

УДК 629.76/.78.001.67

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОПЛИВА В ТРУБОПРОВОДЕ РАКЕТЫ С ГАЗОЖИДКОСТНЫМ ДЕМПФЕРОМ

С. В. ФИЛИПКОВСКИЙ*, К. В. АВРАМОВ*,
В. А. ПИРОГ**, А. М. ТОНКОНОЖЕНКО**

* Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков
61046, Харьков, ул. Д. Пожарского, 2/10

** Конструкторское бюро "Южное" им. М.К. Янгеля, Днепропетровск
kvavt@kharkov.ua

Получено 19.10.2013

Предложена нелинейная математическая модель колебаний топлива в трубопроводе с нелинейным газожидкостным демпфером. Газожидкостный демпфер является сосредоточенным упругим элементом с малой жёсткостью. На основании полученной модели исследованы нелинейные колебания системы. Предложенная методика позволит уточнить расчеты колебаний жидкости в трубопроводах с газожидкостным демпфером.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: трубопровод, газожидкостный демпфер, нелинейные колебания, скелетная кривая, амплитудно-частотная характеристика

Запропоновано нелінійну математичну модель коливань палива в трубопроводі з нелінійним газорідним демпфером. Газорідний демпфер є зосередженим пружним елементом з малою жорсткістю. На підставі отриманої моделі досліджені нелінійні коливання системи. Запропонована методика дозволить уточнити розрахунки коливань рідини в трубопроводах з газорідним демпфером.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: трубопровід, газорідний демпфер, нелінійні коливання, кістякова крива, амплітудно-частотна характеристика

The nonlinear mathematical model of fuel fluctuations in the pipeline with a nonlinear gas-liquid damper is offered. The gas-liquid damper is the concentrated elastic element with small rigidity. On the basis of the received model nonlinear fluctuations of system are investigated. The offered technique will allow specify calculations of liquid fluctuations in pipeline with a gas-liquid damper.

KEY WORDS: pipeline, gas-liquid damper, nonlinear oscillation, skeletal curve, amplitude-frequency characteristic

ВВЕДЕНИЕ

В топливной системе жидкостной ракеты бак окислителя обычно расположен над баком горючего. Длина трубопровода окислителя такова, что частота продольных колебаний жидкости в нём может приблизиться к собственной частоте продольных колебаний корпуса ракеты. В этом случае резонансные колебания топлива в трубопроводе могут привести к потере работоспособности ракеты. Для снижения первой собственной частоты колебаний жидкости применяют устройство, называемое газожидкостным демпфером [1].

Теоретические основы проектирования и конструкции гидравлических агрегатов летательных аппаратов рассмотрены в книге [2]. В монографии [1] изложена методика анализа колебаний топливных баков с жидкостью и динамических характеристик упруго подвешенных топливных ма-

гистралей. В [3] исследованы автоколебания, возникающие в результате взаимодействия движений корпуса ракеты с колебаниями двигательной установки.

В статье [4] приведен обзор основных результатов исследований в области динамики жидкостных ракетных двигательных установок и продольной устойчивости жидкостных ракетносителей, которые во всех случаях получены на основе линейной теории. В то же время, применение нелинейной теории даёт возможность рассчитать новые режимы, которые могут возникнуть в полёте. Так, в [5] исследованы бифуркационные режимы поведения трубопровода и показано существование альтернативных положений динамического равновесия трубопровода с протекающей жидкостью.

В статье [6] предложена методика выбора параметров демпфера колебаний, основанная на определении первой собственной частоты трубопрово-

да с демпфером по формулам для системы с одной степенью свободы.

В представленной выше литературе использованы линеаризованные модели динамики топливных магистралей и агрегатов. Газожидкостный демпфер, который является основным элементом гашения колебаний, обладает нелинейными свойствами. В этой статье предложена нелинейная математическая модель колебаний окислителя в трубопроводе с нелинейным газожидкостным демпфером. На основании полученной модели исследованы нелинейные колебания системы.

1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ

Схема топливоподающего тракта с демпфером представлена на рис. 1. Из бака 1 по трубопроводу 2, на конце которого установлен газожидкостный демпфер колебаний 3, топливо подаётся в шнекоцентрибежный насос турбонасосного агрегата (ТНА) 4.

