

В. П. Легеца

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
И ПАРАМЕТРОВ НАСТРОЙКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ВИБРОЗАЩИТНОЙ
СИСТЕМЫ С КВАЗИИЗОХРОННЫМ ГАСИТЕЛЕМ**

*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины,
ул. Героев Оборона, 15, 03041, Киев, Украина; e-mail: Viktor.Legeza@gmail.com*

Abstract. The amplitude-frequency characteristic equations are derived in the first approximation for the nonlinear vibro-protective system with a quasi-isochronic roller-type absorber. Basing on the obtained algebraic equations, a numerical experiment is carried out and a graphical-numerical technique is proposed to find the optimal settings for this absorber. It is established that the natural frequencies of optimally set absorber do not coincide in the nonlinear and linear statements. It is shown that using thee new quasi-isochronic roller-type absorber can decrease essentially the level of amplitudes of the forced vibrations of bearing bodies.

Key words: vibro-protective system, quasi-isochronic roller-type absorber, forced oscillations, brachystochrone for a roller, amplitude-frequency characteristic, optimal settings for absorber.

Введение.

Вынужденные колебания различных несущих объектов и их элементов представляют большую техническую проблему, создавая прямую угрозу их прочности, надежности и устойчивости [1, 2, 4, 8, 10, 11, 15 – 17, 20 – 23]. Для решения указанной проблемы используют два различных подхода. В первом (материалоемком) подходе предлагаются новые конструктивные решения, которые связаны с усилением несущих конструкций объектов, подверженных вынужденным колебаниям. Во втором подходе в состав колебательных систем вводят разнообразные виброзащитные устройства, с помощью которых и осуществляется виброподавление вынужденных колебаний без усиления несущих конструкций динамически нагруженного объекта. Так как второй путь является более экономичным, то с практической точки зрения он является и более привлекательным для решения проблем виброзащиты несущих объектов. В работе рассматривается второй подход решения проблемы виброподавления вынужденных колебаний таких несущих объектов, как гибкие высотные сооружения башенного типа (телевышки, радиомачты, опоры ветроэлектростанций), гибкие протяженные элементы (провода мощных линий электропередач, а также мостовые ванты и тросы).

Частоты основного тона собственных колебаний указанных несущих объектов лежат в низкочастотном диапазоне (0,3 – 12 рад/с) [1, 2, 5, 8 – 11, 17, 20, 23, 24]. Оптимальное виброподавление вынужденных колебаний рассматриваемых упругих систем может быть достигнуто либо с применением различных виброгасителей, сейсмоамортизаторов, демпферов [2, 4, 8, 10, 11, 18, 19, 22, 23, 25], либо при использовании методов и устройств оптимального управления за счет введения в упругую систему элементов активной обратной связи [5, 15, 20, 21].

Однако, существующие динамические гасители вынужденных колебаний, во-первых, по своим физическим свойствам способны функционировать только в диапазоне частот выше 3 рад/с (например, маятниковые, ударные или пружинные гасители), и, во-вторых, они не обладают свойством изохронности колебаний при больших перемещениях их рабочих тел [2, 3, 10, 11]. Поэтому этот недостаток ограничивает область корректного применения традиционных гасителей вышеуказанным частотным диапазоном. Но именно в нижнем диапазоне (0,3 – 3 рад/с) находятся собственные частоты основного тона колебаний таких высотных, массивных и протяженных объектов, как телебашни и радиомачты [2, 10, 11], вытяжные трубы теплоэлектростанций [2, 11, 16], электрические провода мощных линий электропередач [3, 14, 17], мостовые вантовые крепления [1, 5, 9, 20, 21]. В связи с этим в последнее время актуальным является интерес к разработкам новых компактных гасителей, функционирование которых основано на качении без скольжения одних твердых тел по криволинейным поверхностям других подвижных тел. Здесь следует отметить, что постановки задач значительной части работ, выполненных в области качения твердых тел, были направлены на изучение динамики самого катящегося (несомого) тела [7], а не на его влияние на динамическое поведение несущих его тел, рабочие поверхности которых могут быть подвижными.

Настоящая статья является продолжением научных исследований динамического поведения виброзащитных систем с катковыми гасителями, начатых автором в [2, 3, 12 – 14]. В этих работах построена, теоретически и экспериментально обоснована теория катковых гасителей для виброзащиты высотных и гибких объектов в низкочастотном диапазоне (ниже 3 рад/с).

В конструкции первых катковых гасителей рабочие выемки выполнены в виде алгебраических поверхностей второго порядка (цилиндрическими или сферическими). В частности, в работе [2] показано, что частота собственных колебаний рабочих тел катковых гасителей со сферическими или цилиндрическими выемками зависит от разности радиусов выемки и катка. Этот результат полностью согласуется с результатами исследований динамики сейсмозащитной системы с гравитационно-фрикционным сейсмоамортизатором [18, 19]. В рамках этих исследований были рассмотрены периодические движения элементов сейсмозащитной системы, реализованные при скольжении (а не чистом качении) рабочей сферической полости несомого объекта по зафиксированному шаровому опорному телу в виде шипа.

