



ОЦІНКА МЕТОДІВ КОМПОНЕНТНОГО АНАЛІЗУ ПРИРОСТУ СЕРЕДНЬОЇ ТРИВАЛОСТІ ЖИТТЯ

*А.І. Стефановський,
науковий співробітник Інституту
демографії та соціальних досліджень НАН України*

Компонентний аналіз приросту середньої тривалості життя дає можливість визначити вплив смертності в окремій віковій групі, а також від окремої причини смерті на зміну середньої тривалості життя. Тому він є необхідним елементом аналізу.

Світові демографічні дослідження показують, що на даний час підвищився інтерес до ідеї декомпозиції різниці середньої тривалості життя за віковими групами та причинами смерті. Про це свідчать публікації Андреева Є., Бігуна А., Стефановського А., Школьнікова В., Aggiagga E., Pollard J., Pressa R., Canudas R., Vaupel J. та інших.

Є. Андреев ще в 1982 році визнав пріоритет Корчака-Чепурківського у компонентному аналізі: “Ідея розкласти зміну величини середньої тривалості життя на компоненти, які відповідають змінам смертності в окремих вікових групах, вперше була запропонована Ю. О. Корчаком-Чепурківським...” [1].

Цю ж думку висловив Є. Андреев також у 2002 р.: „Метод компонент был впервые предложен Ю. А. Корчак—Чепурковским в 1968 г. и опубликован в 1970 г. в его “Избранных демографических исследованиях”. Однако допущенные при наборе ошибки в формулах сделали эту публикацию абсолютно бесполезной. В начале 80-х годов 4 автора — Є. Андреев, Е. Арріага, Дж. Поллард и Р. Пресса предложили свои методы декомпозиции. Методы независимо разработанные Андреевым, Арріага и Пресса почти полностью совпадают, а методика Полларда, хотя и проще, но дает приближенный результат» [2].

Наведемо також деякі витяги з роботи Є. Андреева 1982 р.

«В работе Ю. Корчака-Чепурковского приведена несколько иная, но эквивалентная запись этой формулы... [1].

«Опираясь на эту идею нам удалось разработать метод разложения различий в средней продолжительности жизни по возрастам и причинам смерти, позволяющий оценивать влияние смертности данной возрастной группы от данной причины и в сочетании... [1]».

Отже, не тільки для всього світу, а й для самого Є. Андреева ідея Ю. Корчака-Чепурківського була корисною.

У 1982 р. Е. Арріага [6] без посилання на першовідкривача опублікував формули для прямих внесків, а також для вікової групи, що стосується останніх років життя, які тотожно дорівнюють відповідним формулам, опублікованим [3] у 1968 р. Ю. Корчаком-Чепур-

ківським. Заслугою Е. Арріага є розповсюдження цих формул у світі і знайдена ним формула для непрямих внесків, бо вона є кращою від формули для непрямих внесків Ю. Корчака-Чепурківського (тільки для помилкового варіанта), але не кращою від справжньої відновленої тут нами формули Корчака-Чепурківського.

Таким чином, формула для прямих внесків, знайдена у 1968 р., уже тривалий час працює, використовується у світі, хоч і не завжди згадується ім'я її першого творця Ю. Корчака-Чепурківського, який створив її на 14 років раніше, ніж інші.

Звернемо увагу на деякі теоретичні моменти, незнання суті яких можуть стати на перешкоді розуміння певних висновків цієї праці. Відомо, що приріст лінійної функції дорівнює диференціалу цієї функції, але рідко хто знає, що цю властивість має одна лінійна функція і тільки лінійна. Автор показав, що середня тривалість життя є нелінійною функцією, а тому приріст середньої тривалості життя не може дорівнювати диференціалу, тобто сумі лінійних компонентів приросту.

У нашій роботі [4] показана некоректність загальноприйнятих у світовій демографічній літературі методик компонентного аналізу середньої тривалості життя за віковими групами та за причинами смерті. Нехай L'_x, L_x – кількість тих, що живуть у віці x ; l'_x, l_x – кількість тих, що дожили до точного віку x ; T'_x, T_x – кількість прожитих людинороків. Далі наведено формули Ю. Корчака-Чепурківського [3], що подані у тому ж вигляді, як вони були опубліковані у 1968 р. Внесок зміни рівня смертності в певній віковій групі в зміну середньої тривалості життя новонародженого можна визначити таким чином:

а) внесок зміни смертності на першому році життя дорівнює величинам:

$(L'_0 - L_0) : l_0$ – прямий внесок, $T_1 (l'_1 : l_1) : l_0$ – непрямий внесок,

$(L'_0 - L_0) : l_0 + T_1 (l'_1 : l_1) : l_0$ – загальний внесок;

б) те саме для смертності у віці від 1 до 15 років

$[L'_{1/15} - L_{1/15} (l'_1 : l_1)] : l_0$ – прямий внесок, $T_{15} (l'_{15} : l_{15}) : l_0$ – непрямий

внесок, $[L'_{15/60} - L_{15/60} (l'_{15} : l_{15})] : l_0 + T_{60} (l'_{60} : l_{60}) : l_0$ – загальний внесок;

в) те саме для смертності у віці від 15 до 60 років

$[L'_{15/60} - L_{15/60} (l'_{15} : l_{15})] : l_0$ – прямий внесок, $T_{60} (l'_{60} : l_{60}) : l_0$ – непрямий внесок, $[L'_{15/60} - L_{15/60} (l'_{15} : l_{15})] : l_0 + T_{60} (l'_{60} : l_{60}) : l_0$ – загальний внесок;

г) те саме для смертності у віці 60 років і більше

$[T'_{60} - T_{60} (l'_{60} : l_{60})] : l_0$ – прямий внесок і загальний внесок, непрямий внесок дорівнює нулю.

