

Стохастико-параметрическое усиление узкополосных сигналов в одноконтантном интерферометре СКВИДа

О.Г. Турутанов, В.И. Шнырков, А.М. Глухов

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: turutano@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 16 июля 2007 г.

С помощью численного решения уравнений движения исследованы особенности отклика одноконтантного сверхпроводящего квантового интерферометра на низкочастотный гармонический сигнал при наличии шума и высокочастотного электромагнитного поля. Показано, что в этой ситуации в системе, описываемой двухъямным потенциалом, возникает эффект стохастико-параметрического усиления слабого гармонического сигнала вследствие кооперативного действия шума и высокочастотного поля. Коэффициент усиления является немонотонной функцией амплитуды высокочастотного поля и дисперсии шумового потока и проходит через максимум. Проведен детальный численный анализ зависимости коэффициента усиления от интенсивности шума, частоты и амплитуды высокочастотного поля в режимах стохастического, параметрического и стохастико-параметрического усиления. Показано, что при оптимальной амплитуде высокочастотного поля достигаются достаточно высокие значения коэффициента усиления слабого гармонического сигнала (10–30). Обсуждены специфические свойства и возможные применения стохастико-параметрического усиления для построения входных цепей приемников на основе СКВИДов при регистрации слабых узкополосных информационных сигналов.

За допомогою чисельного рішення рівнянь руху досліджено особливості відгуку одноконтантного надпровідного квантового інтерферометра на низькочастотний гармонічний сигнал при наявності шуму та високочастотного електромагнітного поля. Показано, що в цій ситуації в системі, що описується двоямним потенціалом, виникає ефект стохастико-параметричного підсилення слабого гармонічного сигналу внаслідок кооперативного впливу шуму та високочастотного поля. Коефіцієнт підсилення є немонотонною функцією амплітуди високочастотного поля і дисперсії шумового потоку та проходить через максимум. Проведено детальний чисельний аналіз залежності коефіцієнта підсилення від інтенсивності шуму, частоти і амплітуди високочастотного поля в режимах стохастичного, параметричного та стохастико-параметричного підсилення. Показано, що при оптимальній амплітуді високочастотного поля досягаються достатньо високі значення коефіцієнта підсилення слабого гармонічного сигналу (10–30). Обговорено специфічні властивості і можливі застосування стохастико-параметричного підсилення для побудови вхідних ланцюгів приймачів на основі НКВІДів при реєстрації слабких вузькосмугових інформаційних сигналів.

PACS: 02.50.Ey Стохастические процессы;
02.60.Cb Численное моделирование; решение уравнений;
05.45.Tr Анализ с помощью временных рядов;
85.25.Dq Сверхпроводящие квантовые интерференционные приборы (СКВИДы).

Ключевые слова: стохастический резонанс, СКВИД, контакт Джозефсона, параметрическое усиление, численное моделирование.

Введение

Высокая чувствительность СКВИДов обуславливает их широкое применение при проведении уни-

кальных физических экспериментов и тем самым стимулирует значительный интерес к их исследованию и совершенствованию методов регистрации слабых

низкочастотных сигналов. Одним из развивающихся направлений физики СКВИДов является изучение индуцированного шумом эффекта увеличения степени порядка в сверхпроводящем кольце, замкнутом джозефсоновским контактом (интерферометр ВЧ СКВИДа), при совместном воздействии слабого информационного сигнала и шума [1–3]. В этом случае может возникнуть необычная ситуация, при которой термодинамические флуктуации с энергией $k_B T$ (k_B — постоянная Больцмана, T — температура), возбуждая шумовой поток с дисперсией $\langle \Phi_N^2 \rangle \approx k_B T L$ в интерферометре с индуктивностью L , играют конструктивную роль, усиливая отклик системы на слабый внешний сигнал. Это явление, названное стохастическим резонансом (СР), носит достаточно общий характер и проявляется в большом классе открытых нелинейных динамических систем [4–6]. Оно основано на стохастической синхронизации между отдельными случайными событиями переходов, происходящих между метастабильными состояниями под действием шума, внешним периодическим сигналом.

При анализе СР обычно считается, что оптимальное стохастическое усиление может быть получено за счет изменения интенсивности шума [4–6], однако при построении приемников на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров значение индуктивности выбирается из условия слабого подавления интерференции [7] тепловыми флуктуациями. Более того, для сложных многоканальных систем на основе СКВИДов желательно, чтобы температура ванны была достаточно мала и оставалась постоянной в процессе измерений. При постоянной температуре управлять коэффициентом усиления в СР можно за счет изменения параметров интерферометра, однако это, как правило, приводит к резкому усложнению всей измерительной схемы, поэтому необходим анализ альтернативных механизмов управления параметрами нелинейной динамической системы с целью получения максимального усиления при неоптимальном (слабом) воздействии флуктуаций на интерферометр.

