

Холл-эффект и микроволновое поглощение вихрями в анизотропном сверхпроводнике с периодическим потенциалом пиннинга

В.А. Шкловский^{1,2}, Данг Тхи Бик Хоп¹

¹Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: shklovskij@univer.kharkov.ua

²Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт», Институт теоретической физики, ул. Академическая, 1, Харьков, 61108, Украина

Статья поступила в редакцию 16 июля 2009 г., после переработки 28 августа 2009 г.

Приведены результаты теоретических расчетов поглощенной мощности, тензоров импеданса и магнитосопротивлений анизотропных сверхпроводников второго рода в модели периодического потенциала пиннинга при наличии эффекта Холла.

Наведено результати теоретичних розрахунків потужності, яка поглиналася, тензорів імпедансу та магнітоопорів анізотропних надпровідників другого роду в моделі періодичного потенціалу пінінга за наявністю ефекта Холла.

PACS: 74.25.F– Транспортные свойства;
74.25.Uv Вихревые фазы (включая вихревые решетки, вихревые жидкости и вихревые стекла);
74.25.Sv Критические токи.

Ключевые слова: пиннинг, Холл-эффект, анизотропия, критический ток, микроволновое поглощение, тензор импеданса и магнитосопротивлений.

1. Введение

Хорошо известно, что резистивные свойства сверхпроводников второго рода в смешанном состоянии определяются динамикой вихрей, которая в присутствии центров пиннинга может быть описана как движение вихрей в некотором потенциале пиннинга. В простейшем случае такой потенциал пиннинга предполагается периодическим и одномерным, и недавно в работе [1] нами была исследована простая теоретическая модель, с помощью которой было проанализировано влияние постоянного субкритического тока и вызванного им направленного двумерного движения вихрей в таком потенциале пиннинга на радиочастотное или микроволновое поглощение переменного тока малой амплитуды. Основными результатами работы [1] явились зависимости тензоров продольного и поперечного (по отношению к направлению транспортного и переменного тока) импеданса, а также поглощенной мощности от величины плотности субкритического постоянного тока j_0 , частоты переменного тока ω и

угла ϕ между направлением коллинеарных токов \mathbf{j}_0 и $\mathbf{j}_1(t)$ по отношению к каналам одноосного периодического потенциала пиннинга.

Однако в работе [1] не было исследовано влияние холловского слагаемого в уравнении движения вихря и возможной анизотропии вязкого слагаемого на двумерную динамику и резистивные свойства вихревого ансамбля как на постоянном (докритическом), так и на малом переменном токе. Следует отметить, что хотя угол Холла θ_H (а следовательно, и безразмерный коэффициент Холла ϵ , см. определение ϵ перед уравнением (5)) для большинства сверхпроводников мал (т.е. $\epsilon \ll 1$), в ряде случаев при достаточно низких температурах [2] в пленках YBCO, NbSe₂ и Nb наблюдаются аномально большие значения ϵ , т.е. $\text{tg } \theta_H \geq 1$. В отсутствие пиннинга (пункт 2.2) это означает, что скорость вихрей \mathbf{V} в этом случае направлена преимущественно вдоль направления $\mathbf{j}_1(t)$, в то время как при малом угле Холла ($\text{tg } \theta_H \ll 1$) направления \mathbf{V} и $\mathbf{j}_1(t)$ практически ортогональны. Включение в рассмотрение динамики вихря холловского слагаемого обусловлено

тем, что, как будет показано ниже, поглощение вихрями на переменном токе существенно зависит как от величины ϵ , так и от частоты ω и угла ϕ . Более того, наш анализ показывает, что резистивные характеристики образца на докритическом постоянном токе не зависят от величины константы Холла. Иными словами, извлечение величины ϵ из данных экспериментов на постоянном токе невозможно, а величину ϵ можно определить из анализа поглощения мощности на переменном токе. Физическая причина такого поведения поперечного резистивного отклика на постоянном (докритическом) токе связана с подавлением холловского отклика вследствие пиннинга вихрей в поперечном (по отношению к направлению каналов стиральной доски) направлении их возможного движения. Включение в рассмотрение анизотропии вязкости связано с тем, что в большинстве ВТСП кристаллов анизотропия в плоскости ab достаточно велика: например, для кристаллов YBCO величина магнитосопротивления при движении вихрей вдоль осей a или b может различаться более чем в два раза [3].

Следует отметить, что недавно в работе [4] рассматривалась аналогичная изучаемой в данной статье задача для произвольных значений температуры T и величин плотности переменного и постоянного токов (но для случая отсутствия анизотропии вязкости). Сравнение полученных там и в настоящей статье результатов обсуждается в Заключение. Аналогичная модель (но только на постоянном токе и при $T = 0$) обсуждалась в [5]. Выполняя пожелание рецензента данной статьи, упомянем также о ряде работ одного из авторов настоящей работы, где обсуждалась аналогичная рассмотренной в статье [4] точно решаемая модель одноосного периодического потенциала пиннинга лишь на постоянном токе [6] (в том числе и с дополнительным изотропным потенциалом пиннинга [7–10]), а также ряд статей по бианизотропному пиннингу [10–14] (также на постоянном токе), в которых случай $T = 0$ явным образом не обсуждался.

План изложения работы следующий. Во втором разделе обсуждается наиболее общая формулировка решаемой задачи (пункт 2.1). Затем в пункте 2.2 сначала изучается наиболее простой случай, когда сила пиннинга равна нулю (т.е. вихри двигаются в режиме течения магнитного потока). На примере этого случая легко выяснить роль анизотропии вязкости, которая даже в отсутствие пиннинга приводит к направленному движению вихрей, а также влияние инверсии направления внешнего магнитного поля на резистивные отклики с учетом эффекта Холла. Наконец, в последнем основном пункте 2.3 анализируется роль пиннинга в формировании продольных и поперечных резистивных откликов как на постоянном, так и на переменном токе. В заключительном разделе 3 обсуждаются полученные результаты и формулируются выводы.

2. Формулировка и анализ задачи

2.1. Общая формулировка решаемой задачи

Пусть ось x (с ее ортом \mathbf{x} , см. рис. 1) направлена перпендикулярно каналам стиральной доски, а ось y (с ортом \mathbf{y}) — вдоль этих каналов. Уравнение движения для вихря, который движется со скоростью \mathbf{V} , с учетом эффекта Холла в магнитном поле $\mathbf{B} = B \mathbf{n}$ ($B = |\mathbf{B}|$, $\mathbf{n} = n \mathbf{z}$, \mathbf{z} есть орт в направлении оси z и $n = \pm 1$) есть:

$$\hat{\eta} \mathbf{V} + \alpha_H \mathbf{V} \times \mathbf{n} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_p, \quad (1)$$

где $\mathbf{F} = (\Phi_0 / c) \mathbf{j} \times \mathbf{n}$ — сила Лоренца, $\mathbf{j} = \mathbf{j}_0 + \mathbf{j}_1(t)$, где $\mathbf{j}_1(t) = \mathbf{j}_1 e^{i\omega t}$, а \mathbf{j}_0 и \mathbf{j}_1 есть амплитуды плотности постоянного субкритического и малого переменного токов с частотой ω соответственно, Φ_0 — квант магнитного потока, c — скорость света, $\hat{\eta}$ — тензор вязкости вихря и α_H — холловский коэффициент. В уравнении (1) $\mathbf{F}_p = -\nabla U_p(x)$ есть анизотропная сила пиннинга, а $U_p(x)$ — периодический планарный потенциал пиннинга.

Если x и y — координаты соответственно вдоль и поперек оси анизотропии, то в xy -представлении тензор $\hat{\eta}$ диагонален и удобно определить η_0 и γ по формулам:

$$\eta_0 = \sqrt{\eta_{xx}\eta_{yy}}, \quad \gamma = \sqrt{\eta_{xx}/\eta_{yy}}, \quad \eta_{xx} = \gamma\eta_0, \quad \eta_{yy} = \eta_0/\gamma, \quad (2)$$

где η_0 — усредненный коэффициент вязкого трения, γ — параметр анизотропии.

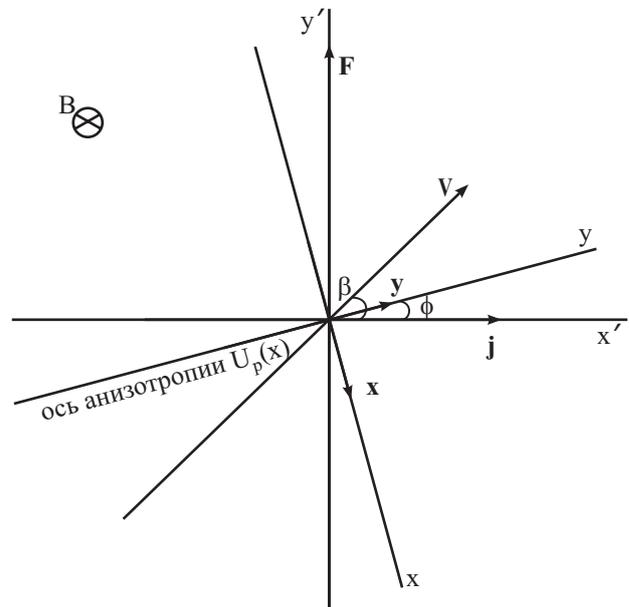


Рис. 1. Система координат xy , связанная с «каналами» потенциала пиннинга (каналы параллельны оси y), и система координат $x'y'$, связанная с направлением тока (вектор плотности тока \mathbf{j} направлен вдоль оси x'); ϕ — угол между осью анизотропии и вектором плотности тока; β — угол между векторами скорости \mathbf{V} и плотности тока \mathbf{j} ; \mathbf{F} — сила Лоренца.

