

УДК 532.546:631.4

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПЛОСКОРАДИАЛЬНОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ СУСПЕНЗИИ

В. Л. ПОЛЯКОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
polyakov_IGM@list.ru

Получено 23.06.2014

Получено приближенное решение осесимметричной задачи фильтрования суспензии при линейной кинетике массообмена и постоянной гидравлической нагрузке. Выполнена оценка его точности путем сопоставления с частными строгими решениями. На многочисленных примерах для идентичных условий проведено сопоставление плоскорадиального фильтрования с традиционным вертикальным и показано, что реализация первого в загрузке, имеющей форму цилиндрического слоя, в принципе позволяет существенно (в два-три раза) продлить непрерывную и продуктивную работу водоочистных фильтров.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: плоскорадиальное фильтрование, суспензия, фильтрат, потери напора, массообмен, загрузка.

Одержано наближений розв'язок вісесиметричної задачі фільтрування суспензії при лінійній кінетиці масообміну і сталому гідралічному навантаженні. Виконано оцінку його точності шляхом порівняння з частинними строгими розв'язками. На багаточисленних прикладах для ідентичних умов проведено співставлення плоскорадиального фільтрування з традиційним вертикальним і показано, що реалізація першого в завантаженні, що має форму циліндричного шару, в принципі дозволяє суттєво (в два-три рази) подовжити неперервну продуктивну роботу водоочисних фільтрів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: плоскорадіальне фільтрування, суспензія, фільтрат, втрати напору, масообмін, завантаження.

An approximate solution has been obtained to the axesymmetric task of suspension filtration at linear mass exchange kinetics and constant loading rate. Its accuracy estimation has been performed by comparison with a particular exact solution. At numerous examples and identical conditions axesymmetric filtration has been compared with traditional vertical deep-bed filtration and the first one was shown to prolong essentially (by two-three fold) continuous and productive filter operation.

KEY WORDS: radial deep-bed filtration, suspension, filtrate, head loss, mass-exchange, filter medium.

ВВЕДЕНИЕ

Ввиду значительной стоимости фильтрование воды, содержащей избыточное количество дисперсной примеси, через специальные пористые (зернистые) материалы применяется, как правило, на заключительном этапе ее очистки. Однако осветлительный ресурс водоочистных фильтров очень часто используется нерационально. При традиционном вертикальном фильтровании взвешенное вещество осаждается преимущественно в непосредственной близости от горизонтальной входной поверхности загрузки. Вследствие сравнительно быстрого сокращения здесь порового пространства ускоренно нарастает гидравлическое сопротивление загрузки, что нередко и становится причиной преждевременных прекращений работы фильтровальных сооружений и промывки локально заиленного фильтрующего материала. Увеличить время непрерывного действия фильтра (длительность фильтроцикла) удается благодаря

устройству слоистой загрузки, верхние слои которой хуже задерживают взвесь, чем нижние [1-3]. Тем не менее подобные конструкции не нашли широкого распространения в практике водоочистки из-за сложностей их эксплуатации и несущественного повышения эффективности разделения суспензии. Намного же интенсифицировать удаление взвешенных частиц позволяет плоскорадиальное фильтрование [4-6]. Кстати, благодаря этому снижается потребность в химических реагентах, которые могут представлять опасность для здоровья человека. Реализуется оно в загрузках, имеющих форму цилиндрического слоя (рис. 1).

Цель данной работы – получение и апробация приближенного решения задачи плоскорадиального фильтрования суспензии, а затем демонстрация с его помощью серьезных преимуществ указанного малоизученного и в настоящее время не практикуемого способа осветления природных и дочищаемых сточных вод перед традиционным вертикальным.

1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Современные исследования фильтрования суспензии аналитическими и численными методами опираются, главным образом, на математическую модель, которая обе составляющие массообмена между твердой и жидкой фазами пористой среды (прилипание и отрыв частиц суспензии) описывает раздельно [7, 8]. С использованием ряда обоснованных допущений основополагающую сложную модель удастся заметно упростить и в конечном итоге она принимает следующий вид:

$$V(r) \frac{\partial C}{\partial r} - \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \alpha_V V^l(r) C - \beta_V V^q(r) S, \quad (2)$$

$$V(r) = k(S) \frac{\partial h}{\partial r}, \quad (3)$$

$$k(S) = k_0 \left[1 - \left(\gamma \frac{S}{n_0} \right)^{m_1} \right]^{m_2}; \quad (4)$$

$$t = 0, \quad S = 0; \quad (5)$$

$$r = r_0, \quad C = C_0; \quad (6)$$

$$r = r_e, \quad h = H_d. \quad (7)$$

Здесь V – переменная в радиальном направлении скорость фильтрования; C , S – объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц суспензии; h – пьезометрический напор; α_V , β_V – приведенные коэффициенты скоростей прилипания и отрыва указанных частиц; γ – соотношение между объемными концентрациями осадка и содержащихся в нем частиц суспензии; k , k_0 – коэффициенты фильтрации заиляемой и чистой загрузки; n_0 – пористость чистой загрузки; r_0 , r_e – радиусы внешней и внутренней цилиндрических поверхностей загрузки; C_0 – исходная объемная концентрация взвеси; H_d – напор на выходе из загрузки; l , q , m_1 , m_2 – эмпирические коэффициенты; суспензия подается извне.

Окончательный вид модели (1) – (7) придается после введения безразмерных переменных и параметров, включающих в качестве масштабов длины и скорости величины r_0 и V_0 , где гидравлическая нагрузка $V_0 = Q_f / (2\pi r_0 L_f)$; Q_f – производительность фильтра; L_f – высота цилиндрической загрузки. В итоге получаем:

$$\bar{V}(\bar{r}) \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{r}} - \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{t}} = \bar{\alpha}_V \bar{V}^l(\bar{r}) \bar{C} - \bar{\beta}_V \bar{V}^q(\bar{r}) \bar{S}, \quad (9)$$

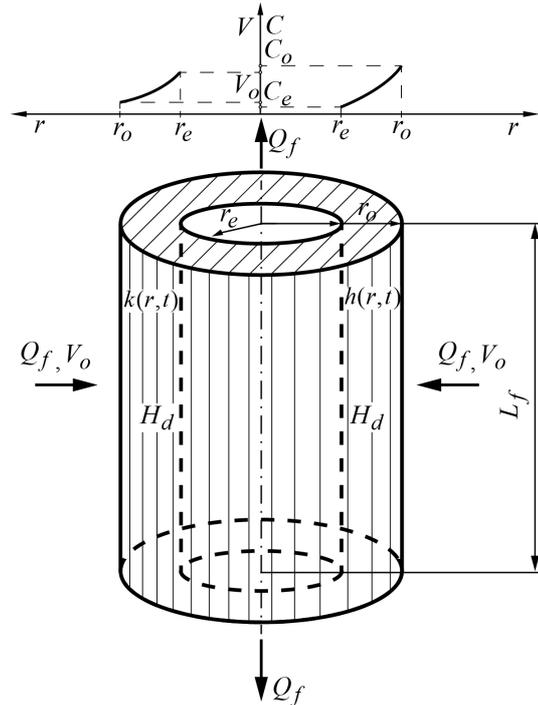


Рис. 1. Схема плоскорадиального фильтрования суспензии (подача извне)

$$\bar{V}(\bar{r}) = -\bar{k}(\bar{S}) \ln \bar{r}_e \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{r}}, \quad (10)$$