Запишемо наведені формули Ю. Корчака-Чепурківського для знаходження прямого впливу з використанням сучасних загальноприйнятих у Європі позначень

$${}_n \Delta_x = ({}_n L_x^2 : l'_x : l'_x - {}_n L_x^1) : l_0 \quad (1)$$

Тепер наведемо формулу [6]Е. Арріага (1982 р.) визначення компонентів для всіх вікових груп за винятком останньої:

$${}_n \Delta_x = (l'_x : l'_0) \cdot ({}_n L_x^2 : l'_x - {}_n L_x^1 : l'_x) + (T_{x+n}^2 : l'_0) \cdot (l'_x : l'_x - l'_{x+n} : l'_{x+n}), \quad (2)$$

права частина якої складається з двох виразів, перший з них належить до прямого впливу, а другий – до непрямого, та покажемо, що вираз для знаходження прямого впливу формули Е. Арріага збігається з виразом для знаходження прямого впливу методом Корчака-Чепурківського для всіх вікових груп за винятком останньої. Для доведення досить у першому виразі внести l'_x у дужки та спростити вираз. Крім того, приймаємо $l'_0 = l_0$.

Тепер наведемо формулу Е. Арріага (1982 рік) для визначення компоненти приросту Δ_w відкритої вікової групи w:

$$\Delta_w = (l_w^1 : l_0^1) \cdot (T_w^2 : l_w^2 - T_w^1 : l_w^1), \quad (3)$$

та покажемо, що вона збігається з формулою Ю. Корчака-Чепурківського (1968 р.) для останньої вікової групи, якщо наведені формули Ю. Корчака-Чепурківського записати у сучасних загальноприйнятих у Європі позначеннях для вікової групи w:

$$\Delta_w = (T_w^2 \cdot l_w^1 : l_w^2 - T_w^1) : l_0^1.$$

Для доведення досить внести l_w^1 у дужки та спростити вираз. Крім того, приймемо $l_0^1 = l_0$.

Таким чином, формули для знаходження прямого впливу, а також формулу для визначення впливу відкритої вікової групи на зміну середньої тривалості життя, які були опубліковані Ю. Корчаком-Чепурківським у 1968 р., і Е. Арріага у 1982 р. – тотожні, тому цілком справедливо їх називати формулами Корчака-Чепурківського – Арріага.

Переходимо до аналізу властивостей приросту. Цілком зрозуміло, що приріст середньої тривалості життя дорівнює нулю, якщо смертність у двох таблицях одна й та сама. Тому сума компонентів приросту Δ_x у такому випадку повинна дорівнювати 0. Згідно з цим беззаперечним фактом (назвемо його **критерієм 1**) ми одержуємо критерій для оцінки методів компонентного аналізу. Якщо загальна сума компонентів приросту Δ_x за певною формулою не дорівнює нулю для двох однакових таблиць смертності, то такий метод компонентного аналізу невірний.

Загальна сума Δ всіх внесків для всіх вікових груп за формулами Ю. Корчака-Чепурківського дорівнює:

$$\begin{aligned} & (L_0' - L_0) : l_0 + T_1 (l_1' : l_1) : l_0 + \\ & [L_{15/60}' - L_{15/60} (l_{15}' : l_{15})] : l_0 + T_{15} (l_{15}' : l_{15}) : l_0 + \\ & [L_{15/60}' - L_{15/60} (l_{15}' : l_{15})] : l_0 + T_{60} (l_{60}' : l_{60}) : l_0 + \\ & [T_{60}' - T_{60} (l_{60}' : l_{60})] : l_0, \end{aligned}$$

Знайдемо загальну суму Δ для того випадку, коли смертність залишається незмінною, тоді $\Delta = T_1 : l_0 + T_{15} : l_0 + T_{60} : l_0 \neq 0$, в той час, коли вона повинна дорівнювати 0. Це протиріччя показує, що формули Ю. Корчака-Чепурківського для непрямих внесків невірні.

Для суми прямих внесків це правило (критерій 1) справджується, для компоненти відкритої вікової групи – також, не справджується тільки для непрямих внесків. Тому для непрямих внесків нами запропоновані такі вирази :

$$T_1' - T_1 (l_1' : l_1) : l_0 ; T_{15}' - T_{15} (l_{15}' : l_{15}) : l_0 ; T_{60}' - T_{60} (l_{60}' : l_{60}) : l_0$$

замість $T_1 (l_1' : l_1) : l_0 ; T_{15} (l_{15}' : l_{15}) : l_0 ; T_{60} (l_{60}' : l_{60}) : l_0$

Запропоновані нами вирази для непрямих внесків задовольняють критерію 1.

