Физика низких температур, 2010, т. 36, № 4, с. 385–393

Диссипативная функция магнитных сред

В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич

Институт магнетизма НАН и МОН Украины, пр. Вернадского, 26-Б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: victor.baryakhtar@gmail.com,
alek_tony@ukr.net

Статья поступила в редакцию 23 ноября 2009 г.

Развит общий метод построения диссипативной функции как для неупорядоченных магнитных сред, так и для магнитоупорядоченных систем. На примере ферромагнетика показано, что для построения диссипативной функции необходимо учитывать не только инвариантность относительно однородных поворотов тела, но и законы сохранения намагниченности. Найдено, что в ферромагнетиках диссипативный член в уравнениях движения намагниченности является суммой релаксационных слагаемых Блоха и Ландау–Лифшица–Гильберта. Определена область применимости релаксационного слагаемого в форме Ландау–Лифшица. Вычислены затухания спиновых волн в ферромагнетике тетрагональной симметрии. Сформулирована процедура перехода от ферромагнетика более низкой симметрии к ферромагнетику с непрерывным параметром вырождения. В этом случае процесс релаксации может быть последовательно описан предложенной в работе диссипативной функцией. Показано, как релаксационное слагаемое общего вида для ферромагнетиков переходит в релаксационное слагаемое Блоха для парамагнетиков. Установлен двухступенчатый характер релаксации вектора намагниченности. На первом этапе достаточно быстро, за счет обменного усиления, происходит релаксация магнитного момента по величине, а затем медленно происходит релаксация намагниченности к своему равновесному направлению. Второй этап качественно соответствует картине релаксации, описанной моделью Ландау–Лифшица.

Розвинуто загальний метод побудови дисипативної функції як для неупорядкованих магнітних середовищ, так і для магнітоупорядкованих систем. На прикладі феромагнетика показано, що для побудови дисипативної функції необхідно враховувати не тільки інваріантність щодо однорідних поворотів тіла, але й закони збереження намагніченості. Знайдено, що у феромагнетиках дисипативний член у рівняннях руху намагніченості є сумою релаксаційних доданків Блоха й Ландау–Лифшиця–Гильберта. Визначено область застосовності релаксаційного доданка у формі Ландау–Лифшиця. Обчислено загасання спінових хвиль у феромагнетику тетрагональної симетрії. Сформульовано процедуру переходу від феромагнетика більш низької симетрії до феромагнетику з неперервним параметром виродження. В цьому випадку процес релаксації може бути послідовно описаний запропонованою в роботі дисипативною функцією. Показано, як релаксаційний доданок загального виду для феромагнетиків переходить у релаксаційний доданок Блоха для парамагнетиків. Установлено двоступінчастий характер релаксації вектора намагніченості. На першому етапі досить швидко, за рахунок обмінного посилення, відбувається релаксація магнітного моменту по величині, а потім повільно відбувається релаксація намагніченості до свого рівноважного напрямку. Другий етап якісно відповідає картині релаксації, яку описано моделлю Ландау–Лифшиця.

PACS: **76.20.+q** Общая теория резонансов и релаксации;
75.25.–j Конфигурации спинов в магнитоупорядоченных материалах (включая нейтронные и спин-поляризованные электронные исследования, синхронное рентгеновское рассеяние и т.д.).

Ключевые слова: ферромагнетик, парамагнетик, затухание спиновых волн, диссипативная функция, закон дисперсии.

1. Введение

Одним из наиболее перспективных направлений разработки новых сред магнитной записи информации являются так называемые patterned media, в которых размер одного элемента составляет сотни и даже десятки нанометров [1]. Как свидетельствуют эксперименты по бриллюэновскому рассеянию света [2] и ферромагнитному резонансу [3], высокочастотные свойства таких систем отличаются от свойств сплошных пленок, в первую очередь, в силу пространственного квантования плоскостной компоненты волнового вектора, возникающего из-за конечного радиуса одиночного диска, что приводит к формированию стоячих спиновых волн дипольной природы. Весьма актуальным для таких структур является вычисление времени релаксации величины намагниченности, а также описание затухания спиновых волн.

В настоящее время в литературе имеется две формы релаксационного слагаемого. Первая предложена Ландау и Лифшицем [4] и модифицирована Гильбертом [5]. Второй тип релаксационных слагаемых предложен Блохом для парамагнетиков [6]. В [4] релаксационный член не описывает обменной релаксации и релаксационное слагаемое в уравнении движения выбрано так, чтобы величина намагниченности сохранялась. В работах [7,8] развит метод получения диссипативной функции ферромагнетика и определения релаксационных слагаемых в уравнении движения намагниченности по диссипативной функции. Этот метод дает релаксационное слагаемое типа Блоха.

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию метода построения диссипативной функции магнетиков различной симметрии.

2. Релаксация намагниченности в ферромагнетике

Проведем построение диссипативной функции ферромагнетиков исходя из основных феноменологических принципов, изложенных в работах Ландау и Лифшица [4,9]. Напомним вид уравнения Ландау–Лифшица для магнитного момента:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma\left[\mathbf{MH}\right] + \mathbf{R}\,. \tag{1}$$

В этом уравнении $\mathbf{M}$ — намагниченность, $\mathbf{H}$ — эффективное магнитное поле, γ — гиромагнитное отношение, $\mathbf{R}$ — релаксационное слагаемое. Эффективное магнитное поле определяется по квазиравновесному термодинамическому потенциалу следующим образом [4]:

$$\mathbf{H} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}},\ \ F = \int f(\mathbf{M}, \partial\mathbf{M}/\partial x_i)\, dV\,. \tag{2}$$