$$\bar{k}(\bar{S}) = (1 - \bar{\gamma}^{m_1} \bar{S}^{m_1})^{m_2}; \quad (11)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{S} = 0; \quad (12)$$

$$\bar{r} = 1, \quad \bar{C} = 1; \quad (13)$$

$$\bar{r} = \bar{r}_e, \quad \bar{h} = 0. \quad (14)$$

Здесь $\bar{V} = V/V_0$, $\bar{C} = C/C_0$, $\bar{S} = S/(n_0 C_0)$, $\bar{r} = r/r_0$, $\bar{r}_e = r_e/r_0$, $\bar{t} = V_0 t / (n_0 r_0)$, $\bar{\alpha}_V = r_0 V_0^{l-1} \alpha_V$, $\bar{\beta}_V = n_0 r_0 V_0^{q-1} \beta_V$, $\bar{k} = k/k_0$, $\bar{\gamma} = \gamma C_0$, а также приведенный напор

$$\bar{h}(\bar{r}, \bar{t}) = \frac{h(r, t) - H_d}{h(r_0, 0) - H_d} = k_0 \frac{h(r, t) - H_d}{r_0 V_0}.$$

В постановке задачи (8)–(14) не отражена кратковременная начальная стадия фильтрования с перемещающимся в загрузке фронтом загрязнения. Тем не менее, исходя из (8), (9), несложно строго найти функцию распределения взвешенного вещества в конце указанной стадии $\bar{C}^0(\bar{r})$, а именно:

$$\bar{C}^0(\bar{r}) = \exp \left[-\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi \right]. \quad (15)$$

Данный концентрационный профиль далее постоянно трансформируется, а величина \bar{C} везде, за исключением входа в загрузку, монотонно растет. Из (15) вытекает, что в отсутствии “зарядки” фильтр в состоянии обеспечить следующие минимальные концентрации взвеси в фильтрате: при плоскорадиальном фильтровании

$$\bar{C}^0(\bar{r}_e) = \bar{C}(\bar{r}_e, 0) = \exp\left(\alpha_V \frac{\bar{r}_e^{2-l} - 1}{2-l}\right),$$

при радиальном фильтровании

$$\bar{C}^0(\bar{r}_e) = \exp\left(\alpha_V \frac{\bar{r}_e^{3-2l} - 1}{3-2l}\right).$$

Процедура построения приближенного решения аналогичной задачи традиционного вертикального фильтрования при постоянной гидравлической нагрузке, а также обоснование его высокой точности изложены в работах [1, 9]. Ниже внимание акцентируется на технологических аспектах осветления суспензии в случае осесимметричной формы взвесенесущего фильтрационного потока, способствующей более равномерному осаждению взвешенного вещества в объеме загрузки. Поэтому громоздкие промежуточные выкладки опускаются.

Прежде всего концентрация \bar{S} в уравнении (9) осредняется по расчетному периоду $[0, T]$, а именно,

$$\bar{S}_c(\bar{r}; T) = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{S}(\bar{r}, \bar{t}) d\bar{t}.$$

Тогда концентрация взвеси \bar{C} после решения уравнения (8) с учетом (9) при условии (13) выражается через нововведенный параметр T и осредненную характеристику \bar{S}_c следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{C}(\bar{r}; T) &= \\ &= e^{-U(\bar{r})} \left[1 + \bar{\beta}_V \int_{\bar{r}}^1 e^{-U(\eta)} \bar{V}^{q-1}(\eta) \bar{S}_c(\eta; T) d\eta \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где $U(\bar{r}) = \bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi$. Благодаря подстановке (16) в уравнение (9), интегрирования последнего и осреднению полученного таким путем выражения для $\bar{S}(\bar{r}, \bar{t})$ в итоге выведено интегральное уравнение относительно \bar{S}_c :

$$\begin{aligned} [2 + \bar{\beta}_V T \bar{V}^q(\bar{r})] e^{U(\bar{r})} \cdot \bar{S}_c(\bar{r}; T) &= \\ &= \bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V T \bar{V}^l(\bar{r}) \int_{\bar{r}}^1 e^{U(\eta)} \bar{V}^{q-1}(\eta) \bar{S}_c(\eta; T) d\eta + \end{aligned} \quad (17)$$

$$+ \bar{\alpha}_V T \bar{V}^l(\bar{r}).$$

В результате решения уравнения (17) получено:

$$\begin{aligned} \bar{S}_c(\bar{r}; T) &= \frac{\bar{\alpha}_V T \bar{V}^l(\bar{r})}{2 + \bar{\beta}_V T \bar{V}^q(\bar{r})} \times \\ &\times \exp \left[-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \frac{\bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi}{2 + \bar{\beta}_V T \bar{V}^q(\xi)} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Интегрирование уравнения (9), в котором описывающее отрыв осадка слагаемое осреднено по времени, при начальном условии (12) и с учетом (18) дает

$$\begin{aligned} \bar{S}(\bar{r}; \bar{t}) &= \frac{2\bar{\alpha}_V \bar{t} \bar{V}^l(\bar{r})}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t} \bar{V}^q(\bar{r})} \times \\ &\times \exp \left[-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \frac{\bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t} \bar{V}^q(\xi)} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Наконец, выражение (19) подставляется в уравнение (16), и после ряда преобразований получаем:

$$\begin{aligned} \bar{C}(\bar{r}; \bar{t}) &= 2 \exp \left[-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \frac{\bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t} \bar{V}^q(\xi)} \right] - \\ &- \exp \left[-\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}}^1 \bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

При плоскорадиальном фильтровании суспензии с постоянной гидравлической нагрузкой имеют:

$$V = \frac{Q_f}{2\pi L_f r}, \quad \bar{V} = \frac{1}{\bar{r}}. \quad (21)$$

Тогда формула для расчета выходной концентрации \bar{C}_e преобразуется к такому виду

$$\begin{aligned} \bar{C}_e(\bar{t}) &= 2 \exp \left[-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}_e}^1 \frac{\xi^{1+q-l} d\xi}{2\xi^q + \bar{\beta}_V \bar{t}} \right] - \\ &- \exp \frac{\bar{\alpha}_V (\bar{r}_e^{2-l} - 1)}{2-l}. \end{aligned} \quad (22)$$

Выразить интегралы в формулах (19), (20) через элементарные функции удастся лишь при некоторых значениях показателей l, q . Так, если массообмен не зависит от скорости фильтрования ($l = q = 0$), то

$$\bar{S}(\bar{r}; \bar{t}) = \frac{2\bar{\alpha}_V \bar{t}}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}} \exp \frac{\bar{\alpha}_V (\bar{r}^2 - 1)}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}}, \quad (23)$$

$$\bar{C}(\bar{r}; \bar{t}) = 2 \exp \frac{\bar{\alpha}_V (\bar{r}^2 - 1)}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}} - \exp \frac{\bar{\alpha}_V (\bar{r}^2 - 1)}{2}. \quad (24)$$

Если же прилипание примеси наоборот, существенно зависит от указанной скорости, а ее мобилизация нет ($l = 1, q = 0$), то

$$\bar{S}(\bar{r}; \bar{t}) = \frac{2\bar{\alpha}_V \bar{t}}{\bar{r}(2 + \bar{\beta}_V \bar{t})} \exp \frac{2\bar{\alpha}_V (\bar{r} - 1)}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}}, \quad (25)$$

$$\bar{C}(\bar{r}; \bar{t}) = 2 \exp \frac{2\bar{\alpha}_V (\bar{r} - 1)}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}} - \exp(\bar{\alpha}_V \bar{r} - \bar{\alpha}_V). \quad (26)$$