З виправленими (відновленими) нами формулами для непрямих внесків формула Ю.О. Корчака-Чепурківського набуде такого вигляду:

$${}_n \Delta_x = ({}_n L_x^2 \cdot l_x^1 : l_x^2 - {}_n L_x^1) : l_0 + (T_x^2 \cdot l_x^1 : l_x^2 - T_x^1) : l_0, \text{ для } x < w, (4)$$

$$\text{а для } x = w \quad \Delta_w = (T_w^2 \cdot l_w^1 : l_w^2 - T_w^1) : l_0. \quad (5)$$

Останні дві формули задовольняють критерію 1. Для перевірки досить замінити у формулах (4–5) верхні індекси 2 індексами 1 і переконатися, що кожний із компонентів дорівнює 0.

Тепер переходимо до застосування критерію 1 до методу Е. Арріага, для цього заміни-мо у формулі 2 верхні індекси 2 індексом 1.

$${}_n \Delta_x = (l_x^1 : l_0^1) \cdot ({}_n L_x^1 : l_x^1 - {}_n L_x^1 : l_x^1) + (T_{x+n}^1 : l_0^1) \cdot (l_x^1 : l_x^1 - l_{x+n}^1 : l_{x+n}^1).$$

Перший доданок стосується прямих внесків і дорівнює 0, а другий доданок – непря-мих внесків і також дорівнює 0 :

$$(T_{x+n}^1 : l_0^1) \cdot (l_x^1 : l_x^1 - l_{x+n}^1 : l_{x+n}^1) = (T_{x+n}^1 : l_0^1) \cdot 0 = 0.$$

Таким чином, метод Е. Арріага критерію 1 задовольняє.

Далі звернемося до формули Є. Андреева [1]:

$$\Delta_{x1x2} = l_{x1}^1 (e_{x1}^1 - e_{x1}^2) - l_{x2}^1 (e_{x2}^1 - e_{x2}^2), \quad (6)$$

де: Δ_{x1x2} — зміна середньої тривалості життя внаслідок зміни смертності у віці від $x1$ до $x2$; l_x^1 — числа тих, що дожили до віку x ; e_x — величина середньої тривалості життя у віці x для новонародженого; верхні індекси 1 і 2 відрізняють показники однієї таблиці смерт-ності від аналогічних показників іншої таблиці. Для застосування критерію 1 потрібно замість елементів другої таблиці підставити відповідні елементи першої таблиці. В ре-зультаті одержимо :

$$\Delta_{x1x2} = l_{x1}^1 (e_{x1}^1 - e_{x1}^1) - l_{x2}^1 (e_{x2}^1 - e_{x2}^1) = 0.$$

Отже, критерій 1 виконується для методу Є. Андреева і для методу Е. Арріага.

Переходимо до критерію 2.

Основна задача компонентного аналізу — знайти приріст середньої тривалості жит-тя, який є результатом зміни смертності в одній (і тільки в одній) віковій групі. Критерій 2 полягає в тому, що коли розрахований певним методом компонент приросту середньої тривалості життя, викликаний зміною смертності певної вікової групи, залежить від зміни смертності в інших вікових групах, то такий метод є невірним, наближеним. У такому разі ми будемо говорити, що метод не задовольняє критерію 2.

Наведені тут методи Ю. Корчака-Чепурківського, Е. Арріага, Є. Андреева критерію 2 не задовольняють, бо кожна з формул (2–6) залежить від зміни смертності не лише однієї групи, внесок якої ми визначаємо, а від зміни смертності майже всіх груп, що суперечить поставленій задачі виокремлення впливів смертності. Ця задача виокремлення впливу змін смертності у названих методах не виконана. Тому вони є невірними, наближеними методами.

У 2003 р. автором даної статті [5] вдалося знайти принципово новий метод, що задо-вольняє як критерію 1, так і критерію 2, тому він є точним.

Коротко, суть запропонованого точного методу розкладу приросту середньої трива-лості життя на компоненти полягає в тому, що для того, щоб визначити компонент при-росту середньої тривалості життя за рахунок зміни смертності в одній віковій групі, по-трібно взяти різницю середньої тривалості життя для таблиці смертності з зміною смерт-ності і без зміни тільки в одній і тій же самій віковій групі. Знайдена таким чином різниця і буде точним значенням впливу зміни смертності в одній віковій групі на приріст серед-ньої тривалості життя. Таким же чином різниця середньої тривалості життя двох таблиць смертності є точною мірою впливу зміни смертності усіх вікових груп на приріст серед-ньої тривалості життя.

Інакше цей метод можна назвати методом визначення приросту середньої трива-лості життя за рахунок зміни смертності лише в одній віковій групі. Приріст, що знахо-диться таким чином, не може мати похибки методу, тобто він є точним.