Квазиравновесный термодинамический потенциал F строится на основе соображений симметрии и представления о том, что обменная энергия намного больше релятивистских энергий (энергии магнитного дипольного взаимодействия и энергии магнитной анизотропии):

$$f = -\frac{(M^2 - M_0^2)^2}{8\chi M_0^2} + \frac{1}{2}\alpha\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} - \frac{1}{2}KM_z^2 + \\ + \frac{h^2}{8\pi} - \mathbf{H}_0\mathbf{M} = f_{ex} + f_a + f_{dd} + f_Z\,. \tag{3}$$

Квазиравновесный термодинамический потенциал выбран в виде, представленном в [9,10]. Второе слагаемое — неоднородная обменная энергия, третье слагаемое — энергия магнитной анизотропии, четвертое — энергия магнитного дипольного взаимодействия, последнее слагаемое — зеемановская энергия. Энергию магнитострикции для простоты не рассматриваем. Отличие этого выражения от приведенного в [9,10] связано с конкретизацией $f_0(M^2)$, а именно заменой функции $f_0(M^2)$ на приведенное здесь выражение путем введения продольной магнитной восприимчивости χ ферромагнетика (первое слагаемое). Для ферромагнетиков эта восприимчивость по порядку величины равна $\chi^{-1} \approx kT_C/\mu M_0 \approx J/\mu M_0 >> 1$, здесь k — постоянная Больцмана, T_C — температура Кюри, μ — магнетон Бора, J — обменный интеграл.

Используя уравнение (1) и формулы для квазиравновесного термодинамического потенциала F (2) и (3), для изменения F со временем получим следующее выражение:

$$\frac{dF}{dt} = -2Q = \int \frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}dV = -\int \mathbf{H}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}dV = -\int \mathbf{HR}\, dV\,. \tag{4}$$

Отсюда для диссипативной функции Q имеем

$$Q = \frac{1}{2}\int \mathbf{HR}dv = \frac{1}{2}\int q dv\,. \tag{5}$$

В дальнейшем будем оперировать плотностью диссипативной функции q, поскольку именно она необходима для определения вида релаксационного слагаемого $\mathbf{R}$.

Напомним, что в состоянии равновесия эффективное магнитное поле равно нулю [9,10], а диссипативная функция является величиной положительно определенной и второго порядка малости по отклонениям от состояния равновесия. Поэтому магнитное поле $\mathbf{H}$ удобно выбрать в качестве величины, описывающей отклонения от положения равновесия. В этих случаях для диссипативной функции можно ограничиться квадратичным по $\mathbf{H}$ приближением [7,8]. Эти соображения позволяют представить q в виде [8]

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{ik}H_iH_k + \frac{1}{2}\lambda^e\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i}\right)^2. \tag{6}$$

Первое слагаемое в (6) имеет релятивистскую природу, а второе — обменную. Для простоты мы взяли обменную релаксационную константу в виде скаляра, обобщение тривиально. В предыдущих работах авторов компоненты тензора λ_{ik} брались в соответствии с симметрией парамагнитной фазы, т.е. при $M=0$. Фактически же тензор λ_{ik} зависит от намагниченности кристалла, поэтому, чтобы учесть магнитную структуру среды, необходимо разложить этот тензор по степеням $\mathbf{M}$. Ограничимся первым членом разложения и представим q в виде

$$q=\frac{1}{2}\lambda_{ik}(\mathbf{M})H_iH_k+\frac{1}{2}\lambda^e\left(\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial x_i}\right)^2=$$

$$=\frac{1}{2}\lambda_{ik}(0)H_iH_k+\frac{1}{2}\mu_{ik,sp}H_iH_kM_sM_p+\frac{1}{2}\lambda^e\left(\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial x_i}\right)^2. \quad (7)$$

В этой формуле тензор $\mu_{ik,sp}$ является разложением тензора λ_{ik} по степеням намагниченности.

Реальными микроскопическими взаимодействиями, определяющими релаксационные процессы в ферромагнетике, являются обменное, спиновое дипольное и спин-орбитальное взаимодействия. В микроскопической теории релаксации используется формализм спиновых волн [10]. С упомянутыми взаимодействиями связан расчет времени релаксации (вероятностей соответствующих процессов релаксации). При этом старшим порядкам теории возмущений соответствуют слагаемые в функции диссипации с более высокими степенями намагниченности. Например, главному приближению при расчете времен релаксации соответствует нулевая степень намагниченности в формуле (7) для q. Второму слагаемому в (7) соответствует четвертый порядок теории возмущений. Другими словами, классификация слагаемых по порядку малости и степеням намагниченности для q аналогична классификация слагаемых по порядку малости и степеням намагниченности для квазиравновесной свободной энергии (3) [9].

Чтобы определить конкретный вид релаксационных тензоров λ_{ik} и $\mu_{ik,sp}$, необходимо конкретизировать магнитный кристаллический класс ферромагнетика. Выберем для рассмотрения тетрагональную решетку, класс симметрии которой в парамагнитной фазе D_{4h} и операция отражения времени R [11]. Поступая стандартным образом, можно найти инварианты этого класса симметрии:

$$M_x^2+M_y^2,\; M_z^2,\; H_x^2+H_y^2,\, H_z^2,\, (H_yM_x+H_xM_y)^2,$$

$$H_yM_y+H_xM_x,\; H_zM_z. \quad (8)$$

Эта группа допускает существование вектора намагниченности, направленной вдоль тетрагональной оси (оси Z). Зная эти комбинации, представим второе слагаемое диссипативной функции (7):

