

УДК 532.465

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВНУТРЕННИХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН ВТОРОЙ МОДЫ С ПОДВОДНОЙ СТУПЕНЬКОЙ

Е. В. ТЕРЛЕЦКАЯ

Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев
03187, Киев, просп. ак. Глушкова, 42
kterletska@gmail.com

Получено 03.03.2014

Рассматривается задача о взаимодействии нелинейных внутренних уединенных волн второй моды с подводной ступенькой. Волна второй моды численно моделируется в симметрично стратифицированной трехслойной жидкости. Анализ результатов численного моделирования показал существование разных типов взаимодействия в зависимости от значения параметра блокировки B , который представляет собой отношение глубины нижнего слоя над ступенькой к амплитуде волны. В рамках численного моделирования был впервые обнаружен существенно новый механизм генерации бризера.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: внутренние уединенные волны, волны второй моды, численное моделирование, бризеры

Розглядається задача про взаємодію нелінійних усамітнених хвиль другої моди зі сходиною на дні. Хвиля другої моди чисельно моделюється у симетрично стратифікованій тришаровій рідині. Аналіз результатів чисельного моделювання показав існування різних типів взаємодії в залежності від параметру блокування B , який представляє собою відношення глибини нижнього шару над сходиною до амплітуди хвилі. В рамках чисельного моделювання був вперше виявлений істотно новий механізм генерації бризера.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: внутрішні усамітнені хвилі, хвилі другої моди, чисельне моделювання, бризери

Problem of interaction of the solitary internal waves of second mode with a underwater step is considered in the paper. A wave of the second mode is numerically modeled in a symmetric stratified three layer fluid. Analysis of results shows the possibility of existence of different types of interaction that depends on blocking parameter B , which is expressed as the ratio of lower depth layer over the step to amplitude. In the framework of numerical modelling it was found new mechanism of breather generation.

KEY WORDS: internal solitary waves, waves of the second mode, numerical modeling, breathers

ВВЕДЕНИЕ

Основной причиной возникновения на шельфе внутренних волн является взаимодействие бароклинных приливов с подводными неоднородностями дна. Внутренние волны больших амплитуд могут оказывать существенное влияние на прибрежные зоны путем воздействия на устойчивость дна, турбулентное перемешивание, перенос планктона [1, 2]. Известно, что в океане преобладают внутренние волны первой моды. В зависимости от стратификации они бывают двух типов – волны повышения и волны понижения. В недавних работах [3, 4] была показана также распространенность внутренних волн второй моды в пикноклине на континентальном шельфе. Волны второй моды в стратифицированном океане характеризуются симметричными колебаниями в слое раздела и могут представлять собой как сужения пикноклина "вогнутые" волны второй моды, так и расширение пикноклина "выпуклые" волны второй моды. Динамика уединенных волн второй моды достаточно хорошо изучена в лабораторных [5, 6] и численных исследованиях [7, 8].

Волны второй моды часто наблюдаются на шельфе Южно-Китайского моря, где фиксируются экстремальные внутренние волны. Во время натурных измерений было зафиксировано в 20 раз больше случаев уединенных "выпуклых" волн второй моды нежели "вогнутых" волн [9]. В Южно-Китайском море внутренние волны первой и второй моды формируются приливными течениями над подводными хребтами в Лузонском проливе. Далее они распространяются по направлению к шельфу с резким перепадом глубин. При подходе к шельфу внутренние волны взаимодействуют с крутым материковым склоном.

В работах [10–12] детально изучалось взаимодействие уединенных волн первой моды в двухслойной стратификации с резко изменяющейся топографией, моделируемой ступенькой. В этих статьях рассматривались внутренние уединенные волны больших амплитуд как повышения, так и понижения. Был показан сложный характер энергетики взаимодействия волн больших амплитуд со ступенькой на дне с появлением неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, а также обнаружена смена полярности над ступенькой уединенной волны с понижения на повышения.