Потенциальная энергия интерферометра, содержащего один контакт Джозефсона, описывается выражением

$$U(x, x_e) = \frac{1}{2}(x - x_e)^2 - \frac{\beta}{4\pi^2} \cos 2\pi x, \quad (1)$$

где $x_e = \Phi_e / \Phi_0$ и $x = \Phi / \Phi_0$ — внешний и внутренний магнитные потоки, нормированные на квант потока $\Phi_0 = hc / 2e$ (используется система СИ; h — постоянная Планка, e — заряд электрона), $\beta = 2\pi L I_c / \Phi_0$ — основной параметр интерферометра, L — индуктивность кольца, I_c — критический ток контакта Джозефсона. Если постоянное внешнее смещение x_{dc} равно половине кванта потока, т.е. $x_e = x_{dc} = 0,5$, то для

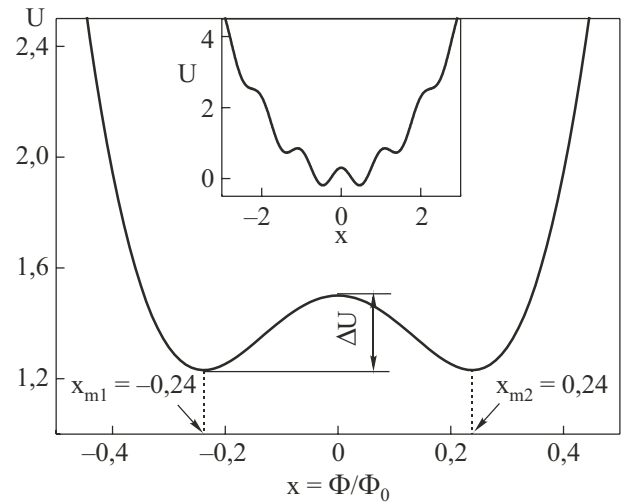


Рис. 1. Потенциальная энергия U одноконтактного интерферометра как функция нормированного магнитного потока x при $x_e = x_{dc} = 0,5$; параметр $\beta = 1,5$. На вставке — то же при $\beta = 12$.

небольших значений β потенциальная энергия имеет симметричный вид с двумя минимумами, разделенными потенциальным барьером высотой ΔU (см. рис. 1), зависящим от β . При увеличении значения β количество локальных минимумов растет (вставка на рис. 1), однако для низкочастотных, слабых сигналов и небольших значений тепловых флуктуаций можно рассматривать два самых низких метастабильных состояния, т.е. свести задачу к движению в двухъямном потенциале.

Для достаточно высоких барьеров $\Delta U / D \gg 1$ средняя частота r_k (вероятность в единицу времени) термически активированных переходов между двумя метастабильными токовыми состояниями определяется законом Крамерса [8]:

$$r_k = \frac{\omega_0 \omega_b}{2\pi\gamma} \exp\left(-\frac{\Delta U}{D}\right), \quad (2)$$

где ω_0 и ω_b — характерные частоты колебаний в экстремальных точках потенциала, γ — коэффициент диссипации, D — интенсивность (дисперсия) шума. Релаксационная динамика движения в зависящем от критического тока потенциале определяется емкостью контакта C , его нормальным сопротивлением R и характеризуется безразмерным параметром $\beta_C = 2\pi R^2 I_c C / \Phi_0$. В сверхпроводящих интерферометрах для уменьшения эффектов, связанных с инерциальными колебаниями, значения нормального сопротивления, емкости и критического тока выбирают из условия $\beta_C < 1$.

В наиболее интересном случае интерферометра с низкоомным π -контактом реализуется предел сильной диссипации $\beta_C \ll 1$, и инерционные колебания не воз-

никают. В таком пределе вероятность распада (2) метастабильных токовых состояний интерферометра за счет тепловых флуктуаций можно представить в виде

$$r_k = (\omega^2/2\pi\gamma) \exp(-\Delta U/k_B T), \quad (3)$$

где $\omega \simeq (LC)^{-1}$ — частота собственных электромагнитных колебаний кольца с контактом в отсутствие диссипации, $\gamma = 1/(RC)$. Предэкспоненциальный множитель, таким образом, определяет частоту попыток перехода кольца из одного метастабильного состояния в другое с учетом диссипации в контакте. Слабый гармонический сигнал периодически изменяет внешний магнитный поток на Δx_e , модулируя высоту барьера $\Delta U \sim 1/L(\Delta x_e)^{3/2}$ [9]. Из выражения (3) следует, что под действием сигнала средняя вероятность переходов в единицу времени r_k будет периодически изменяться с частотой, равной удвоенной частоте сигнала f_s , в основном благодаря зависимости высоты барьера ΔU от амплитуды сигнала. Если при некоторой оптимальной мощности шума выполняется условие $r_k \simeq 2f_s$, происходит своеобразная синхронизация информационного сигнала и случайного процесса распада метастабильных состояний так, что наиболее вероятными становятся переходы с частотой слабого информационного сигнала. «Синхронизация» случайного и периодического процессов приводит к тому, что в спектральной плотности тока циркулирующего в интерферометре (и магнитного момента) появится усиленная компонента на частоте информационного сигнала и его гармониках [1–3].