Наконец, если фильтрационный процесс оказывает сильное влияние на обе стороны массообмена ($l = q = 1$), то

$$\bar{S}(\bar{r}; \bar{t}) = \frac{2\bar{\alpha}_V \bar{t}}{2\bar{r} + \bar{\beta}_V \bar{t}} \left(\frac{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}}{2\bar{r} + \bar{\beta}_V \bar{t}} \right)^{\frac{\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V \bar{t}}{2}} \cdot e^{\bar{\alpha}_V (\bar{r} - 1)}, \quad (27)$$

$$\bar{C}(\bar{r}; \bar{t}) = \frac{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}}{2\bar{r} + \bar{\beta}_V \bar{t}} e^{\bar{\alpha}_V (\bar{r} - 1)}. \quad (28)$$

При установленном распределении осажденных частиц в радиальном направлении легко найти, опираясь на фильтрационный блок исходной математической модели, приведенный напор как функцию от относительных радиуса и времени. Из уравнения движения (10) с учетом (11) и (18) в общем случае вытекает, что

$$\tilde{h}(\bar{r}, \bar{t}) = -\frac{1}{\ln \bar{r}_e} \int_{\bar{r}_e}^{\bar{r}} \frac{d\xi}{\xi [1 - \bar{\gamma}^{m_1} \bar{S}^{m_1}(\xi, \bar{t})]^{m_2}}. \quad (29)$$

Значение напора \tilde{h} в точке \bar{r} также имеет смысл относительных потерь напора на участке осесимметричного фильтрационного потока $[\bar{r}_e, \bar{r}]$. Таким образом, полные относительные потери напора в загрузке $\Delta \tilde{h}$ на любой момент времени будут составлять $\tilde{h}(1, \bar{t})$. Здесь $\Delta \tilde{h} = \Delta h / \Delta h_0, \Delta h_0 = h(r_0, 0) - H_d$.

Ключевую роль при управлении фильтровальной установкой играет длительность фильтроцикла t_f [10, 11]. Именно своевременное прекращение фильтрования (в момент времени t_f) позволяет добиться от нее максимально возможной в рассматриваемых условиях отдачи. Необоснованное продление работы установки нецелесообразно по одной из следующих причин: или в фильтрате будет содержаться чрезмерное количество взвешенного вещества, или потери напора в загрузке окажутся настолько большими, что ее производительность начнет снижаться. Поэтому искомое время t_f устанавливается, исходя из двух критериев. Прежде всего, концентрация взвеси на выходе из

загрузки не должна превышать строго определенного значения C_* , регламентируемого санитарно-гигиеническими нормами. Отвечающее этому требованию относительное время защитного действия загрузки \bar{t}_p находится при произвольных значениях l, q путем решения уравнения

$$2 \exp \left[-2\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}_e}^1 \frac{\bar{V}^{l+q-1}(\xi) d\xi}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}_p \bar{V}^q(\xi)} \right] = \\ = \bar{C}_* + \exp \left[-\bar{\alpha}_V \int_{\bar{r}_e}^1 \bar{V}^{l-1}(\xi) d\xi \right]. \quad (30)$$

Для рассмотренных выше частных случаев связи фильтрационного и массообменного процессов удается получить формулы для непосредственного вычисления \bar{t}_p . Так, при $l = q = 0$

$$\bar{t}_p = \frac{\bar{\alpha}_V (\bar{r}_e^2 - 1)}{\bar{\beta}_V \ln \left(\frac{\bar{C}_*}{2} + \frac{1}{2} \exp \frac{\bar{\alpha}_V \bar{r}_e^2 - \bar{\alpha}_V}{2} \right)} - \frac{2}{\bar{\beta}_V}; \quad (31)$$

при $l = 1, q = 0$

$$\bar{t}_p = \frac{\bar{\alpha}_V (\bar{r}_e - 1)}{\bar{\beta}_V \ln \left(\frac{\bar{C}_*}{2} + \frac{1}{2} e^{\bar{\alpha}_V (\bar{r}_e - 1)} \right)} - \frac{2}{\bar{\beta}_V}; \quad (32)$$

при $l = q = 1$

$$\bar{t}_p = \frac{2}{\bar{\beta}_V} \cdot \frac{(1 - \bar{C}_* + e^{\bar{\alpha}_V (\bar{r}_e - 1)})^{-\bar{\alpha}_V}}{(\bar{C}_* + e^{\bar{\alpha}_V (\bar{r}_e - 1)})^{-\bar{\alpha}_V} - 1}. \quad (33)$$

Вместе с тем нежелательно, чтобы потери напора в загрузке Δh превысили величину Δh_* , что повлечет за собой снижение производительности фильтровальной установки. Момент времени t_h , когда нарастающие вследствие прогрессирующего заиливания фильтрующего материала потери напора сравниваются с предельно допустимыми потерями Δh_* , предлагается вычислять подбором из уравнения

$$\int_{\bar{r}_e}^1 \frac{d\xi}{\xi [1 - \bar{\gamma}^{m_1} \bar{S}^{m_1}(\xi, \bar{t}_h)]^{m_2}} + \Delta \bar{h}_* \cdot \ln \bar{r}_e = 0, \quad (34)$$

где $\Delta \bar{h}_* = \Delta h_* / [h(r_0, 0) - H_d]$.

Поскольку полученное выше аналитическое решение является приближенным, то, прежде чем рекомендовать для применения в практике фильтрования, необходимо оценить его точность. Сделать это удастся, привлекая частные строгие решения исходной математической задачи, найденные в работе [12]. Далее представляются основные

расчетные формулы, вытекающие из них. Так, при $l = q = 0$ относительные выходная концентрация взвеси и распределение концентрации осажденных частиц описываются следующими зависимостями:

$$\bar{C}(\bar{r}, \bar{t}) = e^{-\bar{\alpha}_V \frac{1-\bar{r}_e^2}{2}} \left[e^{-\bar{\beta}_V \bar{t}} I_0 \left(\sqrt{2\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V (1-\bar{r}_e^2) \bar{t}} \right) + \bar{\beta}_V \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\beta}_V \lambda} I_0 \left(\sqrt{2\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V (1-\bar{r}_e^2) \lambda} \right) d\lambda \right], \quad (35)$$

$$\bar{S}(\bar{r}, t) = \bar{\alpha}_V \bar{V}^l(\bar{r}) e^{-\bar{\alpha}_V \frac{1-\bar{r}^2}{2}} \times \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\beta}_V \lambda} I_0 \left(\sqrt{2\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V (1-\bar{r}^2) \lambda} \right) d\lambda, \quad (36)$$

где $I_0(x)$ – функция Бесселя мнимого аргумента первого рода нулевого порядка. Тогда приведенный напор в загрузке \bar{h}_1 будет

$$\bar{h}_1(\bar{r}, \bar{t}) = \frac{1}{\ln \bar{r}_e} \int_1^{\bar{r}} \frac{d\xi}{\xi [1 - \bar{\gamma}^{m_1} S^{m_1}(\xi, \bar{t})]^{m_2}}. \quad (37)$$

Второе подобное решение дает возможность точно находить вышеупомянутые концентрации при $l = 1, q = 0$ по формулам

$$\bar{C}(\bar{r}, \bar{t}) = e^{-\bar{\alpha}_V (1-\bar{r}_e)} \left[e^{-\bar{\beta}_V \bar{t}} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V (1-\bar{r}_e) \bar{t}} \right) + \bar{\beta}_V \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\beta}_V \lambda} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V (1-\bar{r}_e) \lambda} \right) d\lambda \right], \quad (38)$$

$$\bar{S}(\bar{r}, t) = \frac{\bar{\alpha}_V}{\bar{r}} e^{-\bar{\alpha}_V (1-\bar{r})} \times \int_0^{\bar{t}} e^{-\bar{\beta}_V \lambda} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_V \bar{\beta}_V (1-\bar{r}) \lambda} \right) d\lambda, \quad (39)$$

а напор – по формуле (37), в которой \bar{S}_1 следует заменить на \bar{S}_2 .