Однако, недостатком указанных гасителей является то, что при больших амплитудах колебаний их рабочих тел (больше 0,5 м) они перестают быть изохронными, что снижает точность и стабильность параметров их настройки на частоту несущего тела. В развитие предыдущих теоретических и экспериментальных исследований разработан ряд новых технических решений изохронных катковых гасителей и амортизаторов, конструкции которых защищены патентами на изобретения [2, 3].

Таким образом, общей целью исследований динамического поведения рассматриваемых виброзащитных систем является анализ эффективности влияния квазиизохронного роликового гасителя на уровень амплитуд вынужденных колебаний несущих тел. Поэтому такой анализ без привлечения корректных методов определения амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) нелинейной виброзащитной системы невозможен. Один из таких методов был использован в [6] для определения амплитудно-частотного соотношения для нелинейной системы, представленной в виде сосредоточенной массы, жестко закрепленной на растянутом проводе. Однако, в нелинейной задаче с роликовым гасителем рабочая масса гасителя совершает относительно несущего тела значительные перемещения, потому в этом случае потребуется иной подход к решению задачи по определению АЧХ виброзащитной системы.

Таким образом, отсутствие адекватных подходов к определению АЧХ виброзащитной системы с новым роликовым гасителем в нелинейной постановке и соответствующих методик определения оптимальных параметров его настройки сдерживает дальнейшее внедрение таких гасителей в современную практику виброзащиты.

1. Постановка задачи.

Рассмотрим периодическое движение виброзащитной системы с квазиизохронным роликовым гасителем под действием внешнего гармонического возбуждения $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ (рис. 1). На нижней грани рабочего тела роликового гасителя выполнены выпуклые рабочие выемки (поверхности) одинаковых размеров, которые взаимодействуют с соответствующими роликами, шарнирно закрепленными на несущем теле. Каждая выемка рабочего тела роликового гасителя выполнена вращением брахистохроны для ролика вокруг своей вертикальной оси [3, 12, 13]. На рис. 1 показан вертикальный разрез одной из таких выемок, которая перемещается по «своему» ролику. Все ролики перекатываются по указанным выпуклым поверхностям без скольжения, т.е. в точках касания роликов и рабочих выемок реализуются кинематические связи.

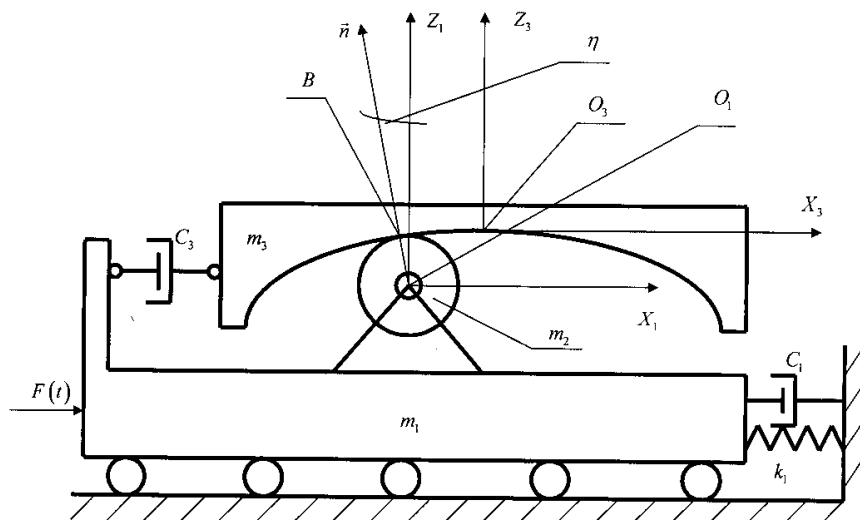


Рис. 1

Поглощение энергии колебаний гасителем осуществляется за счет использования двух пар воздушных демпферов, которые закреплены шарнирно относительно несущего тела и рабочего тела гасителя и функционируют в двух перпендикулярных направлениях [3, 12, 13]. Колебательные движения рабочего тела гасителя являются поступательными и совершаются в вертикальной плоскости, перпендикулярной оси вращения ролика.

Для реализации колебательных движений рабочего тела по роликам конечных размеров необходимо, чтобы радиус кривизны выемки в точке касания с роликом был больше, чем радиус ролика.

В работе [12] отмечено, что радиус кривизны брахистохроны, которая образует каждую выемку рабочего тела, равняется $\rho(\eta) = 4R \cos(\eta) + r$, где r – радиус ролика; R – параметр брахистохроны, η – угол отклонения нормали \vec{n} в точке касания ролика и выемки от вертикали. Таким образом, указанное требование выполнено для различных значений η , кроме крайних углов $\eta = \pm \pi/2$, при которых радиус кривизны брахистохроны равен $\rho(\pm \pi/2) = r$.