Управление СР за счет изменения критического тока в интерферометрах со специальным 4-терминальным контактом Джозефсона было рассмотрено ранее [10]. Недавно [11] было предложено использовать СР в системе, состоящей из ансамбля связанных интерферометров на основе π -контактов [12], для создания специальных стохастических антенн, предназначенных для усиления слабых гармонических сигналов. При этом предполагалось, что оптимальная для СР интенсивность шума задается в антенне независимо от температуры собственно измерительного СКВИДа. Последнее условие трудно выполнить экспериментально, особенно при интегральном исполнении измерительных каналов, использующихся в современных многоканальных биомагнитных системах, СКВИД микроскопах, дефектоскопах и т.п. Если учесть, что эти приборы являются довольно сложными устройствами, то оптимизация значений всех параметров и выбор стратегии измерений с оптимизацией СР за счет повышения температуры становится весьма трудной задачей.

В работе [13] при рассмотрении взаимодействия ВЧ СКВИДа с СВЧ полем показано, что его влияние во многом сводится к перенормировке параметра β ,

т.е. эффективной высоты потенциального барьера. Позже [14] этот эффект был положен в основу получения параметрического усиления слабого информационного сигнала в одноконтантном интерферометре с СВЧ накачкой без учета термодинамических флуктуаций. Недавно [15] был проведен общий анализ аналогичного процесса и, в частности, для сверхпроводящего квантового интерферометра с тремя контактами Джозефсона. В работе [16] изучено динамическое нарушение симметрии модельного потенциала, созданное путем смешения двух гармоник с изменяемой амплитудой и начальным сдвигом фазы для управления стохастическим резонансом. В недавней работе [17] также рассмотрен случай стохастического усиления слабого монохроматического сигнала в присутствии высокочастотного воздействия в системе с биквадратичным модельным потенциалом, часто используемым для аналитических исследований СР. В этой работе аналитически и численно показано, что можно получить коэффициент усиления больше единицы при соответствующем подборе отношения амплитуды ВЧ сигнала к его частоте.

Цель настоящей работы — анализ динамических процессов в двухъямном потенциале одноконтантного интерферометра в пределе сильной диссипации ($\beta_C \ll 1$) при одновременном воздействии на него слабого информационного сигнала, случайной силы (шума) и высокочастотного электромагнитного поля. Основное внимание уделено исследованию коэффициента усиления слабого информационного сигнала в зависимости от интенсивности шума, частоты и амплитуды высокочастотного поля.

Модель и методика численного эксперимента

В настоящей работе при проведении численного анализа усиления слабого гармонического сигнала одноконтантным интерферометром делается два основных предположения. Одно состоит в том, что термодинамические флуктуации невелики, $r_k \ll 2f_s$, а другое — в том, что частота высокочастотного электромагнитного поля $f_p \gg f_s$. Высокочастотное поле $x_p = A \sin 2\pi f_p t$ является источником энергии для усиления информационного сигнала $x_s = a \sin 2\pi f_s t$, поэтому его можно рассматривать как «высокочастотную накачку». Кроме того, при температуре T в интерферометре существует шумовой поток со среднеквадратичным отклонением

$$\langle x_N^2 \rangle^{1/2} = (k_B T L)^{1/2} \Phi_0, \quad (4)$$

а индуктивность интерферометра L удовлетворяет условию [18]

$$L \ll L_F = \frac{1}{k_B T} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2. \quad (5)$$

Будем предполагать, что слабая связь в интерферометре представляет собой джозефсоновский π -контакт. Такой интерферометр имеет симметричный двухъямный потенциал в основном состоянии даже без смещения постоянным потоком $\Phi_{dc} = n\Phi_0$, $n = 0, 1, 2, \dots$ Экспериментальные и теоретические исследования [12] показывают, что большинство свойств π -контактов с хорошей точностью описывается модифицированной резистивной моделью. В этой модели полный ток проводимости через контакт представляется в виде суммы сверхтока $I_c \sin \varphi$, «нормального» тока V/R и тока смещения. Подстановка полного тока в основное уравнение для одноконтактного интерферометра приводит это уравнение к виду [19]

$$LC \frac{d^2}{dt^2} \frac{\Phi(t)}{\Phi_0} + \frac{L}{R} \frac{d}{dt} \frac{\Phi(t)}{\Phi_0} + \frac{\beta}{2\pi} \sin 2\pi \frac{\Phi(t)}{\Phi_0} = \frac{\Phi_e(t)}{\Phi_0}, \quad (6)$$

где внешний поток $\Phi_e = \Phi_{dc} + \Phi_{ac}(t) + \Phi_N(t)$ состоит из суммы магнитных потоков сигнала, ВЧ накачки $\Phi_{ac} = a\Phi_0 \sin 2\pi f_s t + A\Phi_0 \sin 2\pi f_p t$ и шумового потока $\Phi_N(t) = \Phi_0 \xi(t)$, $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D_x \delta(t-t')$, D_x — дисперсия нормированного шумового потока, а Φ_{dc} положим равным нулю.