$$\frac{1}{2}\mu_{31}\left(H_x^2+H_y^2\right)\left(M_x^2+M_y^2\right)+\frac{1}{2}\mu_{32}\left(H_x^2+H_y^2\right)M_z^2+$$

$$+\frac{1}{2}\mu_{41}H_z^2\left(M_x^2+M_y^2\right)+\frac{1}{2}\mu_{42}H_z^2M_z^2+$$

$$+\frac{1}{2}\mu_{55}\left(H_yM_x+H_xM_y\right)^2+\frac{1}{2}\mu_{66}\left(H_xM_x+H_yM_y\right)^2+$$

$$+\mu_{67}\left(H_xM_x+H_yM_y\right)H_zM_z. \quad (9)$$

Перепишем эту формулу в таком виде, чтобы можно было легко разделить релаксационные слагаемые типа Ландау–Лифшица и Блоха. Нетрудно видеть, что часть диссипативной функции, соответствующая релаксационному слагаемому Ландау–Лифшица, должна иметь вид

$$q_{LL}=\frac{1}{2}\left([\mathbf{M},\mathbf{H}],\boldsymbol{\mu}[\mathbf{M},\mathbf{H}]\right), \quad (10)$$

где тензор $\boldsymbol{\mu}$ в соответствии с тетрагональной симметрией

$$\boldsymbol{\mu}=\begin{pmatrix}\mu_{32} & 0 & 0\\ 0 & \mu_{32} & 0\\ 0 & 0 & \mu_{31}+\mu_{55}\end{pmatrix}. \quad (11)$$

Оставшаяся часть диссипативной функции (7) равна

$$q_3=\frac{1}{2}(\mu_{32}-\mu_{41})H_z^2\mathbf{M}^2+\frac{1}{2}(\mu_{32}-\mu_{41}+\mu_{42})H_z^2M_z^2+$$

$$+\frac{1}{2}(\mu_{31}+\mu_{66})\left(H_x^2M_x^2+H_y^2M_y^2\right)+$$

$$+(\mu_{31}+2\mu_{55}+\mu_{66})H_xH_yM_xM_y+$$

$$+(\mu_{32}+\mu_{67})\left(H_xM_x+H_yM_y\right)H_zM_z. \quad (12)$$

Используя те же соображения, что и при построении квазиравновесного термодинамического потенциала ферромагнетика (3), можно показать, что слагаемые в диссипативной функции, содержащие более высокие степени вектора намагниченности, являются членами более высокого порядка малости, чем приведенные в формуле (8).

Вид тензора λ_{ik} также определяется тетрагональной симметрией:

$$\lambda_{ik}=\begin{pmatrix}\lambda_{11} & 0 & 0\\ 0 & \lambda_{11} & 0\\ 0 & 0 & \lambda_{33}\end{pmatrix}. \quad (13)$$

Таким образом, можно записать окончательный вид диссипативной функции ферромагнетика тетрагональной симметрии:

$$q=\frac{1}{2}\lambda_{11}\mathbf{H}_\perp^2+\frac{1}{2}\lambda_{33}H_z^2+\frac{1}{2}\left([\mathbf{M},\mathbf{H}],\boldsymbol{\mu}[\mathbf{M},\mathbf{H}]\right)+$$

$$+q_3+\frac{1}{2}\lambda^e\left(\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial x_i}\right)^2. \quad (14)$$

При написании этих формул использованы следующие обозначения: $\mathbf{H}_\perp \equiv H_x\mathbf{e}_x + H_y\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_i$ — единичные векторы вдоль соответствующих осей; q_3 определяется формулой (12).

Релаксационный член в уравнении (1) определим как производную от диссипативной функции по эффективному магнитному полю:

$$\mathbf{R} = \frac{\delta Q}{\delta \mathbf{H}} = \frac{\partial q}{\partial \mathbf{H}} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial q}{\partial \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x}}. \qquad (15)$$

Легко показать, что это определение соответствует не только квадратичному виду диссипативной функции, но и произвольному полиному. Из формулы (14) получаем релаксационное слагаемое вида

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3, \qquad (16)$$

где введены следующие обозначения:

$$\mathbf{R}_1 = \lambda_{11}\mathbf{H}_\perp + \lambda_{33}H_z\mathbf{e}_z - \lambda^e\Delta\mathbf{H},$$

$$\mathbf{R}_2 = [\mathbf{M}, \mu_{32}[\mathbf{M},\mathbf{H}]_\perp] + [\mathbf{M}, (\mu_{31}+\mu_{55})[\mathbf{M},\mathbf{H}]_z\mathbf{e}_z],$$

$$R_{3x} = (\mu_{31}+\mu_{66})H_xM_x^2 + (\mu_{31}+2\mu_{55}+\mu_{66})H_yM_xM_y + (\mu_{32}+\mu_{67})H_zM_xM_z,$$

$$R_{3y} = (\mu_{31}+\mu_{66})H_yM_y^2 + (\mu_{31}+2\mu_{55}+\mu_{66})H_xM_xM_y + (\mu_{32}+\mu_{67})H_zM_yM_z,$$

$$R_{3z} = (\mu_{32}-\mu_{41})H_z\mathbf{M}^2 + (\mu_{32}-\mu_{41}+\mu_{42})H_zM_z^2 + (\mu_{32}+\mu_{67})\left(H_xM_x + H_yM_y\right)M_z. \qquad (17)$$

Из этих формул и уравнения (1) видно, что релаксационное слагаемое $\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_3$ описывает как релаксационные процессы с изменением величины намагниченности, так и релаксацию спиновых волн:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \mathbf{M}^2}{\partial t} = (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_3)\mathbf{M} \neq 0. \qquad (18)$$

Оно дает затухание типа Блоха.

