллах при низких температурах в области максимума коэффициента теплопроводности

возможно распространение слабозатухающих волн второго звука (ВВЗ), подобных волнам второго звука в He II [5,6]. Возможность существования подобных волн в твердых телах была высказана Пешковым [6]. Теоретически ВВЗ в твердых телах изучались в ряде работ [7–10]. В [9] впервые была найдена область существования ВВЗ, так называемое «окно». Экспериментально ВВЗ наблюдались только в некоторых кристаллах: в твердом гелии [4], NaF [11], висмуте [12] и сапфире [13]. Распространение ВВЗ в твердых телах возможно, если нормальные процессы взаимодействия фононов (N -процессы) происходят значительно быстрее, чем резистивные процессы взаимодействия фононов (R -процессы) без сохранения квазиимпульса (процессы переброса, рассеяние на примесях, изотопах, границах и т. д.), т. е. когда реализуется гидродинамический режим в описании фононов.

Основная причина, по которой невозможна регистрация ВВЗ в других кристаллах, является их сильное затухание на примесях и изотопах. В чистых совершенных монокристаллах основной вклад в затухание волн второго звука будет давать изотопическое рассеяние фононов. Таким образом, возникает необходимость определения концентраций изотопов, при которых возможно распространение слабозатухающих ВВЗ. Вопрос о возможности распространения ВВЗ в параводороде рассматривался в [14], а в неоне — в работе [15], где проводились общие рассуждения без определения конкретных условий существования ВВЗ.

В настоящей работе найдены концентрации изотопов водорода и ^{22}Ne , ниже которых возможна регистрация ВВЗ в рассматриваемых кристаллах, и определено температурное «окно» (область температур) в окрестности максимума коэффициента теплопроводности, где существуют ВВЗ. При этом важную роль играет правильный учет процессов рассеяния фононов на границах образца. Полученные результаты могут быть использованы для проведения экспериментов по регистрации ВВЗ в ортодейтерии, параводороде и неоне. Монокристаллы ортодейтерия и параводорода без тяжелых примесей неона, в которых исследовалось поведение коэффициента теплопроводности при низких температурах в работе [16], удовлетворяют найденным условиям существования ВВЗ.

2. Уравнения фоновой гидродинамики

В кинетической теории уравнение состояния газа фононов в твердых телах характеризуется функцией распределения фононов сорта j : $N^{(j)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$, удовлетворяющей кинетическому уравнению в форме уравнения Больцмана

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{g}^{(j)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \varepsilon^{(j)}}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) N = (\dot{N}^{(j)})_{\text{col}}, \quad (1)$$

где $\mathbf{g}^{(j)} = \partial \varepsilon^{(j)} / \partial \mathbf{p}$ — групповая скорость фононов; $\varepsilon^{(j)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \hbar \omega^{(j)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ — гамильтониан фононов, который равен их локальной энергии; $(\dot{N}^{(j)})_{\text{col}}$ — интеграл столкновений фононов, учитывающий различные процессы взаимодействия фононов.

Гидродинамический режим в описании фононов реализуется, если N -процессы взаимодействия фононов происходят значительно быстрее, чем R -процессы. Это условие можно записать в виде следующего неравенства:

$$\tau_N \ll \tau_R, \quad (2)$$

где τ_N и τ_R — времена релаксации нормальных и резистивных процессов рассеяния.

За время τ_N в газе фононов устанавливается квазилокальное равновесие, характеризующееся функцией распределения $N_0^{(j)}$, которая обращает в нуль интеграл столкновений за счет N -процессов и имеет вид [5]

$$N_0^{(j)} = \left(\exp \frac{\varepsilon^{(j)} - (\mathbf{p}\mathbf{u})}{T_0(1+\theta)} - 1 \right)^{-1}, \quad (3)$$

где \mathbf{u} — скорость дрейфа в газе фононов, $\theta = (T - T_0) / T_0$ — относительная температура, T_0 — равновесная температура. Термодинамические величины, характеризующие состояние квазилокального равновесия, можно найти, если ввести термодинамический потенциал F_0 соотношением [5]

$$F_0 = -T \sum_{k,j} \ln(1 + N_0^{(j)}). \quad (4)$$

Если состояние газа фононов близко к локальному статистическому равновесию, решение уравнения (1) в гидродинамическом приближении ищем в виде

$$N^{(j)} = N_0^{(j)} + \delta N^{(j)}, \quad |\delta N^{(j)}| \ll N_0^{(j)}, \quad (5)$$

где $N_0^{(j)}$ — локально равновесная функция распределения, зависящая от гидродинамических величин, и $\delta N^{(j)}$ — от их градиентов.

Применяя стандартную процедуру [5], из кинетического уравнения (1) можно получить систему гидродинамических уравнений, описывающих фононы в линейном приближении по дрейфовой скорости \mathbf{u} . В изотропном случае она имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}} + ST \nabla \theta &= -r \mathbf{u} + \tilde{\eta} \Delta \mathbf{u} + \left(\tilde{\zeta} + \frac{\tilde{\eta}}{3} \right) \cdot \nabla \text{div } \mathbf{u}; \\ C \dot{\theta} + S \text{div } \mathbf{u} &= \tilde{\kappa} \Delta \theta, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\mathbf{P} = \tilde{\rho} \cdot \mathbf{u}$ — плотность импульса фононов, $\tilde{\rho}$ — фоновая плотность, r — коэффициент внешнего трения, обусловленный взаимодействием фононов с несохранением квазиимпульса (процессы переброса, рассеяние на примесях, изотопах и на границах образца), $\tilde{\eta}$, $\tilde{\zeta}$ — коэффициенты первой и второй вязкости, $\tilde{\kappa}$ — коэффициент гидродинамической теплопроводности.