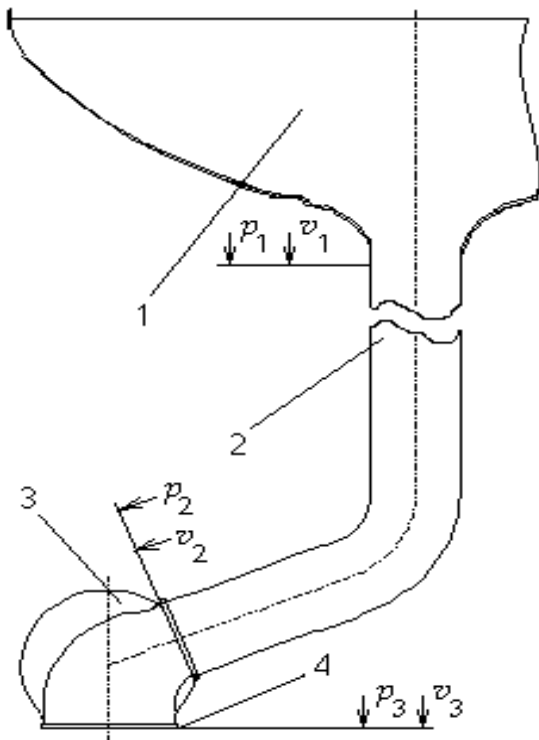


Рис. 1. Схема трубопровода окислителя

Рассмотрим математическую модель колебаний топлива. Скорость течения жидкости мала по сравнению со скоростью звука в трубе. Жидкость считаем сжимаемой, а стенки труб упругими. Динамика жидкости в трубопроводе описыва-

ется уравнением Эйлера и уравнением неразрывности, которые при принятых допущениях имеют следующий вид [2]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= \rho \frac{\partial v}{\partial t}, \\ -\frac{\partial p}{\partial t} &= c_0^2 \rho \frac{\partial v}{\partial x}, \end{aligned} \quad (1)$$

где p , v – давление и скорость жидкости; x – осевая координата трубопровода; t – время; ρ – плотность жидкости; F – площадь поперечного сечения трубопровода; c_0 – скорость звука в круглой деформируемой трубе.

Газожидкостный демпфер описывается сосредоточенным упругим элементом с малой жесткостью [3]. Он представляет собой (рис. 2) полость 1, верхняя часть которой заполнена инертным газом 2. При колебаниях давления в трубопроводе 3 жидкость 4 перетекает через отверстия 5 в полость и обратно, при этом газ выполняет функцию упругого элемента с малой жесткостью. Количество газа в полости регулируется подачей через клапан 6 и сбросом через клапан 7.

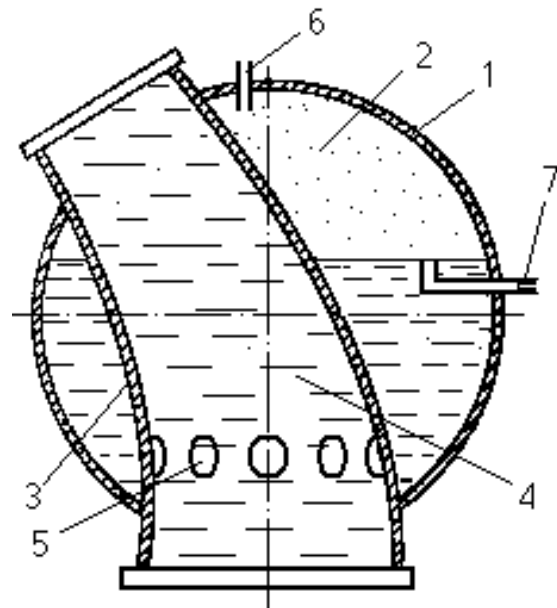


Рис. 2. Схема газожидкостного демпфера

Математическая модель газожидкостного демпфера основана на допущении, что сжимаемостью жидкости по сравнению со сжимаемостью газа можно пренебречь [1]. В этом случае изменение объема газа в демпфере описывается так:

$$\frac{dV_T}{dt} = -F(v_{T3} - v_{T2}), \quad (2)$$

где V_T – объем газа в демпфере; v_{T2} , v_{T3} – скорости на входе и выходе из демпфера. Скорость жидкости в трубопроводе складывается из постоянной составляющей и колебаний, описываемых уравнениями (1). Тогда $v_{T2} = v_0 + v_2$, $v_{T3} = v_0 + v_3$; где v_0 – постоянная составляющая скорости; v_2 , v_3 – колебания скорости. Полагаем, что газ сжимается и расширяется адиабатически:

$$\frac{p_0}{p_T} = \left(\frac{V_T}{V_0} \right)^\gamma, \quad (3)$$

где p_0 – постоянная составляющая давления; V_0 – начальный объем газа в демпфере; p_T – текущее давление; γ – показатель адиабаты. Продифференцируем уравнение (3) по времени и получим:

$$\frac{dV_T}{dt} = \frac{V_0}{\gamma p_0} \left(1 + \frac{p}{p_0} \right)^\chi \frac{\partial p_T}{\partial t}, \quad (4)$$

где $p_T = p_0 + p$; p – колебания давления; $\chi = -(1 + \gamma)/\gamma$.

Соотношение (4) введем в (2) и произведем разложение в ряд Тейлора, учитывая, что $|p/p_0| < 1$. В результате придём к следующему уравнению:

$$v_3 - v_2 = \frac{-V_0}{F \gamma p_0} \left[1 + \chi \frac{p}{p_0} + \frac{\chi(\chi - 1)}{2} \frac{p^2}{p_0^2} + \dots \right] \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (5)$$

Полагаем, что ТНА работает с постоянной производительностью и отсутствуют колебания расхода жидкости на выходе из демпфера. Сохраним в разложении (5) члены включительно до третьей степени p/p_0 . Продифференцировав (5) по времени и подставив в первое уравнение (1), получим граничное условие на конце трубы с демпфером:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=L} + \frac{V_0}{F \gamma p_0} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[1 + \chi \frac{p}{p_0} + \frac{\chi(\chi - 1)}{2} \frac{p^2}{p_0^2} \right] \frac{\partial p}{\partial t} \right\} \Big|_{x=L} = 0. \quad (6)$$

В дальнейшем исследовании используем безразмерные параметры $\sigma = p/p_0$, $\kappa = x/L$, $\tau = tc_0/L$, $\varpi = \omega L/c_0$; где L – длина трубы. Тогда уравнения (1) и (6) в безразмерных параметрах принимают следующий вид:

$$\ddot{\sigma} - \sigma'' = 0, \quad (7)$$

$$\left[\sigma' + A_1 \dot{\sigma} + A_2 (\dot{\sigma}^2 + \sigma \ddot{\sigma}) + A_3 (2\sigma \dot{\sigma}^2 + \sigma^2 \ddot{\sigma}) \right]_{\kappa=1} = 0, \quad (8)$$

где

$$A_1 = \frac{\rho V_0 c_0^2}{\gamma F p_0 L},$$

$$A_2 = \frac{\rho \chi V_0 c_0^2}{\gamma F p_0 L},$$

$$A_3 = \frac{\rho \chi (\chi - 1) V_0 c_0^2}{2 \gamma F p_0 L},$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tau}, \quad \sigma' = \frac{\partial \sigma}{\partial \kappa}.$$

При номинальном режиме полёта ракеты в баке поддерживается заданное давление наддува. Тогда на конце трубы, соединённом с баком, граничное условие принимает вид, не зависящий явно от времени $\sigma|_{\kappa=0} = 0$. Решаемая задача описывается линейными уравнениями в частных производных (7) и нелинейными граничными условиями (8).

2. УРАВНЕНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

Для решения уравнения колебаний с нелинейным граничным условием (7), (8) используем метод взвешенных невязок [7], который выражается следующими соотношениями:

$$\int_{\Omega} W_i R_{\Omega} d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{W}_i R_{\Gamma} d\Gamma = 0, \quad (9)$$

где R_{Ω} – оператор дифференциального уравнения (7); R_{Γ} – оператор граничного условия (8); Ω – область, в которой выполняются уравнения (7); Γ – граница области, на которой выполняются условия (8); W_i и \bar{W}_i – весовые функции в области и на границе. Давление в трубе аппроксимируем следующим выражением:

$$\sigma(\kappa, \tau) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\tau) \sin(\varpi_i \kappa), \quad (10)$$