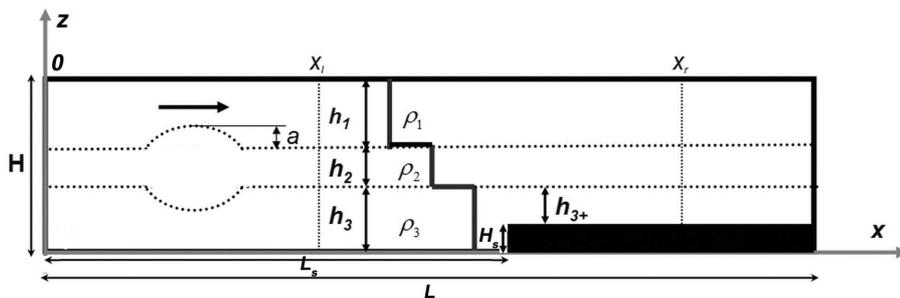


Рис. 1. Схема численного эксперимента

Данная работа является продолжением исследований [10–12] и представляет собой анализ взаимодействия волн второй моды в жидкости с трехслойной стратификацией со ступенькой на дне. Результаты исследования важны для понимания процессов трансформации внутренних волн на шельфе.

1. ОПИСАНИЕ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Задача решалась с использованием численной модели, основанной на решении уравнений Навье-Стокса для стратифицированной по солености жидкости в приближении Буссинеска. Детально алгоритмы этой численной негидростатической трехмерной модели со свободной поверхностью описаны в [13, 14]. Модель использовалась для проведения серии численных экспериментов по взаимодействию волн второй моды в жидкости с трехслойной стратификацией со ступенькой на дне. Конфигурация численного лотка показана на рис. 1. Лоток длиной L и высотой $H=0.46$ м заполнен трехслойной жидкостью с плотностью верхней жидкости ρ_1 глубины h_1 , плотностью нижней жидкости ρ_3 и глубины h_3 , которые разделены тонким слоем раздела толщины h_2 с плотностью $\rho_2 = (\rho_1 + \rho_3)/2$. На расстоянии L_s от левой стены лотка находилась подводная ступенька, высота которой H_s . Толщина нижнего слоя над ступенькой h_{3+} . До подводной ступеньки стратификация симметрична $h_1 = h_3$. Характеристики волн до и после взаимодействия со ступенькой фиксировались в сечениях x_l и x_r соответственно, эти сечения отстояли от ступеньки на расстоянии 0.3 м. Две серии проведенных экспериментов отличались стратификацией, а именно толщиной слоя раздела: $h_2 = 0.01$ м (серия 1) и $h_2 = 0.04$ м (серия 2) и амплитудой набегающей волны. Волна генерировалась методом коллапса перемешанной области с

плотностью ρ_2 у левой стены лотка [15]. Амплитуда определялась как максимальное отклонение изоповерхности a_{in} . Для серии экспериментов 1 $a_{in} = 0.03$ м, а для серии 2 – $a_{in} = 0.05$ м. Волна также характеризовалась длиной волны λ_{in} , равной половине расстояния, на котором амплитуда волны уменьшалась вдвое. Каждая серия состояла из 15 экспериментов, в которых варьировалась высота ступеньки H_s . Параметры лотка и характеристики генерируемых волн для двух серий экспериментов приведены в таблице 1. Фазовая скорость волны C вычислялась как скорость вершины волны. Скорость набегающей волны обозначалась C_{in} . Значения фазовой скорости за ступенькой C_1 – первой моды, C_2 – второй моды. Молекулярная вязкость задавалась $\nu = 1.14 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$ и молекулярная диффузия соли $\chi = 10^{-9} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$. Задача решалась в квазидвумерной постановке, когда уравнения дискретизировались в нескольких узлах поперек бассейна при условии скольжения на боковых стенках бассейна. Разрешение сетки по длине, высоте и ширине составляло 3000 на 300 на 5 узлов.