Кинетические коэффициенты r , $\tilde{\kappa}$, $\tilde{\eta}$, $\tilde{\zeta}$ были рассчитаны в работе [5] в области низких температур в модели приведенного изотропного кристалла относительно модулей упругости второго и третьего порядков. Там же было показано, что для большинства кристаллов число, подобное числу Прандтля в теории газов $\text{Pr} = C \tilde{\eta} / \tilde{\rho} \tilde{\kappa}$, равно 10^2 с достаточно большой точностью. Это говорит о том, что для них определяющую роль играет фоновая вязкость.

3. Волны второго звука в твердых телах

Линеаризованные уравнения фоновой гидродинамики описывают распространение ВВЗ в кристаллах. Будем искать решение системы (6) для всех переменных в виде плоской монохроматической волны $\exp[i(\Omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})]$ с частотой Ω и волновым вектором \mathbf{k} . Из условия совместности полученной системы уравнений находим дисперсионное уравнение для ВВЗ [5]:

$$\Omega(\Omega^2 - W_{II}^2 k^2) - 2iW_{II}^2 k^2 \Gamma_{II} = 0, \quad (7)$$

где W_{II} в изотропном газе фононов является фазовой скоростью ВВЗ и величина Γ_{II} — коэффициент затухания ВВЗ. Выражения для W_{II} и Γ_{II} имеют следующий вид [5]:

$$W_{II} = (TS^2 / C\tilde{\rho})^{1/2}; \quad \Gamma_{II} = \frac{r}{2\tilde{\rho}} + \left[\frac{1}{2\tilde{\rho}} \left(\frac{4}{3} \tilde{\eta} + \tilde{\zeta} \right) + \frac{1}{2C} \tilde{\kappa} \right] k^2. \quad (8)$$

Для фоновой газы в низкотемпературной области $\Theta_D / T \gg 1$ в модели приведенного изотропного кристалла получены следующие выражения для плотностей теплоемкости и энтропии, фоновой плотности, температуры Дебая и средней скорости звука:

$$C = 3S = \frac{2\pi^2}{15} \frac{k_B^4 T^3}{\hbar^3 V_t^3} (2 + \beta^3), \quad \tilde{\rho} = \frac{2\pi^2}{45} \frac{k_B^4 T^4}{\hbar^3 V_t^5} (2 + \beta^5),$$

$$\Theta_D = 2\pi\hbar V_s / k_B a, \quad V_s = V_t \left(\frac{3}{2 + \beta^3} \right)^{1/3},$$

где V_l, V_t — скорости продольного и поперечного звуков, β — их отношение, k_B — постоянная Больцмана. Скорость второго звука имеет вид

$$W_{II}^2 = \frac{V_t^2}{3} \left(\frac{2 + \beta^3}{2 + \beta^5} \right). \quad (9)$$

Если ввести диффузионные времена следующими соотношениями:

$$\tau_{\tilde{\eta}} = \frac{\tilde{\eta}}{\tilde{\rho} W_{II}^2}; \quad \tau_{\tilde{\zeta}} = \frac{\tilde{\zeta}}{\tilde{\rho} W_{II}^2}; \quad \tau_{\tilde{\kappa}} = \frac{\tilde{\kappa}}{C W_{II}^2}; \quad \tau_R = \frac{\tilde{\rho}}{r}, \quad (10)$$

то величина Γ_{II} может быть записана в виде

$$\Gamma_{II} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\tau_R} + \left(\frac{4}{3} \tau_{\tilde{\eta}} + \tau_{\tilde{\zeta}} \right) \Omega^2 + \tau_{\tilde{\kappa}} \Omega^2 \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\tau_R} + \tau_N \Omega^2 \right], \quad (11)$$

где $\tau_N = \frac{4}{3} \tau_{\tilde{\eta}} + \tau_{\tilde{\zeta}} + \tau_{\tilde{\kappa}}$.

Условие существования слабозатухающих ВВЗ

$$\Gamma_{II} \ll \Omega \quad (12)$$

приводит к следующему условию, накладываемому на частоту Ω , известному как «окно» существования ВВЗ [5,9]:

$$\frac{1}{2} v_R \ll \Omega \ll 2v_N, \quad (13)$$

где частоты столкновений v_i связаны с диффузионными временами τ_i соотношением $v_i = 1 / \tau_i$.

4. Частоты столкновений для квантовых кристаллов ортодейтерия, параводорода и кристаллов неона

Модель приведенного изотропного кристалла (МПИК) позволяет найти правильное окно существования ВВЗ для различных кристаллов, если для них известны модули упругости второго и третьего порядка. В частности для кристаллов NaF, в которых экспериментально наблюдались ВВЗ, полученное в МПИК «окно» существования ВВЗ совпадает с экспериментально наблюдаемым. Поскольку для квантовых кристаллов и неона отсутствуют данные по модулям упругости второго и третьего порядка, провести расчет области существования ВВЗ в МПИК не удастся. Однако, так как область существования ВВЗ лежит в окрестности максимума коэффициента теплопроводности, можно воспользоваться феноменологическими значениями частот столкновений, которые используются в модели Каллауэя для описания экспериментально наблюдаемой зависимости коэффициента теплопроводности от температуры в области низких температур.