Так как $U_p(x)$ зависит только от координаты x и является периодическим ($U_p(x) = U_p(x+a)$, где a – период потенциала), то сила пиннинга \mathbf{F}_p всегда направлена вдоль оси анизотропии x и не имеет составляющей вдоль оси y , т.е. $F_{py} = 0$. Используем, как и ранее [1], периодический потенциал пиннинга вида

$$U_p(x) = (U_p/2)(1 - \cos kx), \quad (3)$$

где $k = 2\pi/a$, а $\mathbf{F}_p = -(dU_p/dx)\mathbf{x} = F_{px}\mathbf{x}$ и $F_{px} = -F_c \sin kx$, где $F_c = U_p k/2$ — максимальное значение силы пиннинга.

Ввиду того, что $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_1(t)$, где $\mathbf{F}_0 = (\Phi_0/c)\mathbf{j}_0 \times \mathbf{n}$ есть сила Лоренца на постоянном токе и $\mathbf{F}_1 = (\Phi_0/c)\mathbf{j}_1(t) \times \mathbf{n}$ — сила Лоренца на малом переменном токе, считаем, что $\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1(t)$, где \mathbf{V}_0 не зависит от времени, а $\mathbf{V}_1(t) = \mathbf{V}_1 e^{i\omega t}$.

Нашей целью является определение \mathbf{V} из уравнения (1). Для этого запишем уравнение (1) в проекциях на оси координат:

$$\begin{cases} \eta_0 \gamma (V_{0x} + V_{1x}(t)) + \alpha_H (V_{0y} + V_{1y}(t))n = F_{0x} + F_{1x}(t) + F_{px}, \\ (\eta_0/\gamma)(V_{0y} + V_{1y}(t)) - \alpha_H (V_{0x} + V_{1x}(t))n = F_{0y} + F_{1y}(t). \end{cases} \quad (4)$$

Если обозначить $\epsilon = \alpha_H/\eta_0$ и $\delta = n\epsilon$, то из уравнений (4) следует:

$$\begin{cases} \gamma(V_{0x} + V_{1x}(t)) + \delta(V_{0y} + V_{1y}(t)) = \frac{1}{\eta_0}(F_{0x} + F_{1x}(t) + F_{px}), \\ (1/\gamma)(V_{0y} + V_{1y}(t)) - \delta(V_{0x} + V_{1x}(t)) = \frac{1}{\eta_0}(F_{0y} + F_{1y}(t)). \end{cases} \quad (5)$$

2.2. Эффект Холла и микроволновое поглощение вихрями в анизотропном сверхпроводнике в отсутствие пиннинга (при произвольных транспортных токах)

Рассмотрим сначала движение вихря в отсутствие пиннинга (т.е. $\mathbf{F}_p = 0$). Уравнение движение вихря имеет вид:

$$\hat{\eta} \mathbf{V} + \alpha_H \mathbf{V} \times \mathbf{n} = \mathbf{F}. \quad (6)$$

В этом случае легко получить скорости вихря в проекциях на оси x - y -системы координат (на постоянном токе)

$$V_{0x} = \tilde{F}_{0x}/\tilde{\eta}_0, \quad V_{0y} = \tilde{F}_{0y}/\tilde{\eta}_0, \quad (7)$$

где $\tilde{\eta}_0 = \eta_0 \gamma (1 + \delta^2)$, $\tilde{F}_{0x} = F_{0x} - \gamma \delta F_{0y}$, $\tilde{F}_{0y} = \gamma^2 F_{0y} + \gamma \delta F_{0x}$.

2.2.1. Вычисление резистивных характеристик. Основной физической величиной, позволяющей определить резистивные характеристики образца, т.е. тензор сопротивления на постоянном токе и импеданс на частоте ω , является величина электрического поля, индуцируемого движущейся вихревой системой

$$\mathbf{E}(t) = [\mathbf{B} \times \mathbf{V}(t)]/c = (nB/c)[-V_y(t)\mathbf{x} + V_x(t)\mathbf{y}]. \quad (8)$$

Из уравнения (1) следует, что $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1(t)$, где \mathbf{E}_0 — напряженность поля, создаваемая постоянной движущей силой \mathbf{F}_0 , а $\mathbf{E}_1(t) = \mathbf{E}_1 e^{i\omega t}$, где \mathbf{E}_1 — комплексная амплитуда переменного электрического поля $\mathbf{E}_1(t)$.

Учтем далее, что экспериментально измеряемые резистивные отклики (продольный $E_{||}$ и поперечный E_{\perp} по отношению к направлению тока) связаны с E_x и E_y откликами в системе координат x - y простыми соотношениями:

$$\begin{cases} E_{||} = E_x \sin \phi + E_y \cos \phi, \\ E_{\perp} = -E_x \cos \phi + E_y \sin \phi, \end{cases} \quad (9)$$

где $E_x = -n(B/c)V_y$ и $E_y = n(B/c)V_x$.

На постоянном токе продольные и поперечные (по отношению к направлению тока \mathbf{j}) отклики $E_{0||}$, $E_{0\perp}$ и магнитосопротивления $\rho_{0||}$, $\rho_{0\perp}$ соответственно определены соотношениями:

$$\begin{cases} E_{0||} = [\rho_f j_0 / \gamma \Delta] \{\gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi\}, \\ E_{0\perp} = [\rho_f j_0 / \gamma \Delta] \{\gamma \delta + (1 - \gamma^2) \sin \phi \cos \phi\}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \rho_{0||} = [\rho_f / \gamma \Delta] \{\gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi\}, \\ \rho_{0\perp} = [\rho_f / \gamma \Delta] \{\gamma \delta + (1 - \gamma^2) \sin \phi \cos \phi\}, \end{cases} \quad (11)$$

где $\rho_f \equiv B\Phi_0/(\eta_0 c^2)$ — удельное сопротивление течения магнитного потока, а $\Delta = 1 + \delta^2$.

Отделяя в формулах (11) четные и нечетные (по n) компоненты, имеем:

$$\rho_{0||}^+ = (\rho_f / \gamma \Delta) (\gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi), \quad \rho_{0||}^- = 0, \quad (12)$$

$$\rho_{0\perp}^+ = (\rho_f / \gamma \Delta) (1 - \gamma^2) \sin \phi \cos \phi, \quad \rho_{0\perp}^- = \rho_f \delta / \Delta. \quad (13)$$

Следует отметить, что соотношения (12) и (13) зависят от величины плотности транспортного тока, т.е. соответствующие вольт-амперные характеристики (ВАХ) линейны. Иными словами, все три отличных от нуля резистивных отклика соответствуют режиму течения магнитного потока [5], и разница между ними состоит лишь в различной зависимости магнитосопротивлений $\rho_{0||}^+$, $\rho_{0\perp}^+$, $\rho_{0\perp}^-$ от параметров ϕ , γ , ϵ . Включение в рассмотрение потенциала пиннинга (см. следующий раздел) существенно изменит последние выводы.

Рассмотрим теперь несколько простых, физически различных предельных случаев, следующих из соотношений (12) и (13). Как и следовало ожидать, из них видно, что в отсутствие анизотропии ($\gamma = 1$) и эффекта Холла ($\epsilon = 0$) динамика вихря изотропна (т.е. не зависит от угла ϕ) и соответствует не зависящему от инверсии направления магнитного поля режиму течения потока, когда отлична от нуля единственная продольная (четная по отношению к замене $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$) компонента магнитосопротивления $\rho_{0||}^+ = \rho_f$.

Если же анизотропия вязкости отсутствует ($\gamma = 1$) и рассматривается только эффект Холла ($\epsilon \neq 0$), то динамика вихря в этом случае становится анизотропной в том смысле, что направления движущей силы Лоренца \mathbf{F}_0 и скорости вихрей \mathbf{V}_0 уже не совпадают. Величина этой нечетной (имеющей холловское происхождение) анизотропии характеризуется углом Холла θ_H , который определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} \theta_H = \rho_{0\perp}^- / \rho_{0\parallel}^+ = \delta, \quad (14)$$

где $\rho_{0\perp}^-$ — новая поперечная нечетная (холловская) компонента магнитосопротивления. Если $|\delta| \ll 1$, то холловская анизотропия слабая и скорость вихря \mathbf{V}_0 практически перпендикулярна вектору плотности постоянного транспортного тока \mathbf{j}_0 , в то время как для $|\delta| \gg 1$ направления \mathbf{V}_0 и \mathbf{j}_0 практически совпадают.

Наличие анизотропии вязкости ($\gamma \neq 1$) даже в отсутствие эффекта Холла приводит к появлению еще одного нового, четного по отношению к инверсии $\mathbf{V} \rightarrow -\mathbf{V}$ магнитосопротивления $\rho_{0\perp}^+$, приводящего, как и эффект Холла, к анизотропии движения вихрей, т.е. несовпадению направлений \mathbf{F}_0 и \mathbf{V}_0 . Соответствующую четную анизотропию удобно характеризовать углом β , который определяется соотношением

$$\operatorname{ctg} \beta = -\rho_{0\perp}^+ / \rho_{0\parallel}^+ = (\gamma^2 - 1) / (\gamma^2 \operatorname{tg} \phi + \operatorname{ctg} \phi). \quad (15)$$

По аналогии с появлением направленного движения вихрей при наличии одноосного потенциала пиннинга типа стиральной доски [1] (в отсутствие эффекта Холла и анизотропии вязкости) угол β , определяемый формулой (15), можно трактовать аналогично таковому для guiding-эффекта в задаче о пиннинге.

Рассмотрим поэтому поведение β и $\operatorname{ctg} \beta$, следующее из уравнений (12) и (13), более подробно. Из них следует, что величины β и $\operatorname{ctg} \beta$ изменяют знак при переходе параметра анизотропии γ через значение, равное единице. Формально это следует из перемены знака $\rho_{0\perp}^+$ при таком переходе (а физически это соответствует изменению роли осей анизотропии). Выбирая теперь для определенности значения $\gamma > 1$, следует отметить, что характерной чертой графиков $\beta(\phi)$ для $0 < \phi < \pi/2$ является наличие максимума, положение которого сдвигается в сторону уменьшения величины ϕ_m с ростом величины γ , а величина β_m при этом растет. Характерная зависимость $\beta(\phi)$ при различных значениях γ , следующая из (15), представлена на рис. 2.