В работе [12] получены нелинейные уравнения движения рассматриваемой виброзащитной системы под действием гармонической силы (с учетом массы m_2 ролика)

$$(1 + \mu + \nu)\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2n_x \dot{x} + 4\nu R(\dot{\eta}^2 \sin 2\eta - \dot{\eta} \cos^2 \eta) = \overline{F_0} \sin(\omega t). \quad (1)$$

$$\ddot{x} = 4R\chi\dot{\eta} + (g - 4R\chi\dot{\eta}^2)\operatorname{tg}\eta + 8n_\eta R\dot{\eta} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (2n_x = C_x / m_1; \quad 2n_\eta = C_\eta / m_3; \quad \nu = m_3 / m_1; \quad \mu = m_2 / m_1; \\ \chi = 1 + 0,4m_2 / m_3; \quad \omega_0^2 = k_1 / m_1; \quad \bar{F}_0 = F_0 / m_1; \end{aligned}$$

R – параметр брахистохроны для ролика; m_1 – масса несущего тела; m_3 – масса рабочего тела гасителя; \bar{F}_0 – максимальная приведенная амплитуда внешнего возбуждения; n_x – коэффициент демпфирования несущего тела; n_η – коэффициент демпфирования рабочего тела гасителя; $x = x_1$ – первая обобщенная координата, которая описывает амплитуду горизонтального отклонения центра масс несущего тела; η – вторая обобщенная координата, которая описывает угол отклонения нормали \bar{n} к брахистохроне, которая проходит через центр масс ролика, от вертикали (рис. 1)).

Цель данной статьи – разработка аналитического подхода для получения уравнений АЧХ нелинейной виброзащитной системы с новым квазиизохронным роликовым гасителем в первом приближении и определение оптимальных параметров его настройки.

Подробнее остановимся на понятии «квазиизохронность». Если записать матрицу инерции J исследуемой виброзащитной системы с учетом всех сокращенных множителей до тождественных преобразований, выполненных в [12] и приведших к уравнениям (1) – (2), то она будет иметь такой симметричный вид:

$$J = \begin{pmatrix} m_1 + m_2 + m_3 & -4m_3 R \cos^2 \eta \\ -4m_3 R \cos^2 \eta & 16(m_3 + 0,4m_2)R^2 \cos^2 \eta \end{pmatrix}, \quad \eta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

Если $\eta \rightarrow \pm\pi/2$, то матрица J вырождается. Это означает, что в окрестностях указанных точек изохронность системы нарушается. Во всех других точках интервала $(-\pi/2; \pi/2)$ изохронность имеет место. Чтобы учесть эту особенность гасителя автором введен в название и текст статьи термин «квазиизохронность».

Таким образом, в рассматриваемой системе локальное вырождение матрицы J инерции уравнений (1) – (2) связано с вырождением их структуры. Оно обусловлено потерей одной степени свободы рассматриваемой системы при максимальных значениях угла $|\eta|$.

Заметим, что отмеченное вырождение структуры уравнений (1) – (2) в крайних точках брахистохроны не влияет на изохронное функционирование виброзащитных устройств в других точках кривой. Просто те части брахистохроны (в окрестностях максимальных значений углов $\eta \rightarrow \pm\pi/2$) не следует использовать для конструирования гасителей.

Поставленная нелинейная задача рассматривается впервые, является актуальной и имеет вполне определенную практическую направленность – обеспечить точность и стабильность настройки параметров нового роликового гасителя при *значительных амплитудах* вынужденных колебаний несущего тела.

2. Определение АЧХ виброзащитной системы с квазиизохронным роликовым гасителем для нелинейной задачи.

Рассмотрим установившиеся вынужденные колебания нелинейной виброзащитной системы под действием внешнего гармонического возбуждения $F_0 \sin(\omega t)$. Для определения уравнений АЧХ виброзащитной системы воспользуемся процедурой разложения периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений в ряд Фурье [25] с последующим осреднением по времени. В основе этой процедуры лежит

предположение о том, что при установившихся вынужденных колебаниях системы среднее значение виртуальной работы за один период колебаний равно нулю.

Пусть движение механической системы твердых тел описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка

$$\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k) = 0 \quad (j = \overline{1, k}), \quad (3)$$

где Z_1, Z_2, \dots, Z_k – обобщенные координаты механической системы.

Тогда выражение для элементарной работы на отдельном виртуальном перемещении δZ_j имеет вид

$$[\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \cdot \delta Z_j = 0. \quad (4)$$

В дальнейшем предполагаем, что приближенное решение задачи об установившихся вынужденных колебаниях для каждой обобщенной координаты $Z_j(t)$ можно представить в виде такого конечного ряда:

$$Z_j(t) = \sum_{i=1}^n A_{ij} \psi_i(t), \quad (5)$$

где ψ_i – периодические функции времени, которые выбираются с учетом специфики движения механической системы и имеют период T_k ($k = 1, 2, 3$): $\psi_i(t + T_k) = \psi_i(t)$; A_{ij} – весовые коэффициенты, которые определяются из условия, что среднее значение виртуальной работы за один период колебаний системы равно нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^n \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \psi_i(t) \delta A_{ij} dt = 0. \quad (6)$$

Так как вариации δA_{ij} в выражениях (6) являются независимыми, то выражения (6) с учетом формул (5) превращаются в систему нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных весовых коэффициентов A_{ij} , т. е.