Выражение для частоты рассеяния за счет резистивных процессов имеет вид

$$v_R = v_{iso} + v_{Beff} + v_U, \quad (14)$$

где v_{iso} — частота рассеяния фононов на изотопах, v_{Beff} — частота рассеяния на границах образца, v_U — частота рассеяния за счет процессов переброса. Поскольку можно получить кристаллы ортодейтерия и параводорода с концентрацией примесей порядка 10^{-7} [17], мы не учитываем процессы рассеяния фононов на примесях.

Учет частоты столкновений за счет рассеяния на изотопах для всех кристаллов проводим по формуле [1,2]

$$v_{iso}(x) = \frac{a^3}{4\pi V_S^3} \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2 x^4 T^4 C_d, \quad (15)$$

где a — постоянная решетки, $C_d = N_d / N$ — концентрация изотопов, ΔM — разность между атомными массами изотопов и основного вещества, M — масса основных атомов, $x = \hbar\omega / k_B T$ — безразмерная переменная.

Учет процесса рассеяния фононов на границах производится в зависимости от соотношения между длиной свободного пробега фононов за счет нормальных процессов $l_N = \tau_N V_S$ и размерами образца D . Если выполняется соотношение $l_N \gg D$, то эффективная длина свободного пробега фононов совпадает с размерами образца и частота столкновений за счет рассеяния на границах определяется выражением $\nu_B = V_S / D$. ВВЗ существуют в диэлектриках, если реализуется гидродинамический режим в описании фононов, при этом выполняется неравенство $l_N \ll D$. Фононы, находящиеся в толще образца, прежде, чем дойти до границы, испытают множество нормальных столкновений. В результате путь, проходимый между двумя столкновениями с границей, существенно увеличивается. Пользуясь известными формулами броуновского движения, легко показать, что траектория между двумя столкновениями с границей будет порядка D^2 / l_N [18]. Отсюда следует, что эффективная частота столкновений фононов с границей будет следующей:

$$\nu_{\text{Beff}} = \frac{V_S^2}{D^2 \nu_N} = \frac{\nu_B V_S}{\nu_N D}. \quad (16)$$

Для проведения численных оценок и определения условий существования слабозатухающих ВВЗ в квантовых кристаллах ортодейтерия, параводорода и кристаллах неона были использованы данные [15,16,19,20], приведенные в табл. 1.

Таблица 1. Величины, характеризующие рассматриваемые кристаллы

Кристалл	Θ_D , К	V_l , м/с	V_t , м/с	V_S , м/с	β	W_{II} , м/с	a , нм
<i>o</i> -D ₂	111,5	$1,92 \cdot 10^3$	$1,005 \cdot 10^3$	$1,12 \cdot 10^3$	0,52	$0,59 \cdot 10^3$	5,86
<i>p</i> -H ₂	118,5	$2,105 \cdot 10^3$	$1,14 \cdot 10^3$	$1,27 \cdot 10^3$	0,54	$0,68 \cdot 10^3$	3,73
Ne	74,6	$11,34 \cdot 10^2$	$6,33 \cdot 10^2$	$0,703 \cdot 10^3$	0,56	$0,37 \cdot 10^3$	4,46

Частоты столкновений за счет *N*- и *U*-процессов приведены в табл. 2 [15,16].

Таблица 2. Частоты столкновений и параметры процессов рассеяния фононов, полученные из подгонки формулы Каллауэя к экспериментальным температурным зависимостям теплопроводности для различных кристаллов

Кристалл	$\nu_N(x)$, с ⁻¹	$\nu_U(x)$, с ⁻¹	E , К	A_N	A_U
<i>o</i> -D ₂	$A_N x^2 T^5$	$A_U x^2 T^3 e^{-E/T}$	37,1	$5 \cdot 10^4$ К ⁻⁵ /с	$4,56 \cdot 10^7$ К ⁻³ /с
<i>p</i> -H ₂	$A_N x^2 T^5$	$A_U x^2 T^3 e^{-E/T}$	39,93	$6,7 \cdot 10^4$ К ⁻⁵ /с	$4,97 \cdot 10^7$ К ⁻³ /с
Ne	$A_N x^2 T^4$	$A_U x^2 T^5 e^{-E/T}$	13	$4,5 \cdot 10^4$ К ⁻⁴ /с	$1,43 \cdot 10^5$ К ⁻⁵ /с

В табл. 2 A_N — интенсивность нормальных фон-фонных процессов, определяется с помощью подгонки данных для кристаллов с примесью, содержащейся в исходном газе; A_U — интенсивность процессов переброса, E — граничная температура, начиная с которой становится возможным их проявление.

Для получения усредненных частот фононных столкновений проведем процедуру усреднения по правилу

$$\langle f(x) \rangle = \int_0^\infty \frac{x^4 \exp[x]}{(\exp[x]-1)^2} f(x) dx / \int_0^\infty \frac{x^4 \exp[x]}{(\exp[x]-1)^2} dx, \quad (17)$$

для всех вышеуказанных частот. Результаты усреднения частот столкновений приведены в табл. 3.