Проводя на переменном токе анализ, аналогичный таковому для постоянного тока, имеем:

$$V_{1x}(t) = \tilde{F}_{1x}(t) / \tilde{\eta}_0, \quad V_{1y}(t) = \tilde{F}_{1y}(t) / \tilde{\eta}_0, \quad (16)$$

где $\tilde{F}_{1x}(t) = F_{1x} - \gamma \delta F_{1y}$, $\tilde{F}_{1y}(t) = \gamma^2 F_{1y} + \gamma \delta F_{1x}$,

$$\begin{cases} E_{1\parallel} = [\rho_f j_1(t) / \gamma \Delta] \{ \gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \}, \\ E_{1\perp} = [\rho_f j_1(t) / \gamma \Delta] \{ \gamma \delta + (1 - \gamma^2) \sin \phi \cos \phi \}. \end{cases} \quad (17)$$

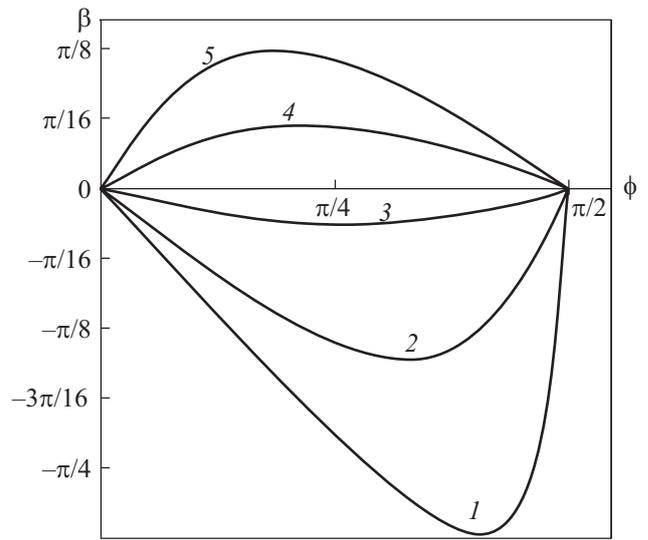


Рис. 2. Зависимость $\beta(\phi)$ для ряда значений безразмерного параметра анизотропии γ : 0,3 (1); 0,6 (2); 0,9 (3); 1,2 (4); 1,5 (5).

Продольный и поперечный (по отношению к направлению плотности тока \mathbf{j}_1) импеданс Z_{\parallel} и Z_{\perp} соответственно определены соотношениями: $E_{1\parallel} \equiv Z_{\parallel} j_1(t)$, $E_{1\perp} \equiv Z_{\perp} j_1(t)$. Отсюда получим

$$\begin{cases} Z_{\parallel} = (\rho_f / \gamma \Delta) (\gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi), \\ Z_{\perp} = (\rho_f / \gamma \Delta) \{ \gamma \delta + (1 - \gamma^2) \sin \phi \cos \phi \}. \end{cases} \quad (18)$$

Отделяя в формулах (18) четные и нечетные (по n) компоненты, получаем:

$$Z_{\parallel}^+ = (\rho_f / \gamma \Delta) (\gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi), \quad Z_{\parallel}^- = 0, \quad (19)$$

$$Z_{\perp}^+ = (\rho_f / \gamma \Delta) (1 - \gamma^2) \sin \phi \cos \phi, \quad Z_{\perp}^- = \rho_f \delta / \Delta. \quad (20)$$

Отметим, что, как видно из соотношений (18) и (11), формально соотношения для поперечных и продольных резистивных откликов на постоянном токе и соответствующих импедансов в отсутствие пиннинга совпадают, т.е. компоненты импеданса являются действительными. Следует, однако, помнить, что

$$\rho_{\parallel, \perp}(t) = \operatorname{Re} [Z_{\parallel, \perp} e^{i\omega t}]. \quad (21)$$

2.2.2. Поглощение мощности. Для вычисления средней по периоду поглощенной мощности P воспользуемся стандартным соотношением: $P = (1/2) \operatorname{Re} (\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{j}_1^*)$, где \mathbf{E}_1 и \mathbf{j}_1 — комплексные амплитуды переменного электрического поля и плотности тока соответственно. Тогда, используя соотношение (17) и (18), можно показать, что

$$P = (j_1^2 / 2) \bar{\rho} \equiv (j_1^2 / 2) \operatorname{Re} Z_{\parallel} = P_0 (\gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi) / (\gamma \Delta), \quad (22)$$

где $P_0 = \rho_f(j_1^2/2)$. При $\gamma = 1$ поглощенная мощность становится изотропной и зависит только от безразмерной константы Холла ϵ , т.е.

$$P = P_0 / \Delta, \quad (23)$$

причем с ростом ϵ величина P уменьшается. Физически это связано с тем уже ранее установленным фактом, что с ростом ϵ направление вектора \mathbf{V}_1 все больше приближается к направлению вектора \mathbf{j}_1 , так что соответствующая компонента продольного переменного электрического поля $\mathbf{E}_{||}$ уменьшается по амплитуде с ростом θ_H , а поглощаемая мощность падает. Согласно этой физической картине (и как следует из формулы (22)), при $\gamma = 1$ и $\epsilon = 0$ поглощенная мощность максимальна и равна P_0 .

Если же $\gamma \neq 1$ и $\epsilon \neq 0$, то $P = P(\phi, \gamma, \epsilon)$, т.е. поглощенная мощность является анизотропной. На рис. 3 представлена зависимость P/P_0 как функция параметров ϵ и γ для различных значений угла ϕ . Из формулы (22) следует, что влияние параметра ϵ на $P(\phi, \gamma, \epsilon)$ при любых ϕ, γ сводится к уменьшению поглощения с ростом ϵ , а также то, что анизотропия поглощения при $\gamma \neq 1$ определяется величиной нелинейной (по ϕ и γ) комбинации $\gamma \sin^2 \phi + (1/\gamma) \cos^2 \phi$. Из последнего следует рост слагаемого $(1/\gamma) \cos^2 \phi$ при $\phi \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow 0$, и рост слагаемого $\gamma \sin^2 \phi$ при $\phi \rightarrow \pi/2$ и $\gamma \gg 1$. Все эти особенности легко усмотреть на рис. 3.

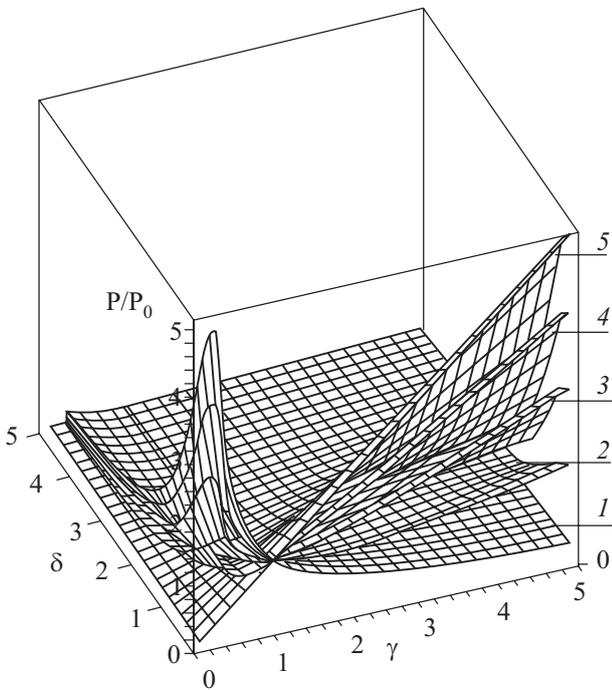


Рис. 3. Зависимость поглощенной мощности P/P_0 от параметра анизотропии γ и параметра Холла δ для ряда значений угла ϕ , построенная по формуле (22): 0° (1); 30° (2); 45° (3); 60° (4); 90° (5).

2.3. Холл-эффект и микроволновое поглощение вихрями в анизотропном сверхпроводнике с периодическим потенциалом пиннинга при докритических токах

Рассмотрим сначала случай отсутствия переменного тока (т.е. $j_1 = 0$). Тогда из уравнений (5) следует

$$\begin{cases} \gamma V_{0x} + \delta V_{0y} = (F_{0x} + F_{px}) / \eta_0 \\ (1/\gamma) V_{0y} - \delta V_{0x} = (F_{0y} / \eta_0) \end{cases} \quad (24)$$

Решение уравнений (24) дает, что

$$\begin{aligned} V_{0x} &= (1/\tilde{\eta}_0)(\tilde{F}_{0x} + F_{px}), \\ V_{0y} &= (\gamma/\eta_0)F_{0y} + \gamma\delta(1/\tilde{\eta}_0)(\tilde{F}_{0x} + F_{px}). \end{aligned} \quad (25)$$

Движение вихря вдоль оси x будет различным в зависимости от величин параметра анизотропии γ , холловского коэффициента α_H и силы \tilde{F}_{0x} . Если $\tilde{F}_{0x} < F_c$, то в этом направлении вихрь покоится (т.е. $V_{0x} = 0$). Как следует из рис. 4, координата покоя вихря x_0 в этом случае зависит от величины \tilde{F}_{0x} . Тогда из выражения (25) следует, что для определения зависимости $x_0(\tilde{F}_{0x})$ необходимо решить уравнение $\tilde{F}_{0x} + F_{px} = 0$. Его решение дает:

$$x_0 = (1/k) \arcsin(\tilde{F}_{0x} / F_c), \quad (26)$$

где $\tilde{F}_{0x} / F_c = \tilde{j}_{0y} / j_c$, $\tilde{j}_{0y} = n(j_{0y} + \gamma\delta \cdot j_{0x})$ и j_c — критический ток при $\phi = 0$. В этом случае вихрь всегда движется вдоль каналов пиннинга (т.е. вдоль оси y) с постоянной скоростью $V_{0y} = (\gamma/\eta_0)F_{0y}$, и при $\gamma = 1$ мы возвращаемся к результату работы [1] (т.е. $V_{0y} = F_{0y} / \eta_0$). Во втором случае, когда $\tilde{F}_{0x} > F_c$