Табл. 1. Параметры лотка и характеристики генерируемых волн для двух серий численных экспериментов (значения даны в метрах)

N	L	L_s	h_2	a_{in}	λ_{in}	H_s
1	7	1.5	0.01	0.03	0.12	0.1 – 0.23
2	15	2	0.04	0.05	0.25	0.1 – 0.23

В рамках каждой серии численных экспериментов изменялась высота ступеньки H_s (таблица 1). Важный параметр, который характеризует характер взаимодействия со ступенькой, – это коэффициент блокировки, введенный ранее в работе [12]:

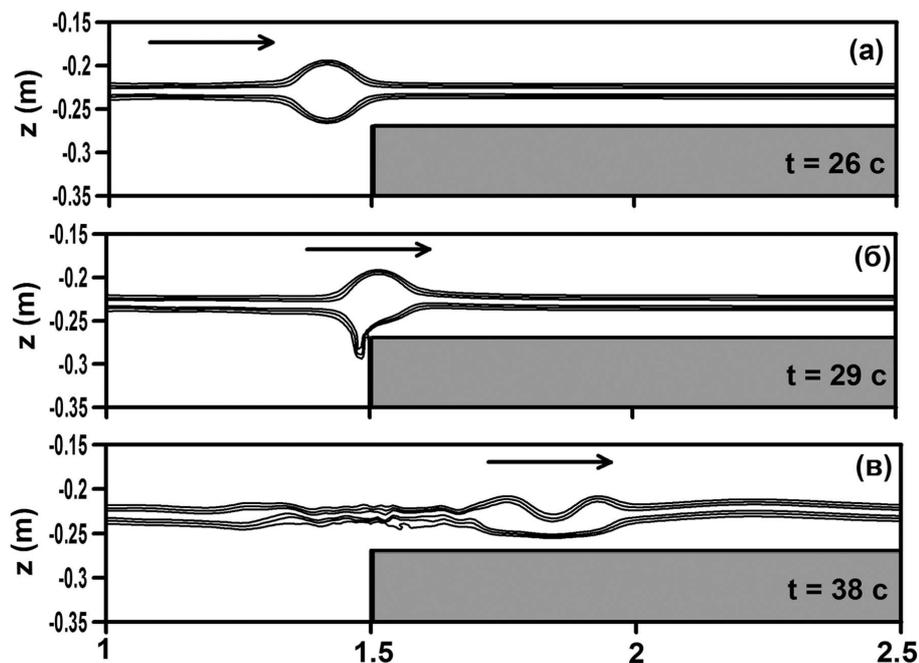


Рис. 2. Взаимодействие волн второй моды со ступенькой на дне $B = 3.2$ (а), $B = 1.2$ (б) $B = -0.2$ (в)

$$B = h_{3+} / a_{in}. \quad (1)$$

Зависимость потерь энергии при взаимодействии волн первой моды со ступенькой описана с помощью этого параметра. Показано, что эта зависимость автомодельная и характеризуется подобным поведением как для волн повышения, так и для волн понижения.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН ВТОРОЙ МОДЫ С ПОДВОДНОЙ СТУПЕНЬКОЙ

Рассмотрим результаты расчетов взаимодействия второй моды со ступенькой для разных значений параметра блокировки B на примере численных экспериментов для случая стратификации с более тонким промежуточным слоем $h_2 = 0.01$ м и амплитудой набегающей волны $a_{in} = 0.03$ м. Результаты расчетов иллюстрируют разнообразие волновых форм за ступенькой. Приведем три численных эксперимента с параметрами блокировки $B = 3.2$, $B = 1.2$, $B = -0.2$, характеризующие три различных типа взаимодействия.