$$\begin{aligned} \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \psi_1(t) dt &= 0; \\ \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \psi_2(t) dt &= 0; \\ &\dots \dots \dots \\ \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \psi_n(t) dt &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

В практике определения первого приближения в таких задачах ограничиваются одним-двумя членами ряда (5) [25]. Для исследуемой задачи каждую обобщенную координату в системе уравнений (1) – (2) заменим двучленным отрезком ряда (5) таким образом:

$$Z_1(t) = x(t) = A_1 \psi_1(t) + A_2 \psi_2(t) = A \sin(\omega t - \alpha); \quad (8)$$

$$Z_2(t) = \eta(t) = B_1 \psi_1(t) + B_2 \psi_2(t) = B \sin(\omega t - \beta), \quad (9)$$

где $\psi_1(t) = \sin(\omega t)$ и $\psi_2(t) = \cos(\omega t)$.

Разложим в ряды Тейлора тригонометрические функции, которые входят в уравнения движения (1), (2), и учтем по три члена для каждой функции

$$\sin 2\eta \cong 2\eta - \frac{4}{3}\eta^3 + \frac{4}{15}\eta^5; \quad \cos^2 \eta \cong 1 - \eta^2 + \frac{1}{3}\eta^4; \quad \operatorname{tg} \eta \cong \eta + \frac{1}{3}\eta^3 + \frac{2}{15}\eta^5. \quad (10)$$

Далее подставим трехчленные отрезки (10) соответствующих рядов Тейлора в уравнения (1), (2).

После этого запишем такую систему дифференциальных уравнений:

$$(1 + \mu + \nu)\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2n_x \dot{x} + 4vR\dot{\eta}^2 \left(2\eta - \frac{4\eta^3}{3} + \frac{4\eta^5}{15} - \dots \right) - \\ - 4vR\dot{\eta} \left(1 - \eta^2 + \frac{\eta^4}{3} - \dots \right) = \overline{F_0} \sin(\omega t); \quad (11)$$

$$\ddot{x} = 4R\chi\dot{\eta} + (g - 4R\chi\dot{\eta}^2) \left(\eta + \frac{\eta^3}{3} + \frac{2\eta^5}{15} - \dots \right) + 8n_\eta R\dot{\eta}. \quad (12)$$

Подставим в уравнения (11), (12) вместо $x(t)$ и $\eta(t)$ правые части выражений (8), (9). В результате получим два уравнения

$$[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]A \sin(\omega t - \alpha) + 2n_x A \omega \cos(\omega t - \alpha) + \\ + 4vRB\omega^2 \sin(\omega t - \beta) \left[1 - B^2 \sin^2(\omega t - \beta) + \frac{1}{3}B^4 \sin^4(\omega t - \beta) \right] + \\ + 8vRB^3 \omega^2 \sin(\omega t - \beta) \cos^2(\omega t - \beta) \times \\ \times \left[1 - \frac{2B^2}{3} \sin^2(\omega t - \beta) + \frac{2B^4}{15} \sin^4(\omega t - \beta) \right] = \overline{F_0} \sin(\omega t); \quad (13)$$

$$A\omega^2 \sin(\omega t - \alpha) - 4RB\chi\omega^2 \sin(\omega t - \beta) + [g - 4R\chi(B\omega \cos(\omega t - \beta))]^2 \times \\ \times \left[1 + \frac{B^2}{3} \sin^2(\omega t - \beta) + \frac{2B^4}{15} \sin^4(\omega t - \beta) \right] \cdot B \sin(\omega t - \beta) + \\ + 8n_\eta RB\omega \cos(\omega t - \beta) = 0. \quad (14)$$

Применим к уравнениям (13), (14) процедуру осреднения по времени на отрезке $[0, 2\pi]$. Для этого сначала умножим уравнения (13) и (14) на $\sin(\omega t)$ и проинтегрируем их на отрезке $[0, 2\pi]$. Далее то же самое интегрирование выполним после умножения указанных уравнений на $\cos(\omega t)$.

В результате осреднения по времени и громоздких тождественных преобразований (которые здесь не приведены) получим четыре уравнения

$$[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]A \cos \alpha + 2n_x A \omega \sin \alpha + 4vRB\omega^2 G_1(B) \cos \beta = \overline{F_0}; \quad (15)$$

$$[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]A \sin \alpha - 2n_x A \omega \cos \alpha + 4vRB\omega^2 G_1(B) \sin \beta = 0; \quad (16)$$

$$A\omega^2 \cos \alpha + 8n_\eta RB\omega \sin \beta + 4RB\omega^2 \left[\frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) - \chi G_2(B) \right] \cos \beta = 0. \quad (17)$$

$$A\omega^2 \sin \alpha - 8n_\eta RB\omega \cos \beta + 4RB\omega^2 \left[\frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) - \chi G_2(B) \right] \sin \beta = 0 \quad (18)$$

$$\left(G_1(B) = 1 - \frac{B^2}{4} + \frac{B^4}{24} + \frac{B^6}{48}; \quad G_2(B) = 1 + \frac{B^2}{4} + \frac{B^4}{24} + \frac{B^6}{96}; \quad G_3(B) = 1 + \frac{B^2}{4} + \frac{B^4}{12} \right).$$

С использованием уравнений (15) – (18) определим АЧХ $A = A(\omega)$ виброзащитной системы. Для этого необходимо освободиться от промежуточных переменных B , α , β . Сначала определим первое алгебраическое уравнение, которое связывает амплитуды вынужденных колебаний A (несущего тела) и B (рабочего тела гасителя). Для этого умножим уравнение (17) на $(-\sin \beta)$, а уравнение (18) – на $\cos \beta$, после чего их сложим. В результате тождественных преобразований получим соотношение для $\sin(\alpha - \beta)$, т.е.