Таблица 3. Выражения для усредненных частот столкновений в модели Каллауэя для различных кристаллов

Кристалл	ν_N , с ⁻¹	ν_U , с ⁻¹	ν_{iso} , с ⁻¹	ν_{Beff} , с ⁻¹
<i>o</i> -D ₂	$1,4 \cdot 10^6 T^5$	$1,29 \cdot 10^9 \times T^3 \exp[-37,1/T]$	$1,31 \cdot 10^9 T^4 C_d$	$3,6 \cdot 10^4 T^{-5}$
<i>p</i> -H ₂	$1,89 \cdot 10^6 T^5$	$1,4 \cdot 10^9 \times T^3 \exp[-39,93/T]$	$2,3 \cdot 10^8 T^4 C_d$	$1,7 \cdot 10^4 T^{-5}$
Ne	$1,27 \cdot 10^7 T^4$	$4,03 \cdot 10^6 \times T^5 \exp[-13/T]$	$9,45 \cdot 10^7 T^4 C_d$	$0,78 \cdot 10^3 T^{-4}$

5. Анализ результатов и выводы

Для нахождения «температурного окна» существования ВВЗ конкретизируем условие (12), переписав его в виде

$$\Omega_{II} > 10 \Gamma_{II}. \quad (18)$$

5.1. Квантовые кристаллы ортодейтерия

Для начала рассмотрим идеальный случай, когда учитываются только нормальные процессы и процессы переброса. На рис. 1 приведены графики для частот столкновений за счет нормальных процессов и процессов переброса в модели Каллауэя.

Из анализа этих графиков вытекает, что «окно» существования ВВЗ для различных частот лежит в разных температурных интервалах. Например, для характерной частоты $\Omega = 10^6$ с⁻¹ на рис. 1 приведен коэффициент затухания ВВЗ и из условия (18) получается следующее «температурное окно» существования ВВЗ: $1,3 \text{ К} < T < 3,1 \text{ К}$. Наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ, при которой коэффициент затухания имеет минимум, лежит в окрестности $T = 2,4 \text{ К}$.

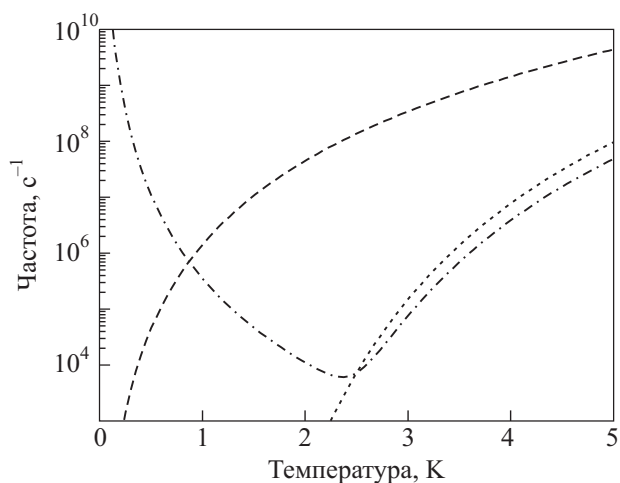


Рис. 1. Частоты столкновений за счет N - и U -процессов: ν_N (---), ν_U (- · -), Γ_{II} (- · - ·).

Учтем затухание ВВЗ на изотопах (основной изотоп ^1H , $\Delta M = 1$) и рассеяние на границах, взяв образец с характерными размерами $D = 0,5$ см. При этом

характерная частота второго звука будет равна $\Omega_{II} = 3,7 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$.

Подставляя выражения для частот столкновений из табл. 3 в коэффициент затухания (11), найдем из условия (18) «температурное окно» существования ВВЗ в монокристалле ортодейтерия. На рис. 2 приведены графики частот столкновений как функций температуры $\nu(T)$ для различных концентраций изотопа ^1H .

Анализ приведенных графиков дает возможность найти «окно» существования ВВЗ для различных концентраций изотопа ^1H в ортодейтерии, начиная с концентрации $C_d = 10^{-5}$ и ниже. Например, для $C_d = 10^{-6}$ «окно» находится в области температур $1,13 \text{ K} < T < 2,58 \text{ K}$, наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ $T = 1,7 \text{ K}$. С понижением концентрации изотопических примесей наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ сдвигается в область более высоких температур, при $C_d = 0$, $T = 2,2 \text{ K}$.

5.2. Квантовые кристаллы параводорода

Рассмотрим идеальный случай, когда учитываются только нормальные процессы и процессы переброса.