Выбирая индуктивность интерферометра из условия $L \ll L_F$, для случая π -контакта с характерной емкостью $C \sim 10^{-15}$ Ф и нормальным сопротивлением $R \sim 1$ Ом, получим $\beta_C \ll 1$. В этом случае член со второй производной пренебрежимо мал по сравнению с остальными, и им можно пренебречь. Заметим, что поскольку джозефсоновские контакты на основе ВТСП обычно имеют небольшие значения RC , то аналогичные условия легко выполняются и для интерферометров с азотным уровнем охлаждения при соответствующем уменьшении L_F и увеличении параметра β . Переходя к нормированным потокам $x_i = \Phi_i / \Phi_0$, окончательно получим уравнение движения системы, удобное для численного анализа:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\tau_L} \left(x_e - x + \frac{\beta}{2\pi} \sin 2\pi x \right). \quad (7)$$

При анализе воздействия слабых флуктуаций на интерферометр обычно предполагается, что термодинамические флуктуации потока представляют собой дельта-коррелированный шум $\xi(t)$ с нормальным распределением с дисперсией $D_x = k_B T L / \Phi_0^2$ и неограниченной полосой частот. В наших расчетах полоса шума ограничивается сверху значением f_c , определяемым дискретностью представления времени процесса и выбирается в пределах 2–32 кГц для гармонического сигнала с частотой $f_s = 2$ Гц. Другими словами, это означает, что задается экспоненциально-коррелированный шум с временем корреляции $1/f_c$: $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle \sim \exp(-f_c(t-t'))$. Обоснование вы-

бора значения этого параметра будет обсуждено в следующем разделе.

Уравнение (7) относится к классу жестких задач, так как одновременно содержит, по крайней мере, два сильно различающихся временных масштаба (время затухания потока в кольце $\tau_L = L/R \sim 10^{-10}$ с и период слабого информационного сигнала $f_s = 0,5$ с) изменения переменной φ . Для его решения выбран стандартный метод, основанный на модифицированной формуле Розенброка 2-го порядка [20], с быстрой сходимостью. Начальное условие задается в виде $x(0) = x_{\min}$, где x_{\min} — значение потока, соответствующее одному из двух минимумов потенциала $U(x)$ при заданном значении β . Суммарный входной и выходной сигналы подвергались быстрому преобразованию Фурье для получения соответствующего амплитудного спектра. Коэффициент усиления определялся как отношение величины основной спектральной гармоники выходного сигнала (т.е. на частоте информационного сигнала) к соответствующей величине для входного сигнала. Все расчеты, если специально не оговорено, выполнены для интерферометра с параметром $\beta = 1,5$.

СР интерферометр в высокочастотном поле.

Результаты и обсуждение

Решение уравнения (7) с внешним потоком вида $x_e = a \sin 2\pi f_s t + s\xi(t)$ при различных значениях интенсивности шума, задаваемого среднеквадратичным отклонением $s \equiv D_x^{1/2}$, дает хорошо известную (см., например, [1–4]) «резонансного» вида кривую зависимости коэффициента усиления η от s (рис. 2). Как бы-

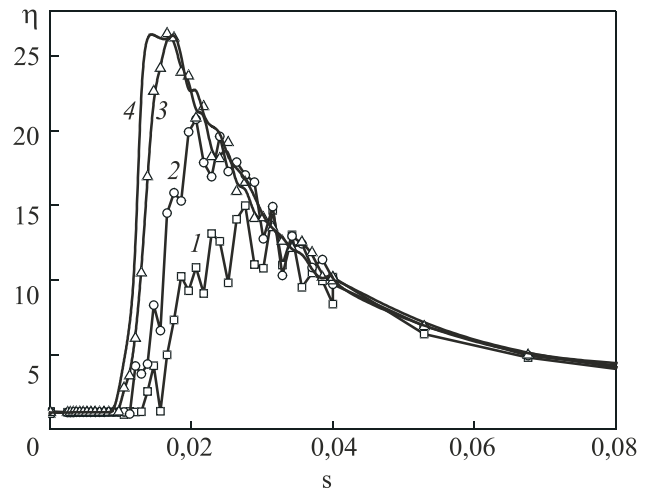


Рис. 2. Стохастический резонанс: коэффициент усиления η магнитного потока в интерферометре в зависимости от уровня шума s с частотной полосой, ограниченной сверху частотой среза f_c , Гц: 128 (1), 512 (2), 2048 (3), 4096 (4) при $f_s = 2$ Гц, $a = 0,01$.