Хибною є думка, що для доведення вірності або хибності методу потрібно розглянути всі інші методи. За такого підходу слід було б дочекатись кінця світу, бо тільки тоді вже всі методи будуть знайдені і можна їх порівняти, але і тоді не визначити точного методу без відповідного критерію. Тому ми знайшли критерій 2, який дав нам право наш метод назвати точним.

Для визначення прямого і непрямого внесків при використанні точного методу потрібно розглянути наступні формули.

Середня тривалість життя новонароджених $e_0 = T_0 : l_0$. У свою чергу, T_0 знаходять за формулою:

$$T_0 = \sum_0^{\omega} L_x .$$

Після підстановки цього значення в формулу для e_0 одержимо:

$$e_0 = \frac{\sum_0^{\omega} L_x}{l_0} = \sum_0^{\omega} \frac{L_x}{l_0} .$$

Таким чином, маємо формулу розкладу середньої тривалості життя на компоненти по вертикалі

$$e_0 = \sum_0^{\omega} \frac{L_x}{l_0} . \tag{7}$$

У цій формулі L_x – кількість тих із сукупності l_0 , що живуть у віці від x до $x+n$ років. Відомо, що число L_x – кількість людино-років, прожитих згаданою сукупністю l_0 у віці від x до $x+n$ років. Якщо розділити L_x на l_0 , то одержимо внесок у середню тривалість життя новонародженого вікової групи від x до $x+n$, і цей внесок під знаком суми у формулі розкладу середньої тривалості життя на компоненти за вертикаллю дорівнює відношенню $L_x : l_0$.

Будемо позначати показники, що належать до одного населення, індексом 1, а показники, що належать до іншого населення або до того ж самого населення іншого року, індексом 2; тоді, переписавши формулу (7) для першого та другого випадків з відповідними індексами, одержимо дві формули:

$$e_0^1 = \sum_0^{\omega} \frac{L_x^1}{l_0^1} ; \quad e_0^2 = \sum_0^{\omega} \frac{L_x^2}{l_0^2} .$$

Після віднімання цих формул одержимо нову формулу розкладу приросту (різниці) середньої тривалості життя для двох різних таблиць смертності:

$$e_0^2 - e_0^1 = \sum_0^{\omega} \left(\frac{L_x^2}{l_0^2} - \frac{L_x^1}{l_0^1} \right) . \tag{8}$$

Нехай ми маємо 2 таблиці смертності. Таблицю для населення, смертність якого ми досліджуємо, назвемо базовою, а другу, з якою ми порівнюємо, назвемо порівняльною. Замість коефіцієнтів смертності вікової групи z і сепаративних коефіцієнтів тієї ж вікової

групи z вхідних даних базової таблиці ставимо коефіцієнти смертності вікової групи z і сепаративні коефіцієнти тієї ж вікової групи z порівняльної таблиці. Середню тривалість життя за базовою таблицею позначимо e_0^1 , а середню тривалість життя за таблицею, що одержана з базової заміною згаданих коефіцієнтів в одній і тільки одній віковій групі z , позначимо e_0^z . Тоді Δ_z – компонент приросту середньої тривалості життя вікової групи z , викликаний смертністю у віковій групі z і тільки в цій групі, визначається за формулою:

$$\Delta z = e_0^z - e_0^1 = \sum_0^{\omega} \left(\frac{L_x^z}{l_0^2} - \frac{L_x^1}{l_0^1} \right) \quad (9)$$

Прямий внесок, викликаний смертністю у віковій групі z , дорівнює:

$$\frac{L_z^z}{l_0^2} - \frac{L_z^1}{l_0^1} \quad (10)$$

Непрямий внесок у вікову групу x , викликаний смертністю у віковій групі z , до приросту середньої тривалості життя дорівнює :

$$\frac{L_x^z}{l_0^2} - \frac{L_x^1}{l_0^1} \quad (11)$$

Загальний непрямий внесок знаходиться за формулою :

$$\sum_{z+1}^{\omega} \left(\frac{L_x^z}{l_0^2} - \frac{L_x^1}{l_0^1} \right) \quad (12)$$

Очевидно, що величина $\frac{L_x^z}{l_0^2} - \frac{L_x^1}{l_0^1}$ дорівнює 0 для $x < z$.

Якщо ж у формулі 9 замінити індекс z на індекс 1, то $\Delta_z = 0$, а це означає, що критерій 1 виконується. Величина L_x^z для всіх x залежить від зміни смертності однієї (і тільки однієї) вікової групи z згідно з визначенням, тобто виконується критерій 2.

Для прикладу візьмемо таблицю 1 смертності чоловіків України у 2003 р. і назвемо її базовою.