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{8n_\eta R B}{\omega A}. \quad (19)$$

Далее умножим уравнение (17) на $\cos \beta$, а уравнение (18) – на $\sin \beta$, после чего снова их сложим. В результате получим соотношение для $\cos(\alpha - \beta)$, т.е.

$$\cos(\alpha - \beta) = 4R \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] \frac{B}{A}. \quad (20)$$

Используя выражения (19) и (20), запишем первое алгебраическое уравнение, которое связывает амплитуды вынужденных колебаний A и B ,

$$A = 4RB \sqrt{\left(\frac{2n_\eta}{\omega} \right)^2 + \left[\frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) - \chi G_2(B) \right]^2}. \quad (21)$$

Определим второе алгебраическое уравнение, которое связывает искомые амплитуды A и B . Для этого умножим уравнение (15) на $\cos \beta$, а уравнение (16) – на $\sin \beta$, после чего их сложим. В результате получим

$$[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] A \cos(\alpha - \beta) + 2n_x A \omega \sin(\alpha - \beta) + 4\nu RB \omega^2 G_1(B) = \overline{F_0} \cos \beta. \quad (22)$$

Подставим правые части соотношений (19) и (20) в уравнение (22), заменив $\sin(\alpha - \beta)$ и $\cos(\alpha - \beta)$, соответственно. После тождественных преобразований получим такое уравнение:

$$4RB \left\{ [\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] + 4n_x n_\eta + \nu \omega^2 G_1(B) \right\} = \overline{F_0} \cos \beta. \quad (23)$$

Возведем в квадрат уравнения (15) и (16), после чего их сложим. В результате получим

$$A^2 \{ [\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]^2 + (2n_x \omega)^2 \} = \overline{F_0}^2 - 8\nu RB \omega^2 G_1(B) \overline{F_0} \cos \beta + [4\nu RB \omega^2 G_1(B)]^2. \quad (24)$$

Подставив левую часть уравнения (23) в выражение (24) вместо произведения $\overline{F_0} \cos \beta$, получим второе соотношение между искомыми амплитудами A и B

$$A^2 \{[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]^2 + (2n_x\omega)^2\} = \overline{F_0}^2 - 16\nu R^2 B^2 \omega^2 G_1(B) \times \\ \times \left\{ 8n_x n_\eta + 2[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] + \nu\omega^2 G_1(B) \right\}. \quad (25)$$

На основании уравнений (21) и (25) получим нелинейное алгебраическое уравнение неявно заданной функции $\Phi[B(\omega), \omega] = 0$, которое имеет такой развернутый вид:

$$B^2 - \left(\frac{\overline{F_0}}{4R} \right)^2 \cdot \frac{1}{F_9(\omega; B)} = 0 \quad (26)$$

$$\left\{ F_1(\omega; B) = \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] \cdot \omega; \quad F_2(\omega) = \left[\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - (1 + \mu + \nu) \right] \omega;$$

$$F_3(\omega; B) = (2n_\eta)^2 + F_1^2(\omega; B); \quad F_4(\omega) = (2n_x)^2 + F_2^2(\omega); \quad F_5(\omega; B) = \nu\omega^2 G_1(B);$$

$$F_6(\omega; B) = 8n_x n_\eta + 2F_1(\omega; B) \cdot F_2(\omega) + F_5(\omega; B); \quad F_7(\omega; B) = F_3(\omega; B) \cdot F_4(\omega);$$

$$F_8(\omega; B) = F_5(\omega; B) \cdot F_6(\omega; B); \quad F_9(\omega; B) = F_7(\omega; B) + F_8(\omega; B).$$

Как следует из уравнения (26), установить графический портрет функции $B = B(\omega)$ можно только численными методами.

После определения из уравнения (26) функциональной зависимости $B = B(\omega)$ в численном виде, с помощью формулы (21) определим главную искомую функциональную зависимость $A = A(\omega)$, т.е. АЧХ несущего тела.

Уравнения (26) и (21) для АЧХ в нелинейной постановке превращаются в уравнение АЧХ в линейной постановке (полученное в работе [12]), если в уравнениях (26) и (21) принять $G_1(B) = G_2(B) = G_3(B) = 1$.

3. Определение параметров настройки квазизохронного роликового гасителя. Нелинейная задача.

Параметры настройки исследуемого гасителя определяем для виброзащитной системы с такими характеристиками: $n_x = 0,03 \text{ с}^{-1}$; $\nu = 0,05$; $\mu = 0,0025$; $\chi = 1,02$; $\overline{F_0} = 0,03 \cdot g$; $\omega_0 = 1,2 \text{ рад/с}$; g – ускорение свободного падения. Такие же характеристики выбраны ранее для линейной системы в [12] с целью дальнейшего сравнения обоих результатов.