ло отмечено выше, в численном анализе спектр шума ограничен сверху частотой среза f_c . Дополнительные расчеты показывают, что коэффициент усиления η практически не зависит от f_c , если она превышает частоту сигнала f_s в 1000 и более раз (рис. 2, кривая 4). В большинстве расчетов выбиралось значение $f_c = 2048$ Гц при частоте сигнала $f_s = 2$ Гц (см. рис. 2, кривая 3). При более низких f_c коэффициент усиления падал, а разброс его значений резко увеличивался (рис. 2, кривые 2 и 3). Этот результат легко объяснить, если трактовать шумовой процесс как некий механизм, осуществляющий «выборку» слабого низкочастотного информационного сигнала. Частота среза шума определяет максимальную частоту попыток переброса системы из одной потенциальной ямы в другую. Благодаря определенному (например, гауссовому) распределению мгновенных значений шума, часть этих попыток оказывается удачной и действительно может осуществлять «выборку» и способствовать усилению слабого сигнала. Вероятность переброса (и время пребывания системы в каждой из ям) в каждый момент времени зависит от мгновенного значения слабого периодического информационного сигнала. Чтобы возникал эффект усиления при реализации СР, частота удачных попыток должна заметно (теоретически, согласно теореме Котельникова, не менее чем в 2 раза) превышать частоту информационного сигнала. Дальнейшее повышение частоты удачных попыток приводит к увеличению частоты несимметричных перебросов из ямы в яму, но не меняет среднее время пребывания системы в каждой из ям и не влияет, тем самым, на амплитуду фурье-компоненты с частотой информационного сигнала в полном потоке кольца.

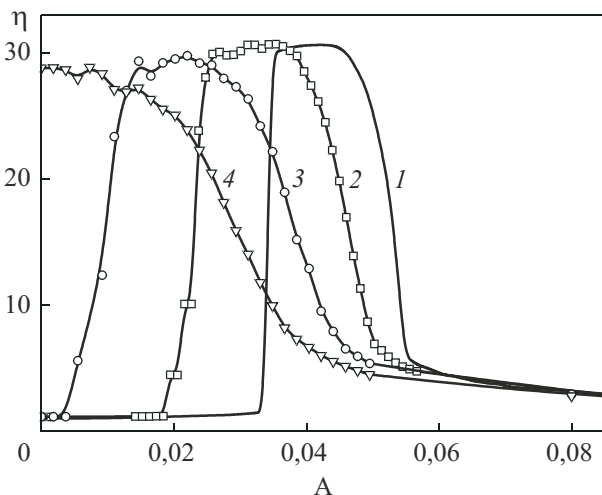


Рис. 3. Коэффициент усиления η магнитного потока в интерферометре в зависимости от амплитуды высокочастотного поля A при различных уровнях теплового шума s : 0 (1), 0,025 (2), 0,05 (3), 0,075 (4) при $\beta = 1,5$, $f_s = 2$ Гц, $a = 0,01$, $f_p = 256$ Гц, $f_c = 32768$ Гц.

На рис. 3 показаны кривые зависимости коэффициента усиления η от амплитуды A высокочастотной накачки при различных уровнях термодинамических флуктуаций системы. Видно, что если мощность шума в системе меньше значения, необходимого для получения максимального стохастического усиления, то максимума усиления можно достичь за счет дополнительной высокочастотной накачки. Практическим критерием выбора частоты f_p высокочастотной накачки можно считать значение, при котором коэффициент усиления η слабого сигнала перестает меняться при дальнейшем повышении частоты f_p .

На рис. 4 представлена кривая зависимости максимального (при данной частоте f_p) коэффициента параметрического усиления η_{\max} от отношения f_p/f_s . Немонотонная зависимость $\eta_{\max}(f_p/f_s)$ при небольших отношениях f_p/f_s отражает влияние некоторой соизмеримости или несоизмеримости близких частот f_p и f_s и начальной разности фаз между информационным сигналом и сигналом накачки. При увеличении отношения f_p/f_s соизмеримость частот и значение начальной разности фаз двух сигналов играют все меньшую роль, и коэффициент усиления η перестает зависеть от частоты сигнала накачки. Можно считать η постоянным при $f_p/f_s > 10$. В амплитудном спектре Фурье выходного сигнала (рис. 5) при наличии шума и высокочастотной накачки, соответствующих максимуму усиления, наблюдается большое число высших гармоник полезного сигнала. С учетом этого обстоятельства частоту накачки f_p следует выбирать на 2–3 порядка выше частоты сигнала, чтобы избежать появления составляющих с комбинационными частотами вблизи основной частоты сигнала. Представленный на рис. 5 спектр был рассчитан при уровне внутренне-

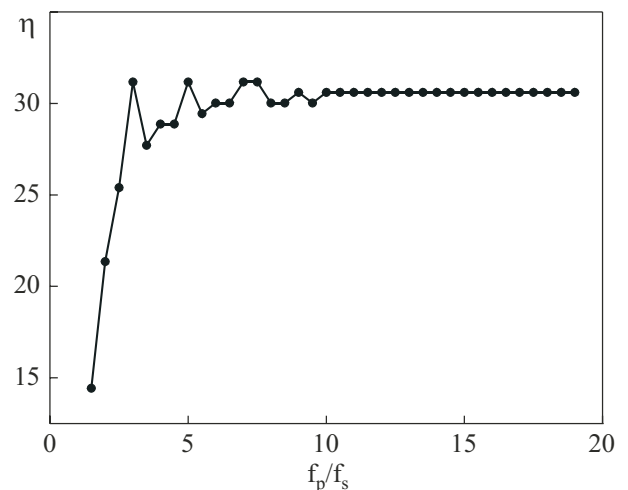


Рис. 4. Максимальный коэффициент параметрического усиления η интерферометра в зависимости от отношения частоты сигнала накачки f_s к частоте информационного сигнала f_p при $f_s = 2$ Гц, $a = 0,01$.