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Обстоятельный количественный анализ плоско-радиального фильтрования выполнялся на многочисленных примерах с целью показать его высокую эффективность и серьезные преимущества перед традиционным вертикальным. Поскольку базировался анализ на построенном выше приближенном аналитическом решении, то особое вни-

мание было уделено вопросу точности последнего. Оценивалась она путем сопоставления значений выходной концентрации взвеси \bar{C}_e , рассчитанных по точным формулам (35), (38) и приближенной (22). При этом ключевой массообменный коэффициент $\bar{\alpha}_V$ варьировался в диапазоне от 4 до 9 и, кроме того, были зафиксированы значения $\bar{\beta}_V$ (0.005), \bar{r}_e (0.333). Строгие и приближенные кривые зависимости $\bar{C}_e(\bar{t})$, отвечающие частному случаю $l = q = 0$, изображены на рис. 2. Следует подчеркнуть, что для полноты сравнения выбран очень большой расчетный период, так что его продолжительность намного превосходит время защитного действия загрузки. Тем не менее, даже в конце него разница между приближенным и эталонным значениями \bar{C}_e не превышала 6.7%. Если же выполнять прогноз качества фильтрата, то расчетное время намного сокращается и поэтому величина \bar{C}_e вычислялась уже с погрешностью менее 1... 1.5%. В тех же пределах, как свидетельствует рис. 3, примерные значения \bar{C}_e отклоняются от точных в другом показательном случае ($l = 1, q = 0$), хотя максимальная ошибка в примерах чуть снижается – до 6.3%. И также она оказывается ничтожно малой в представляющем интерес для проектировщиков и технологов временном интервале. И в заключение обоснования приближенного решения определялась динамика осаждения частиц суспензии на входе в загрузку ($\bar{r} = 1$). При этом соответствующая входная концентрация \bar{S}_0 рассчитывалась по точной формуле

$$\bar{S}_0(\bar{t}) = \frac{\alpha_V}{\beta_V} (1 - e^{-\bar{\beta}_V \bar{t}})$$

и по приближенной формуле, вытекающей из (19) с учетом $\bar{V}(1) = 1$, так что

$$\bar{S}_0(\bar{t}) = \frac{2\bar{\alpha}_V \bar{t}}{2 + \bar{\beta}_V \bar{t}}. \quad (40)$$

Следует заметить, что концентрация \bar{S}_0 не зависит от l, q и в таком смысле результаты сопоставления ее точных и приближенных значений являются обобщенными. По написанию формула (40) совпадает с аналогичной формулой для вертикального фильтрования. Однако их идентичность имеет место только благодаря использованию безразмерных коэффициентов и времени, а при переходе к размерным формулы для \bar{S}_0 , естественно, отличаются. Соответствующие трем значениям $\bar{\alpha}_V$ графики зависимости $\bar{S}_0(\bar{t})$ изображены на рис. 4. Расхождение между кривыми, вычисленными при одном и том же $\bar{\alpha}_V$ по различным формулам, также оказалось порядка 1-2%. Важно

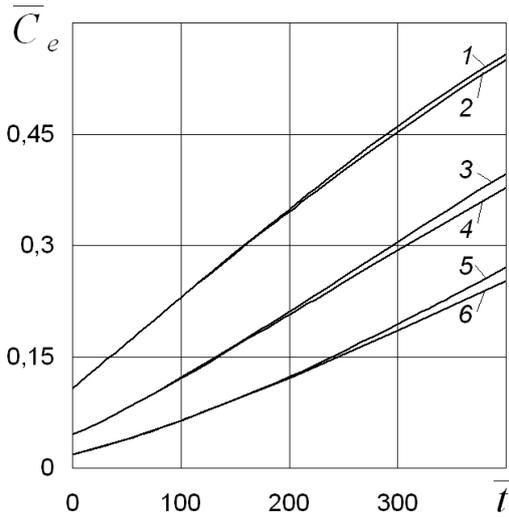


Рис. 2. Рост относительной выходной объемной концентрации взвеси с течением времени ($l = 0$): 1, 3, 5 – точный расчет; 2, 4, 6 – приближенный; 1, 2 – $\bar{\alpha}_V = 5$; 3, 4 – $\bar{\alpha}_V = 7$; 5, 6 – $\bar{\alpha}_V = 9$

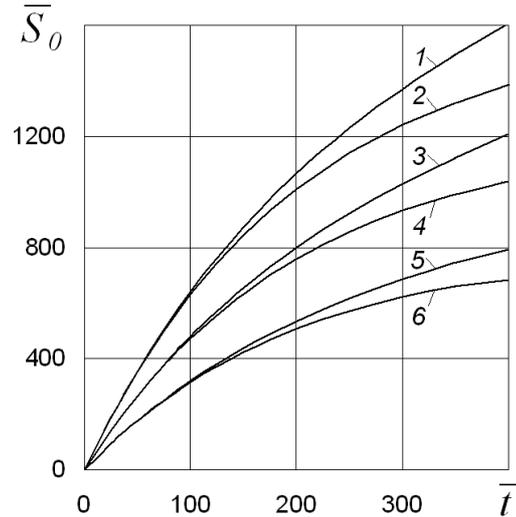


Рис. 4. Рост относительной объемной концентрации осажденных частиц во входном сечении загрузки с течением времени: 1, 3, 5 – приближенный расчет; 2, 4, 6 – точный; 1, 2 – $\bar{\alpha}_V = 12$; 3, 4 – $\bar{\alpha}_V = 10$; 5, 6 – $\bar{\alpha}_V = 8$

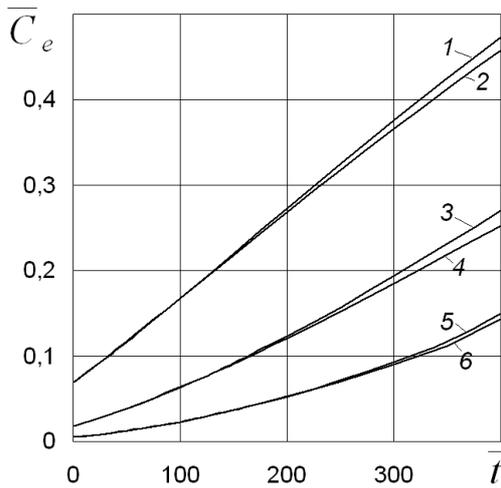


Рис. 3. Рост относительной выходной объемной концентрации взвеси с течением времени ($l = 1$): 1, 3, 5 – точный расчет; 2, 4, 6 – приближенный; 1, 2 – $\bar{\alpha}_V = 4$; 3, 4 – $\bar{\alpha}_V = 6$; 5, 6 – $\bar{\alpha}_V = 8$

отметить, что в рассмотренных примерах фактически охвачен весь диапазон возможных значений показателя l вследствие выбора его значений 0, 1, тогда как по литературным данным минимальные значения l составляют -0.3, -0.2 [13, 14], а максимальные 0.7, 0.875 [7, 15]. Вообще же в последующем разнообразном анализе будут почти исключительно задействованы установленные опытным путем значения - 0.3 и 0.7. Представленные на рис. 2 – 4 результаты дают основание считать при-

ближенное решение надежным инструментом для углубленных теоретических исследований плоско-радиального фильтрования, а в перспективе и научного обоснования технологических и конструктивных параметров цилиндрических загрузок.