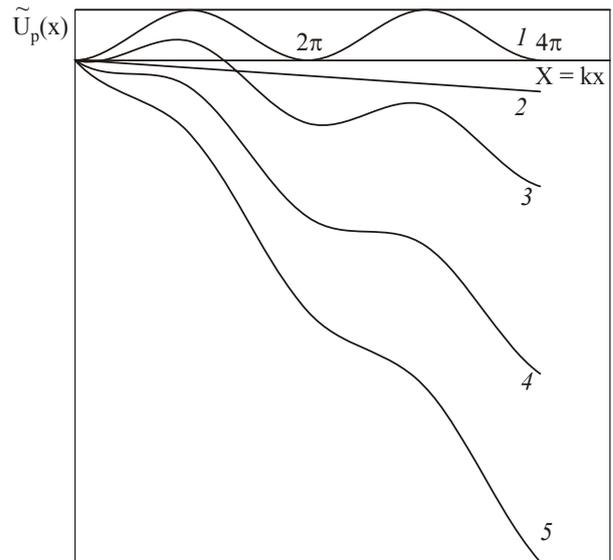


Рис. 4. Эффективный потенциал пиннинга $\tilde{U}_p(x) = U_p(x) - x\tilde{F}_{0x}$; $U_p(x) = (U_p/2)(1 - \cos kx)$ есть потенциал пиннинга в отсутствие субкритического тока, где $k = 2\pi/a$, a — период потенциала; $U_p(x)$ (1), $-x\tilde{F}_{0x}$ (2), $\tilde{F}_{0x} < F_{px}$ (3), $\tilde{F}_{0x} = F_{px}$ (4), $\tilde{F}_{0x} > F_{px}$ (5).

(см. рис. 4), вихрь преодолевает барьер пиннинга и будет двигаться с периодически зависящей от времени скоростью вдоль координаты x по наклоненной стиральной доске [1] с эффективным потенциалом пиннинга $\tilde{U}_p(x) = U_p(x) - x\tilde{F}_{0x}$. Вычисление резистивных откликов двумерной динамики вихрей в этом случае гораздо более сложная задача, которую здесь мы не будем исследовать.

Перейдем теперь к рассмотрению влияния малой переменной силы $F_1(t)$ с частотой ω на динамику вихря в режиме субкритического ($\tilde{j}_{0y} < j_c$) постоянного тока. Из выражения (8) следует, что при $j_1 = 0$ величину E_0 можно получить усреднением $\mathbf{E}_1(t)$ по времени с учетом периодичности $\mathbf{F}_1(t)$. Тогда $\mathbf{E}_0 = \langle \mathbf{E}(t) \rangle$, где $\langle \dots \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \dots dt$ и $T = 2\pi / \omega$. В результате (с учетом того, что при $j_{0y} < j_c$ имеем $V_{0x} = 0$) получим, что

$$\mathbf{E}_0 = \frac{nB}{c} V_{0y} \mathbf{x} = \frac{nB}{c} \frac{\gamma F_{0y}}{\eta_0} \mathbf{x}.$$

Здесь $F_{0y} = -n(\Phi_0 / c) j_{0x}$, поэтому $\mathbf{E}_0 = -\gamma \rho_f j_{0x} \mathbf{x}$ и $E_{0x} = -\gamma \rho_f j_{0x}$.

Из соотношений (8) и (9) следует, что

$$\begin{cases} E_{0\parallel} = E_{0x} \sin \phi = -\gamma \rho_f j_0 \sin^2 \phi, \\ E_{0\perp} = -E_{0x} \cos \phi = \gamma \rho_f j_0 \sin \phi \cos \phi, \end{cases} \quad (27)$$

и если определить, что $\rho_{0\parallel} = E_{0\parallel} / j_0$ и $\rho_{0\perp} = E_{0\perp} / j_0$, то

$$\rho_{0\parallel} = -\gamma \rho_f \sin^2 \phi, \quad \rho_{0\perp} = \gamma \rho_f \sin \phi \cos \phi. \quad (28)$$

Из резистивных откликов (28) на постоянном докритическом токе можно извлечь лишь информацию о величине угла ϕ для данного образца ($\tan \phi = -\rho_{0\parallel} / \rho_{0\perp}$) и величину произведения $\gamma \rho_f$. Из формул (28) также следует, что только при $\phi = 0$ продольный и поперечный отклики являются недиссипативными (в силу докритичности транспортного тока). Диссипация при $\phi \neq 0$ возникает за счет появления компоненты движущей силы F_{0y} , не содержащей константы Холла (см. формулу (25) для V_{0y} с учетом того, что $V_{0x} = 0$) и направленной вдоль каналов стиральной доски. Таким образом, при $\tilde{F}_{0x} < F_c$ движение вихря и резистивные характеристики образца не зависят от параметра Холла, т.е. определить ϵ из эксперимента на постоянном докритическом токе невозможно (сравни, однако, эту ситуацию с результатами раздела 2.2, т.е. формулами (12) и (13)); в этом случае, когда $\gamma = 1$, все результаты, следующие из формулы (28), возвращаются к результату работы [1].

Перейдем теперь у анализу откликов на переменном токе, используя соотношение $\mathbf{E}_1(t) = \mathbf{E}(t) - \mathbf{E}_0 = \mathbf{E}(t) - \langle \mathbf{E}(t) \rangle$. Отсюда и из уравнений (5) имеем

$$\begin{cases} \gamma V_{1x}(t) + \delta V_{1y}(t) = (1 / \eta_0)(\tilde{F}_{0x} + F_{1x}(t) + F_{px}), \\ (1 / \gamma)V_{1y}(t) - \delta V_{1x}(t) = (1 / \eta_0)F_{1y}(t), \end{cases} \quad (29)$$

где

$$\begin{cases} F_{1x}(t) \equiv (n\Phi_0 / c)j_{1y}(t), & \begin{cases} j_{1x}(t) = j_1(t) \sin \phi, \\ j_{1y}(t) = j_1(t) \cos \phi, \end{cases} \\ F_{1y}(t) \equiv -(n\Phi_0 / c)j_{1x}(t), & \\ j_1(t) = j_1 e^{i\omega t}. \end{cases}$$

Воспользуемся тем, что $\tilde{F}_{0x} + F_{px} \equiv \tilde{F}_{px} = -d\tilde{U}_p(x) / dx$, где $\tilde{U}_p(x) \equiv U_p(x) - x\tilde{F}_{0x}$ есть эффективный (с учетом движущей силы в направлении оси x) потенциал пиннинга (см. рис. 3). Координата покоя вихря для него (в отсутствие переменного тока) дается формулой (26). Так как амплитуда переменного резистивного отклика предполагается малой, то для решения уравнений (29) в линейном приближении по этой амплитуде необходимо разложить $\tilde{U}_p(x)$ в ряд по малой разности $x - x_0$, что дает

$$\begin{aligned} \tilde{U}_p(x - x_0) &= \tilde{U}_p(x_0) + \tilde{U}'_p(x_0)(x - x_0) + \\ &+ \frac{\tilde{U}''_p(x_0)(x - x_0)^2}{2} + \dots \end{aligned} \quad (30)$$

Из выражения (30) следует, что

$$\tilde{F}_{px} \cong k_p(\tilde{j}_{0y})(x - x_0),$$

где $k_p(\tilde{j}_{0y}) = -k_p \sqrt{1 - (\tilde{j}_{0y} / j_c)^2}$ или

$$\tilde{F}_{px} / \eta_0 = -\tilde{\omega}_p(x - x_0),$$

где $\tilde{\omega}_p = \omega_p \sqrt{1 - (\tilde{j}_{0y} / j_c)^2}$ и $\omega_p \equiv k_p / \eta_0$.

Тогда можно записать уравнение (29) в следующем виде:

$$\begin{cases} (\gamma + \tilde{\omega}_p / i\omega)V_{1x}(t) + \delta V_{1y}(t) = F_{1x}(t) / \eta_0, \\ -\delta V_{1x}(t) + (1 / \gamma)V_{1y}(t) - \delta V_{1x}(t) = F_{1y}(t) / \eta_0. \end{cases} \quad (31)$$

Решение уравнений (31) дает:

$$\begin{cases} V_{1x}(t) = (F_{1x} / \gamma - \delta F_{1y}) / (\eta_0 \Delta_\gamma), \\ V_{1y}(t) = [\gamma F_{1y} (1 + \tilde{\omega}_{p\gamma} / i\omega) + \delta F_{1x}] / (\eta_0 \Delta_\gamma), \end{cases} \quad (32)$$

где $\tilde{\omega}_{p\gamma} \equiv \tilde{\omega}_p / \gamma$, $\Delta_\gamma \equiv \Delta + \tilde{\omega}_{p\gamma} / i\omega$.