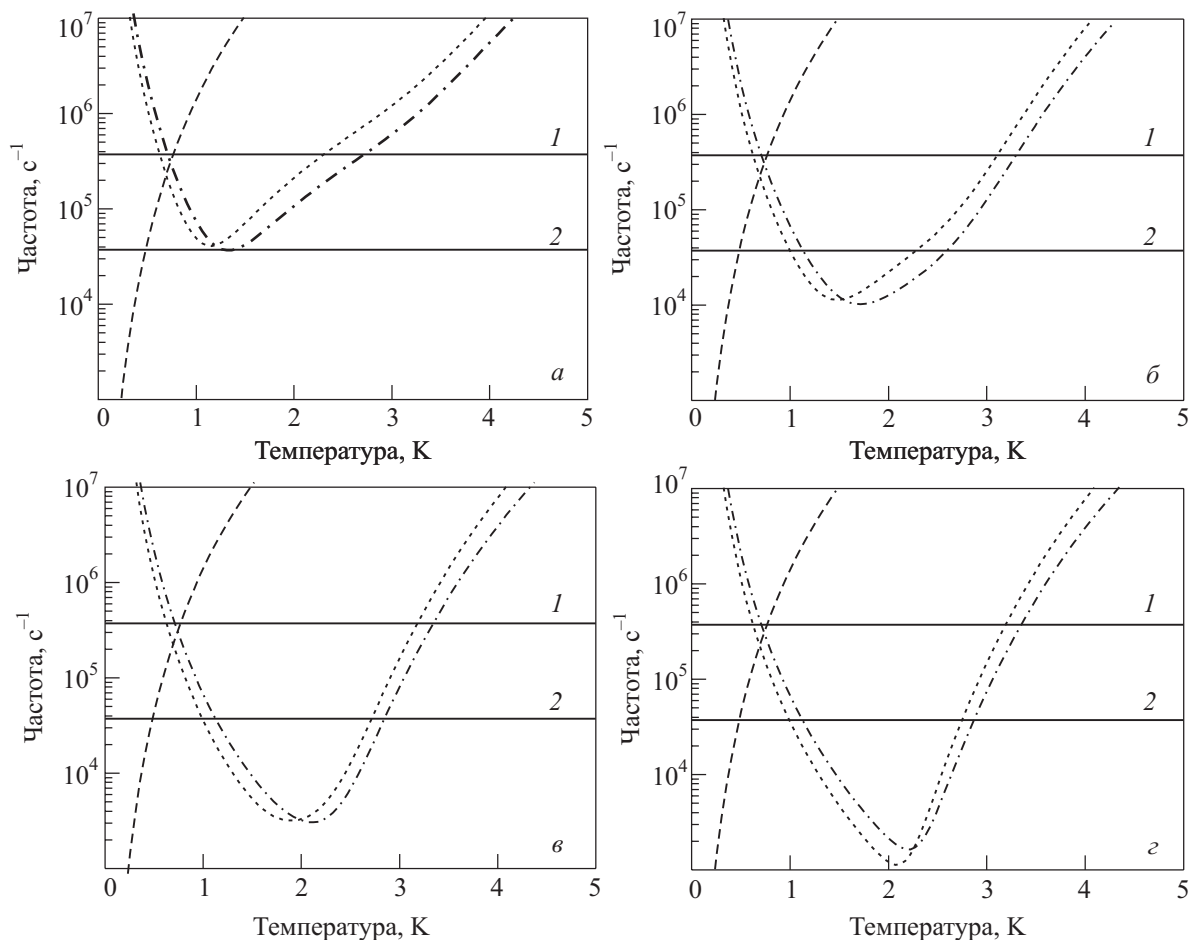


Рис. 2. Область существования волн второго звука в модели Каллауэя для различных концентраций изотопов C_d : 10^{-5} (а), 10^{-6} (б), 10^{-7} (в), 0 (г); ν_N (---), ν_R (- · -), Γ_{II} (- · - ·), частота второго звука Ω_{II} (1), частота на порядок меньше Ω_{II} (2).

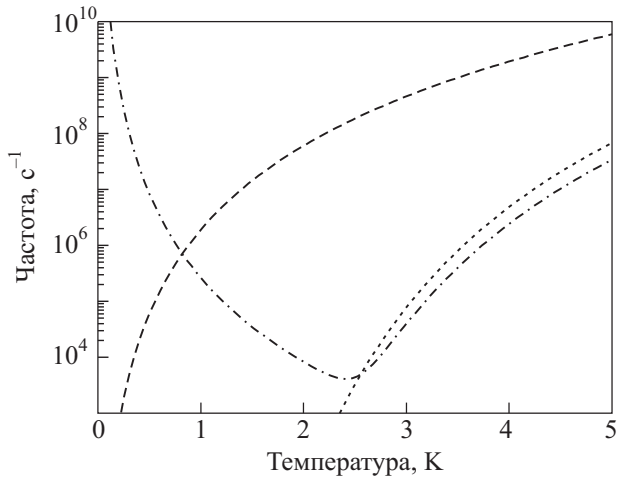


Рис. 2. Частоты столкновений за счет N - и U -процессов: ν_N (---), ν_U (- · -), Γ_{II} (- · -).

На рис. 3 приведены графики для частот столкновений за счет этих процессов в модели Каллавэя.

Анализ приведенных графиков показывает, что «окно» существования ВВЗ для различных частот

лежит в разных температурных интервалах. Для характерной частоты $\Omega = 10^6 \text{ с}^{-1}$ на рис. 3 приведен коэффициент затухания ВВЗ, из условия (18) получается следующее «температурное окно» существования ВВЗ: $1,21 \text{ К} < T < 3,1 \text{ К}$. Наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ, при которой коэффициент затухания имеет минимум, лежит в окрестности $T = 2,33 \text{ К}$.

Учтем затухание ВВЗ на изотопах (основной изотоп ^2D , $\Delta M = 1$) и рассеяние на границах, взяв образец с характерными размерами $D = 0,5 \text{ см}$. При этом характерная частота второго звука будет равна $\Omega_{II} = 4,25 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$.

На рис. 4 приведены графики частот столкновений как функций температуры $\nu(T)$ для различных концентраций изотопа ^2D .

