

УДК 532.526.10

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ В ЗОНЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ НА СТЕНКЕ ПЛОСКОГО КАНАЛА. ЧАСТЬ I

Е. В. БРУЯЦКИЙ, А. Г. КОСТИН, Е. И. НИКИФОРОВИЧ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
eugenen@kfh.se

Получено 04.02.2013

В работе представлены результаты численного исследования вихревой структуры движения жидкости в области каверны с прямоугольной формой поперечного сечения, расположенной на нижней стенке плоского канала. Метод расчета параметров течения основан на прямом численном решении нестационарных уравнений Навье–Стокса в переменных скорость–давление. Детально изучены особенности взаимодействия потока в канале с вихревым полем скоростей внутри каверны и в зоне ее расположения при трех геометрических параметрах каверны, в зависимости от числа Рейнольдса и двух форм профиля продольной скорости во входном сечении канала.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: численное моделирование, уравнение Навье–Стокса, плоский канал, прямоугольная каверна, поля скорости, вихревые структуры

В роботі представлені результати чисельного дослідження вихрової структури руху рідини в області каверни з прямокутною формою поперечного перетину, яка розташована на нижній стінці плоского каналу. Метод розрахунку параметрів течії оснований на прямому чисельному рішенні нестационарних рівнянь Нав'є–Стокса у змінних швидкість–тиск. Детально вивчені особливості взаємодії потоку у каналі з вихровим полем швидкостей усередині каверни і у зоні її розташування при трьох геометричних параметрах каверни, в залежності від числа Рейнольдса та двох форм профілю поздовжньої швидкості у вхідному перетині каналу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: чисельне моделювання, рівняння Нав'є–Стокса, плоский канал, прямокутна каверна, поля швидкості, вихрові структури

The paper presents results of numerical simulation of a vortical fluid motion in a cavity with a rectangular cross section. The cavity is located on a bottom of a flat channel. The approach to calculate flow parameters is based on a direct numerical solution of nonstationary Navier-Stokes equations in velocity–pressure variables. Detailed investigations of peculiarities are carried out of the channel flow interaction with a vortex structure inside of the cavity and in a zone of its location for three geometrical parameters of the cavity. The calculations are implemented for two shapes of a streamwise velocity profile at the channel entry section depending on a Reynolds number.

KEY WORDS: numerical simulation, Navier-Stokes equations, flat channel, rectangular cavity, velocity field, vorticity structures

ВВЕДЕНИЕ

Фрагменты течений около твердой поверхности при наличии на ней геометрической неоднородности в виде каверны встречаются во многих прикладных задачах гидроаэродинамики. При рассмотрении такого класса течений различают внешние и внутренние задачи, при этом каверна может иметь прямоугольную или другую более сложную криволинейную форму, а жидкость может быть сжимаемой и несжимаемой.

Характерным примером таких течений является обтекание какого-либо тела, крылового профиля или другой твердой стенки, на которой расположено углубление-каверна. Их особенность состоит в том, что при натекании внешнего потока на каверну течение в области кромки каверны часто сопровождается явлением отрыва потока и эф-

фектами нестационарности. Режим отрыва потока с кромки каверны приводит к появлению в потоке вихревых образований, которые сносятся вниз по течению и взаимодействуют с жидкостью, находящейся внутри каверны и за ней.

Имеется множество примеров течений такого класса в судостроении, в авиастроении. Кроме того, они встречаются в задачах экологии при моделировании процессов переноса и накопления различных загрязнений в реках, каналах или трубах при наличии там геометрических неоднородностей и каверн, или при моделировании движения газоаэрозольных выбросов над городскими застройками, различными каньонами и другими неоднородностями рельефа местности.

Внешний по отношению к каверне поток может быть ламинарным или турбулентным. Поэтому, в зависимости от профиля продольной скорости пе-

ред каверной, в слое смешения между основным потоком и жидкостью в каверне может формироваться различная структура течения. Количественные характеристики процесса смешения и его механизм имеют важное прикладное значение. Поэтому экспериментальным и теоретическим исследованием фрагментов таких течений занимается широкий круг специалистов [1–6] с целью более глубокого понимания физики и механизмов возникновения отрывных течений и вихревых структур в зависимости от геометрии каверны, числа Рейнольдса и профиля скорости перед каверной.