2.3.1. *Вычисление тензоров импеданса.* Из уравнений (4) и (32) с учетом соотношений $E_{1x} = -n(B/c)V_{1y}(t)$ и $E_{1y} = n(B/c)V_{1x}(t)$ имеем

$$\begin{cases} E_{1x} = (\rho_f / \Delta_\gamma)[\gamma(1 + \tilde{\omega}_{p\gamma} / i\omega)j_{1x}(t) - \delta j_{1y}(t)], \\ E_{1y} = (\rho_f / \Delta_\gamma)[j_{1y}(t) / \gamma + \delta j_{1x}(t)]. \end{cases} \quad (33)$$

Тогда из соотношений (33) следует, что комплексные амплитуды переменного электрического поля $\mathbf{E}_1(t)$ и плотности электрического тока $\mathbf{j}_1(t) = \mathbf{j}_1 e^{i\omega t}$ связаны соотношением $\mathbf{E}_1(t) = \hat{Z} \mathbf{j}_1(t)$, где компоненты тензора импеданса \hat{Z} измеряются в $\mu\Omega$ -системе координат

(см. рис. 1), т.е. $E_{1x}(t) = Z_{xx}j_{1x}(t) + Z_{xy}j_{1y}(t)$, $E_{1y}(t) = Z_{yx}j_{1x}(t) + Z_{yy}j_{1y}(t)$ и

$$\begin{aligned} \hat{Z}(\omega, \tilde{j}_{0y}) &= \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} = \\ &= (\rho_f / \Delta_\gamma) \begin{pmatrix} \gamma(1 + \tilde{\omega}_{p\gamma} / i\omega) & -\delta \\ \delta & 1/\gamma \end{pmatrix} = \\ &= (\rho_f / \Delta) \begin{pmatrix} \gamma(\Delta - \delta^2 Z_1) & -\delta Z_1 \\ \delta Z_1 & Z_1 / \gamma \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$Z_1 \equiv \Delta / \Delta_\gamma = 1 / (1 - i\omega_q / \omega), \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \omega_q &= \tilde{\omega}_{p\gamma} / \Delta = [\omega_p / \gamma \Delta] \sqrt{1 - (\tilde{j}_{0y} / j_c)^2} = \\ &= [\omega_p / \gamma \Delta] \sqrt{1 - (j_0 / j_c)^2 (\cos \phi + \delta \gamma \sin \phi)^2}. \end{aligned} \quad (36)$$

Величина ω_q в формуле (36) является обобщением на случай $\gamma \neq 1$ и $\epsilon \neq 0$ физически аналогичной (и зависящей от величины докритического транспортного тока) частоты депиннинга вихря, введенной нами ранее в работе [1]. Следует, однако, подчеркнуть, что в отличие от введенной в [1] частоты депиннинга $\tilde{\omega}_p(j_{0y})$, не зависящей от инверсии направления магнитного поля, величина ω_q изменяется при замене $n \rightarrow -n$ (т.е. $\delta \rightarrow -\delta$) за счет учета эффекта Холла.

Рассматривая формулу (36) для ω_q , легко видеть, что условием сохранения докритичности $\tilde{F}_{0x} < F_c$ является выполнение неравенства

$$Q j_0 / j_c < 1, \quad (37)$$

где $Q(\phi, q) \equiv |\cos \phi + q \sin \phi|$, $q = \delta \gamma$. В дальнейшем будем интересоваться тем, при каком максимальном значении $j_{0C} = j_c / Q$ выполняется условие (37) при заданных q и ϕ . Очевидно, что если $Q > 1$, то $j_{0C} < j_c$, и наоборот, для $Q < 1$ всегда $j_{0C} > j_c$. Отметим сразу, что в силу того, что $q = \delta \gamma$, поведение $Q(\phi, q)$ (см. рис. 5) асимметрично по $\delta = \pm \epsilon$ при $\phi = \text{const}$. Из определения $Q(\phi, q)$ и рис. 5 видно, что если $\phi \rightarrow \pi/2$ (близость к L-геометрии, см. пункт 2.2.3) и $|q| \ll 1$, то $Q \ll 1$ и $j_{0C} \gg j_c$, а для $|q| \gg 1$ будет $Q \gg 1$. Если же $\phi \rightarrow 0$ (близость к T-геометрии), то $Q \sim 1$ даже для $|q| \gg 1$, тогда как для $\phi \approx \pi/4$ и $|q| \gg 1$ всегда $Q \gg 1$.

2.3.2. Продольные и поперечные импедансы резистивных откликов. Перейдем теперь к рассмотрению продольных и поперечных импедансов резистивных откликов двумерной динамики вихрей на переменном токе. Из соотношений (9) следует, что:

$$\begin{cases} E_{1\parallel} = E_{1x} \sin \phi + E_{1y} \cos \phi, \\ E_{1\perp} = -E_{1x} \cos \phi + E_{1y} \sin \phi. \end{cases} \quad (38)$$

Для вычисления импеданса в системе координат $x'y'$ воспользуемся тем, что наблюдаемые на опыте

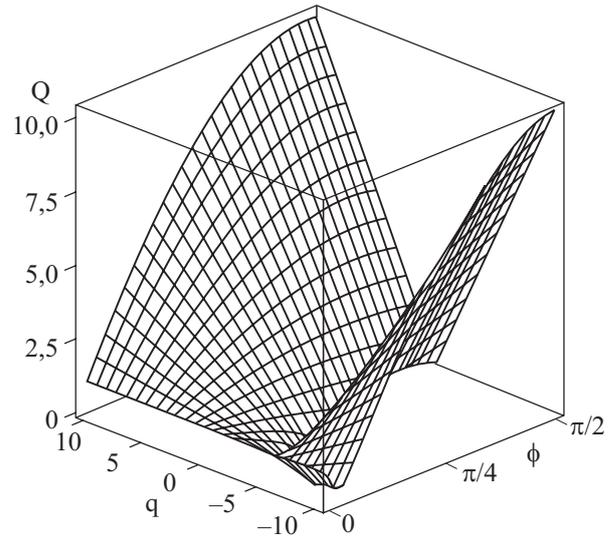


Рис. 5. Зависимость $Q(\phi, q)$ от угла ϕ и параметра q .

продольное и поперечное переменные электрические поля связаны соотношениями (9). Отсюда следует, что

$$\begin{cases} E_{1\parallel} = (\rho_f j_1(t) / \Delta) [\gamma(\Delta - \delta^2 Z_1) \sin^2 \phi + \\ + Z_1 \cos^2 \phi / \gamma] \equiv Z_{\parallel} j_1(t), \\ E_{1\perp} = (\rho_f j_1(t) / \Delta) \{Z_1 / \gamma - \gamma(\Delta - \delta^2 Z_1)\} \times \\ \times \sin \phi \cos \phi + \delta Z_1 \equiv Z_{\perp} j_1(t), \end{cases} \quad (39)$$

где продольный и поперечный (по отношению к направлению тока \mathbf{j}_1) импеданс Z_{\parallel} и Z_{\perp} соответственно определены соотношениями:

$$\begin{cases} Z_{\parallel} = (\rho_f / \gamma \Delta) [\gamma^2 (\Delta - \delta^2 Z_1) \sin^2 \phi + Z_1 \cos^2 \phi], \\ Z_{\perp} = (\rho_f / \gamma \Delta) \{ \delta \gamma Z_1 + [Z_1 - \gamma^2 (\Delta - \delta^2 Z_1)] \sin \phi \cos \phi \}. \end{cases} \quad (40)$$

При $\gamma = 1$ выражения (40) возвращаются к результату (67) работы [4].

Соотношения (40) являются основными для дальнейшего анализа. Существенно, что из них следует зависимость $Z_{\parallel, \perp}$ от направления вектора магнитного поля \mathbf{B} . Точнее, инверсия поля, то есть замена $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ благодаря перемене знака $\delta = n\epsilon$ на противоположный, ведет, в силу соотношения $\tilde{j}_{0y} = j_{0y} + \gamma \delta \cdot j_{0x}$, к изменению величины $\tilde{\omega}_p(j_{0y})$ и, как следствие, — к изменению как величины Z_1 , так и величин $Z_{\parallel, \perp}$. Поэтому, чтобы из формул (40) извлечь наблюдаемые величины, которые не изменяют своего модуля при замене $n \rightarrow -n$, следует отделить в них четные и нечетные (индекс (+) и (-) соответственно) по отношению к инверсии вектора \mathbf{B} слагаемые.

Для отделения четных и нечетных (по n) Z_{\parallel}^{\pm} и Z_{\perp}^{\pm} сначала отделим в Z_1 четную $Z_1^+(n) = Z_1^+(-n)$ и нечетную $Z_1^-(n) = -Z_1^-(-n)$ части, представив выраже-

ние Z_1 в виде $Z_1(n) = Z_1^+(n) + Z_1^-(n)$, где $Z_1^\pm(n) = [Z_1(n) \pm Z_1(-n)]/2$, а $Z_1(\pm n) = 1/(1 - i\omega_q(\pm n)/\omega)$.

В результате имеем

$$Z_1^+(n) = [1 - i\omega_q^+(n)/\omega] / [1 - 2i\omega_q^+(n)/\omega - \omega_q(n)\omega_q(-n)/\omega^2], \quad (41)$$

$$Z_1^-(n) = [i\omega_q^-(n)/\omega] / [1 - 2i\omega_q^+(n)/\omega - \omega_q(n)\omega_q(-n)/\omega^2], \quad (42)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_q^\pm(n) &\equiv [\omega_q(n) \pm \omega_q(-n)]/2 = \\ &= [\omega_p / (2\gamma\Delta)] \left(\sqrt{1 - (j_0/j_c)^2} (\cos\phi + \delta\gamma \sin\phi)^2 \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{1 - (j_0/j_c)^2} (\cos\phi - \delta\gamma \sin\phi)^2 \right). \end{aligned} \quad (43)$$

Окончательно можем представить (40) в следующем виде:

$$\begin{cases} Z_{||}^+ = (\rho_f / \gamma\Delta) [\gamma^2 (\Delta - \delta^2 Z_1^+) \sin^2 \phi + Z_1^+ \cos^2 \phi], \\ Z_{||}^- = (\rho_f / \gamma\Delta) Z_1^- (\cos^2 \phi - \delta^2 \gamma^2 \sin^2 \phi), \end{cases} \quad (44)$$

$$\begin{cases} Z_{\perp}^+ = (\rho_f / \gamma\Delta) [Z_1^+ - \gamma^2 (\Delta - \delta^2 Z_1^+)] \sin\phi \cos\phi, \\ Z_{\perp}^- = (\rho_f / \gamma\Delta) \{ \delta\gamma Z_1^+ + Z_1^- (1 + \delta^2 \gamma) \sin\phi \cos\phi \}. \end{cases} \quad (45)$$

2.3.3. Резистивные отклики в TL-геометриях. Для анализа формул (44) и (45) рассмотрим сначала резистивные отклики в TL-геометриях.