Релаксационное слагаемое $\mathbf{R}_2$ описывает релаксационные процессы с сохранением величины намагниченности $\mathbf{R}_2\mathbf{M} = 0$, т.е. только релаксацию спиновых волн — это затухание типа Ландау–Лифшица. Важно отметить, что свойства динамической части уравнения Ландау–Лифшица и релаксационного слагаемого разные: динамическая часть $\partial\mathbf{M}/\partial t = -\gamma[\mathbf{MH}]$ не изменяется при инверсии времени ($t \to -t$), а релаксационный член (17) при таком преобразовании меняет знак.

Ландау и Лифшиц предложили описывать релаксацию намагниченности с помощью следующего слагаемого [4]:

$$\mathbf{R} = \frac{\lambda_{LL}}{M^2}[\mathbf{M},[\mathbf{H},\mathbf{M}]]. \qquad (19)$$

Гильберт представил этот релаксационный член в виде [5]

$$\mathbf{R}_G = \frac{\lambda_G}{M}[\mathbf{M},\dot{\mathbf{M}}], \ \dot{\mathbf{M}} \equiv \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}. \qquad (20)$$

Релаксационные слагаемые Ландау–Лифшица и Гильберта сохраняют абсолютную величину намагниченности M^2, что соответствует сохранению величины атомного спина. Оба эти слагаемые обращаются в нуль в состоянии равновесия, так как в этом состоянии $\mathbf{H} = 0$, $\dot{\mathbf{M}} = 0$. Недостатком релаксационных слагаемых (19) и (20) является то, что векторное поле, каковым является намагниченность, предлагается описывать с помощью одной релаксационной константы.

Поскольку в большинстве фундаментальных работ эксперименты проводились на железоиттриевом гранате (кубический ферромагнетик), для их описания достаточно одной константы релаксации. В экспериментах же по подвижности доменных стенок в одноосных пленках с большим фактором качества ($K/4\pi M_0^2 >> 1$) одной константы релаксации в уравнении движения Ландау–Лифшица оказывается недостаточно. Кроме того, в ряде работ (см., например, [7]) было показано, что в случае ферромагнетика с вырожденным основным состоянием релаксационное слагаемое (19) дает качественно неправильные результаты: затухание спиновых волн, рассчитанное с использованием (19), оказывается конечной величиной, в то время как частота спиновых волн стремится к нулю при $ak \to 0$. Важно отметить, что ни в работе Ландау–Лифшица, ни в заметке Гильберта, ни в многочисленных работах после них не обсуждается диссипативная функция ферромагнетика. Впервые это было сделано в работах [7,8].

3. Диссипативная функция в модели одноосного кристалла

Обсудим вопрос о формальном переходе от реального кристалла к модели одноосного кристалла. Для этого вернемся к ферромагнетику тетрагональной симметрии с осями симметрии $\{Z_4; X_2; Y_2\}$. В выражении для плотности свободной энергии f выпишем часть, соответствующую энергии анизотропии:

$$f_a = -\frac{1}{2}K_1 M_z^2 - \frac{1}{4}K_2 M_z^4 - \frac{1}{2}K_3 M_x^2 M_y^2 . \qquad (21)$$

В случае тетрагонального кристалла не выполняется закон сохранения для компонент вектора намагниченности и, следовательно, плотность диссипативной функции тетрагонального ферромагнетика будет иметь вид (14).

Если в выражении (21) константу анизотропии K_3 положить равной нулю, то мы придем к энергии магнитной анизотропии в модели одноосного кристалла с осью симметрии Z_∞. Инварианты этого класса симметрии будут иметь следующий вид:

$$M_x^2 + M_y^2,\ M_z^2,\ H_x^2 + H_y^2,\ H_z^2,\ H_y M_y + H_x M_x,\ H_z M_z . \qquad (22)$$

Сравнивая (22) с (8), получаем, что в выражении для диссипативной функции (14) нужно положить нулю константу μ_{55}.

Для дальнейшего упрощения диссипативной функции обратимся к закону сохранения компоненты намагниченности вдоль оси симметрии, который выполняется для одноосного кристалла:

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_{zk}}{\partial x_k} = 0 . \qquad (23)$$

Тензор Π_{ik} представляет собой плотность потока компоненты i намагниченности через единичную площадку, перпендикулярную оси k.

Эффективное магнитное поле, соответствующее энергии магнитной анизотропии (21), при $K_3 = 0$ имеет вид

$$\mathbf{H} = K_1 M_z \mathbf{e}_z + K_2 M_z^3 \mathbf{e}_z + \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} - \frac{(M^2 - M_0^2)\mathbf{M}}{2\chi M_0^2} . \qquad (24)$$

Нетрудно убедиться, что компонента $\gamma[\mathbf{M},\mathbf{H}]_z$ динамической части уравнения Ландау–Лифшица сводится к дивергенции. Компоненту R_z релаксационного слагаемого, как это следует из формул (17), можно представить в виде дивергенции, только если $\lambda_{33} = 0$, $\mu_{32} = 0$, $\mu_{41} = 0$, $\mu_{42} = 0$, $\mu_{67} = 0$.

Таким образом, при переходе от тетрагонального ферромагнетика к одноосному мы должны обратить в нуль некоторые из релаксационных констант. Другими словами, λ_{33}, μ_{32}, μ_{41}, μ_{42}, μ_{55}, μ_{67} тетрагонального кристалла являются такими функциями констант K_3, которые обращаются в нуль при $K_3 \to 0$. Это дает нам основание представить их в виде разложения в ряд по степеням K_3:

$$\lambda_{33}(K_3) \approx \lambda_{33}(0) + \left(\frac{d\lambda_{33}(K_3)}{dK_3}\right)_0 K_3 + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2\lambda_{33}(K_3)}{dK_3^2}\right)_0 K_3^2 + \ldots \approx \frac{1}{2}\lambda''_{33} K_3^2 , \qquad (25)$$

аналогичным образом можно разложить и константы μ_{32}, μ_{41}, μ_{42}, μ_{55}, μ_{67}.