Таблиця 1

Таблиця смертності чоловіків України у 2003 р.

x	m _x	q _x	k _x	l _x	d _x	L _x	e _x
0-1	0,01122	0,01122	0,18	100000	1122	99080	62,28
1-4	0,00094	0,00376	2,00	98878	371	394769	61,98
5-9	0,00044	0,00218	2,52	98507	214	492005	58,21
10-14	0,00040	0,00197	2,53	98293	194	490985	53,33
15-19	0,00112	0,00557	2,51	98099	547	489133	48,43
20-24	0,00239	0,01189	2,49	97552	1160	484845	43,69
25-29	0,00398	0,01970	2,50	96392	1899	477207	39,18
30-34	0,00551	0,02718	2,50	94493	2568	466039	34,92
35-39	0,00770	0,03777	2,51	91925	3472	450989	30,83
40-44	0,01087	0,05294	2,51	88453	4683	430594	26,94
45-49	0,01536	0,07397	2,49	83770	6197	403302	23,30
50-54	0,02146	0,10182	2,50	77573	7899	368108	19,97
55-59	0,02755	0,12874	2,46	69674	8970	325603	16,95
60-64	0,04000	0,18223	2,56	60704	11062	276560	14,09
65-69	0,05107	0,22598	2,46	49642	11218	219684	11,65
70-74	0,07389	0,31275	2,55	38424	12017	162636	9,34
75-79	0,10257	0,40714	2,47	26407	10751	104821	7,43
80-84	0,14666	0,51968	2,47	15656	8136	57720	5,84
85-89	0,22218	0,67074	2,50	7520	5044	24990	4,48
90-94	0,33906	0,81645	2,50	2476	2022	7333	3,51
95-99	0,44318	0,89095	2,51	454	404	1265	2,99
100+	0,52879	0,92892	2,43	50	46	95	1,89

Для порівняння візьмемо таблицю 2 смертності чоловіків України у 1990 р. і назвемо її порівняльною.

Знайдемо Δz – внесок у приріст середньої тривалості життя зміни смертності у віковій групі 60–64 за допомогою точного методу. Для цього потрібно взяти рівень смертності у віковій групі 60–64 із порівняльної таблиці (табл. 2), перенести до базової таблиці (табл. 1). Рівень смертності визначається віковим коефіцієнтом смертності $m_{x_{60-64}}=0,04000$ та сепаративним коефіцієнтом $k_{x_{60-64}}=2,56$. Ці числа ми взяли з порівняльної таблиці 2, а тепер замінимо ними відповідні числа базової таблиці $m_{x_{60-64}}=0,03053$, $k_{x_{60-64}}=2,51$, після чого замість базової таблиці одержимо таблицю 3 (мається на увазі після відповідних розрахунків для побудови табл. 3).

Таблиця 2

Таблиця смертності чоловіків України у 1990 р.

x	m_x	q_x	k_x	l_x	d_x	L_x	e_x
0	0,01457	0,01457	0,17	100000	1457	98791	65,65
1-4	0,00107	0,00428	1,99	98543	421	393327	65,61
5-9	0,00057	0,00287	2,50	98122	281	489909	61,89
10-14	0,00054	0,00269	2,50	97841	264	488545	57,06
15-19	0,00120	0,00596	2,50	97577	581	486434	52,20
20-24	0,00229	0,01139	2,50	96996	1105	482223	47,50
25-29	0,00262	0,01302	2,48	95891	1249	476309	43,02
30-34	0,00346	0,01716	2,51	94642	1624	469164	38,56
35-39	0,00472	0,02331	2,50	93018	2168	459667	34,19
40-44	0,00667	0,03280	2,55	90850	2980	446939	29,94
45-49	0,01063	0,05174	2,44	87870	4547	427721	25,87
50-54	0,01479	0,07133	2,50	83323	5943	401785	22,15
55-59	0,02122	0,10073	2,49	77380	7795	367350	18,66
60-64	0,03053	0,14188	2,51	69585	9873	323371	15,47
65-69	0,04292	0,19412	2,54	59712	11591	270063	12,61
70-74	0,06227	0,26943	2,50	48121	12965	208207	10,04
75-79	0,09452	0,38144	2,47	35156	13410	141877	7,82
80-84	0,13910	0,50116	2,52	21746	10898	81698	6,11
85-89	0,20707	0,64490	2,50	10848	6996	36750	4,72
90-94	0,30346	0,78069	2,50	3852	3007	11743	3,74
95-99	0,38799	0,85629	2,50	845	724	2415	3,17
100+	0,45702	0,89823	2,50	121	109	265	2,19

Таблиця 3

Таблиця смертності, одержана з базової заміною рівня смертності 2003 р. рівнем смертності 1990 р. тільки у віковій групі 60–64

x	m_x	q_x	k_x	l_x	d_x	L_x	e_x
0	0,01122	0,01122	0,18	100000	1122	99080	62,62
1-4	0,00094	0,00376	2,00	98878	371	394769	62,33
5-9	0,00044	0,00218	2,52	98507	214	492005	58,55
10-14	0,00040	0,00197	2,53	98293	194	490985	53,68
15-19	0,00112	0,00557	2,51	98099	547	489133	48,78
20-24	0,00239	0,01189	2,49	97552	1160	484845	44,04
25-29	0,00398	0,01970	2,50	96392	1899	477207	39,54
30-34	0,00551	0,02718	2,50	94493	2568	466039	35,28
35-39	0,00770	0,03777	2,51	91925	3472	450989	31,20
40-44	0,01087	0,05294	2,51	88453	4683	430594	27,32
45-49	0,01536	0,07397	2,49	83770	6197	403302	23,71
50-54	0,02146	0,10182	2,50	77573	7899	368108	20,40
55-59	0,02755	0,12874	2,46	69674	8970	325603	17,44
60-64	0,03053	0,14187	2,51	60704	8612	282076	14,65
65-69	0,05107	0,22598	2,46	52092	11772	230525	11,65
70-74	0,07389	0,31275	2,55	40320	12610	170661	9,34
75-79	0,10257	0,40714	2,47	27710	11282	109991	7,43
80-84	0,14666	0,51968	2,47	16428	8537	60566	5,84
85-89	0,22218	0,67074	2,50	7891	5293	26222	4,48
90-94	0,33906	0,81645	2,50	2598	2121	7696	3,51
95-99	0,44318	0,89095	2,51	477	425	1328	2,99
100+	0,52879	0,92892	2,43	52	48	98	1,89