Анализ приведенных графиков дает возможность найти «окно» существования ВВЗ для различных концентраций изотопа ^2D в параводороде, начиная с концентрации $C_d = 10^{-4}$ и ниже. Например, для $C_d = 10^{-5}$ «окно» находится в области температур $1,1 \text{ К} < T < 2,4 \text{ К}$, наиболее благоприятная температу-

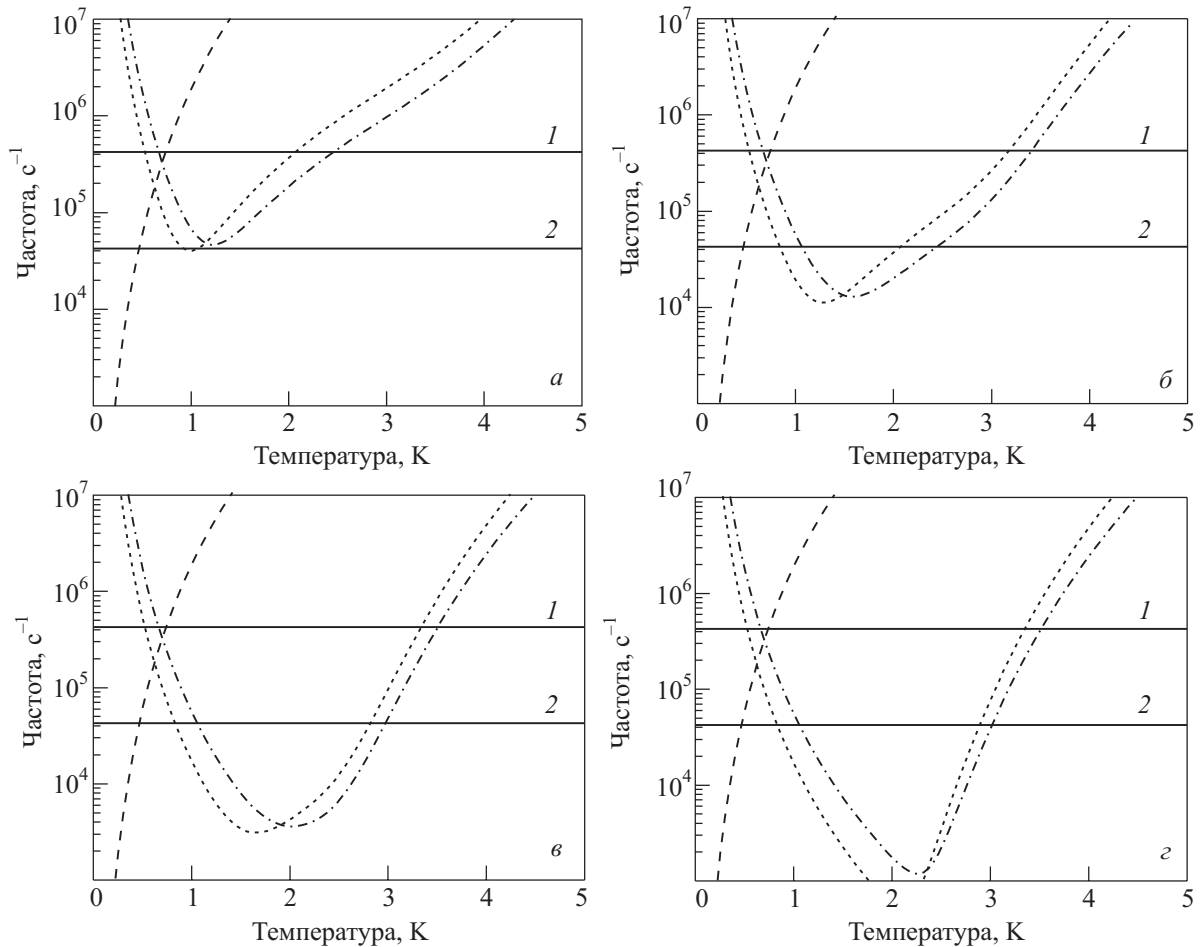


Рис. 4. Область существования волн второго звука в модели Каллавэя для различных концентраций изотопов C_d : 10^{-5} (а), 10^{-6} (б), 10^{-7} (в), 0 (г); ν_N (---), ν_R (- · -), Γ_{II} (- · -), частота второго звука Ω_{II} (1), частота на порядок меньше Ω_{II} (2).

ра для наблюдения ВВЗ $T = 1,6$ К. С понижением концентрации изотопических примесей наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ сдвигается в область более высоких температур, при $C_d = 0$, $T = 2,3$ К.

5.3. Кристаллы неона

В идеальном случае учитываются только нормальные процессы и процессы переброса. На рис. 5 приведены графики для частот столкновений за счет этих процессов в модели Каллавэя.

Из анализа этих графиков вытекает, что «окно» существования ВВЗ для различных частот лежит в разных температурных интервалах. Например, для характерной частоты $\Omega = 10^6$ с⁻¹ на рис. 5 приведен коэффициент затухания ВВЗ и из условия (18) получается следующее «температурное окно» существования ВВЗ: $0,79$ К $< T < 2$ К. Наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ, при которой коэффициент затухания имеет минимум, лежит в окрестности $T = 1,5$ К.