Если $\phi = 0$ (так называемая поперечная T-геометрия, когда $\mathbf{j} \parallel \mathbf{y}$, см. рис. 1), то из выражения (35) следует, что

$$\omega_{qT} = [\omega_p / (\gamma\Delta)] \sqrt{1 - (j_0/j_c)^2}, \quad (46)$$

где ω_{qT} есть перенормированная (за счет наличия анизотропии, константы Холла и докритического постоянного тока) частота депиннинга в T-геометрии и

$$Z_{1T}^+ = 1/(1 - i\omega_{qT}/\omega), \quad Z_{1T}^- = 0.$$

Отсюда следует, что

$$Z_{||T}^+ = \rho_f Z_{1T}^+ / (\gamma\Delta), \quad Z_{||T}^- = 0, \quad (47)$$

$$Z_{\perp T}^+ = 0, \quad Z_{\perp T}^- = \rho_f \delta Z_{1T}^+ / \Delta. \quad (48)$$

Из формул (47) и (48) следует, что

$$\delta\gamma = Z_{\perp T}^- / Z_{||T}^+, \quad (49)$$

т.е. $\delta\gamma$ может быть найдено из отношения нечетного поперечного и четного продольного импедансов, измеренных в T-геометрии. Любопытно, что соответствующие измерения могут быть проведены на любой фиксированной частоте ω и при любых транспортных токах $j_0 < j_c$.

Если $Z_{\perp T}^- = \rho_{\perp T}^{ac-} - i\zeta_{\perp T}^{ac-}$ и $Z_{||T}^+ = \rho_{||T}^{ac+} - i\zeta_{||T}^{ac+}$, где ρ и ζ — резистивность и реактивность соответствующих импедансов, то с учетом формулы (21) получим

$$\rho_{\perp T}^{ac-} = \delta\gamma \rho_{||T}^{ac+}, \quad \zeta_{\perp T}^{ac-} = \delta\gamma \zeta_{||T}^{ac+}. \quad (50)$$

Если же $\phi = \pi/2$ (так называемая продольная L-геометрия, когда $\mathbf{j} \parallel \mathbf{x}$, см. рис. 1), то из выражения (35) следует, что

$$\omega_{qL} = [\omega_p / (\gamma\Delta)] \sqrt{1 - (j_0/j_c)^2} (\delta\gamma)^2, \quad (51)$$

где ω_{qL} (аналогично ω_{qT}) есть перенормированная частота депиннинга в L-геометрии, и

$$Z_{1L}^+ = 1/(1 - i\omega_{qL}/\omega), \quad Z_{1L}^- = 0.$$

Поэтому имеем

$$Z_{||L}^+ = \rho_f \gamma (\Delta - \delta^2 Z_{1L}^+) / \Delta, \quad Z_{||L}^- = 0, \quad (52)$$

$$Z_{\perp L}^+ = 0, \quad Z_{\perp L}^- = \rho_f \delta Z_{1L}^+ / \Delta. \quad (53)$$

Из этих формул следует, что

$$Z_{||L}^+ + \gamma \delta Z_{\perp L}^- = \gamma \rho_f, \quad (54)$$

Если же $Z_{\perp L}^- = \rho_{\perp L}^{ac-} - i\zeta_{\perp L}^{ac-}$ и $Z_{||L}^+ = \rho_{||L}^{ac+} - i\zeta_{||L}^{ac+}$, то беря реальную и мнимую часть от соотношения (54), получим

$$\rho_{||L}^{ac+} = \gamma (\rho_f - \delta \rho_{\perp L}^{ac-}), \quad \zeta_{||L}^{ac+} = -\gamma \delta \zeta_{\perp L}^{ac-}. \quad (55)$$

Из этих соотношений вытекает, что в L-геометрии

$$\gamma = (\rho_{||L}^{ac+} - \rho_{\perp L}^{ac-} \zeta_{||L}^{ac+} / \zeta_{\perp L}^{ac-}) / \rho_f,$$

$$\delta = \rho_f / (\rho_{\perp L}^{ac-} - \rho_{||L}^{ac+} \zeta_{\perp L}^{ac-} / \zeta_{||L}^{ac+}). \quad (56)$$

Отметим также, что из условия $\epsilon \ll 1$ следует, что отношение $\omega_{qT} / \omega_{qL} = \sqrt{1 - (j_0/j_c)^2}$ зависит только от величины плотности постоянного докритического тока j_0 .

2.3.4. Эффект Холла и направленное движение вихрей в резистивных откликах. Рассмотрим полученные выше формулы для различных значений величины ϵ . Сначала рассмотрим случай отсутствия эффекта Холла (т.е. $\epsilon = 0$) при $\gamma = 1$. Тогда $\Delta = 1$, $\Delta_\gamma = 1 - i\tilde{\omega}_p / \omega$ и $Z_1 = 1/(1 - i\tilde{\omega}_p / \omega)$, где $\tilde{\omega}_p = \omega_p \sqrt{1 - (j_0y/j_c)^2}$ (и не зависит от направления внешнего магнитного поля \mathbf{B} вдоль оси z). В результате имеем

$$\begin{cases} Z_{||} = \rho_f Z_1 [1 - i(\tilde{\omega}_p / \omega) \sin^2 \phi], \\ Z_{\perp} = \rho_f Z_1 [(i\tilde{\omega}_p / \omega) \sin\phi \cos\phi]. \end{cases} \quad (57)$$

Отсюда получим выражения реальной части продольного и поперечного импедансов $\text{Re } Z_{||,\perp}$

$$\begin{cases} \operatorname{Re} Z_{\parallel} = \rho_f [1 + (\tilde{\omega}_p / \omega)^2 \sin^2 \phi] / [1 + (\tilde{\omega}_p / \omega)^2], \\ \operatorname{Re} Z_{\perp} = -\rho_f \sin \phi \cos \phi / [1 + (\omega / \tilde{\omega}_p)^2]. \end{cases} \quad (58)$$

В итоге возвращаемся к результатам (19) и (20) работы [1]. Если в работе [1] была рассмотрена зависимость $\operatorname{Re} Z_{\parallel} / \rho_f$ только от угла ϕ (при различных значениях j_0 / j_c), то в настоящей работе для большей наглядности рассмотрим поверхность $\operatorname{Re} Z_{\parallel} / \rho_f$ на плоскости $(\phi, j_0 / j_c)$.

На рис. 6 видно, что продольный импеданс $\operatorname{Re} Z_{\parallel} / \rho_f$ при $\omega = \omega_p$ растет с ростом плотности тока j_0 от нуля до величины j_c при всех значениях угла ϕ . Отметим, однако, что на угловой зависимости $\operatorname{Re} Z_{\parallel}(\phi) / \rho_f$ при $j_0 / j_c \sim 0,7$ появляется минимум [1], который углубляется (и сдвигается по положению) с ростом величины j_0 .

Далее рассмотрим случай наличия эффекта Холла (при константе Холла, удовлетворяющей условию $\tilde{F}_{0x} < F_c$) при $\gamma = 1$, т.е. $\bar{Z}_1 = 1 / (1 - i\tilde{\omega}_q / \omega)$, здесь

$\bar{Z}_1 = Z_1(\gamma = 1)$ и $\tilde{\omega}_q = (\omega_p / \Delta) \sqrt{1 - (j_0 / j_c)^2 (\cos \phi + \delta \sin \phi)^2}$. Тогда

$$\begin{cases} \bar{Z}_{\parallel} = (\rho_f / \Delta) [(\Delta - \delta^2 \bar{Z}_1) \sin^2 \phi + \bar{Z}_1 \cos^2 \phi], \\ \bar{Z}_{\perp} = (\rho_f / \Delta) [\delta \bar{Z}_1 - \Delta(1 - \bar{Z}_1) \sin \phi \cos \phi]. \end{cases} \quad (59)$$

В этом случае выражения реальной части продольного и поперечного импеданса $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel, \perp}$ определяются соотношениями

$$\begin{cases} \operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel} = (\rho_f / \Delta) [\operatorname{Re} \bar{Z}_1 + \Delta(1 - \operatorname{Re} \bar{Z}_1) \sin^2 \phi], \\ \operatorname{Re} \bar{Z}_{\perp} = (\rho_f / \Delta) [\delta \operatorname{Re} \bar{Z}_1 - \Delta(1 - \operatorname{Re} \bar{Z}_1) \sin \phi \cos \phi], \end{cases} \quad (60)$$

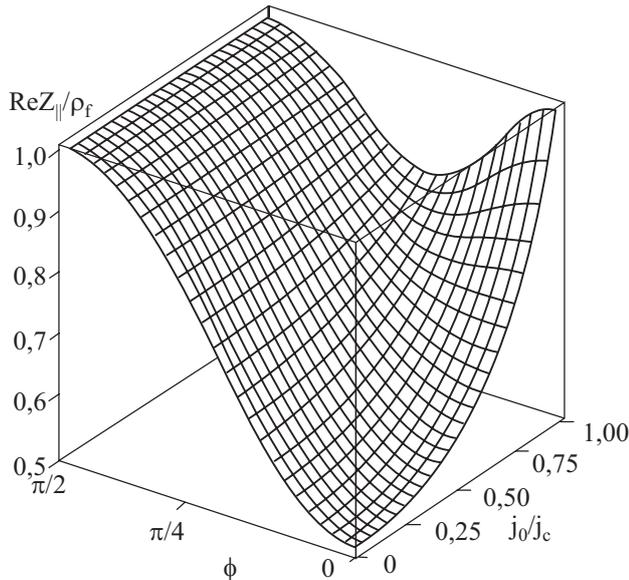


Рис. 6. Зависимость реальной части продольного импеданса $\operatorname{Re} Z_{\parallel} / \rho_f$ от угла ϕ и плотности тока j_0 / j_c для $\epsilon = 0$, $\gamma = 1$, $\omega = \omega_p$.

где $\operatorname{Re} \bar{Z}_1 = 1 / [1 + (\tilde{\omega}_q / \omega)^2]$. При $\delta = 0$ это выражение переходит в (58).