Первое слагаемое в правой части этих формул обращается в нуль в силу закона сохранения (23). Второе слагаемое обращается в нуль в силу того, что релаксационная константа должна быть положительной и, следовательно, не зависеть от знака константы анизотропии K_3. Наконец, поскольку $K_3 \ll K_2, K_4$, можно сделать вывод, что релаксационная константа λ_{33} значительно меньше λ_{11}, а релаксационные константы μ_{32}, μ_{41}, μ_{42}, μ_{55}, μ_{67} значительно меньше μ_{31}, μ_{66}.

Приведем формулы, определяющие диссипативную функцию и релаксационные слагаемые для модели одноосного кристалла:

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{11}\left(H_x^2 + H_y^2\right) + \frac{1}{2}\left([\mathbf{M},\mathbf{H}], \mu_{31}[\mathbf{M},\mathbf{H}]_z\,\mathbf{e}_z\right) + q_3 + \frac{1}{2}\lambda^e\left(\frac{\partial H_i}{\partial x_k}\right)^2 ,$$

$$\mathbf{R} = \lambda_{11}\left(H_x \mathbf{e}_x + H_y \mathbf{e}_y\right) + [\mathbf{M}, \mu_{31}[\mathbf{M},\mathbf{H}]_z\,\mathbf{e}_z] + \mathbf{R}_3 - \lambda^e \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x_i \partial x_k} , \qquad (26)$$

где

$$q_3 = \frac{1}{2}(\mu_{31} + \mu_{66})\left(H_x^2 M_x^2 + H_y^2 M_y^2\right) + (\mu_{31} + \mu_{66}) H_x H_y M_x M_y ,$$

$$R_{3x} = (\mu_{31} + \mu_{66}) H_x M_x^2 + (\mu_{31} + \mu_{66}) H_y M_x M_y ,$$

$$R_{3y} = (\mu_{31} + \mu_{66}) H_y M_y^2 + (\mu_{31} + \mu_{66}) H_x M_x M_y ,$$

$$R_{3z} = 0 . \qquad (27)$$

4. Затухание спиновых волн в ферромагнетиках

4.1. Ферромагнетик тетрагональной симметрии

Проведем расчеты законов дисперсии спиновых волн для ферромагнетика тетрагональной симметрии. Такой тип симметрии выбран не случайно, поскольку достаточно большой процент ферромагнетиков, применяющихся в запоминающих элементах, а также используемых в экспериментальных исследованиях, являются именно тетрагональными. Тетрагональная симметрия ферромагнетика позволяет произвести переход к более высокой одноосной симметрии.

Приведем результаты для наиболее часто рассматриваемых основных состояний: «легкая ось» $\Phi(\|)$, когда магнитный момент направлен вдоль выбранной оси симметрии $0z$; «легкая плоскость» $\Phi(\perp)$, для которого магнитный момент ферромагнетика находится в базисной плоскости $x0y$. Азимутальный угол для простоты выберем $\phi = 0$, так как при $\phi = \pi/2$ полученные результаты принципиально не отличаются.

Используя формулы для плотности диссипативной функции (14) и плотности свободной энергии (21) тетрагонального ферромагнетика, а также уравнение движения намагниченности (1), найдем закон дисперсии с учетом затухания спиновых волн.

1. Фаза $\Phi(\|)$: $\phi = 0$, $\theta = 0$, $M^2 = M_0^2 \dfrac{1-2\chi_{\|}K_1}{1+2\chi M_0^2 K_2}$.

Условия устойчивости $K_1 + K_2 M_0^2 > 0$.

Закон дисперсии спиновых волн и их затухание определяются формулой

$$\omega_{SW} = -i(\lambda_{11} + \lambda_2^e k^2 - \mu_{32} M_0^2)\left[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)\right] \pm \\ \pm \gamma M_0 \left[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)\right]. \qquad (28)$$

Спиновые волны будут хорошо определенными квазичастицами, если диссипативная часть закона дисперсии $\operatorname{Im}\omega_{SW}$ будет намного меньше его частотной составляющей $\operatorname{Re}\omega_{SW}$. Легко видеть, что условие существования спиновых волн в основном состоянии $\Phi(\|)$ выполняется, если релаксационные константы намного меньше характерной частоты γM_0. Запишем это условие для простоты в длинноволновом приближении:

$$\left|\frac{\operatorname{Im}\omega_{SW}}{\operatorname{Re}\omega_{SW}}\right| \xrightarrow[k\to 0]{} \left|\frac{\lambda_{11} - \mu_{32} M_0^2}{\gamma M_0}\right| << 1. \qquad (29)$$

Благодаря использованию релаксационного слагаемого (17) становится возможным рассчитать частоты затухания не только для спиновых волн, но и абсолютного значения магнитного момента:

$$\omega_M = -i\left\{\lambda_{33} + \left[2(\mu_{32} - \mu_{41}) + \mu_{42}\right] M_0^2 + \lambda_2^e k^2\right\} \times \\ \times \left(\alpha k^2 + 2K_2 M_0^2 + \frac{1}{\chi}\right). \qquad (30)$$