Максимальная амплитуда ($\overline{F_0} = 0,03 \cdot g$) внешнего силового возбуждения и уровень демпфирования несущего тела ($n_x = 0,03 \text{ с}^{-1}$) были определены с учетом нормативных документов строительной отрасли. Численно-графический метод определения параметров R и n_η изложен в [2, 3, 12, 13] и основан на том, что АЧХ исследуемой двухмассовой системы с оптимальными параметрами настройки гасителя имеет вид, симметричный относительно частоты $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$ с двумя равными максимумами на соответствующих частотах ω_1 и ω_2 [25]. Поэтому параметры R и n_η определены из условия равенства двух максимумов графика функции $A = A(\omega)$, один из которых

соответствует приведенной массе m_1 несущего тела на частоте ω_1 , а второй – массе m_3 рабочего тела гасителя на частоте ω_2 .

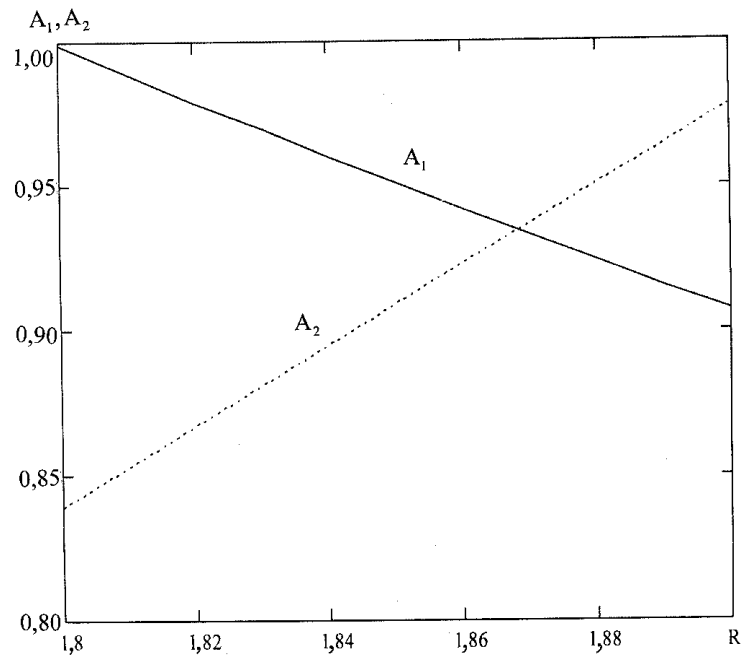


Рис. 2

Величина параметра R определена указанным численно-графическим методом (рис. 2). Из представленного графика (рис. 2) следует, что для искомой оптимальной величины параметра R имеем: $R_{\omega} = 1,868$ м.

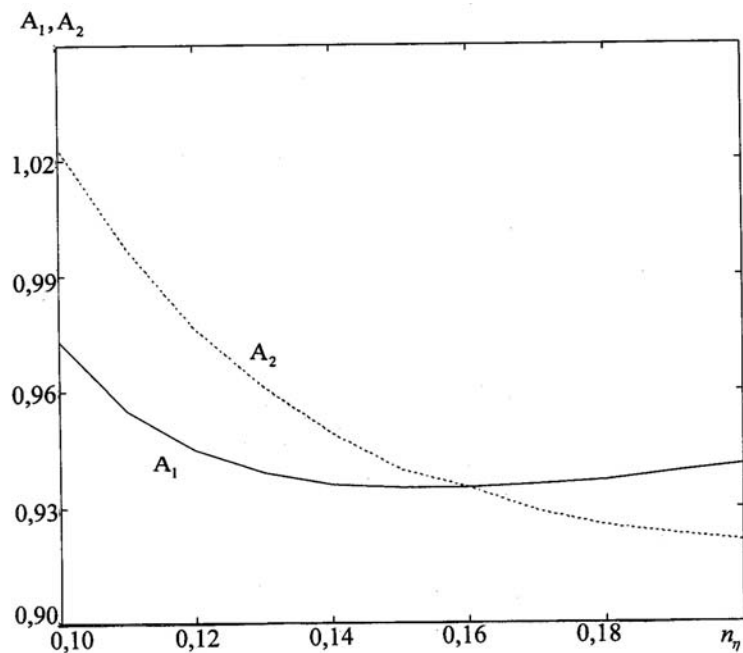


Рис. 3

Далее с использованием численно-графического метода аналогично определяем оптимальную величину коэффициента n_{η} при определенном выше параметре

$R_\omega = 1,868$ м (рис. 3). Здесь кривая A_1 построена при фиксированных частоте ω_1 , а кривая A_2 – частоте ω_2 . Пересечение этих кривых с минимальной амплитудой достигается именно при $n_\eta = 0,16$ с⁻¹.