Для дальнейших расчетов привлекались только приближенные формулы и уравнения. Вместе с тем, чтобы оценить значимость пространственной неравномерности течения суспензии для работы фильтра, использовалось аналогичное решение задачи вертикального фильтрования, изложенное в работах [9, 10], где даны вытекающие из него следующие простые и надежные выражения для относительных функций – концентраций и приведенного напора $\bar{C}_e(\bar{t})$, $\bar{S}(\bar{z}, \bar{t})$, $\bar{h}(\bar{z}, \bar{t})$:

$$\bar{C}_e(\bar{t}) = 2e^{-\frac{2\bar{\alpha}}{2 + \beta\bar{t}}} - e^{-\bar{\alpha}}, \quad (41)$$

$$\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{2\bar{\alpha}\bar{t}}{2 + \beta\bar{t}} e^{-\frac{2\bar{\alpha}\bar{z}}{2 + \beta\bar{t}}}, \quad (42)$$

$$\bar{h}(\bar{z}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{z}} \frac{d\xi}{[1 - \bar{\gamma}m_1\bar{S}^{m_1}(\xi, \bar{t})]^{m_2}}, \quad (43)$$

где $\bar{z} = z/L$, L – высота колонки фильтрующего материала. При обезразмеривании в них независимых переменных t , z и коэффициентов α , β применялись другие масштабы длины и скорости. Поэтому для корректности сопоставления традици-

онного и плоскорадиального фильтрования приходилось относительные величины $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, \bar{t} (вертикальное) пересчитывать, выразив их предварительно через $\bar{\alpha}_V$, $\bar{\beta}_V$, \bar{t} (плоскорадиальное) и геометрические параметры обеих загрузок следующим образом:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_V L r_0^{l-2} \left(\frac{2\pi L_f}{\omega} \right)^{l-1},$$

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_V L r_0^{q-2} \left(\frac{2\pi L_f}{\omega} \right)^{q-1},$$

$$\bar{t} = \frac{V t}{n_0 L} = \frac{2\pi r_0^2 L_f}{\omega L} \bar{t},$$

где ω – площадь входной поверхности колонки загрузки.

Базовая информация, предназначенная для сравнения двух способов фильтрования в сходных условиях, включала, прежде всего, одинаковые значения объемов ($W_f = 1 \text{ м}^3$) и высот (L , $L_f = 1 \text{ м}$) загрузок, а также производительности фильтров ($Q_f = 10 \text{ м}^3/\text{ч}$). В данной ситуации при поступлении суспензии через внешнюю цилиндрическую поверхность загрузки величину Q_f можно трактовать как удельный (на единицу ее высоты) расход. Очевидно, что увеличение L_f при неизменном отношении Q_f/L_f обусловит эквивалентное наращивание производительности фильтра, которое никак не отразится на технологических характеристиках. Ограничения же на высоту L_f накладываются, исходя из соображений экономической, технологической, конструктивной целесообразности использования высоких колонн-загрузок. Фильтрационные свойства чистого рабочего материала обеих загрузок характеризовались параметрами: $k_0 = 10 \text{ м}/\text{ч}$, $n_0 = 0.35$. Площадь входной поверхности первой загрузки (кубическая, ω) полагалась равной 1 м^2 , а внутренний радиус второй (цилиндрический слой, r_e) составил 0.2 м . Тогда при заданном объеме слоя W_f внешний радиус (r_0) равен 0.6 м . Таким образом, скорость вертикального фильтрования была постоянной $V = V_0 = 10 \text{ м}/\text{ч}$. В цилиндрической же загрузке на входе в нее скорость V_0 оказалась в несколько раз меньше ($2.653 \text{ м}/\text{ч}$) и монотонно росла с уменьшением радиуса вплоть до максимального значения на выходе ($7.958 \text{ м}/\text{ч}$). Комплексный параметр $\bar{\gamma}$, который служит одновременно мерой содержания частиц суспензии в осадке (γ) и на входе в загрузку (C_0), выбирался или равным 0.001 , или варьировался в широких пределах, что характерно уже не только для доочистки сточных вод, но и для обработки мутной воды с большим количеством дисперсной примеси. Наконец, в

выражении для текущего коэффициента фильтрации (11), как обычно, приняты для коэффициентов m_1 , m_2 значения 1 и 3.

Итак, все последующие расчеты проводились параллельно с помощью приведенных выше формул, уравнений для традиционного и нетрадиционного способов фильтрования. Их предметом стали относительные величины – выходная концентрация взвеси \bar{C}_e , потери напора в загрузке $\Delta \bar{h}$ (эквивалентны $\bar{h}(0, \bar{t})$ или $\bar{h}(1, \bar{t})$), технологические времена \bar{t}_p , \bar{t}_h , опираясь на которые затем конкретизировался ключевой технологический параметр (\bar{t}_f).

В первую очередь рассчитывался рост содержания взвешенного вещества в фильтрате. Графики зависимости $\bar{C}_e(\bar{t})$, отвечающие разным способам фильтрования, значениям $\bar{\alpha}_V$, представлены на рис. 5 для $l = 0.7$ и рис. 6 для $l = -0.3$. Естественно, что в случае усиленного прилипания взвешенных частиц к фильтрующему материалу за счет большой скорости фильтрования и $l > 0$ их проскок в кубической загрузке сначала заметно меньше, чем в цилиндрической. Однако со временем в обеих загрузках задерживалось примерно одинаковое количество примеси. Если же фильтрационный процесс тормозит адгезионный ($l < 0$), то защитная способность второй загрузки оказывалась намного сильнее. Содержание взвеси в фильтрате высокое уже в начале осветления суспензии при меньших значениях $\bar{\alpha}_V$ и $l = -0.3$. Долше всего обе загрузки в данной серии примеров могли обеспечивать требуемое качество водоочистки при $\bar{\alpha}_V = 10$ и $l = 0.7$.