Проанализируем поведение $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel, \perp}^{\pm}$ в зависимости от частоты ω при больших или малых частотах. Если $\omega \rightarrow \infty$, то $(\tilde{\omega}_q / \omega) \rightarrow 0$ (т.е. $\operatorname{Re} \bar{Z}_1 = 1$), тогда в основном приближении по $1/\omega$: $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel} = \rho_f / \Delta$ (т.е. $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel}^+ = \operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel}$, $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel}^- = 0$) и $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\perp} = \rho_f \delta / \Delta$ (т.е. $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\perp}^+ = 0$, $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\perp}^- = \operatorname{Re} \bar{Z}_{\perp}$). Итак, с ростом константы Холла ϵ (т.е. с ростом Δ) поглощенная мощность P при $\omega \rightarrow \infty$ уменьшается ($P = P_0 / \Delta$). Более того, при $\omega \rightarrow \infty$ для любых ϕ (а не только в Т-геометрии, смотри формулу (49)) существует соотношение вида $\delta = \operatorname{Re} \bar{Z}_{\perp}^- / \operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel}^-$. Пусть теперь $\omega \rightarrow 0$ (т.е. $\operatorname{Re} \bar{Z}_1 = 0$). Тогда в основном приближении по ω эффект Холла неизмерим, так как $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel} = \rho_f \sin^2 \phi$ и $P = P_0 \sin^2 \phi$, а $\operatorname{Re} \bar{Z}_{\perp} = -\rho_f \sin \phi \cos \phi$, т.е. δ выпало из результатов. Отсюда следует, что $\rho_f = \operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel} / \sin^2 \phi$, т.е. $\eta_0 = B\Phi_0 \sin^2 \phi / \operatorname{Re} \bar{Z}_{\parallel} c^2$.

Таким образом, для определения $\epsilon = \alpha_H / \eta_0$ нужен высокочастотный предел $\omega \gg \tilde{\omega}_q$ ($\omega \rightarrow \infty$), а для определения η_0 достаточен низкочастотный предел $\omega \ll \tilde{\omega}_q$ ($\omega \rightarrow 0$). За счет зависимости $\tilde{\omega}_q(j)$ возможно даже попробовать измерить поглощение на одной фиксированной частоте $\omega \leq \omega_p$.

Итак, для любых ϵ (удовлетворяющих условию докритичности (37)) и $\phi = \pi/2$ константа Холла в периодическом потенциале пиннинга по микроволновому поглощению на вихрях определяется формулой

$$\alpha_H = (B\Phi_0 / \bar{\rho}(0) c^2) \sqrt{(\bar{\rho}(0) / \bar{\rho}(\infty) - 1)}, \quad (61)$$

где $\bar{\rho}(0) = \rho_f \sin^2 \phi$ для $\omega \rightarrow 0$ и $\bar{\rho}(\infty) = \rho_f / \Delta$ для $\omega \rightarrow \infty$.

2.3.5. Поглощение мощности. В этом случае анализ, аналогичный таковому для случая отсутствия пиннинга, позволяет легко получить выражения для средней по периоду поглощенной мощности P в следующем виде:

$$P = (j_1^2 / 2) \operatorname{Re} Z_{\parallel} \equiv (j_1^2 / 2) \bar{\rho}, \quad (62)$$

где

$$\bar{\rho} = (\rho_f / \gamma \Delta) \{ \Delta \gamma^2 \sin^2 \phi + [1 - (1 + \delta^2 \gamma^2) \sin^2 \phi] \operatorname{Re} Z_1 \}. \quad (63)$$

Если $\delta = 0$, $\gamma = 1$, то $\bar{\rho} = \rho_f (\sin^2 \phi + \operatorname{Re} Z_1 \cos^2 \phi)$, и мы возвращаемся к результату работы [1].

Пусть $Z_1 \equiv 1 - iG_1$, где $G_1 = -(\omega_q / \omega) / (1 - i\omega_q / \omega)$, и следствием этого является то, что $\operatorname{Re} Z_1 = 1 - \operatorname{Re}(iG_1) = 1 + \operatorname{Im} G_1$. Тогда из соотношения (63) имеем

$$\bar{\rho} = (\rho_f / \gamma \Delta) \times \{ \gamma^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi + [1 - (1 + \delta^2 \gamma^2) \sin^2 \phi] \operatorname{Im} G_1 \}, \quad (64)$$

где

$$\operatorname{Im} G_1 = -1 / [1 + (\omega / \omega_q)^2]. \quad (65)$$

При $\gamma = 1$ выражение (64) совпадает с формулой (85) в работе [4]. Окончательно

$$P = P_0 \{1 + (\gamma^2 - 1) \sin^2 \phi + [1 - (1 + \delta^2 \gamma^2) \sin^2 \phi] \operatorname{Im} G_1\} / (\gamma \Delta), \quad (66)$$

где $P_0 = \rho_f (j_1^2 / 2)$. В отличие от случая отсутствия пиннинга (пункт 2.2), в этом случае поглощенная мощность P не только зависит от угла ϕ , параметра анизотропии γ , константы Холла ϵ , но и зависит от частоты ω и плотности тока j_0 .

Существенно также отметить, что в рассматриваемом случае поглощенная мощность содержит (в силу зависимости от $\operatorname{Im} G_1$ в формуле (65) или от $\operatorname{Re} Z_1$ в формуле (60)) как четную, так и нечетную (при замене $\mathbf{V} \rightarrow -\mathbf{V}$) части, и, таким образом, изменяет экспериментально наблюдаемую величину $P(B)$ при инверсии направления поля \mathbf{V} . Поэтому удобно представить поглощаемую мощность как

$$P(B) = P^+(B) + P^-(B), \quad (67)$$

где $P^\pm(B) \equiv [P(B) \pm P(-B)] / 2$ — величины, не изменяющие своего модуля при инверсии \mathbf{V} .

Из (66) следует два простых результата для P в TL-геометриях. В T-геометрии имеем

$$P_T(\omega) = P_{0T} / [1 + (\omega_{qT} / \omega)^2]. \quad (68)$$

Здесь $P_{0T} \equiv P_0 / \gamma \Delta$ — максимальная (при $\omega \rightarrow \infty$) поглощенная мощность в T-геометрии, которая уменьшается с ростом γ и Δ , а ω_{qT} — соответствующая частота депиннинга, определенная формулой (46), из которой следует, что ω_{qT} уменьшается с ростом γ , Δ и j_0 . Из формулы (68) видно, что частотная зависимость $P_T(\infty)$ имеет вид монотонно растущей ступеньки (в окрестности $\omega \sim \omega_{qT}$) и является физически естественным обобщением результата, следующего из формулы (19) в работе [1]. Отсюда следует, что величина P_{0T} , измеренная на частотах, удовлетворяющих условию $(\omega / \omega_{qT})^2 \ll 1$, позволяет извлечь из таких измерений произведение $\gamma \Delta$ для любых плотностей токов $j_0 < j_c$.

Переходя к вычислению поглощенной мощности в L-геометрии, из формулы (66) получаем

$$P_L(\omega) = P_{0L} \{1 + \delta^2 / [1 + (\omega_{qL} / \omega)^2]\}, \quad (69)$$

где $P_{0L} \equiv P_0 \gamma / \Delta$ — максимальная (при $\omega \rightarrow 0$) поглощенная мощность в L-геометрии, а ω_{qL} — соответствующая частота депиннинга, определенная формулой (51), из которой следует, что ω_{qL} , как и ω_{qT} , уменьшается с ростом γ , Δ и j_0 . Из формулы (69) видно, что зависимость P_L от частоты ω имеет форму монотонно убывающей ступеньки в окрестности $\omega \sim \omega_{qL}$, минимальное значение которой $P_{L\infty} = P_0 \gamma$ реализуется для $\omega \rightarrow \infty$. Из сказанного следует, что величина $P_{L\infty}$, измеренная на частотах, удовлетворяющих условию $(\omega / \omega_{qL})^2 \gg 1$, позволяет найти ве-

личину γ , а измерение P_{0L} на частотах $(\omega / \omega_{qL})^2 \ll 1$ — величину γ / Δ . Отсюда вытекает, что $\Delta = P_{L\infty} / P_{0L}$. Уместно также отметить, что формула (51) для ω_{qL} может быть записана в ином виде:

$$\omega_{qL} = (\omega_p / \gamma \Delta) \sqrt{1 - (j_0 / j_{CL})^2}, \quad (70)$$

где $j_{CL} \equiv j_c / \delta \gamma$ — перенормированный (за счет наличия анизотропии и константы Холла) критический ток в L-геометрии, который уменьшается с ростом γ , ϵ и определяет максимально возможную величину докритического транспортного тока в этой геометрии. Отметим, что в TL-геометриях величины P_T и P_L являются четными функциями относительно инверсии направления поля \mathbf{V} в силу того, что соответствующие частоты депиннинга ω_{qL} и ω_{qT} (см. формулы (46) и (51)) не изменяются при замене $n \rightarrow -n$.

2.3.6. *Импеданс и поглощение мощности при $\epsilon \ll 1$.* Наконец, проанализируем зависимость импедансов Z_{\parallel}^\pm и Z_{\perp}^\pm (см. (44) и (45)) с учетом малого эффекта Холла ($\epsilon \ll 1$). В этом случае, пренебрегая слагаемыми порядка δ^2 в соотношениях (44), (45) и выражениях для \tilde{Z}_1^\pm , имеем такие соотношения для $\tilde{Z}_{\parallel, \perp}^\pm$ (где \sim означает, что данные величины вычислены в приближении $\epsilon \ll 1$)

$$\tilde{Z}_{\parallel}^+ = (\rho_f / \gamma) (\gamma^2 \sin^2 \phi + \tilde{Z}_1^+ \cos^2 \phi), \quad (71)$$

$$\tilde{Z}_{\parallel}^- = (\rho_f / \gamma) \tilde{Z}_1^- \cos^2 \phi,$$

$$\tilde{Z}_{\perp}^+ = (\rho_f / \gamma) (\tilde{Z}_1^+ - \gamma^2) \sin \phi \cos \phi, \quad (72)$$

$$\tilde{Z}_{\perp}^- = (\rho_f / \gamma) (\delta \gamma \tilde{Z}_1^+ + \tilde{Z}_1^- \sin \phi \cos \phi),$$

где

$$\tilde{Z}_1^+ = 1 / (1 - i \omega_{q0} / \omega), \quad (73)$$

$$\tilde{Z}_1^- = i \delta (\omega_{q1} / \omega) / (1 - i \omega_{q0} / \omega)^2,$$

$$\omega_{q0} = (\omega_p / \gamma) \sqrt{1 - (j_0 / j_c)^2} \cos^2 \phi, \quad (74)$$

$$\omega_{q1} = -\gamma (\omega_p / \gamma)^2 (j_0 / j_c)^2 \sin \phi \cos \phi / \omega_{q0}.$$

Отметим, что простота полученных формул (71) и (72) связана с тем, что выражения для четных откликов Z_{\parallel}^+ и Z_{\perp}^+ не содержат параметра ϵ и фактически описывают эффекты гайдинга вихрей в отклике на величину j_1 , тогда как нечетные отклики Z_{\parallel}^- и Z_{\perp}^- прямо пропорциональны параметру δ , за счет которого они изменяют знак при инверсии направления внешнего магнитного поля \mathbf{V} .