Многие работы посвящены исследованию течения в зоне каверны для случаев сжимаемого дозвукового и сверхзвукового потоков [7]. Часть работ посвящена изучению течения несжимаемой жидкости в зоне каверны для случаев ламинарного и турбулентного режимов течения основного потока [8, 9].

Наряду с экспериментальными исследованиями, задача о течении в области каверны решалась и численно [3, 4, 10, 11]. При теоретическом изучении течения в окрестности каверны обычно рассматривают течение в пограничном слое на плоской пластине. Каверна при этом расположена на некотором расстоянии вниз по потоку от носика пластины. На основе такого подхода выполнено значительное количество работ. Однако решение задачи с таких позиций требует задания характеристик течения в пограничном слое пластины перед каверной, что увеличивает многопараметричность задачи. Кроме того, в силу сложности расчета поля давления многие исследователи для описания течения используют уравнения Навье–Стокса в переменных функция тока–вихрь [10, 11], что позволяет исключить давление из системы исходных уравнений. Но такой подход наряду с положительными сторонами этого способа расчетов приводит к трудности постановки граничных условий для вихря скорости у твердых стенок и отсутствию возможности обобщения этого подхода на трехмерные задачи и турбулентные режимы течения [12]. Поэтому более предпочтительным является подход, использующий исходные уравнения в естественных физических переменных скорость–давление, так как он лишен отмеченных недостатков и позволяет учесть форму начального профиля скорости перед каверной и непосредственно рассчитывать поля давления. Однако и в этом случае тоже имеются свои сложности, связанные со способом определения давления и его согласования с полем скоростей. На основе этого подхода также решено определенное количество прикладных задач [1, 13]. При этом рассматривались ка-

верны с различной геометрической формой [14].

В настоящее время для численного решения уравнений Навье–Стокса существуют и используются несколько десятков разновидностей различных схем. Поиски наилучших из них продолжаются. Недавно в нашей работе [15] был предложен эффективный метод численного интегрирования полной системы нестационарных уравнений Навье–Стокса в физических переменных скорость–давление для несжимаемой жидкости, который прошел тестирование при решении ряда задач [16, 17]. Цель данной работы состоит в применении этого метода для расчета тонкой вихревой структуры течения в области прямоугольной каверны, расположенной на нижней стенке плоского канала. При этом ставится задача изучения не только структуры потока внутри каверны, но и поля давления в зависимости от двух форм профиля продольной скорости в канале перед каверной при различных числах Рейнольдса и трех геометрических параметрах каверны. В силу большого объема полученного материала результаты выполненных исследований разделены на две части. В данной работе представлены результаты по расчету поля скоростей и вихревой структуры течений, а поля давления и эффекты нестационарности будут рассмотрены отдельно.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Обратимся к решению задачи о течении несжимаемой жидкости в зоне прямоугольной каверны, расположенной на твердой стенке, но не в пограничном слое пластины или обтекаемого тела, а на нижней стенке плоского канала.

Рассмотрим подробнее отличие течений, например, на пластине и в плоском канале при наличии геометрической неоднородности в виде каверны. При течении в плоском канале важным параметром течения является глубина каверны b и ее длина l по отношению к ширине канала h . В случае плоской пластины с каверной аналогичным параметром является отношение b/δ и l/δ , где δ – толщина пограничного слоя на обтекаемой пластине перед каверной. Однако, из-за неоднозначности определения толщины δ , в практике расчетов за характерный размер длины принимается толщина вытеснения δ^* , которая, как и δ , есть функция продольной координаты x . Таким образом, в случае канала параметр b/h является постоянным, а в случае пластины параметр b/δ^* будет величиной, зависящей от продольной координаты x . Это об-

стоятельность приводит к тому, что структура течения и сопротивление пластины зависят от места расположения каверны на ней. В этом состоит одно из различий между рассматриваемыми случаями течения.