В еще большей степени отражается ускорение течения суспензии и вызванное им изменение скорости осаждения взвешенных частиц на распределении напора и его потерях в обеих рассматриваемых загрузках. На рис. 7 и 8 показан рост относительных потерь напора, в загрузке со временем, рассчитанный по приближенным формулам для плоскорадиального (19), (29) и вертикального (42), (43) фильтрования при тех же значениях $\bar{\alpha}_V$ и $\bar{\gamma} = 0.001$. Рис. 7 отвечает особо благоприятным для адгезии частиц суспензии условиям, а рис. 8, наоборот, неблагоприятным. С гидравлической точки зрения преимущество нетрадиционного способа фильтрования в первой ситуации очевидно. Благодаря более активному участию в осветлительном процессе периферийного участка цилиндрической загрузки, что опять-таки связано с относительно малыми скоростями фильтрования в ней, резкое нарастание гидравлического сопротивления здесь происходило намного позже, чем в кубической загрузке. Совершенно иначе со-

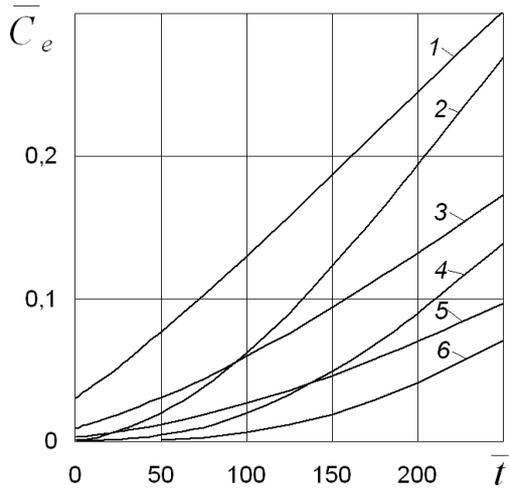


Рис. 5. Изменение относительной выходной объемной концентрации взвеси с течением времени при $l = 0.7$:
 1, 2 – $\bar{\alpha}_V = 6$; 3, 4 – $\bar{\alpha}_V = 8$; 5, 6 – $\bar{\alpha}_V = 10$
 1, 3, 5 – плоскорadiaльное; 2, 4, 6 – вертикальное

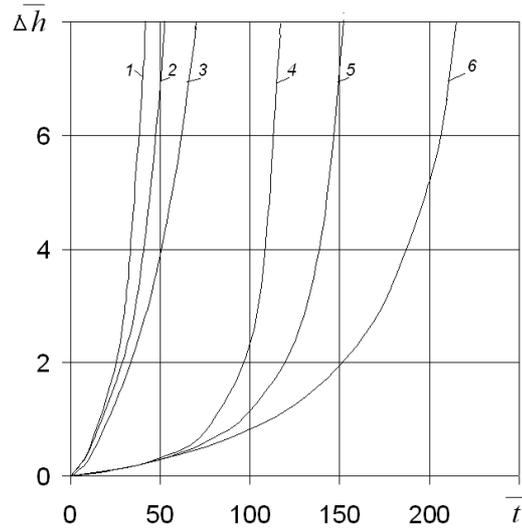


Рис. 7. Рост относительных потерь напора в загрузке с течением времени при $l = 0.7$:
 1, 4 – $\bar{\alpha}_V = 10$; 2, 5 – $\bar{\alpha}_V = 8$; 3, 6 – $\bar{\alpha}_V = 6$
 1-3 – вертикальное; 4-6 – плоскорadiaльное

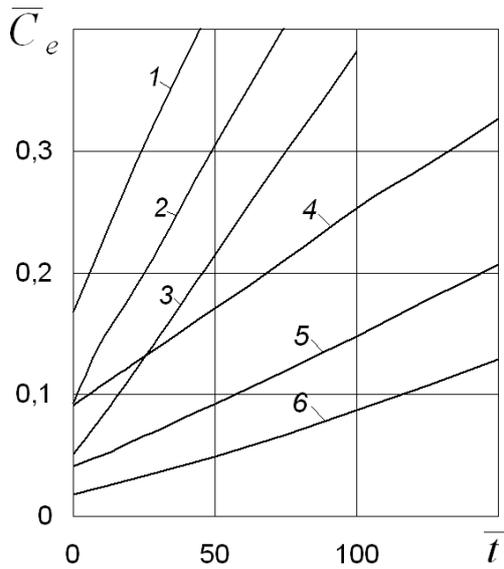


Рис. 6. Изменение относительной выходной объемной концентрации взвеси с течением времени при $l = -0.3$:
 1, 4 – $\bar{\alpha}_V = 6$; 2, 5 – $\bar{\alpha}_V = 8$; 3, 6 – $\bar{\alpha}_V = 10$
 1-3 – вертикальное; 4-6 – плоскорadiaльное

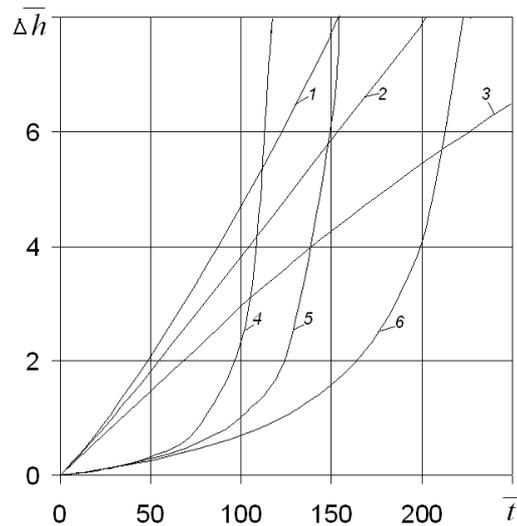


Рис. 8. Рост относительных потерь напора в загрузке с течением времени при $l = -0.3$:
 1, 4 – $\bar{\alpha}_V = 10$; 2, 5 – $\bar{\alpha}_V = 8$; 3, 6 – $\bar{\alpha}_V = 6$
 1-3 – вертикальное; 4-6 – плоскорadiaльное

относятся кривые зависимости $\Delta \bar{h}(\bar{t})$ для разных способов фильтрования при ослабленной адгезии (рис. 8). Так, сначала и весьма длительное время явно предпочтительнее выглядит плоскорadiaльное фильтрование, но в конце концов чрезмерное накопление осадка вблизи внешней цилиндрической поверхности обуславливало быстрое увеличение потерь напора, которые превышали аналогичные потери во второй загрузке. Однако ценность

использованных выше формул для прогноза качества фильтрата и затрат механической энергии, главным образом, состоит в том, что на их базе удается надежно устанавливать важнейшие технологические параметры – относительные время защитного действия загрузки (\bar{t}_p) и время достижения потерями напора предельно допустимой величины (\bar{t}_h). Поэтому наиболее показательными при сравнительной оценке разных способов фильтро-

вания являются результаты расчетов указанных времен, а в итоге – длительности фильтроцикла \bar{t}_f .

Время \bar{t}_p для плоскорадиального фильтрования вычислялось подбором из уравнения (30), а критерием качества фильтрата служило, как обычно, соотношение $\bar{C}_e \leq \bar{C}_*$, в котором \bar{C}_* полагалось равным 0.1. В случае же вертикального фильтрования \bar{t}_p находилось непосредственно по формуле

$$\bar{t}_p = 4 \frac{\bar{\alpha}}{\beta} \ln \frac{\bar{C}_* + e^{-\bar{\alpha}}}{2} - \frac{2}{\beta}.$$

Данные относительно времени \bar{t}_p для двух крайних значений l и совокупности значений коэффициента $\bar{\alpha}_V$ из широкого интервала [2, 12] демонстрируются на рис. 9. Если $l = 0.7$, то несколько лучше примесь задерживалась кубической загрузкой. Но по мере улучшения сорбционных свойств фильтрующего материала разница в значениях \bar{t}_p при разных способах фильтрования нивелировалась (кривые 1 и 2). Кроме того, при очень больших значениях $\bar{\alpha}_V$ уже цилиндрическая загрузка обеспечивала более продолжительную работу фильтра (до очередной промывки). При осложненном же прилипанию частиц суспензии вследствие гидродинамического воздействия потока ее разделение в цилиндрической загрузке происходило существенно эффективнее, чем в кубической. Прежде всего граничное значение $\bar{\alpha}_V$, при котором предельный уровень осветления суспензии достигается сразу после прохождения фронта загрязнения через загрузку, в первом случае составляет 5.756, а во втором 7.757. Само же значение \bar{t}_p при одних и тех же значениях $\bar{\alpha}_V$ в несколько раз больше для цилиндрической загрузки.