Зауважимо, що при заміні рівня смертності замість коефіцієнта смертності можна користуватись показником ймовірності померти.

Таким чином, ми одержали табл.3. Різниця середньої тривалості життя для новонароджених базової таблиці (табл.1) та середньої тривалості життя табл.3, одержаної з базової шляхом заміни рівня смертності тільки у віковій групі 60–64 роки, визначає шуканий приріст Δ з середньої тривалості життя за рахунок смертності лише у віковій групі 60–64 у чистому вигляді – без впливу змін смертності в інших групах.

$$\Delta z = 62,28 - 62,62 = 0,34.$$

Формально приріст залежить від смертностей усіх вікових груп і базової таблиці, і табл.3, але в таблиці 3 смертність порівняно з базовою, змінена тільки в одній групі, а тому залежить від зміни смертності лише в одній групі. Отже, непрямі впливи є, але вони залежать від зміни смертності тільки в групі 60–64 роки. Ми користуємось загальноприйнятним визначенням непрямих внесків.

Такий же результат одержимо за формулою 9. Однак здійснюючи розрахунок за формулою 9, одержимо більше інформації: не лише сам приріст, а й розклад приросту на компоненти, що знаходять за формулами (10–12). Інші методи не дають можливості знайти непрямий внесок у вікову групу x , викликаний смертністю у віковій групі z , приросту середньої тривалості життя, а тільки сукупний непрямий внесок. Водночас методи, що не задовольняють критерію 2, мають члени приросту, які залежать від зміни смертності і в молодших, і в старших групах. А це означає, що виокремлення впливів для них не відбулося.

Застосуємо критерій 2 до популярного в Україні методу Є. Андреева [7]:

$$e_0^2 - e_0^1 = \sum_0^{\omega} [l_x^2(e_x^2 - e_x^1) - l_{x+1}^2(e_{x+1}^2 - e_{x+1}^1)] \quad 3a$$

$$e_0^1 - e_0^2 = \sum_0^{\omega} [l_x^1(e_x^1 - e_x^2) - l_{x+1}^1(e_{x+1}^1 - e_{x+1}^2)] \quad 3b$$

Вираз під знаком суми $l_x^2(e_x^2 - e_x^1) - l_{x+1}^2(e_{x+1}^2 - e_{x+1}^1)$ залежить від $l_x^2, e_x^2, e_x^1, l_{x+1}^2, e_{x+1}^2, e_{x+1}^1$, які, в свою чергу, залежать від зміни смертності різних вікових

груп і для таблиці смертності, що позначаються індексом 1 і 2. Тому приріст середньої тривалості життя залежить від смертності різних вікових груп, і через це про виокремлення впливу змін смертності однієї(і тільки однієї) групи не може бути й мови. Це і означає, що критерій 2 не виконується для формул Є. Андреева 3a [7]. Точнісінько таким же чином показується, що критерій 2 не виконується для формул Є. Андреева 3, 3b [7].

60–64	65–69	70–74	75–79	80–84	85–89	90–94	95–99	100+
-0,0552	-0,1084	-0,0803	-0,0517	-0,0285	-0,0123	-0,0036	-0,0006	0
16,2	31,8	23,6	15,2	8,4	3,6	1,1	0,2	0,0

У цій таблиці в першому рядку – вікові групи, у другому – компоненти приросту, викликані смертністю у віковій групі 60–64 (у першій колонці прямий внесок, в інших – непрямі внески). У третьому – компоненти приросту у %. Прямий внесок становить 16,2%, загальний непрямий внесок – 82,8%. Непрямий внесок у вікову групу 65–69 становить 31,8% і є найбільшим. Приріст, що викликаний смертністю у групі 60–64 розглянуто детально. Таким же чином знайдено внески, викликані смертністю в інших групах, а результати поміщено у табл.4. Крім того, у тій же таблиці виконано порівняння з іншими методами.