где $\alpha_i(\tau)$ – обобщённые координаты системы; ϖ_i – собственные частоты колебаний жидкости в трубопроводе с линеаризованными граничными условиями. Для определения оставим только первые члены рядов (5) и (10). В результате получим трансцендентное уравнение относительно частоты колебаний:

$$\cos \varpi = A_1 \varpi \sin \varpi. \quad (11)$$

Разложение (10) введём в уравнение (9). В результате получим нелинейную динамическую систему с N степенями свободы:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_i = & \sum_{j=1}^N d_{i,j} \alpha_j + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \bar{d}_{i,m,n} \dot{\alpha}_m \dot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \tilde{d}_{i,m,n} \alpha_m \ddot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \hat{d}_{i,k,m,n} \alpha_k \dot{\alpha}_m \dot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \check{d}_{i,k,m,n} \alpha_k \alpha_m \ddot{\alpha}_n, \end{aligned} \quad (12)$$

где $d_{i,j}$, $\bar{d}_{i,m,n}$, $\tilde{d}_{i,m,n}$, $\hat{d}_{i,k,m,n}$, $\check{d}_{i,k,m,n}$ – коэффициенты, зависящие от параметров системы. Нелинейную динамическую систему (12) разрешим относительно вторых производных $\ddot{\alpha}_i$. В результате получим динамическую систему, которую представим в следующем общем виде:

$$\ddot{\alpha}_i = \Phi_i(\alpha_m, v_k), \quad (i, m, k) = \overline{1, N}, \quad (13)$$

где Φ_i – полиномы, содержащие первые, вторые и третьи степени обобщённых координат и их скоростей; $v_k = \dot{\alpha}_k$ – обобщённые скорости.

3. НЕЛИНЕЙНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ

Исследуем нелинейные колебания давления, которые описываются динамической системой (12). Для этого воспользуемся методом нелинейных нормальных форм (ННФ) [8].

Следуя методу ННФ, все фазовые координаты выражаем через одну пару координат [8]. В качестве независимой пары фазовых координат выберем обобщённую координату $\alpha = \alpha_1$ и обобщённую скорость $v = v_1 = \dot{\alpha}_1$. Представим ННФ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \alpha_n(\alpha, v) = & \vartheta_{n,1} \alpha + \vartheta_{n,2} v + \vartheta_{n,3} \alpha^2 + \\ & + \vartheta_{n,4} \alpha v + \vartheta_{n,5} v^2 + \vartheta_{n,6} \alpha^3 + \\ & + \vartheta_{n,7} \alpha^2 v + \vartheta_{n,8} \alpha v^2 + \vartheta_{n,9} v^3, \\ v_n(\alpha, v) = & \vartheta_{N+n,1} \alpha + \vartheta_{N+n,2} v + \vartheta_{N+n,3} \alpha^2 + \\ & + \vartheta_{N+n,4} \alpha v + \vartheta_{N+n,5} v^2 + \vartheta_{N+n,6} \alpha^3 + \\ & + \vartheta_{N+n,7} \alpha^2 v + \vartheta_{N+n,8} \alpha v^2 + \vartheta_{N+n,9} v^3, \end{aligned} \quad (14)$$

где $n = \overline{2, N}$ – номера обобщённых координат. Тогда ННФ описывается следующей системой уравнений в частных производных [8]:

$$\begin{aligned} v_n(\alpha, v) = & \frac{\partial \alpha_n(\alpha, v)}{\partial \alpha} + \\ & + \frac{\partial \alpha_n(\alpha, v)}{\partial v} \Phi_1[\alpha_m(\alpha, v), v_k(\alpha, v)], \\ \Phi_n[\alpha_m(\alpha, v), v_k(\alpha, v)] = & \frac{\partial v_n(\alpha, v)}{\partial \alpha} \alpha + \\ & + \frac{\partial v_n(\alpha, v)}{\partial v} \Phi_1[\alpha_m(\alpha, v), v_k(\alpha, v)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях $\alpha^m v^n$ и сохранив слагаемые со степенями $m + n = \overline{1, 3}$, получим систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов $\vartheta_{n,m}$; $n = \overline{2, N, N+2, 2N}$; $m = \overline{1, 9}$. Коэффициенты при первых степенях α и v в уравнениях (15) являются квадратными членами относительно $\vartheta_{n,1}$ и $\vartheta_{n,2}$. Приравняв коэффициенты при α и v в левых и правых частях (15), получим систему квадратных алгебраических уравнений относительно $\vartheta_{n,1}$ и $\vartheta_{n,2}$. Решение этой системы содержит три действительных корня, которые соответствуют формам колебаний линеаризованной системы (15). Подставив каждое из этих решений в выражения для коэффициентов при квадратных произведениях α и v (17), получим три системы линейных уравнений для определения $\vartheta_{n,m}$, $m = \overline{3, 5}$. Аналогично определим коэффициенты $\vartheta_{n,m}$, $m = \overline{6, 9}$ при кубических произведениях α и v . В результате решения этих систем линейных алгебраических уравнений получим приближенное представление ННФ (14).