2. Фаза $\Phi(\perp)$: $\phi = 0$, $\theta = \dfrac{\pi}{2}$, $M^2 = M_0^2$; условия устойчивости $K_3 < 0$; $K_1 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн и их затухание определяются формулой:

$$\omega_{SW} = -\frac{i}{2}\left\{\left[\lambda_{11} - \left(\mu_{31} + \mu_{55}\right) M_0^2 + \lambda^e k^2\right](\alpha k^2 - K_3 M_0^2) + (\lambda_{33} - \mu_{41} M_0^2 + \lambda^e k^2)(\alpha k^2 - K_1)\right\} \pm \sqrt{D},$$

где

$$D = \frac{1}{2}\Big\{4\gamma^2 M_0^2 (\alpha k^2 - K_1)(\alpha k^2 - K_3 M_0^2) - \\ - [(\alpha k^2 - K_1)(\lambda_{33} - \mu_{41} M_0^2 + \lambda^e k^2) - (\alpha k^2 - K_3 M_0^2)(\lambda_{11} - \left(\mu_{31} + \mu_{55}\right) M_0^2 + \lambda^e k^2)]^2\Big\}^{1/2}. \qquad (31)$$

Отрицательное слагаемое в D представляет, как известно, уменьшение частоты колебаний за счет релаксации. Условие вещественности второго слагаемого в (31) определяется условием существования спиновых волн в основном состоянии $\Phi(\perp)$, которое выполняется при $\lambda_{ii}, \mu_{ii} << \gamma M_0$:

$$\left|\frac{\operatorname{Im}\omega_{SW}}{\operatorname{Re}\omega_{SW}}\right| \xrightarrow[k\to 0]{} \left|\frac{\left\{\left[\lambda_{11} - \left(\mu_{31} + \mu_{55}\right) M_0^2\right] K_3 M_0^2\right\}^2 + \left[(\lambda_{33} - \mu_{41} M_0^2) K_1\right]^2}{2\gamma^2 M_0^2 K_1 K_3 M_0^2}\right| << 1. \qquad (32)$$

Выражение для частоты колебаний абсолютного значения вектора намагниченности имеет вид

$$\omega_M = -i\left[\lambda_{11} + \left(\mu_{31} + \mu_{66}\right) M_0^2 + \lambda_2^e k^2\right]\left(\alpha k^2 + \frac{1}{\chi}\right). \qquad (33)$$

Изменение со временем намагниченности по величине определяется следующим уравнением:

$$M^2(t) = M_0^2 + 2M_0 m(k,0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_M(k)}\right), \qquad (34)$$

где $\tau_M(k) = (i\omega_M)^{-1}$ — время релаксации абсолютного значения магнитного момента. Это время релаксации уменьшено за счет малой продольной восприимчивости (множителя χ) по сравнению с характерными временами релаксации спиновых волн $\tau_{SW}(k) = (\operatorname{Im}\omega_{SW})^{-1}$, определяемых релаксационными константами $\lambda_{ii}, \mu_{ik}, \lambda^{e}$. Отметим, что в фазе $\Phi(\perp)$ происходит релаксация как неоднородных, так и однородных отклонений намагниченности по величине.

Сравнение времен релаксации величины намагниченности и релаксации спиновых волн показывает, что

$$\frac{\tau_{SW}(k)}{\tau_M(k)} \approx \frac{1}{\chi} >> 1 . \qquad (35)$$

Это неравенство означает, что релаксация в ферромагнетике имеет двухступенчатый характер. На первом быстром этапе за счет обменного взаимодействия устанавливается равновесное распределение намагниченности по величине. Этот процесс описывается формулой (34). На втором, медленном этапе релаксации, происходит прецессия намагниченности вокруг ее равновесного значения с частотой спиновых волн и затухание амплитуды спиновых волн со временем релаксации $\tau_{SW}(k)$. Изложенные соображения о двухступенчатом характере процесса релаксации в ферромагнетике справедливы не только для рассматриваемой фазы $\Phi(\perp)$, но и для любых других фаз ферромагнетика. Это обстоятельство обусловлено тем, что в выражение (17) для $\mathbf{R}$ входит величина $(M^2 - M_0^2)/(2\chi M_0^2)$ с множителями, пропорциональными релаксационным константам λ_{ii}. Для уравнения релаксации величины намагниченности (18) этот член дает в правой части уравнения множитель

$$\frac{2M_{eq}^2 m_{\|}}{2\chi M_0^2} = \frac{m_{\|}}{2\chi} .$$

Здесь $m_{\|}$ — составляющая отклонения намагниченности вдоль равновесного значения $\mathbf{M}_{eq}$. В результате структура релаксационного уравнения для величины намагниченности приобретает вид

$$\frac{dM^2}{dt} = -2\left(\frac{\lambda_{ii}}{\chi}\right) m_{\|} M_{eq} \approx -\left(\frac{\lambda_{ii}}{\chi}\right) M^2 \qquad (36)$$

вне зависимости от того, какая фаза рассматривается.

4.2. Ферромагнетик одноосной симметрии с вырожденными основными состояниями

Одноосный ферромагнетик интересен тем, что основные состояния, для которых полярный угол $\theta \neq 0$ (фаза $\Phi(\perp)$ «легкая плоскость»: $\theta = \pi/2$; «угловая» фаза $\Phi(\angle)$: $\cos^2\theta = -K_1/(K_2 M_0^2)$), являются вырожденными с непрерывным параметром вырождения — азимутальным углом ϕ вектора намагниченности в основном состоянии. Как отмечалось выше, описание диссипативных процессов в одноосном ферромагнетике для вырожденных основных состояний с помощью релаксационных слагаемых в форме Ландау–Лифшица или Гильберта невозможно. Из рассчитанных таким образом законов дисперсии [8] следует, что спиновые волны в вырожденных состояниях не существуют, что противоречит теореме Голдстоуна.