А. Эксперимент 1. Случай, когда ступенька расположена достаточно глубоко и $H_s = 0.13$ м. Соответствующий параметр блокировки $B = 3.2$. Эволюция волны второй моды за ступенькой показана на рис. 2, а. Как следует из рисунка, присутствие

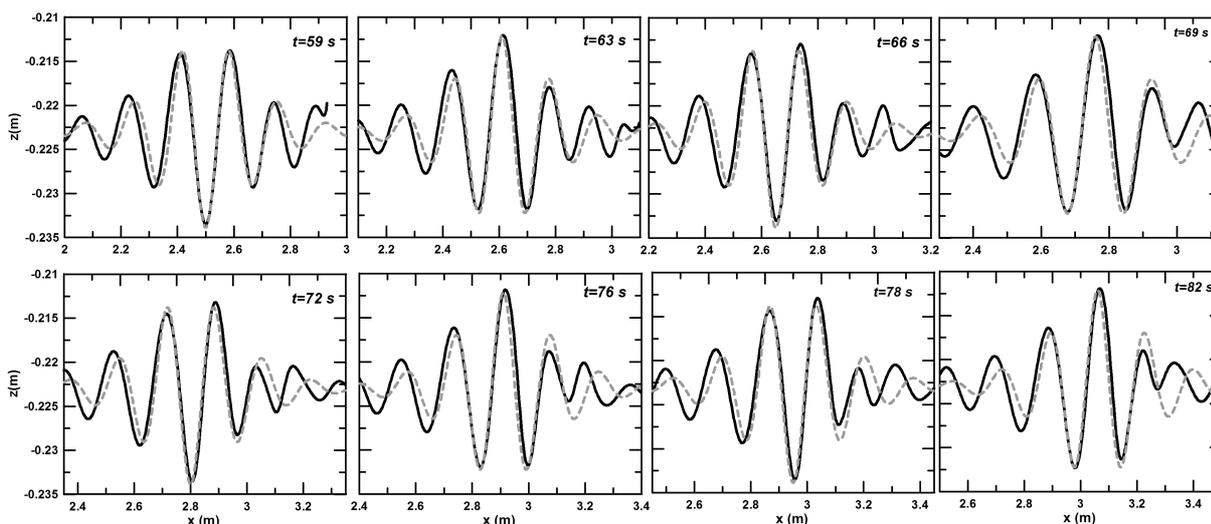
ступеньки слабо видоизменяет набегающую волну. Однако стратификация за ступенькой не симметрична, как это было до нее. Взаимодействие волны со ступенькой приводит к тому, что за волной второй моды, прошедшей за ступеньку, формируется осциллирующий волновой пакет. Амплитуда волны второй моды за ступенькой падает на 10% и в сечении x_r равна $A_2 = 0.027$ м. Рассмотрим теперь отдельно осциллирующий волновой пакет с амплитудой $A_{br} = 0.013$ м и постоянной огибающей, который сформировался за волной. Эволюция изолинии с $\rho = 1003$ кг м⁻³ показан на рис. 3. Как видно, данный пакет представляет собой локализованную в пространстве структуру, которая совершает периодические во времени колебания. Такие структуры называются бризерами [16]. Иногда их называют пульсирующими солитонами, поскольку они распространяются как локализованные возмущения без потерь. Бризерное решение модифицированного уравнения Кортевега-де Вриза записывается в виде [16]

$$\eta(x, t) = \frac{-4qh_1 \cos \phi - (q/p) \sin \phi \operatorname{th} \theta}{\operatorname{cth} \theta \left[1 + (p/q)^2 \sin^2 \phi \operatorname{csc}^2 \theta \right]}, \quad (2)$$

где

$$\theta = 2qx/L + 2C_{br}t/T + \theta_0;$$

$\phi = 2px/L + 2C_{br}t/T + \phi_0$; при этом p и q являются произвольными параметрами; C_{br} – скорость

Рис. 3. Эволюция бризера во времени для случая $B = 3.2$

бризера. Период колебаний для данного бризера близок к 7 секундам. Штриховой на рис. 3. изображено аналитическое решение (2) с параметрами $p = 2$ и $q = -0.5$. График демонстрирует хорошее качественное описание эволюции изопокны, полученное численно, аналитическим бризерным решением (2).