Таблиця 4

Оцінка методів компонентного аналізу приросту середньої тривалості життя

1	2	3	4	5	6	7	8
Ist	Arr	Ist-Arr	%	And	ist-And	%	x
0,211299	0,2105306	0,000768	0,363617	0,210604	0,000695	0,328712	0-0
0,03155	0,0308809	0,000669	2,120715	0,030831	0,000719	2,279833	1-4
0,03872	0,0379075	0,000813	2,098488	0,037974	0,000746	1,9267	5-9
0,03589	0,036155	-0,00027	-0,73848	0,035846	4,38E-05	0,122114	10-14
0,01725	0,0170878	0,000162	0,940424	0,017311	-6,1E-05	-0,35161	15-19
-0,02027	-0,020374	0,000104	-0,51324	-0,02038	0,000108	-0,5329	20-24
-0,2408	-0,239359	-0,00144	0,598325	-0,23954	-0,00126	0,524242	25-29
-0,3156	-0,316149	0,000549	-0,17396	-0,31613	0,000533	-0,16874	30-34
-0,39091	-0,395544	0,004634	-1,18531	-0,39557	0,004658	-1,19159	35-39
-0,46101	-0,473191	0,012182	-2,64245	-0,47312	0,012106	-2,62603	40-44
-0,4167	-0,436794	0,020095	-4,8225	-0,43679	0,020087	-4,82052	45-49
-0,46038	-0,494602	0,034223	-7,43363	-0,49448	0,034105	-7,40799	50-54
-0,32657	-0,362616	0,036047	-11,0382	-0,3627	0,036128	-11,0628	55-59
-0,34072	-0,390682	0,049965	-14,6645	-0,39066	0,04994	-14,6573	60-64
-0,19593	-0,235848	0,03992	-20,375	-0,23584	0,039917	-20,3731	65-69
-0,15976	-0,200178	0,040421	-25,3015	-0,20017	0,040412	-25,2959	70-74
-0,05706	-0,07599	0,018932	-33,1802	-0,07604	0,018981	-33,2671	75-79
-0,02392	-0,033298	0,009379	-39,2121	-0,03328	0,009365	-39,1531	80-84
-0,01165	-0,016844	0,005198	-44,6273	-0,01685	0,005201	-44,6569	85-89
-0,00478	-0,007501	0,002721	-56,9258	-0,00743	0,002653	-55,5057	90-94
-0,00061	-0,001134	0,00052	-84,7487	-0,0012	0,000583	-95,0314	95-99
-0,00015	-0,000359	0,000211	-142	-0,00036	0,000212	-142,802	100+
-3,09209	-3,367902			-3,36796			

У першому стовпці табл. 4. знайдені компоненти точним методом, у другому стовпці – методом Е. Арріага, у п'ятому – Є. Андреева. У третьому та четвертому стовпцях – різниця компонентів точного методу і методу Е. Арріага, у шостому і сьомому – різниця компонентів точного методу і методу Є. Андреева. У останньому рядку наведені суми елементів відповідних стовпців.

Методи Е. Арріага та Є. Андреева дають майже однакові результати. З точністю до другого знака вони цілком збігаються. Та, щоб помітити між ними різницю, ми зберегли більше знаків. При порівнянні з точним методом вони ведуть себе теж майже однаково. Похибка цих методів з віком зростає і перевищує 60%. Пояснюється це тим, що не виконується критерій 2, що кожний компонент приросту цих методів для даної вікової групи залежить від смертності в молодших вікових групах – і сумарний вплив останніх стає все більшим. Тоді як точний метод не залежить від зміни смертності не тільки в молодших групах, а і в старших, він залежить тільки від впливу зміни смертності однієї вікової групи. Тому й називаємо його точним.

Розглянемо відому у світі формулу розкладу приросту середньої тривалості життя Дж. Полларда:

$$e^0(0,t+h) - e^0(0,t) = \sum_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} [\mu(y,t) - \mu(y,t+h)] w(y) dy;$$

$$w(y) = 0.5[l_{(y,t)} e^0(0,t+h) - l_{(y,t+h)} e^0(0,t)].$$

Як видно, під знаком інтеграла знаходяться члени, що залежать від зміни смертності у багатьох групах і для базової, і для порівняльної таблиць. Тому критерій 2 не виконується. Отже, метод Дж. Полларда не дає змоги виокремити вплив зміни смертності певної групи. З огляду на те, що статистичні матеріали не можуть бути неперервними (дані про населення можна одержати 1 раз на рік), статистичні дані про населення є завжди дискретними. Тому неперервні методи не можуть вирішити згадану проблему. Це показано на прикладі методу Дж. Полларда, а уважний читач може скористатись самостійно нашим критерієм 2 для оцінки різних методів декомпозиції не тільки для існуючих методів, а і для майбутніх.

Крім того, автори існуючих методів компонентного аналізу приросту середньої тривалості життя намагались свої формули розкладу виводити з гіпотези, що сума компонентів розкладу повинна дорівнювати приросту функції. Ця гіпотеза справедлива для лінійної функції – і тільки для лінійної функції. Для нелінійної функції ця гіпотеза не справджується. Приріст нелінійної функції можна розкласти в нескінченний ряд Тейлора, до якого, крім лінійних членів стосовно приростів аргументів, входить нескінченна кількість нелінійних, а обмежившись тільки лінійними членами, як це прийнято в існуючих методах розкладу на компоненти по горизонталі, ми обов'язково робимо похибку, яка відомими методами математичного аналізу може бути оцінена.