С использованием определенных выше параметров $R_\omega = 1,868$ м и $n_\eta = 0,16$ с⁻¹ построен соответствующий график АЧХ (рис. 4) виброзащитной системы. Как и следовало ожидать, он имеет два равных максимума, каждый из которых имеет величину $A_{\max} = 0,935$ м. Именно такой симметричный вид АЧХ указывает на то, что параметры настройки роликового гасителя выбраны надлежащим образом.

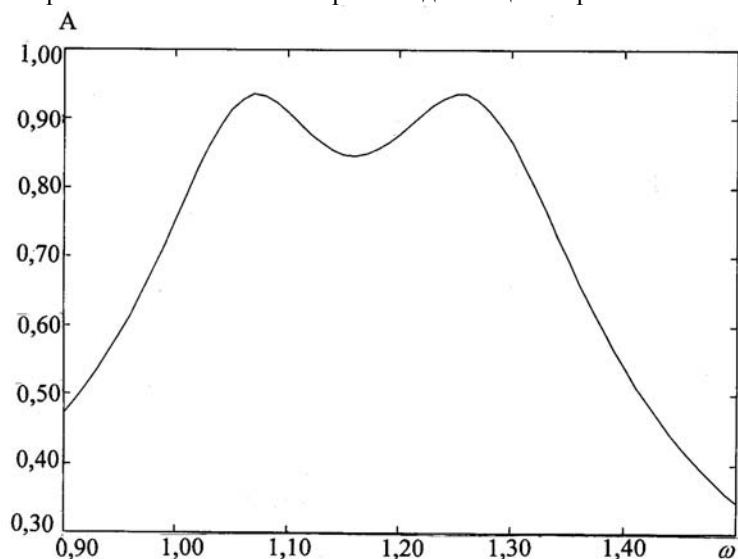


Рис. 4

График на рис. 4 для нелинейной задачи качественно не отличается от графика АЧХ, построенного для линейной задачи [12]. Однако, он построен при количественно иной величине параметра R_ω . Этот параметр для линейной задачи [12] равен: $R_\omega = 1,91$ м, что несущественно отличается по величине от параметра R_ω для нелинейной задачи, в которой $R_\omega = 1,868$ м. Однако максимальное значение амплитуды несущего тела для нелинейной задачи на 10% меньше, чем в линейной задаче: для линейной задачи $A_{\max} = 1,031$ м, для нелинейной – $A_{\max} = 0,935$ м.

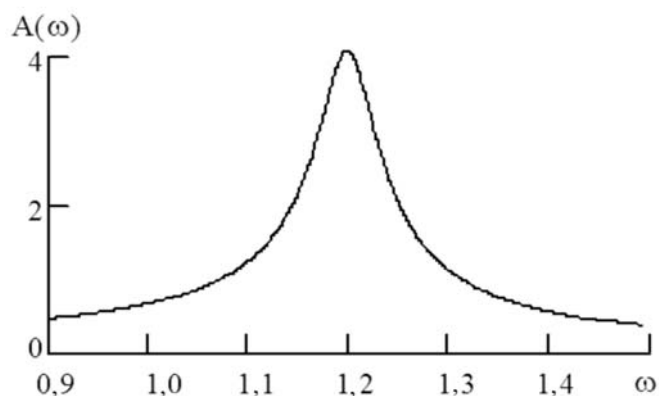


Рис. 5

Для сравнения на рис. 5 приведен график АЧХ, построенный для одномассовой механической системы с теми же параметрами, что и у исследуемой виброзащитной системы, но без роликового гасителя. Сравнивая максимальные значения амплитуд вынужденных колебаний несущего тела (рис. 4 и 5), приходим к выводу о более, чем четырехкратном их снижении при использовании роликового гасителя.

Заключение.

Работа является продолжением научных исследований динамического поведения нелинейной виброзащитной системы с новым квазиизохронным роликовым гасителем. Главное преимущество такого гасителя перед существующими состоит в том, что центр масс его рабочего тела всегда перемещается по циклоиде и частота собственных колебаний гасителя не зависит от относительных перемещений его рабочего тела. Следствием этого является то, что даже при больших относительных перемещениях рабочего тела гасителя первоначально настроенные его параметры остаются стабильными.

Для определения АЧХ нелинейной виброзащитной системы в первом приближении использована процедура разложения периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений в ряд Фурье с последующим их осреднением. В результате были получены нелинейные алгебраические уравнения АЧХ системы в неявном виде, которые решены численными методами. С их использованием разработан численно-графический метод определения оптимальных параметров настройки роликового гасителя, который позволяет настроить его по частоте (параметр R) и по амплитуде (параметр n_r).

Показано, что собственная частота оптимально настроенного гасителя в нелинейной постановке не совпадает с собственной частотой оптимально настроенного гасителя в линейной постановке. Установлено, что при оптимальной настройке параметров гасителя максимальные значения амплитуд несущего тела для линейной и нелинейной задач существенно отличаются: отклонение составляет около 10% (меньше для нелинейной задачи).

Численные эксперименты с нелинейной динамической моделью также свидетельствуют о том, что использование нового роликового гасителя обеспечивает высокий уровень виброзащиты объектов: амплитуда вынужденных колебаний несущего тела может быть снижена более, чем в четыре раза за счет надлежащего выбора параметров настройки роликового гасителя.