Многочисленные вычисления времени \bar{t}_h проводились на базе критериальных уравнения (34) и уравнения, следующего из (43), при той же исходной информации, что и ранее, включая $\bar{\gamma} = 0.001$. Ввиду тонкости цилиндрического слоя загрузки и, как следствие, малости исходных потерь напора принималось большое значение относительных предельно допустимых потерь $\Delta \bar{h}_*$. Из-за различий в масштабировании плоскорадиального и вертикального фильтрования для второго случая $\Delta \bar{h}_*$ пересчитывалось, и его эквивалентное значение оказалось равным 2.341. Как видно из рис. 10, значительный выигрыш в расчетном времени обеспечивался за счет неравномерности фильтрационного течения при $l = 0.7$ (кривые 3 и 4). Наоборот, если $l = -0.3$, то большая гидравлическая нагрузка способствовала перераспределению значимой части осадка вглубь кубической загрузки,

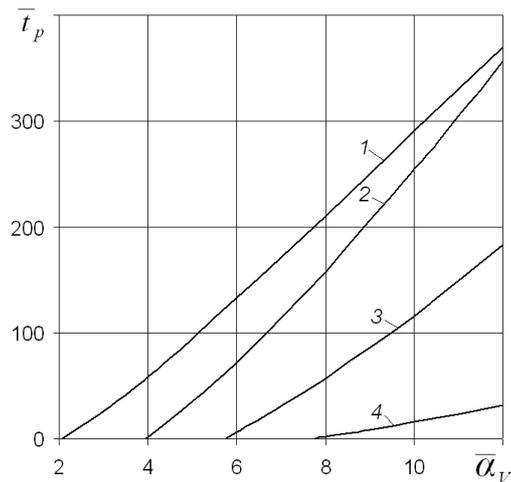


Рис. 9. Зависимость $\bar{t}_p(\bar{\alpha}_V)$:
1, 2 – $l = 0.7$; 3, 4 – $l = -0.3$;
1, 4 – вертикальное; 2, 3 – плоскорадиальное

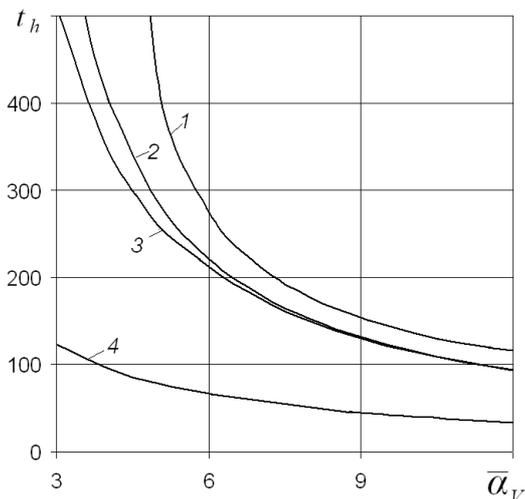


Рис. 10. Зависимость $\bar{t}_h(\bar{\alpha}_V)$:
1, 2 – $l = 0.7$; 3, 4 – $l = -0.3$;
1, 4 – вертикальное; 2, 3 – плоскорадиальное

так что механическая энергия в таком случае расходовалась даже экономнее, хотя и незначительно. Следует отметить, что влияние показателя l на время \bar{t}_h , судя по взаимному расположению кривых 2, 3, минимальное, что согласуется с данными аналогичных исследований на основе частного точного решения задачи плоскорадиального фильтрования [12].

Но особенно показательным для оценки эффекта плоскорадиального фильтрования является сопоставление длительности фильтроцикла при разных формах загрузки и фильтрационного пото-

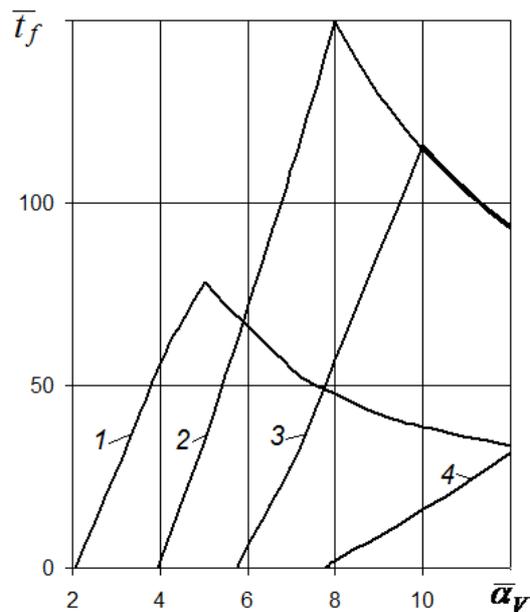


Рис. 11. Зависимость $\bar{t}_f(\bar{\alpha}_V)$:
 1, 2 – $l = 0.7$; 3, 4 – $l = -0.3$;
 1, 4 – вертикальное; 2, 3 – плоскорадиальное

ка, так как именно она наряду с гидравлической нагрузкой и площадью входной поверхности определяет количество осветленной суспензии за один рабочий период и затраты промывной воды. Результаты расчетов длительности \bar{t}_f , как функции от $\bar{\alpha}_V$, приведены на рис. 11. Ломанные кривые здесь получены путем комбинирования подходящих фрагментов графиков зависимостей $\bar{t}_p(\bar{\alpha}_V)$ и $\bar{t}_h(\bar{\alpha}_V)$ с рис. 9 и 10, опираясь на представление для \bar{t}_f [11]:

$$\bar{t}_f = \min(\bar{t}_p, \bar{t}_h). \quad (44)$$

Отсюда очевидно, что вертикальное фильтрование в состоянии обеспечить более продолжительное действие фильтра только в случае слабосорбирующего материала загрузки ($\bar{\alpha}_V < 5$, $l = 0.7$). Однако уже при $\bar{\alpha}_V > 7$ и $l = 0.7$ искомая длительность при нетрадиционном фильтровании будет в 2-3 раза больше. Еще более убедительно свидетельствуют в пользу такого способа фильтрования кривые 3, 4, которые отвечают $l = -0.3$.