Найдем закон дисперсии спиновых волн и частоты релаксации величины намагниченности к его равновесному значению для состояния $\Phi(\perp)$ одноосного ферромагнетика. Будем следовать идеологии Боголюбова о квазисредних в системах с непрерывным параметром вырождения [12]. Для этого используем полученное ранее выражение для затухания спиновых волн в тетрагональном ферромагнетике для основного состояния $\Phi(\perp)$. Если положить константу K_3 равной нулю и согласно (26), (27) положить нулю релаксационные константы λ_{33} и μ_{32}, μ_{41}, μ_{42}, μ_{55}, μ_{67}, то будет реализован переход к модели одноосного ферромагнетика.

1. Фаза «легкая ось» $\Phi(\|)$: $\theta = 0$, $M^2 = M_0^2(1 - 2\chi_{\|}K_1)/(1 + 2\chi M_0^2 K_2)$, условия устойчивости: $(K_1 + K_2 M_0^2) > 0$.

Закон дисперсии спиновых волн и их затухание получим из (28):

$$\omega_{SW} = -i(\lambda_{11} + \lambda_2^e k^2)[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)] \pm \\ \pm \gamma M_0 [\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)] . \qquad (37)$$

Условие существования спиновых волн в этом случае имеет вид

$$\left|\frac{\operatorname{Im}\omega_{SW}}{\operatorname{Re}\omega_{SW}}\right| \xrightarrow[k\to 0]{} \left|\frac{\lambda_{11}}{\gamma M_0}\right| << 1 . \qquad (38)$$

Для частоты колебаний абсолютного значения вектора намагниченности получим следующее выражение:

$$\omega_M = -i\lambda_2^e k^2 \left(\alpha k^2 + 2K_2 M_0^2 + \frac{1}{\chi}\right) . \qquad (39)$$

2. Фаза «легкая плоскость» $\Phi(\perp)$: $\theta = \dfrac{\pi}{2}$, $M^2 = M_0^2$, условия устойчивости: $K_1 < 0$.

Из выражения (31) получим закон дисперсии спиновых волн и их затухание:

$$\omega_{SW} = -\frac{i}{2}\Big[(\lambda_{11} - \mu_{31}M_0^2 + \lambda_2^e k^2)\alpha k^2 + \lambda_2^e k^2(\alpha k^2 - K_1)\Big] \pm \\ \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2(\alpha k^2 - K_1)\alpha k^2 - [(\alpha k^2 - K_1)\lambda_2^e k^2 - \alpha k^2(\lambda_{11} - \mu_{31}M_0^2 + \lambda_2^e k^2)]^2} . \qquad (40)$$

Условие существования спиновых волн в этом случае будет определяться следующим выражением:

$$\left|\frac{\operatorname{Im}\omega_{SW}}{\operatorname{Re}\omega_{SW}}\right| \approx k \to 0 \;, \tag{41}$$

и выражение для частоты колебаний абсолютного значения вектора намагниченности примет вид

$$\omega_M = -i\left(\lambda_{11} + \lambda_2^e k^2\right)\left(\alpha k^2 + \frac{1}{\chi}\right). \tag{42}$$

Из закона дисперсии (40) и условия (41) следует, что в вырожденном основном состоянии $\Phi(\perp)$ одноосного ферромагнетика спиновые волны являются хорошо определенными и слабозатухающими. Таким образом, использование релаксационного слагаемого в форме, предложенной в настоящей работе, позволяет правильно описывать затухание спиновых волн в ферромагнетиках с вырожденными основными состояниями.

5. Диссипативная функция парамагнетиков и релаксационный член в уравнении движения намагниченности

В предыдущих параграфах рассматривались релаксационные процессы в магнитоупорядоченных системах — ферромагнетиках. Покажем возможность использования предложенного выше метода описания релаксационных процессов для случая неупорядоченного магнитного кристалла.

Рассмотрим одноосный парамагнетик во внешнем магнитном поле. Квазиравновесный термодинамический потенциал F парамагнетика с одноосной анизотропией выберем в виде

$$F = \int \left(\frac{1}{2\chi}\mathbf{M}^2 - \frac{1}{2}K M_z^2 - \mathbf{M}\mathbf{H}_0\right) dV \,. \tag{43}$$

Здесь $\mathbf{M}$ — намагниченность парамагнетика, χ — его восприимчивость, K — константа анизотропии, $\mathbf{H}_0$ — внешнее магнитное поле. Диссипативную функцию для парамагнетика с одноосной анизотропией исходя из соображений, представленных выше, можно записать в виде

$$q = \frac{1}{2}\left(\lambda_{11}\mathbf{H}_\perp^2 + \lambda_{33}H_z^2\right). \tag{44}$$

В (44) $\mathbf{H}$ — эффективное магнитное поле

$$\mathbf{H} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} = \mathbf{H}_0 + KM_z\mathbf{e}_z - \frac{1}{\chi}\mathbf{M}\,, \tag{45}$$

а $\lambda_{11}, \lambda_{33}$ — релаксационные постоянные для парамагнетика.