РЕЗЮМЕ. Отримано рівняння амплітудно-частотної характеристики нелінійної віброзахисної системи із квазіізохронним роликовим гасником в першому наближенні. На основі отриманих алгебраїчних рівнянь проведено числовий експеримент та запропоновано графічно-числовий метод визначення оптимальних параметрів налаштування такого гасника. Встановлено, що власні частоти оптимально налаштованого гасника в нелінійній і лінійній постановках не співпадають. Показано, що із використанням нового квазіізохронного роликового гасника можна суттєво зменшити рівень амплітуд вимушених коливань несучих тіл.

1. Казакевич М.И. Проблемы стабилизации вант // Металлические конструкции. – 2011. – 17, №2. – С. 63 – 84.
2. Легеза В.П. Віброзахист динамічних систем із котковими гасниками. – К.: «Четверта хвиля», 2010. – 280 с.
3. Легеза В.П. Теория виброзащиты систем с применением изохронных катковых гасителей (Модели, методы, динамический анализ, технические решения). – E-book. LAMBERT Academic Publishing (Saarbrücken, Deutschland), 2013. – 116 с.
4. Назин В.В. Новые сейсмостойкие конструкции и железобетонные механизмы сейсмоизоляции зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1993. – 135 с.

5. Achkire Y., Bossens F., Preumont A. Active damping and flutter control of cable-stayed bridges // J. Wind Eng. and Indust. Aerodyn. – 1998. – **74–76**. – P. 913 – 921.
6. Akbarzade M., Farshidianfar A. Application of the Amplitude-Frequency Formulation to a Nonlinear Vibration System Typified by a Mass Attached to a Stretched Wire // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N4. – P. 476 – 483.
7. Antonyuk E. Ya., Zabuga A. T. Dynamics of a Two-Link Vehicle in an L-Shaped Corridor Revisited // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N2. – P. 222 – 230.
8. Balandin D.V., Bolotnik N.N., Pilkey W.D. Optimal Protection from Impact, Shock and Vibration. – Amsterdam: Gordon and Breach, 2001. – 436 p.
9. Behbahani-Nejad M., Perkins N. C. Freely propagating waves in elastic cables // J. Sound and Vibr. – 1996. – N 2. – P.189 – 202.
10. Kärnä Tuomo. Damping methods to mitigate wind-induced vibrations // J. Struct. Mech. – 2009. – **42**, N 1. – P. 38 – 47.
11. Korenev B.G., Reznikov L.M. Dynamic Vibration Absorbers – Theory and Technical Applications. – Chichester: John Wiley and Sons, 1993. – 296 p.
12. Legeza V.P. Dynamics of Vibration Isolation System with a Quasi-Isochronous Roller Shock Absorber // Int. Appl. Mech. – 2011. – **47**, N3. – P. 329 – 337.
13. Legeza V.P. Efficiency of a Vibroprotection System with an Isochronous Roller Damper // Mech. Solids. – 2013. – **48**, N2. – P. 168 – 177.
14. Legeza V.P., Legeza D.V. Vibration of a String with Moving End // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N1. – P. 87 – 91.
15. Makmudov A., Muravey L. The problem of string vibrations damping // Proc. the 1st Int. Conf. Nonlinear Analysis and Nonlinear Modeling. – 2001. – P. 174 – 182.
16. Novak M., Davenport A. Aeroelastic Instability of Prisms in Turbulent Flow // J. Eng. Mech. Div. – 1970. – **96**, N1. – P. 17 – 39.
17. Novak M., Tanaka H., Davenport A. Vibration of Towers due to Galloping of Iced Cables // J. Eng. Mech. Div. – 1978. – **104**, N2. – P. 457 – 473.
18. Plakhtienko N.P. Nonlinear Translational Vibrations of a Solid with a Gravity-Friction Seismic Damper // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, N9. – P.1093 – 1098.
19. Plakhtienko N.P. Dynamics of a Chain System of Rigid Bodies with Gravity-Friction Seismic Dampers: Fixed Supports // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N7. – P. 786 – 796.
20. Preumont A., Achkire Y. Active damping of structures with guy cables // AIAA. J. Guidance, Control, and Dynamics. – 1997. – **20**, N 2. – P. 320–326.
21. Preumont A., Achkire Y., Bossens F. Active tendon control of large trusses. // AIAA. J. Guidance, Control, and Dynamics. – 2000. – **38**, N 3. – P. 493 – 498.
22. Simiu E., Scanlan R. Wind Effects on Structure. An Introduction to Wind Engineering. – New York: John Wiley and Sons, 1978. – 348 p.
23. Snowdon J.C. Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems. – New York: John Wiley and Sons, 1968. – 324 p.
24. Wang Y., Luo Albert C.J. Dynamics of traveling inextensible cables // Commun. Nonlinear Sci. and Numer. Simul. – 2004. – N 5. – P. 531 – 542.
25. Weaver W., Timoshenko S.P., Young D.H. Vibration Problems in Engineering, 5th Edition. – N.Y.: John Wiley, 1990. – 624 p.

Поступила 20.03.2013

Утверждена в печать 30.09.2014