Учтем затухание ВВЗ на изотопах (основной изотоп ²²Ne, $\Delta M = 2$) и рассеяние на границах, взяв об-

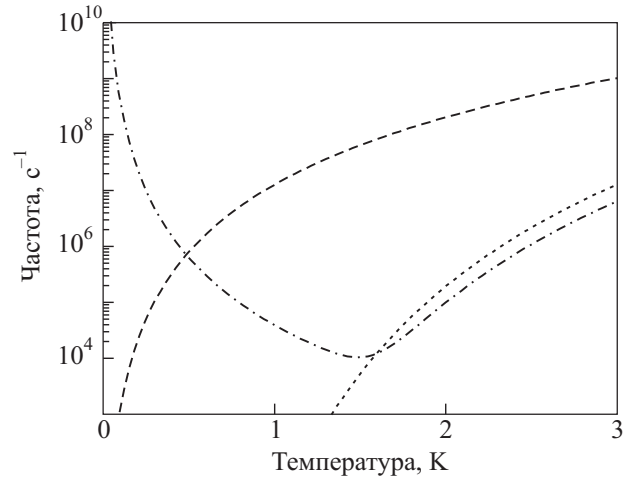


Рис. 5. Частоты столкновений за счет N - и U -процессов: ν_N (---), ν_U (···), Γ_{II} (-·-·).

разец с характерными размерами $D = 0,5$ см. При этом характерная частота второго звука будет равна $\Omega_{II} = 2,3 \cdot 10^5$ с⁻¹.

На рис. 6 приведены графики частот столкновений как функций температуры $\nu(T)$ для различных концентраций изотопа ²²Ne.

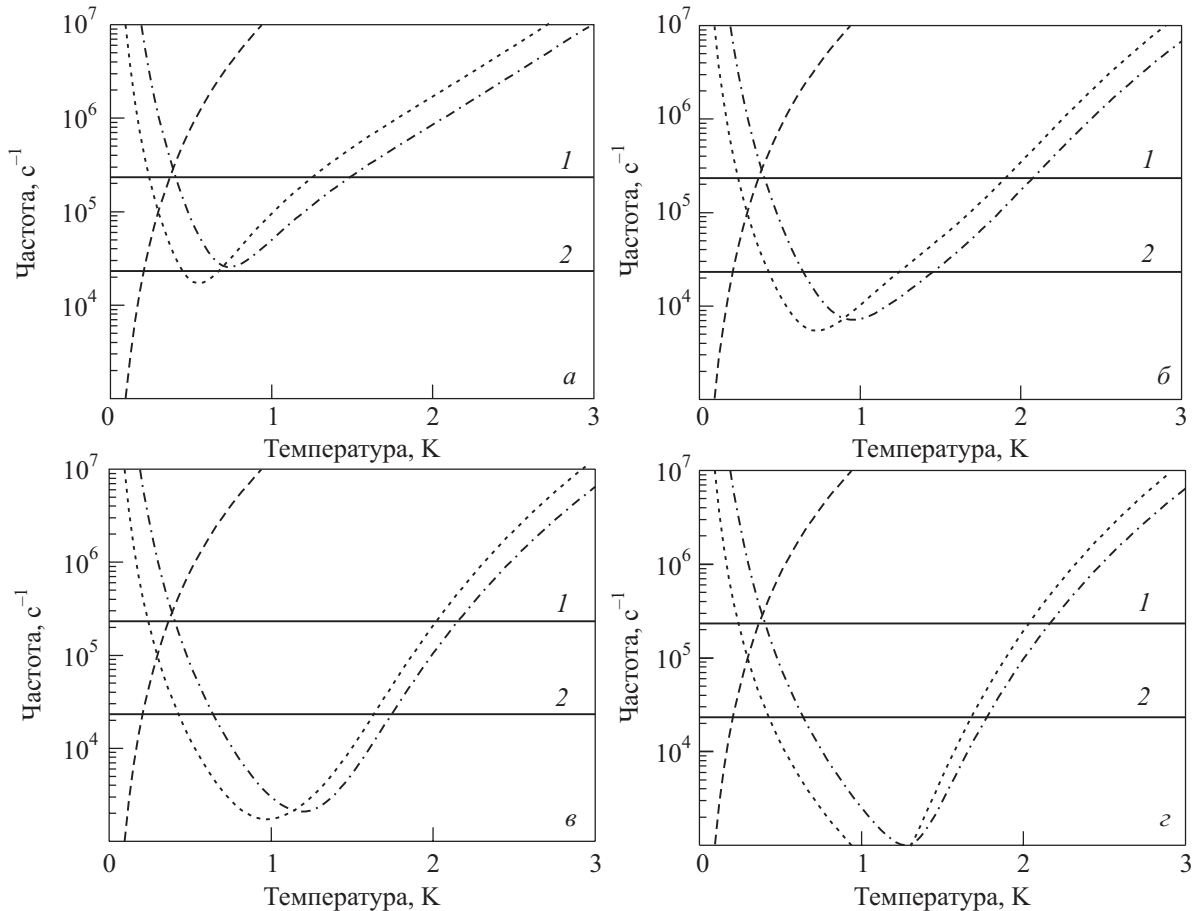


Рис. 6. Область существования волн второго звука в модели Каллавэя для различных концентраций изотопов C_d : 10^{-5} (а), 10^{-6} (б), 10^{-7} (в), 0 (г); ν_N (---), ν_R (···), Γ_{II} (-·-·), частота второго звука Ω_{II} (1), частота на порядок меньше Ω_{II} (2).