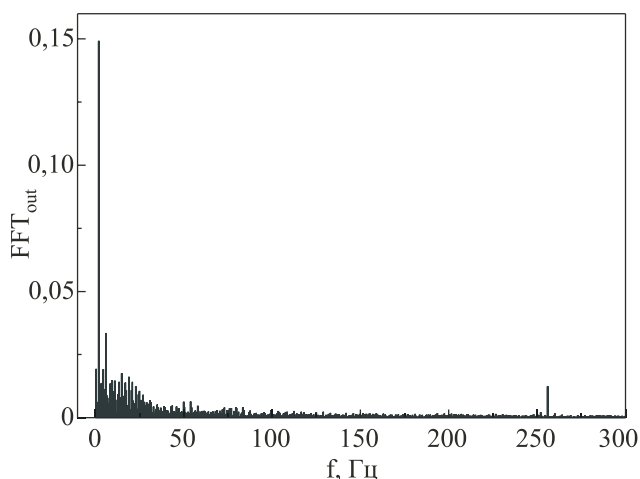


Рис. 5. Амплитудный спектр Фурье выходного сигнала при совместном действии шума и высокочастотного сигнала накачки. Спектр рассчитан в точке максимального стохастико-параметрического усиления при заданном уровне шума при $a = 0,01$, $f_s = 2$ Гц, $A = 0,02$, $f_p = 256$ Гц, $s = 0,08$, $f_c = 2048$ Гц.

го шума кольца несколько меньшим того, что соответствует максимуму на кривой стохастического резонанса. На рис. 4 и 5 видно, что коэффициент усиления η выходит на постоянное значение в той области, где величина гармоник полезного сигнала с частотой, близкой к f_p , оказывается достаточно малой. Идеальным можно считать случай, когда частоты сигналов несоизмеримы и сильно различаются. Тогда моменты времени, в которые сигнал накачки осуществляет «выборку» информационного сигнала в различные его периоды, соответствует различным, неповторяющимся фазам информационного сигнала. Таким образом, «выборка» информационного сигнала делается квазислучайно, а действие регулярного сигнала накачки в этом процессе становится похожим на действие шума в эффекте СР. Эти рассуждения подчеркивают некоторые общие черты поведения системы при наличии шума и периодического высокочастотного поля. Однако, несмотря на схожесть эффектов усиления слабого сигнала в присутствии дополнительного шума или высокочастотного поля, их природа все же различна. Высокочастотное поле периодически меняет нелинейную джозефсоновскую индуктивность, которая определяет форму потенциала, в том числе величину барьера. Таким образом, механизм усиления в этом случае является разновидностью параметрического усиления. Различия механизмов усиления проявляются, например, в зависимости максимального коэффициента усиления от частоты полезного сигнала. Как известно (см. например, [4]), в случае СР максимальное усиление слабого сигнала растет с уменьшением его частоты. Как видно на рис. 4, в случае с

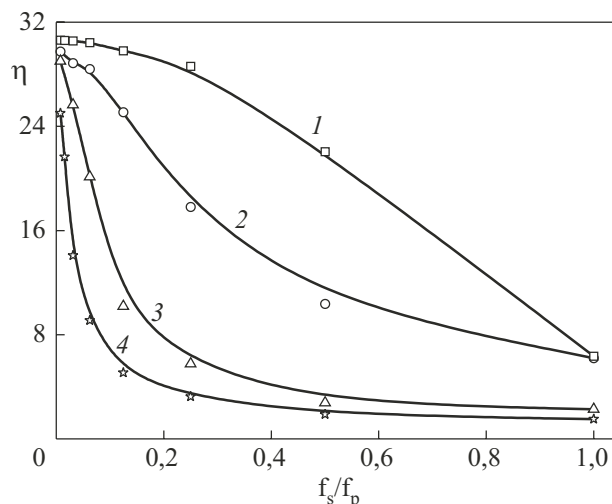


Рис. 6. Частотная зависимость коэффициента стохастико-параметрического усиления магнитного потока в интерферометре при различных соотношениях уровней шумовой и высокочастотной накачки: $s = 0$ (1), $s/A = 4$ (2), $s/A = 10$ (3), $A = 0$ (4) при $a = 0,01$, $f_p = 256$ Гц. Каждая кривая рассчитана при фиксированном уровне шума.