Релаксационное слагаемое в уравнении движения намагниченности равно

$$\mathbf{R} = \lambda_{11}\mathbf{H}_\perp + \lambda_{33}H_z\mathbf{e}_z \,. \tag{46}$$

При написании диссипативной функции для парамагнетика учтено, что второе слагаемое в выражении (7) — величина второго порядка малости по малой парамагнитной восприимчивости χ. Поэтому в случае парамагнетика не учитывается релаксационное слагаемое типа Ландау–Лифшица. Действительно, $\mathbf{R}_2 \approx \approx [\mathbf{M},[\mathbf{M},\mathbf{H}]]$, а поскольку $\mathbf{M} \approx \chi\mathbf{H}_0$, то $\mathbf{R}_2 \approx \chi^2\mathbf{H}_0^2\mathbf{H}$. Если к парамагнетику приложено внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$, то основным для него является состояние с отличной от нуля намагниченностью $\mathbf{M}$. В этом случае уравнение движения намагниченности состоит из динамической и релаксационной частей:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M},\mathbf{H}] + \lambda_{11}\mathbf{H}_\perp + \lambda_{33}H_z\mathbf{e}_z \,. \tag{47}$$

В основном состоянии $\mathbf{H} = 0$, и для равновесного значения намагниченности находим

$$\mathbf{M}_0(1 - \chi K) = \chi\mathbf{H}_0 \,. \tag{48}$$

Используя формулы (45), (48), представим уравнение движения намагниченности (47) в виде

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M},\mathbf{H}] - \frac{1}{T_2}\mathbf{M}_\perp - \frac{1}{T_1}(M_z - M_0)\mathbf{e}_z \,, \tag{49}$$

где $T_1 = \chi/\lambda_{33}(1-\chi K), T_2 = \chi/\lambda_{11}$.

Рассмотрим теперь парамагнетик в отсутствие внешнего магнитного поля. Как известно, в этом случае намагниченность парамагнетика отсутствует. Это означает, что если в результате флуктуаций локально в теле возникнет намагниченность, то она будет релаксировать к своему нулевому значению. В этом случае релаксация флуктуаций описывается с помощью уравнения Онсагера [13]. При этом роль обобщенных потоков будут играть производные от компонент намагниченности по времени, а в качестве обобщенных сил возьмем компоненты эффективного магнитного поля:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \lambda_{ik}H_k \,, \tag{50}$$

где λ_{ik} — кинетические коэффициенты. Очевидно, что релаксационному слагаемому в этом уравнении соответствует релятивистская часть диссипативной функции (6). Опять приходим к уравнению (49), но уже без динамической части и с $M_0 = 0$.

Из полученных результатов следует, что предложенный в работе метод построения диссипативной функции в случае парамагнетиков приводит к релаксационному слагаемому в форме Блоха [6]. В случае парамагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля использование предложенной диссипативной функции приводит к общепринятому для этого случая уравнению Онсагера. Это свидетельствует о том, что предложенный подход является общим и позволяет с одинаковым успехом описывать релаксационные процессы как в магнитоупорядоченных кристаллах, так и в парамагнетиках.

В завершение авторы выражают глубокую благодарность члену-корреспонденту НАН Украины Б.А. Иванову и профессору А.Н. Славину за ценные обсуждения.

1. C.A. Ross, *Annu. Rev. Mater. Res*. **31**, 203 (2000).
2. S. Demokritov and B. Hillebrands, in: *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures I*, B. Hillebrands and K. Ounadjela (eds.), Springer, Berlin (2001), p. 65.
3. G.N. Kakazei, P.E. Wigen, K.Yu. Guslienko, V. Novosad, A.N. Slavin, V.O. Golub, N.A. Lesnik, and Y. Otani, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 443 (2004).
4. L.D. Landau and E.M. Lifshits, *Phys. Zs. Sowjet.* **8**, 153 (1935).
5. T.L. Gilbert, *Phys. Rev*. **100**, 1243 (1955).
6. F. Bloch, *Zs. f. Phys*. **61**, 206 (1930).
7. В.Г. Барьяхтар, *ЖЭТФ* **87**, 1501 (1984).
8. В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич, *ФНТ* **32**, 1010 (2006) [*Low Temp. Phys*. **32**, 768 (2006)].
9. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред,* Наука, Москва (1982).
10. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
11. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
12. Н.Н. Боголюбов*, Квазисредние в задачах статистической механики,* Дубна (1963) (*Препр./АН СССР ОИЯИ; Р–1451*).
13. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, Наука, Москва (1976).

Dissipative function of magnetic media

V.G. Baryakhtar and A.G. Danilevich

A general method of constructing a dissipative function is derived for both disordered magnetic media and magnetic systems. It is shown with a ferromagnet that to construct the dissipative function not only invariance with respect to homogeneous solid rotations should be taken into consideration but the magnetization conservation laws as well. It is found that in ferromagnets the dissipative term in the equations of magnetization motion is a sum of the Bloch component and the Landau–Lifshitz–Hilbert relaxation one. The range of applicability of the Landau–Lifshitz relaxation component is determined. Spin wave attenuation in ferromagnet of tetragonal symmetry is calculated. The process of transition from the lower symmetry ferromagnet to that with a continuous degeneracy parameter is formulated. It is shown that the relaxation process in this case can be described by the dissipative function proposed in the paper. The relaxation component of a general type for ferromagnet transforms to the Bloch relaxation term for paramagnets. It is found that the relaxation of magnetization vector is of a two-step behavior. At the first step there occurs a fast relaxation of magnetic moment value due to exchange enhancement and at the second step one can observe a slow relaxation of magnetization to the equilibrium direction. The latter is in qualitative agreement with the relaxation pattern described by the Landau–Lifshitz model.

PACS: **76.20.+q** General theory of resonances and relaxations;
75.25.–j Spin arrangements in magnetically ordered materials (including neutron and spin-polarized electron studies, synchrotron-source x-ray scattering, etc.).

Keywords: ferromagnet, paramagnet, spin wave attenuation, dissipative function, dispersion law.