Б. Эксперимент 2. Случай, когда ступенька умеренная $H_s = 0.19$ м, а параметр блокировки $B = 1.2$. Эволюция волны второй моды за ступенькой для этого случая представлена на рис. 2,б. Видно, что вторая мода за ступенькой претерпевает более существенные изменения и амплитуда за ней падает на 43% и составляет $A_2 = 0.017$ м. Динамика трансформации этой волны непосредственно над ступенькой показана на рис. 4. Видно, что при прохождении волны второй моды над ступенькой формируется струя подобно тому, как это происходит и в случае прохождения волны-понижения первой моды над ступенькой [12].

При этом несимметричная стратификация за ступенькой ($h_{3+} < h_1$) приводит к формированию волны-повышения первой моды с амплитудой $A_1 = 0.007$ м и фазовой скоростью $C_1 = 0.09$ м/с. На рис. 2,б в моменты времени $t=45$ с и $t=75$ с видно, что перед волной второй моды формируется волна-повышения первой моды.

В. Эксперимент 3. Случай, когда ступенька упирается в слой раздела $H_s = 0.23$ м. Параметр блокировки равен $B = -0.2$. Эволюция волны второй моды за ступенькой для этого случая представлена на рис. 2,в. За ступеньку проходит только волна первой моды с амплитудой $A_1 = 0.023$ м, которая переставляет собой уединенную волну. Как видно

из рисунка рис. 2,в, в момент времени $t=45$ с от ступеньки отражается волна второй моды.

На рис. 5,а приведены значения амплитуд прошедших волн первой A_1 и второй A_2 моды и амплитуда бризера A_{br} , нормированные на амплитуду набегающей волны, а на рис. 5,б представлены значения фазовой скорости C_1 , C_2 , C_{br} , также нормированной на скорость набегающей волны, в зависимости от параметра блокировки B . Как видно из графика, зависимости для разной стратификации и волн разной длины являются близкими, что говорит, также как и в случае волн первой моды, об автомодельной зависимости от параметра блокировки.

Обобщая результаты моделирования двух серий численных экспериментов, можно выделить следующие типы взаимодействия:

1. Слабое взаимодействие. Взаимодействие при значениях параметра блокировки $B > 2.5$. В этом случае амплитуда и скорость прошедшей волны второй моды падают не более чем на 10 – 15 % при взаимодействии с подводной ступенькой. При этом форма волны не подвергается существенным деформациям. И вслед за прошедшей волной второй моды формируется осциллирующий квазистационарный пакет, называемый бризером.

2. Умеренное взаимодействие. Данное взаимодействие происходит при значениях параметра блокировки $0.5 < B < 2.5$. Для этого диапазона значений волна второй моды после ступеньки трансформируется в волну повышения первой моды, волну второй моды и бризер. Волна первой моды на ступеньке распространяется со скоростью, практически вдвое большей, чем скорость сфор-

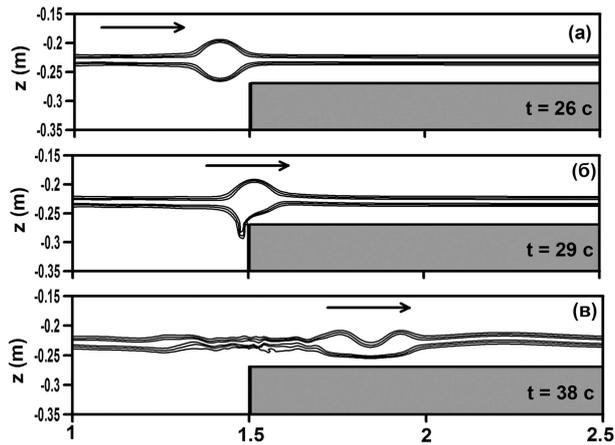


Рис. 4. Эволюция бризера во времени для случая $B = 3.2$

мировавшейся на ступеньке волны второй моды. При значениях параметра блокировки B , близким к единице, скорости и амплитуды второй моды на ступеньке и бризера становятся близкими по значениям (рис.5.)