Теперь исследуем движение по ННФ. Для этого ННФ (14) введём в 1-е уравнение системы (12). В результате для каждой ННФ получим одно обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее движение по ней:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + B_1 \dot{\alpha} + B_2 \alpha + B_3 \alpha^2 + B_4 \alpha \dot{\alpha} + B_5 \dot{\alpha}^2 + \\ + B_6 \alpha^3 + B_7 \alpha^2 \dot{\alpha} + B_8 \alpha \dot{\alpha}^2 + B_9 \dot{\alpha}^3 = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где B_m , $m = \overline{1, 9}$ – известные коэффициенты.

4. УРАВНЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

Колебания корпуса ракеты в полёте сопровождаются периодическим движением днища бака. Силы инерции прилегающей к днищу жидкости

создают колебания давления на входе в трубопровод [3]. Тогда давление на входе в трубопровод является периодической функцией времени, что описывается следующим граничным условием:

$$p|_{x=0} = p_B \sin \omega t,$$

где p_B и ω – амплитуда и частота возмущающего воздействия. Примем такую аппроксимацию давления в трубе:

$$\sigma(\kappa, \tau) = \sum_{i=1}^N [\alpha_{2i-1}(\tau) \sin \varpi_i \kappa + \alpha_{2i}(\tau) \cos \varpi_i \kappa], \quad (17)$$

где $\alpha_j(\tau)$, $j = \overline{1, 2N}$ – обобщенные координаты системы. В качестве весовых функций метода взвешенных невязок, который описывается соотношением (9), возьмем

$$W_{2i-1} = \sin \varpi_i \kappa, \quad W_{2i} = \cos \varpi_i \kappa. \quad (18)$$

Подставив (17) в (7) и (8), получим соответственно R_Ω и R_Γ . Подставив эти результаты вместе с (17) в (9), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую вынужденные колебания:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{2N} e_{j,k} \ddot{\alpha}_k + \sum_{k=1}^{2N} \bar{e}_{j,k} \alpha_k + \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \hat{e}_{j,m,n} \dot{\alpha}_m \dot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \tilde{e}_{j,m,n} \alpha_m \ddot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{k=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \hat{e}_{j,k,n,m} \alpha_k \dot{\alpha}_m \dot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{k=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \check{e}_{j,k,m,n} \alpha_k \alpha_m \ddot{\alpha}_n - z_j \sin \varpi \tau = 0, \quad (19) \end{aligned}$$

где $j = \overline{1, 2N}$ – номера уравнений; $e_{j,k}$, $\bar{e}_{j,k}$, $\hat{e}_{j,m,n}$, $\tilde{e}_{j,m,n}$, $\hat{e}_{j,k,n,m}$, $\check{e}_{j,k,m,n}$ – коэффициенты, которые зависят от параметров системы; $z_{2i-1} = 0$, $z_{2i} = p_B/p_0$.

Для исследования вынужденных колебаний в системе (19) воспользуемся методом гармонического баланса [9]. Тогда движение системы представим так:

$$\alpha_j(\tau) = a_j \sin \varpi \tau,$$

где a_j – неизвестные коэффициенты. Следуя методу гармонического баланса, получим систему нелинейных алгебраических уравнений для определения a_j в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{2N} g_{j,k} a_k \varpi^2 + \sum_{k=1}^{2N} \bar{g}_{j,k} a_k + \\ & + \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \hat{g}_{j,m,n} a_m a_n \varpi^2 + \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \tilde{g}_{j,m,n} a_m a_n \varpi^2 + \\ & + \sum_{k=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \hat{g}_{j,k,n,m} a_k a_m a_n \varpi^2 + \\ & + \sum_{k=1}^{2N} \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} \check{g}_{j,k,m,n} a_k a_m a_n - z_j = 0, \quad (20) \end{aligned}$$

где $g_{j,k}$, $\bar{g}_{j,k}$, $\hat{g}_{j,m,n}$, $\tilde{g}_{j,m,n}$, $\hat{g}_{j,k,n,m}$, $\check{g}_{j,k,m,n}$ – известные коэффициенты.

5. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ

Исследуемый трубопровод имеет следующие параметры: $L = 12$ м; $F = 0.126$ м²; $V_0 = 0.04$ м³; $c_0 = 543.26$ м/с; $\rho = 1128.5$ кг/м³; $\gamma = 1.667$. При анализе свободных колебаний оставим в разложении (10) три первых слагаемых. Из численного решения уравнения (11) получим первые три частоты свободных колебаний: $\varpi_1 = 0.27164$, $\varpi_2 = 3.16549$, $\varpi_3 = 6.29520$. Эти значения близки к результатам аналитического решения задачи методом четырёхполосника [6].

Проводился расчет нелинейной нормальной формы колебаний на основании метода, рассмотренного в разделе 3. Для исследования сходимости результатов расчета свободных колебаний давления численно исследовались динамические системы (13) с одной, двумя и тремя степенями свободы. В качестве примера на рис. 3 представлена проекция численно полученной нелинейной нормальной формы системы (13) с тремя степенями свободы на подпространство фазового пространства (α_3, v, α) . Как видно из этого рисунка, нелинейная нормальная форма существенно отличается от плоскости, что говорит о значительном вкладе нелинейных слагаемых в уравнения колебаний (15).

Рассмотрим движение по ННФ, которое описывается уравнением (16). Для исследования динамики этой системы воспользуемся методом гармонического баланса [9]. Результаты расчетов представлены на скелетных кривых (рис. 4). Цифрой 1 показана скелетная кривая, полученная расчетом динамической системы с одной степенью свободы, а цифрами 2 и 3 показаны расчеты динамических систем с двумя и тремя степенями свободы соответственно. Как видно из этих расчетов,

скелетные кривые динамических систем с 2 и 3 степенями свободы чрезвычайно близки, что свидетельствует о сходимости полученных результатов. Подчеркнем, что все скелетные кривые являются мягкими.

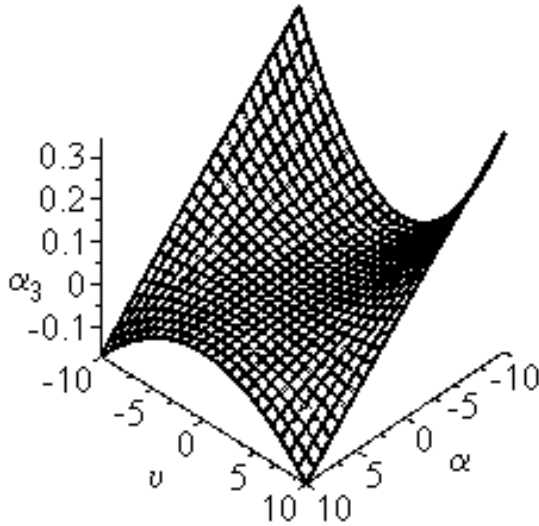


Рис. 3. Проекция ННФ на подпространство фазового пространства

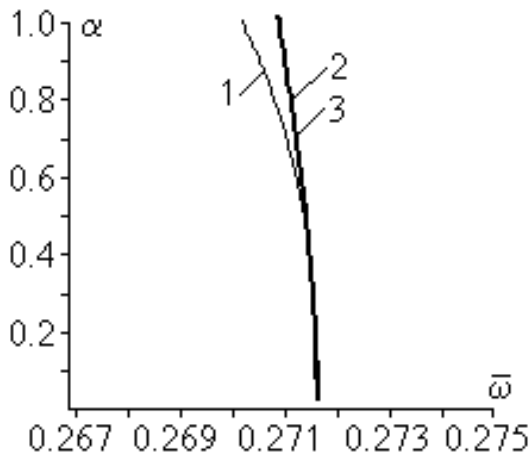


Рис. 4. Скелетные кривые колебаний жидкости в трубопроводе

При анализе вынужденных колебаний в разложении (17) использовалось различное число слагаемых для исследования сходимости. Нами проводились расчеты при следующем числе слагаемых в (17): $N = 1$; $N = 2$; $N = 3$. Амплитуды возмущающей силы z_{2i} принимались равными 0.1. Систему (20) анализируем методом продолжения решений по параметру [10, 11]. На пологих