высокочастотной накачкой, усиление, для достаточно больших частот накачки, практически не зависит от частоты полезного сигнала. Если частота ВЧ накачки недостаточно велика по отношению к частоте сигнала, то наблюдаются промежуточные зависимости коэффициента стохастико-параметрического усиления от частоты информационного сигнала (рис. 6). Форма этих зависимостей определяется отношением интенсивности шума к амплитуде высокочастотной накачки. Две крайние кривые соответствуют случаям чистых параметрического и стохастического усиления, промежуточные — случаю смешанного стохастико-параметрического усиления при различных индуктивностях кольца, определяющих различный шумовой поток. Такое поведение сверхпроводящего интерферометра в высокочастотном поле при учете тепловых флуктуаций дает возможность регулирования амплитудных и частотных характеристик стохастических входных цепей приемников на основе СКВИДов.

Дополнительный анализ показывает, что влияние на $\eta(A)$ спектрального состава высокочастотной накачки, зависящего от формы периодического процесса (синус, меандр, треугольник, пила и т.д.), несущественно. Однако нелинейность усиления сильно зависит от спектрального состава накачки (рис. 7). Кривизна этой зависимости имеет различный знак для разных форм сигнала накачки, включая и шумовой. Это означает, что нелинейность коэффициента усиления в некоторых пределах можно регулировать, выбирая определенный спектральный состав высокочастотной накачки.

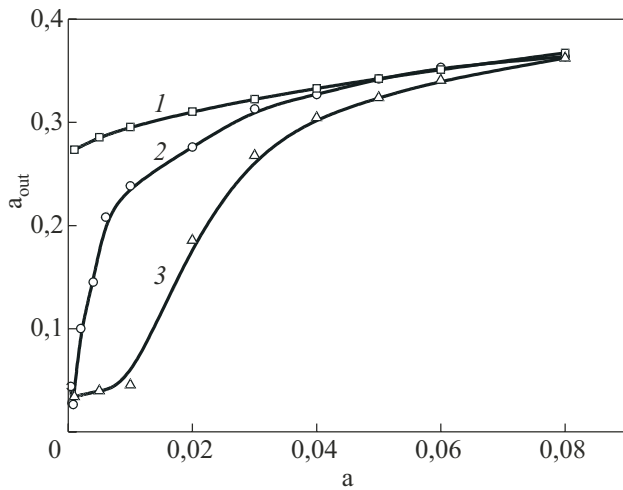


Рис. 7. Зависимости амплитуды основной гармоники выходного усиленного сигнала a_{out} от амплитуды входного низкочастотного информационного сигнала a (передаточные характеристики интерферометра) при различных формах сигнала высокочастотной накачки: меандр (1), тепловой шум (2), синус (3) при $f_s = 2$ Гц, $f_p = 256$ Гц, $f_c = 2048$ Гц.

Как видно на рис. 6, при выполнении условия $L \ll L_F$ достаточно высокие (~ 10 – 30) коэффициенты усиления достигаются в широкой области соотношений между шумом и высокочастотной накачкой. В случае, когда шумовая и высокочастотная составляющие внешнего магнитного потока сравнимы по величине и совместно модифицируют динамику интерферометра, можно говорить о кооперативном эффекте усиления, которое логично назвать стохастико-параметрическим усилением. Можно, видимо, трактовать этот процесс как эффект стохастического резонанса, но с динамически перенормированной высотой барьера благодаря действию высокочастотной накачки. Принимая во внимание, что обычно шумовой поток, связанный с тепловыми флуктуациями, не меняется в процессе эксперимента, можно рассматривать этот эффект как способ управления стохастическим усилением с помощью дополнительного высокочастотного поля. По-видимому, такое явление следует ожидать и в других бистабильных системах, в которых есть энергетический параметр, зависящий от входного сигнала.

Заключение

Методом численного моделирования исследовано поведение сверхпроводящего интерферометра с π -контактом при одновременном воздействии на него слабого гармонического низкочастотного сигнала, высокочастотного электромагнитного поля и термодинамических флуктуаций, создающих шумовой поток. Показано, что совместное действие шума и высоко-

частотного поля приводит к кооперативному явлению, названному нами стохастико-параметрическим усилением. Этот эффект позволяет получить максимальное усиление слабого сигнала путем изменения амплитуды высокочастотного поля на фоне неоптимального СР усиления, которое определяется внутренним шумовым потоком интерферометра. Из результатов, полученных с высокочастотным возбуждением, следует, что динамическая перенормировка вероятности распада метастабильных токовых состояний позволяет усиливать сигналы, используя интерферометры с достаточно высокими потенциальными барьерами, т.е. с большими β .

Поскольку двухъямный симметричный потенциал и предел сильной диссипации $\beta_C \ll 1$ легко реализуются в интерферометрах, замкнутых другими типами джозефсоновских контактов, например, шунтированные SIS, ScS и SNS, то полученные выше результаты носят общий характер. Наиболее существенное отличие интерферометров с π -контактом связано с возможностью реализации стохастико-параметрического усиления без постоянного внешнего магнитного поля. Кроме того, π -контакты, изготовленные в едином технологическом цикле, имеют малый разброс критических токов [12], что позволяет создавать большие матрицы почти идентичных интерферометров. Сверхпроводящая антенна на основе матрицы интерферометров [11] в практически однородном внешнем электромагнитном поле мегагерцевого диапазона может быть использована для кооперативного усиления слабых информационных сигналов. Что касается антенн малой площади, применяемых для построения СКВИД микроскопов [21], то из проведенного анализа следует, что коэффициент стохастико-параметрического усиления для слабого информационного сигнала может быть ~ 10 – 30 при спектральных плотностях шума, сколь угодно меньших амплитуды высокочастотной накачки.