3. Сильное взаимодействие $-1 < B < 0.5$, в результате чего за ступеньку проходит уединенная волна первой моды. При дальнейшем уменьшении значений B вторая мода полностью отражается от ступеньки.

ВЫВОДЫ

В работе исследована динамика взаимодействия уединенных нелинейных волн второй моды со ступенькой на дне. Волна второй моды численно генерируется в симметрично стратифицированной трехслойной жидкости. Анализ результатов численного моделирования показал наличие разных типов взаимодействия в зависимости от параметра блокировки B , который равен отношению глубины нижнего слоя над ступенькой к амплитуде волны. Значениям параметра $-1 < B < 0.5$ соответствует случай, когда амплитуда волны больше, чем нижний слой над ступенькой, или же ступенька упирается в слой раздела. В этом случае волна второй моды, которая прошла за ступеньку, полностью трансформируется в уединенную волну первой моды, а отраженная волна – в волну второй моды. При значениях $B > 2.5$, что соответствует случаю, когда слой жидкости над ступенькой достаточно глубокий в сравнении с амплитудой, волна второй моды проходит через ступеньку без существенных изменений, а за волной генерируется осциллирующий нелинейный пакет с посто-

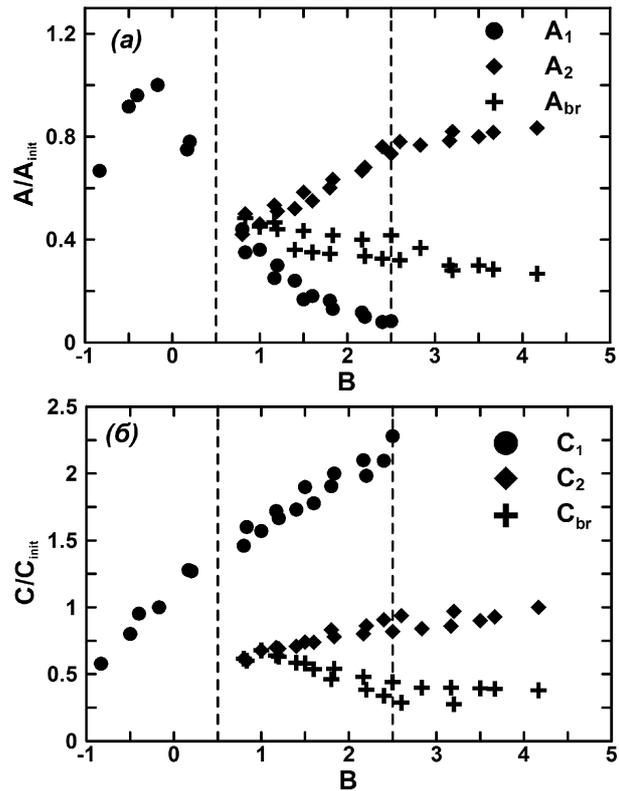


Рис. 5. Зависимость амплитуды (а) и фазовой скорости (б) волн, прошедших за ступеньку, от параметра блокировки B

янной огибающей, называемый бризером. Таким образом, в рамках численного моделирования был впервые обнаружен существенно новый механизм генерации бризера – при взаимодействии волны второй моды со ступенькой. Наиболее интересным является промежуточный диапазон $0.5 < B < 2.5$, при котором генерируется сложная волновая картина: в ней присутствует волна первой моды, распространяющаяся с наибольшей скоростью, далее следует волна второй моды, за которой формируется бризер.

Автор благодарит доктора физ.-мат. наук, профессора В.С. Мадерича за консультации и полезные советы.