У останньому рядку табл.4 стоять суми компонентів приросту. Для методу Е. Арріага і методу Є. Андреева суми компонентів дорівнюють приросту 3,37 року, а для точного методу сума компонентів приросту рівна 3,09 року. Оскільки сума компонентів для нелінійної функції в загальному випадку відрізняється від приросту, то це теж свідчить не на користь методів Е. Арріага і Є. Андреева.

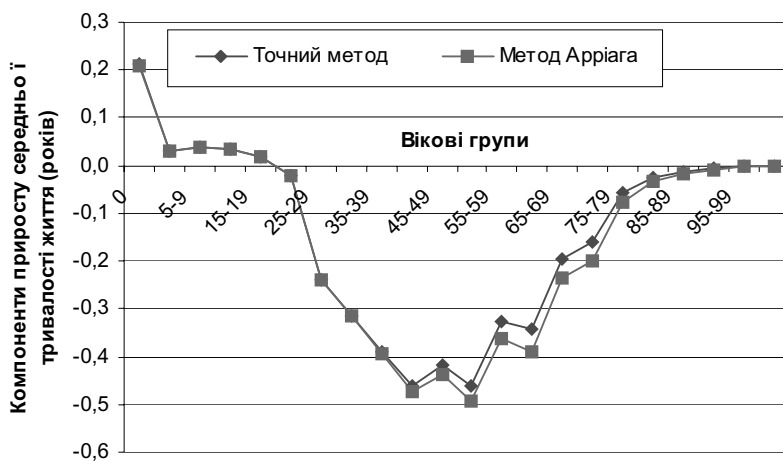


Рис. Порівняльна оцінка методів компонентного аналізу Е. Арріага та Є. Андреева приросту середньої тривалості життя

Таким чином, у статті надано оцінку різним методам компонентного аналізу приросту середньої тривалості життя. Розроблено 2 критерії оцінки. Показано, що виконання критерію 2 є достатньою умовою вірності методу. Критерій 2 має важливе наукове значен-

ня, бо дає можливість оцінити кожний метод декомпозиції приросту середньої тривалості життя. Для перевірки точності методу декомпозиції не потрібно навіть робити числові розрахунки. Досить мати лише формули методу і застосувати критерій 2. Розглянуто наближені методи розкладу на компоненти – методи Дж. Полларда, Е. Арріага, Є. Андреева, Ю. Корчака-Чепурківського, його ж узагальнену формулу з виправленою формулою для непрямих внесків, а також точний метод, запропонований А. Стефановським. Установлено, що метод Е. Арріага, метод Дж. Полларда, узагальнені формули Ю. Корчака-Чепурківського з виправленою формулою для непрямих внесків і метод Є. Андреева задовольняють тільки критерію 1, а для наведеного нашого методу виконуються обидва критерії, тому він є вірним. Розрахунки показують, що похибка перелічених наближених методів в деяких випадках сягає 60%.

Джерела

1. Андреев Е. Метод компонент в анализе продолжительности жизни // Вестник статистики. – 1982. – № 9. – С. 42–47.
2. Андреев Е. М. Возможные причины колебаний продолжительности жизни в России в 90-е годы. // Вестник статистики. – 2002. – № 11. – С. 2–16.
3. Корчак-Чепурковский Ю. А. Влияние смертности в разных возрастах на увеличение средней продолжительности жизни // Изучение воспроизводства населения. – М.: Наука, 1968. – С. 134–155.
4. Стефановський Анатолій. Компонентний аналіз середньої тривалості життя населення / За редакцією д. е. н., проф. Валентини Стешенко і д. т. н. Миколи Семенюка. – К.: Ін-т економіки НАН України, 2001. – 128 с.
5. Стефановський А. Оцінка точності методів компонентного аналізу приросту середньої тривалості життя // Демографічні дослідження. Вип. 25. К: Ін-т економіки НАН України, 2003. – С. 278–288.
6. Arriaga E. Measuring and explaining the change in life expectancies. // Demography. 1984. – Vol. 21–N0 1. – P. 83–96.
7. E. Andreev, V. Shkolnikov, A. Begun. Algorithm for decomposition of differences between aggregate demographic measures and its application to life expectancies, healthy life expectancies, parity-progression ratios and total fertility rates // Demographic research. – 2002. – Vol. 7. Article 14. – P. 499–520.

Аннотація. В статті дана оцінка різних методів компонентного аналізу приросту середньої тривалості життя (Дж. Полларда, Е. Арріага, Е. Андреева, Ю. Корчака-Чепурковського). Розроблено 2 критерії оцінки. Показано, що виконання критерія 1 є необхідним, а критерія 2 – достаточним умовою верності запропонованого автором статті методу. Сделано обобщение формулы Ю. Корчака-Чепурковського для компонентного анализа.

Abstract. In clause the estimation is given to various methods of the component analysis of an increment of average life expectancy (JH. Pollard, E. Arriaga, E. Andreev, Y. Korchak-Chepurkovskiy). 2 criteria of an estimation are developed. It is shown, that performance of criterion 1 is necessary, and criterion 2 – a sufficient condition of method's fidelity, offered by the author of clause. Generalisation of the Y. Korchak-Chepurkovskiy's formula of the component analysis is made.