Частотная полоса усиления сигнала за счет высокочастотного поля ограничена частотой накачки. Уменьшая (увеличивая) эту частоту по отношению к частоте полезного сигнала, можно, в принципе, сужать (увеличивать) полосу усиления. Однако этот вопрос, также как вопрос зависимости коэффициента усиления от спектральных свойств сигнала накачки и степени корреляции случайных процессов в системе, подлежит дальнейшему детальному исследованию.

1. R. Rouse, Siyuan Han, and J.E. Lukens, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 108 (1995).
2. A.D. Hibbs and A.L. Singaas, *J. Appl. Phys.* **77**, 2582 (1995).
3. I.Kh. Kaufman, G.G. Luchinsky, P.V.E. McClintock, S.M. Soskin, and N.D. Stein, *Phys. Lett.* **A220**, 219 (1996).

4. L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, and F. Marchesoni, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998).
5. В.С. Анищенко, А.Б. Нейман, Ф. Мосс, Л. Шиманский-Гайер, *УФН* **169**, 7 (1999).
6. Th. Wellens, V. Shatokhin, and A. Buchleitner, *Rep. Prog. Phys.* **67**, 45 (2004).
7. В.А. Хлус, И.О. Кулик, *ЖТФ* **XLV**, 449 (1975).
8. Н.А. Крамерс, *Physica* **7**, 284 (1940).
9. И.М. Дмитренко, В.А. Хлус, Г.М. Цой, В.И. Шнырков, *ФНТ* **11**, 146 (1985).
10. O.G. Turutanov, A.N. Omelyanchouk, V.I. Shnyrkov, and Yu.P. Bliokh, *Physica* **C372–376**, 237 (2002).
11. А.М. Глухов, О.Г. Турутанов, В.И. Шнырков, А.Н. Омелянчук, *ФНТ* **32**, 1477 (2006).
12. S.M. Frolov, D.J. Van Harlingen, V.A. Oboznov, V.V. Bolginov, and V.V. Ryazanov, *Phys. Rev.* **B70**, 144505 (2004).
13. V.I. Shnyrkov, V.A. Khlus, and G.M. Tsoi, *J. Low Temp. Phys.* **39**, 477 (1980).
14. V.I. Shnyrkov and Yu.P. Bliokh, in: *XII Trilateral German-Russian-Ukrainian Seminar on High-Temperature Superconductivity*, Kiev (1999), p. 81.
15. S. Savel'ev, A.L. Rakhmanov, and F. Nori, *Phys. Rev.* **E72**, 056136 (2005).
16. G. Schmid and P. Hänggi, *Physica* **A351**, 95 (2005).
17. J. Casado-Pascual, D. Curero, and J.P. Baltanás, *Europhys. Lett.* **77**, 50004 (2007).
18. V.A. Khlus and A.V. Dyomin, *Physica* **C212**, 352 (1993).
19. А. Бароне, Дж. Патерно, *Эффект Джозефсона*, Мир, Москва (1984).
20. L.F. Shampine and M.W. Reichelt, *The Matlab ODE Suite, SIAM J. Sci. Comp.* **18–1** (1997).
21. J.R. Kirtley, M.B. Ketchen, K.G. Stawiasz, J.Z. Sun, W.J. Gallagher, S.H. Blanton, and S.J. Wind, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 1138 (1995).

Stochastic and parametric amplification of narrow-band signals in a single-junction SQUID interferometer

O.G. Turutanov, V.I. Shnyrkov, and A.M. Glukhov

Using the numerical solution of the equation of motion the response of a single-junction superconducting quantum interferometer to a low-frequency harmonic signal is studied in the presence of noise and high-frequency electromagnetic field. It is shown that in this context in a system described by the double-well potential there occurs an effect of stochastic-parametric amplification of a weak harmonic signal. The effect lies in the amplification of the signal due to the cooperative action of noise and high-frequency field. The gain factor is a non-monotonic function of the high-frequency amplitude and the noise flux variance and goes through a maximum. The dependence of the gain factor on noise variance, the high-frequency field frequency and amplitude is extensively analyzed numerically for stochastic, parametric and stochastic-parametric modes of amplification. The obtained results show that the gain factor for a weak harmonic signal at an optimal amplitude of the high-frequency field may be between 10 and 30. The peculiarities and possible applications of the stochastic-parametric amplification to the design of input circuits of SQUID-based detectors for sensing weak narrow-band informational signals are discussed.

PACS: 02.50.Ey Stochastic processes;
 02.60.Cb Numerical simulation; solution of equations;
 05.45.Tp Time series analysis;
 85.25.Dq Superconducting quantum interference devices (SQUIDs).

Keywords: stochastic resonance, SQUID, Josephson effect, parametric amplification, numerical simulation.