Переходя к вычислению поглощаемой мощности $P(\omega)$, можно показать, что для $\epsilon \ll 1$ формула (63) имеет следующий вид:

$$\tilde{\rho} = (\rho_f / \gamma) [\gamma^2 + (1 - \gamma^2 + \operatorname{Im} \tilde{G}_1) \cos^2 \phi], \quad (75)$$

которая при $\gamma = 1$ совпадает с формулой (86) в работе [4], а поглощение мощности $\tilde{P}(\omega)$ равно:

$$\tilde{P}(\omega) = P_0(1 + \text{Im} \tilde{G}_1 \cos^2 \phi). \quad (76)$$

Вычисление $\text{Im} \tilde{G}_1$, исходя из формулы (65), приводит к следующему результату

$$\text{Im} \tilde{G}_1 = -\frac{1}{1 + (\omega / \omega_{q0})^2} - \frac{2\delta\gamma(\omega_{q1} / \omega_{q0})}{[(\omega / \omega_{q0}) + (\omega_{q0} / \omega)]^2}, \quad (77)$$

где ω_{q1} и ω_{q0} даются формулой (74). Из формулы (77) следует, что $\text{Im} \tilde{G}_1^+$ имеет такой же вид, как и в отсутствие эффекта Холла, а нечетная по отношению к замене $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ величина $\text{Im} \tilde{G}_1^-$ дается формулой

$$\text{Im} \tilde{G}_1^- = (\delta / \gamma)(\omega_p / \omega)^2 (j_0 / j_c)^2 \sin 2\phi / [1 + (\omega_{q0} / \omega)^2]^2. \quad (78)$$

Из этой формулы видим, что $\text{Im} \tilde{G}_1^-$ пропорциональна малому δ , уменьшается с уменьшением j_0 и обращается в нуль при $\phi = 0, \pi/2$ (т.е. в TL-геометриях). При $\omega \rightarrow 0$ из (78) следует, что

$$\text{Im} \tilde{G}_1^- \approx (\delta / \gamma)(\omega \omega_p / \omega_{q0}^2)^2 (j_0 / j_c)^2 \sin 2\phi, \quad (79)$$

а при $\omega \rightarrow \infty$ имеем

$$\text{Im} \tilde{G}_1^- \approx (\delta / \gamma)(\omega_p / \omega)^2 (j_0 / j_c)^2 \sin 2\phi. \quad (80)$$

Итак, при $\omega \rightarrow \infty$ угловая зависимость определяется только величиной $\sin 2\phi$, тогда как при $\omega \rightarrow 0$ появляется еще достаточно сильная зависимость от $\cos^2 \phi$ в знаменателе из-за наличия множителя ω_{q0}^4 . Любопытно, однако, что $\text{Im} \tilde{G}_1^- \rightarrow 0$ как при $\omega \rightarrow 0$, так и при $\omega \rightarrow \infty$.

3. Заключение

В данной работе, в отличие от работы [1], теоретически изучается микроволновое поглощение вихрями в сверхпроводнике с периодическим (типа стиральной доски) потенциалом пиннинга в присутствии эффекта Холла и анизотропии вязкости. Основным результатом данной работы являются зависимости тензоров продольного и поперечного импедансов, а также поглощенной мощности (см. наиболее общие формулы (44), (45), (62) и (63)) от величины плотности субкритического постоянного тока j_0 , частоты переменного тока ω , безразмерного параметра Холла δ , коэффициента анизотропии γ и угла ϕ между направлением коллинеарных токов \mathbf{j}_0 и $\mathbf{j}_1(t)$ по отношению к каналам одноосного периодического потенциала пиннинга.

Чтобы проанализировать теоретическими методами описанную выше физическую модель путем исследования резистивных откликов и поглощенной мощности, в пунктах 2.2 и 2.3 используется сравнительно простая, но вместе с тем достаточно физическая модель периодического потенциала пиннинга при докритических токах. В работе показано, что наиболее существенное влияние на результаты статьи [1] оказывает не величина γ (основные проявления которой хорошо

видны даже в случае отсутствия пиннинга, см. пункт 2.2.1), а величина параметра ϵ . На постоянном докритическом токе плотностью $j_0 < j_c$ неожиданно оказывается, что величина ϵ не входит в резистивные отклики (см. формулу (28), откуда следует, что величину ϵ нельзя определить из измерений на постоянном токе), тогда как на малом переменном токе благодаря наличию ϵ появляется два новых эффекта. Первый эффект связан с уменьшением поглощения с ростом величины ϵ при любых докритических токах $j_0 < j_c$. Второй эффект состоит в появлении нечетной (по отношению к инверсии $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$) составляющей поглощаемой мощности $P^-(\omega)$ при $\phi \neq 0, \pi/2$ (т.е. не в TL-геометриях), которая растет с ростом ϵ . Второй эффект является, по нашему мнению, наиболее существенным физическим результатом, следующим из учета эффекта Холла. Действительно, оказывается, что даже в случае $\epsilon \ll 1$ измеряемая в эксперименте по поглощению мощности в заданном внешнем поле \mathbf{B} величина $P(B)$ изменяется при инверсии направления магнитного поля. Иными словами, инвариантными по модулю значениями $P(B)$ являются четная и нечетная части поглощаемой мощности, т.е. $P^\pm(B)$ (см. формулу (66) и текст после нее). Любопытно, однако, что в TL-геометриях $P^-(B) = 0$, т.е. инверсия \mathbf{B} не влияет на величину поглощаемой мощности из-за неизменности частот депиннинга ω_{qT} и ω_{qL} .

В заключение остановимся на сравнении выводов данной работы с аналогичными, но более общими результатами, полученными ранее [4] в рамках той же физической (но уже стохастической) модели для произвольных значений температуры T и величин плотности постоянного и переменного тока j_0 и j_1 (однако при $\gamma = 1$). Отметим, что хотя в работе [4] было найдено более общее и формально точное решение рассматриваемой задачи в терминах матричных цепных дробей, однако такая аналитическая реализация решения не позволяет исследовать поведение основных физических результатов задачи (тензора импеданса и поглощаемой мощности) в виде явных аналитических функций от основных физических переменных (углов ϕ , амплитуды постоянного тока j_0 и частоты ω) и параметров (безразмерного коэффициента Холла ϵ , частоты депиннинга ω_p и фактора анизотропии γ). Действительно, реализация формул, представленных в виде цепных дробей, сводится к построению графиков резистивных откликов и поглощения как функций одной или в лучшем случае двух переменных при фиксации остальных переменных и параметров. Рассмотренная в нашей статье задача благодаря ограничению интервалов изменения переменных ($T = 0, j_0 < j_c$ и $j_1 \rightarrow 0$) позволяет достаточно легко получить ответы в виде простых по структуре и имеющих наглядные физические асимптотики формул, использующих лишь элементарные функции и, как следствие, простую физическую интерпретацию.

1. В.А. Шкловский, Хоп Данг Тхи Бик, *ФНТ* **35**, 469 (2009) [*Low Temp. Phys.* **35**, 365 (2009)].
2. J.M. Harris, Y.F. Yan, O.K.C. Tsui, Y. Matsuda, and N.P. Ong, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 223 (1994).
3. T.A. Friedmann, M.W. Rabin, J. Giapintzakis, J.P. Rice, and D.M. Ginsberg, *Phys. Rev.* **B42**, 6217 (1990).
4. V.A. Shklovskij and O. V. Dobrovolskiy, *Phys. Rev.* **B78**, 104526 (2008).
5. В.А. Шкловский, А.В. Добровольский, *Пиннинг и динамика вихрей в сверхпроводниках*, Курс лекций, Харьков (2007).
6. V.A. Shklovskij, A.K. Soroka, and A.A. Soroka, *JETP* **89**, 1138 (1999).
7. V.A. Shklovskij, *J. Low Temp. Phys.* **131**, 899 (2003).
8. V.A. Shklovskij, *J. Low Temp. Phys.* **139**, 289 (2005).
9. V.A. Shklovskij and O.V. Dobrovolskiy, *Phys. Rev.* **B74**, 104511 (2006).
10. O.K. Soroka, V.A. Shklovskij, and M. Huth, *Phys. Rev.* **B76**, 014504 (2007).
11. V.A. Shklovskij, *Phys. Rev.* **B65**, 092508 (2002).
12. В.А. Шкловский, А.А. Сорока, *ФНТ* **28**, 365 (2002) [*Low Temp. Phys.* **28**, 254 (2002)].
13. В.А. Шкловский, А.А. Сорока, *ФНТ* **28**, 22 (2003) [*Low Temp. Phys.* **29**, 16 (2003)].
14. V.A. Shklovskij and A.A. Soroka, *J. Low Temp. Phys.* **130**, 407 (2003).

Hall-effect and microwave absorption by vortices in anisotropic superconductor with periodic pinning potential

V.A. Shklovskij and Dang Thi Bich Hop

The results of the theoretical calculation of microwave absorption, tensor of impedance and magnetoresistivity of the type-II superconductor in the framework of the model of periodic pinning potential in the presence of the Hall effect are presented in the work.

PACS: 74.25.F– Transport properties;
74.25.Uv Vortex phases (includes vortex lattices, vortex liquids, and vortex glasses);
74.25.Sv Critical currents.

Keywords: pinning, Hall-effect, anisotropy, critical current, microwave absorption, tensor of impedance and magnetoresistivity.