Анализ приведенных графиков дает возможность найти «окно» существования ВВЗ для различных концентраций изотопа ^{22}Ne в неоне, начиная с концентрации $C_d = 10^{-3}$ и ниже. Например для $C_d = 10^{-4}$ «окно» находится в области температур $0,58 < T < 1,45$ К, наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ $T = 0,9$ К. С понижением концентрации изотопических примесей наиболее благоприятная температура для наблюдения ВВЗ сдвигается в область более высоких температур, при $C_d = 0$, $T = 1,27$ К.

В неоне с природным содержанием изотопов [15] «окно» существования ВВЗ является очень узким, это говорит о том, что необходимо дополнительно изотопически очистить исследованные кристаллы.

6. Заключение

При достижении достаточно высокой изотопической чистоты (порядка 10^{-5} и ниже) чистых совершенных монокристаллов возможно распространение в них слабозатухающих волн второго звука, которые могут быть экспериментально обнаружены в области температур в окрестностях максимумов коэффициентов теплопроводности рассматриваемых квантовых кристаллов ортодейтерия, параводорода и криокристаллов неона.

Экспериментальное обнаружение ВВЗ проводили по изучению эволюции теплового импульса. При этом условия существования ВВЗ задавались условиями на длины свободного пробега за счет рассматриваемых процессов рассеяния фононов и размеры кристаллов (например, [11]). Полученные в настоящей работе условия существования ВВЗ могут быть легко переписаны в терминах длин свободного пробега: $l_i = W_{II} / v_i$.

В заключение авторы выражают благодарность Б.Я. Городиллову за предоставленные данные, стимулирующие обсуждения и ценные замечания.

1. Р. Берман, *Теплопроводность твердых тел*, Мир, Москва (1979).
2. А.П. Жернов, А.В. Инюшин, *УФН* **172**, 573 (2002).
3. С.С. Ackerman and W.C. Overton, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 764 (1969).
4. С.С. Ackerman, В. Bertman, Н.А. Fairbank, and R.A. Guyer, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 789 (1969).
5. А.И. Ахизер, В.Ф. Алексин, В.Д. Ходусов, *ФНТ* **20**, 1199 (1994) [*Low Temp. Phys.* **20**, 939 (1994)], там же **21**, 3 (1995) [*Low Temp. Phys.* **21**, 1 (1995)].
6. V. Peshkov, *Techn. Rep. P. 19, International Conference Fundamental Particles and Low Temperatures*, Cavendish Laboratory, London (1946).
7. J.C. Ward and J. Wilks, *Physos. Mag.* **43**, 48 (1952).
8. R.B. Dingle, *Proc. Soc. London* **65**, 1044 (1952).
9. E.W. Prohovsky and I.A. Krumhansl, *Phys. Rev.* **A133**, 1403 (1964).

10. R.A. Guyer and I.A. Krumhansl, *Phys. Rev.* **A133**, 1411 (1964).
11. T.F. McNelly, S.J. Rogers, D.J. Chanin, R.J. Rollefson, W.M. Goubau, G.E. Schmidt, I.A. Krumhansl, and R.O. Pohl, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 100 (1970).
12. V. Narayanamurti and R.C. Dynes, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1401 (1972).
13. Б.А. Данильченко, В.Н. Порошин, О.Г. Сарбей, *Письма в ЖЭТФ* **30**, 215 (1970).
14. Н.Н. Жолонко, Б.Я. Городилов, А.И. Кривчиков, *Письма в ЖЭТФ* **55**, 174 (1992).
15. R.M. Kimber and S.J. Rogers, *J. Phys.* **C6**, 2279 (1970).
16. О.А. Корольюк, Б.Я. Городилов, А.И. Кривчиков, В.В. Дудкин, *ФНТ* **26**, 323 (2000).
17. Т.Н. Анцыгина, Б.Я. Городилов, Н.Н. Жолонко, А.И. Кривчиков, В.Г. Манжелей, В.А. Слюсарев, *ФНТ* **18**, 417 (1992) [*Low Temp. Phys.* **18**, 283 (1992)].
18. Р.Н. Гуржи, *УФН* **94**, 689 (1968).
19. *Свойства конденсированных фаз водорода и кислорода (Справочник)*, Наукова Думка, Киев (1984).
20. М.М. Тарасенко, В.А. Безуглый, *Теплофизические свойства веществ и материалов*, Изд-во стандартов, Москва (1976).

Second sound waves in quantum crystals of orthodeuterium, parahydrogen and neon crystals

V.D. Khodusov and A.A. Blinkina

The possibility of second sound wave propagation in isotope-enriched perfect single crystals of orthodeuterium, parahydrogen and neon is studied. To find the range of second sound existence, which lies near the neighborhood of thermal conductivity coefficient maximum, were used such collision frequencies as in the Kallaway model in the description of experimental data on thermal conductivity. The concentration of isotopes ^1H , ^2D and ^{22}Ne are defined, below which the propagation of weakly damping second sound waves is possible. In this case the correct account of phonon scattering at boundaries is important.

PACS: **66.70.-f** Nonelectronic thermal conduction and heat pulse propagation in solids; thermal waves;
63.20.kg Phonon-phonon interactions;
61.72.S- Impurities in crystals.

Keywords: thermal conductivity coefficient, second sound waves, normal and resistive processes, phonons, impurities.