1. *Helfrich, K. R. and Melville, W. K.* Long nonlinear internal waves // *Annu. Rev. Fluid Mech.*– 2006.– **38**.– P. 395–425.
2. *Pineda, J.* Circulation and larval distribution in internal tidal bore warm fronts // *Limnol. Oceanogr.*– 1999.– **44**.– P. 1400–1414.
3. *Y. J. Yang, Y. C. Fang, M.-H. Chang, S. R. Ramp, C.-C. Kao, and T. Y. Tang* Observations of second

- baroclinic mode internal solitary waves on the continental slope of the northern South China Sea // Journal of Geophysical Research.– 2009.– **114**.– P. doi:10.1029/2009JC005318.
4. A.K. Liu, F.-C. Su, M.-K. Hsu, N.-J. Kuo, C.-R. Ho Generation and evolution of mode-two internal waves in the South China Sea // Continental Shelf Research.– 2013.– **59**.– P. 18–27.
 5. Stamp, A. P., Jacka, M Deep-water internal solitary waves // J. Fluid Mech.– 1995.– **305**.– P. 347–341.
 6. Honji H., Matsunaga, Y. Sugihara, K. Sakai Experimental observation of internal symmetric solitary waves in a two-layer fluid // Fluid Dynamics Research .– 1995.– **15**.– P. 89–102.
 7. Salloum M, Knio O. M., and Brandt A Numerical simulation of mass transport in internal solitary waves // Phys. Fluids.– 2012.– **15**.– P. 89–102.
 8. Мадерич В.С., Терлецкая Е.В., Бровченко И.А., Талипова Т.Г. Неполная автомодельность внутренних волн второй моды в слое раздела // Прикладна гідромеханіка.– 2014.– **16(88)**.– P. 68–77.
 9. Y. J. Yang, Y. C. Fang, T. Y. Tang, and S. R. Ramp Convex and concave types of second baroclinic mode internal solitary waves // Nonlin. Processes Geophys 605–614.– 2010.– **17**.– P. 605–614.
 10. V. Maderich, T. Talipova, R. Grimshaw, E. Pelinovsky, B. H. Choi, I. Brovchenko, K. Terletska, and D. C. Kim The transformation of an interfacial solitary wave of elevation at a bottom step // Nonlinear Processes in Geophysics.– 2009.– **16**.– P. 33–42.
 11. Maderich V., Talipova T., Grimshaw R., Terletska K., Brovchenko I., Pelinovsky E., Choi B.H. Interaction of a large amplitude interfacial solitary wave of depression with a bottom step. // Physics of Fluids.– 2010.– **22**.– P. doi:10.1063/1.3455984.
 12. Talipova T., Terletska K., Maderich V., Brovchenko I., Pelinovsky E., Jung K.T., Grimshaw R., Internal solitary wave transformation over a bottom step: loss of energy. // Physics of Fluids.– 2013.– **25**.– P. doi: 10.1063/1.4797455.
 13. Kanarska Y., Maderich V. A non-hydrostatic numerical model for calculating free-surface stratified flows // Ocean Dynamics.– 2003.– **53**.– P. 176–185.
 14. Maderich V., Brovchenko I., Terletska K., Hutter K. Numerical simulations of the nonhydrostatic transformation of basin-scale internal gravity waves and wave-enhanced meromixis in lakes // Ch. 4 in Hutter K. (Ed.) Nonlinear internal waves in lakes .– Springer. Series: Advances in Geophysical and Environmental Mechanics.– 2012.– P. 193–276.
 15. Kao T.W., Pan F.S., Renouard D. Internal solitons on the pycnocline: generation, propagation, shoaling and breaking over a slope // J. Fluid Mech.– 1985.– **159**.– P. 19–53.
 16. Лэм Дж.Л. Введение в теорию солитонов // М.– Мир.– 1983.– С. 295 с.