участках АЧХ пошагово меняем параметр ϖ . На крутых участках АЧХ в качестве параметра продолжения выбираем наиболее быстро меняющуюся амплитуду a_j . Неизвестные параметры вычисляем итерационной процедурой. Результаты анализа сходимости в области первого основного резонанса приводятся на рис. 5. По оси ординат отложен безразмерный размах колебаний давления на конце трубопровода ($\kappa = 1$): $\bar{\alpha} = \sum_{i=1}^N |a_{2i-1} \sin \varpi_i + a_{2i} \cos \varpi_i|$, а по оси абсцисс – частота возмущающей силы. На этом рисунке цифрами 1, 2 и 3 обозначены решения при следующих числах слагаемых в разложении (17): $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$. Как видно из этого рисунка, ветви 2 и 3 достаточно близки, поэтому можно сделать вывод, что наблюдается сходимость решения.

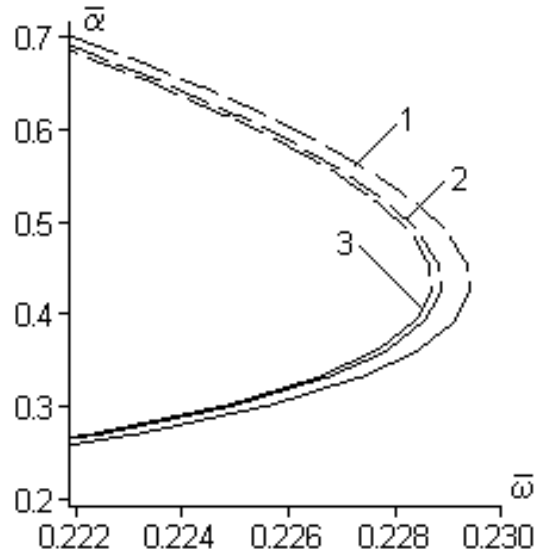


Рис. 5. Результаты анализа сходимости вынужденных колебаний

На рис. 6 представлен участок амплитудно-частотной характеристики в области первого основного резонанса. Устойчивые вынужденные колебания показаны сплошной линией, а неустойчивые – штриховой линией. Скелетная кривая показана штрихпунктирной линией. На этом рисунке цифрами 1, 2, 3 обозначены результаты расчетов при $z_{2i} = 0.1$; $z_{2i} = 0.05$; $z_{2i} = 0.01$.

Периодические колебания давления $\bar{\alpha}$ раскладывались в ряд Фурье. Основной вклад в колебания давления $\bar{\alpha}$, представленные на рис. 6, вносят первые гармоники ряда Фурье.

Результаты анализа вынужденных колебаний в области второго основного резонанса при $z_{2i} = 0.1$

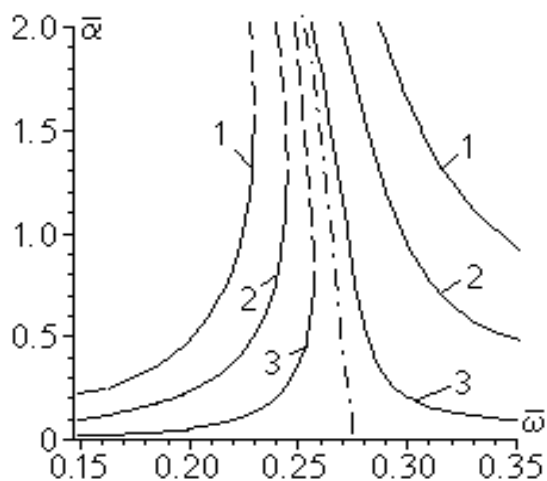


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика в области первого основного резонанса

приведены на рис. 7, 8. В области второго резонанса преобладает третья гармоника ряда Фурье. На рис. 7 показана амплитудно-частотная характеристика первой гармоники ряда Фурье, а на рис. 8 — третьей гармоники ряда Фурье. Устойчивые решения показываются сплошной линией, а неустойчивые — штриховой.

ВЫВОДЫ

В статье предложен новый подход к анализу динамики питающих магистралей ракетоносителей с газожидкостным демпфером. Основой подхода является новая нелинейная модель газожидкостного демпфера. На основании этого подхода исследованы свободные и вынужденные нелинейные колебания в системе. Применение этого подхода позволяет более точно определить резонансные режимы колебаний в питающих магистралах и выбрать уточненные параметры газожидкостного демпфера колебаний.