И в заключение, обсуждаются данные относительно времени \bar{t}_f , полученные на основе уже упоминавшихся критериальных уравнений при исходном содержании взвеси (C_0), которое изменялось в большом для природных и предварительно очищенных сточных вод диапазоне. Здесь при выборе относительного критериального значения \bar{C}_* возможны два подхода. При реализации первого, как и прежде, полагается, что фильтр обязан удержи-

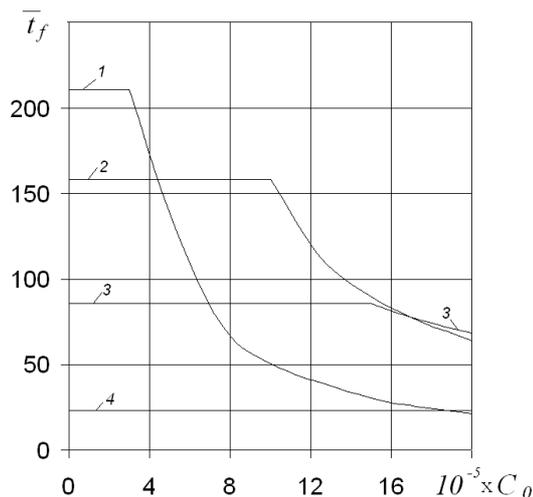


Рис. 12. Зависимость $\bar{t}_f(C_0)$ при $\bar{\alpha}_V = 8$:
 1, 2 – $l = 0.7$; 3, 4 – $l = -0.3$;
 1, 4 – вертикальное; 2, 3 – плоскорадиальное

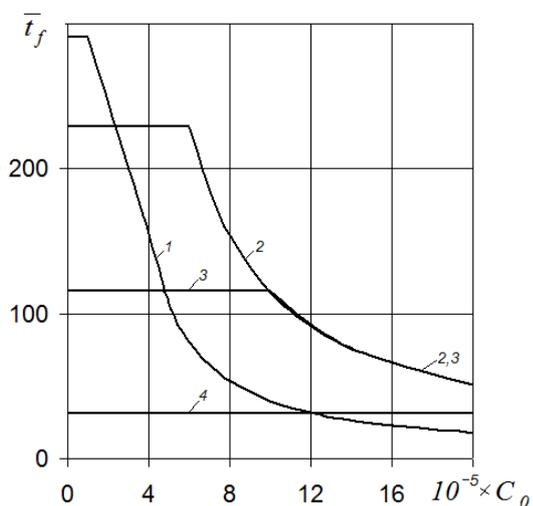


Рис. 13. Зависимость $\bar{t}_f(C_0)$ при $\bar{\alpha}_V = 10$:
 1, 2 – $l = 0.7$; 3, 4 – $l = -0.3$;
 1, 4 – вертикальное; 2, 3 – плоскорадиальное

вать 90 % объема поступающей в него дисперсной примеси. Вместе с тем, можно добиваться, чтобы выходная концентрация взвеси во всех случаях не превышала строго определенного (нормативного) значения. В последующих расчетах как раз принимается единственное значение \bar{C}_* , что облегчает вычисления и не является принципиальным. При этом учитывалось, что величины \bar{S} и $\bar{\gamma}$ зависят от C_0 и поэтому выполнялись соответствующие пересчеты. Кривые зависимостей $\bar{t}_f(C_0)$ представлены на рис. 12 и 13 для умеренно и хорошо сорбирующих загрузок. Видно, что вертикальное фильтро-

вание предпочтительнее в технологическом отношении только при $l = 0.7$ и очень низком начальном содержании взвеси, а, следовательно, при замедленном росте потерь напора. Во всех других ситуациях безусловно выгоднее для осветления суспензии применять плоскорадиальное фильтрование.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Осветление суспензий фильтрованием обеспечивается за счет их интенсивного взаимодействия с фильтрующим (зернистым) материалом. Процессы прилипания взвешенных частиц к элементам загрузки и отрыва осажденных частиц зависят не только от концентраций примеси и осадка, но в значительной степени и от скорости фильтрования. Таким образом, целенаправленно изменяя ее, можно адгезионный процесс или усиливать, или ослаблять. Неравномерное в объеме загрузки фильтрационное течение в состоянии обеспечить более активное участие в разделении суспензии удаленных от входной поверхности участков загрузки. Тем самым ощутимо уменьшаются гидравлическое сопротивление слоя загрузки и потери напора в нем. При высокой сорбционной (в обобщенном смысле) способности материала загрузки в принципе можно в несколько раз увеличить длительность непрерывной и продуктивной работы водоочистного фильтра. Добиться этого позволяет реализация плоскорадиального фильтрования в загрузках, имеющих форму цилиндрического слоя. Уменьшение гидравлической нагрузки при сохранении высокой производительности фильтровального сооружения практически не отражается на защитных свойствах загрузки, но намного сокращает затраты механической энергии и в итоге способствует его более экономичной работе. Итак, обстоятельно изученный аналитическими методами нетрадиционный способ фильтрования природных и первично очищенных сточных вод при научно обоснованном выборе технологических и конструктивных параметров способен существенно интенсифицировать технологический процесс их осветления и поэтому имеет хорошие перспективы.

1. Поляков В.Л. Инженерный расчет фильтрования суспензии через двухслойную загрузку при линейной кинетике массообмена // *Химия и технология воды.*– 2011.– 33, №4.– С. 367–380.
2. Emelko M.B. Removal of viable and inactivated *Cryptosporidium* by dual and trimedia filtration // *Water Res.*– 2003.– 37, №12.– P. 2998–3008.
3. Mohanka S.S. Theory of multilayer filtration // *J.Sanit.Eng.Dev. ASCE.*– 1969.– 95(6).– P. 1079–1095.
4. Войтов Е.Л. Доочистка биологически очищенных городских сточных вод на радиальных фильтрах.– Автореферат дис. на соиск.учен.степени канд.техн.наук (05.23.04): Новосибирск, 1974.– 27 с.
5. Дзюбо В.В., Алферова Л.И. Фильтрование природных вод в режиме неравномерных скоростей // *Вестник ТГАСУ.*– 2007.– №2.– С. 180–190.
6. Поляков В.Л. Теоретический анализ плоскорадиального фильтрования суспензии // *Доп. НАН України.*– 2013.– №12.– С. 59–66.
7. Минц Д.М. Теоретические основы технологии очистки воды.– М.: Стройиздат, 1964.– 155 с.
8. Saiers J.T., Hornberger G.M. First- and second-order kinetic approaches for modeling the transport of colloidal particles in porous media // *Water Resour. Res.*– 1994.– 30, №9.– P. 2499–2506.
9. Поляков В.Л. О прогнозе потерь напора в загрузке фильтра // *Доп.НАН України.*– 2010.– №3.– С. 70–76.
10. Журба М.Г. Применение теории фильтрования в инженерных расчетах // *ВСТ. Водоснабжение и санитарная техника.*– Науч.техн. – 1993.– С. 2–6.
11. Поляков В.Л. Теоретический анализ длительности фильтроцикла // *Химия и технология воды.*– 2009.– №6.– С. 605–618.
12. Поляков В.Л. Об одном строгом решении задачи плоскорадиального фильтрования суспензии // *Проблемы водопостачання, водовідведення та гідравліки.*– 2013.– Вип.22.– С. 124–131.
13. Сенявин М.М., Венецианов Е.В., Аюкаев Р.И. О математических моделях и инженерных методах расчета процесса очистки природных вод фильтрованием // *Водные ресурсы.*– 1977.– №2.– С. 157–170.
14. Ison C.R., Ives K.J. Removal mechanism in deep bed filtration // *Chem.Engng.* – 1969.– 21.– P. 337–350.
15. Rajagopalan R., Tien C. Trajectory analysis of deep-bed filtration with the sphere-in-cell porous media model // *A.J.Ch.E.*– 1976.– 22.– P. 523–533.
16. Минц Д.М., Мельцер В.З. Гидравлическое сопротивление зернистой пористой среды // *Докл АН СССР.*– 1970.– Т. 192, № 2.– С. 304–306.