Свободные нелинейные колебания системы происходят по нелинейным нормальным формам Шуу-Пьера. Первые две скелетные кривые свободных колебаний являются мягкими. Такое поведение системы объясняется физическими свойствами газожидкостного демпфера, в котором при уменьшении объема давление нарастает по степенному закону.

Исследование вынужденных периодических колебаний показало, что при частотах меньше ω_1 возможны устойчивые режимы с различными амплитудами. В области первого резонанса в колеба-

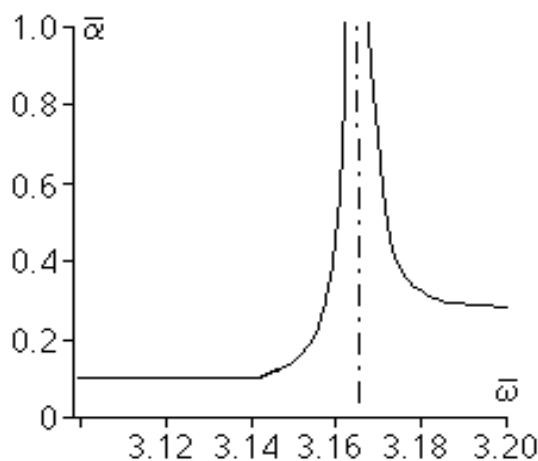


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика первой гармоники в области второго резонанса

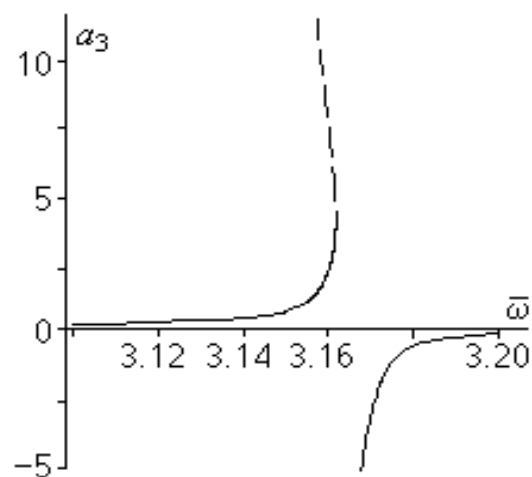


Рис. 8. Амплитудно-частотная характеристика третьей гармоники в области второго резонанса

ниях системы преобладает первая гармоника ряда Фурье, а в области второго резонанса — третья гармоника.

Предложенная методика позволяет уточнить расчеты колебаний жидкости в магистралах с газожидкостным демпфером. Результаты исследований использованы в ГП КБ «Южное» при проектировании топливных трубопроводов космических ракет.

1. Колесников К. С., Самойлов Е. А., Рыбак С. А. Динамика топливных систем ЖРД.— М.: Машиностроение, 1975.— 172 с.
2. Башта Т. М. Гидравлические приводы летательных аппаратов.— М.: Машиностроение, 1967.— 498 с.

3. Натанзон М. С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты.– М.: Машиностроение, 1977.– 206 с.
4. Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Пилипенко О. В. Динамика гидромеханических систем // Техн. механика.– 2008.– №2.– С. 3–16.
5. *Limarchenko, Timokhin O. A.* Bifurcation dynamics of pipeline with liquid // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології.– 2012.– Вип. 16.– С. 86–92.
6. Аврамов К. В., Филипповский С. В., Федоров В. М., Пирог В. А. Дискретные модели колебаний перекачиваемой жидкости в трубопроводах с газожидкостным демпфером // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов.– 2009.– №3(59).– С. 89–96.
7. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация.– М.: Мир, 1986.– 320 с.
8. *Shaw S. W., Pierre C.* Normal modes for nonlinear vibratory systems // J. Sound and Vibr.– 1993.– **164**.– P. 85–124.
9. Аврамов К. В., Михлин Ю. В. Нелинейная динамика упругих систем.– М.–Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2010.– 704 с.
10. *Deuffhard P., Fiedler B., Kunkel P.* Efficient numerical path following beyond critical points // SIAM J. Numerical Anal.– 1987.– **24**.– P. 912–927.
11. *Seydel R.* Nonlinear computation // Int. J. of Bifurcation and Chaos.– 1997.– **7**.– P. 2105–2126.