Специфика нашего подхода заключается в том, что параметры основного потока, внешнего по отношению к каверне, в этом случае задаются каноническим течением в плоском канале, которое на развитом участке канала имеет универсальный параболический профиль Пуазейля для продольной скорости в виде

$$U(Y) = 6(1 - Y)Y, \quad U = u/u_0, \quad Y = y/h. \quad (1)$$

Это позволяет сократить число параметров исходной задачи и однозначно определить масштабы скорости и длины для рассматриваемого течения, выбрав для них среднерасходную скорость в канале и высоту канала. Физическая схема течения и принятые обозначения приведены на рис. 1. Задача рассматривается в двумерной постановке. Начало введенной декартовой системы координат находится в левом нижнем углу в точке 0. Высота канала имеет размер h , а общая длина расчетной области S состоит из трех участков $S = S_1 + S_2 + S_3$. Глубина каверны $b = h_1 - h$, которая после нормировки на высоту канала h равна $B = b/h$ и в расчетах в основном принималась $B = 0.4$, а длина каверны l , нормированная на глубину b , то есть $L = l/b$, изменялась в диапазоне $L = 1, 2, 4$. Течение в канале происходило слева направо. Расстояние S_1 от входной границы AB до левой стенки EF варьировалось и определялось путем численного эксперимента, чтобы в сечении AB можно было принять условия невозмущенного потока, то есть профиль продольной скорости в виде (1). Горизонтальный размер каверны $l = S_2$. Выходная граница расчетной области CD удалена от правой вертикальной стенки каверны KQ на расстояние S_3 , достаточное для того, чтобы оно не оказывало влияние на результаты расчета с заданной точностью ε .

Характерной особенностью течения в канале является то, что движение жидкости происходит под действием продольного перепада давления, который при отсутствии каверны постоянен ($\partial p / \partial x = \text{const}$). Однако заданной величиной в рассматриваемой задаче принимается расход жидкости $Q = u_0 h$ через поперечное сечение канала CD_1 . При такой постановке задачи число Рейнольдса $Re = u_0 h / \nu$ задано, а давление является переменной величиной и рассчитывается в процессе решения задачи.

Для описания движения жидкости и анализа процессов смешения жидкости в каверне с основным потоком в канале используются нестационарные уравнения Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в переменных скорость–давление без каких-либо упрощающих предположений. При введении безразмерных величин за масштаб длины принимается ширина канала h , за масштаб скорости – среднерасходная скорость в канале $u_0 = Q/h$, за масштаб времени – величина $t_0 = h/u_0$, а за масштаб давления – скоростной напор $p_0 = \rho \cdot u_0^2$. В безразмерных величинах V_i, P, X_i система нестационарных уравнений Навье–Стокса с постоянными плотностью ρ_0 и кинематической вязкостью ν в консервативной тензорной форме в прямоугольной декартовой системе координат записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i}{\partial \tau} &= -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial X_k} \left[-V_i V_k + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial V_i}{\partial X_k} + \frac{\partial V_k}{\partial X_i} \right) \right], \quad (2) \\ \frac{\partial V_k}{\partial X_k} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь по повторяющемуся индексу подразумевается суммирование. Для рассматриваемой двумерной задачи $i, k = 1, 2$; $X_1 = X$; $X_2 = Y$; $V_1 = U$; $V_2 = V$. При этом $U = u/u_0$, $V = v/u_0$, $X = x/h$, $Y = y/h$, $\tau = t u_0 / h$, $P = p / \rho_0 u_0^2$. Здесь U и V – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости соответственно.

Для завершения постановки задачи необходимо задать начальные и краевые условия на всех границах расчетной области $A_1 B C D_1 K Q E F A_1$. Предполагается, что в начальный момент времени во всей расчетной области горизонтальная скорость U имеет параболический профиль, а вертикальная скорость V и давление P равны нулю. Граничными условиями для скорости на входе в расчетную область AB служат условия невозмущенного потока. При этом подробно рассмотрены два случая, когда профиль продольной скорости на входе в канал принят в виде параболы Пуазейля (1), и случай, когда профиль скорости на входе однородный.

На выходе из расчетной области в сечении CD принимаются безградиентные условия свободного вытекания в форме Неймана. На всех неподвижных твердых стенках принимаются очевидные граничные условия прилипания $U|_{\Gamma} = 0$ и непротекания $V|_{\Gamma} = 0$, где Γ – твердая граница. Основными параметрами задачи являются число Рейнольдса, глубина каверны $B = b/h$, ее горизон-

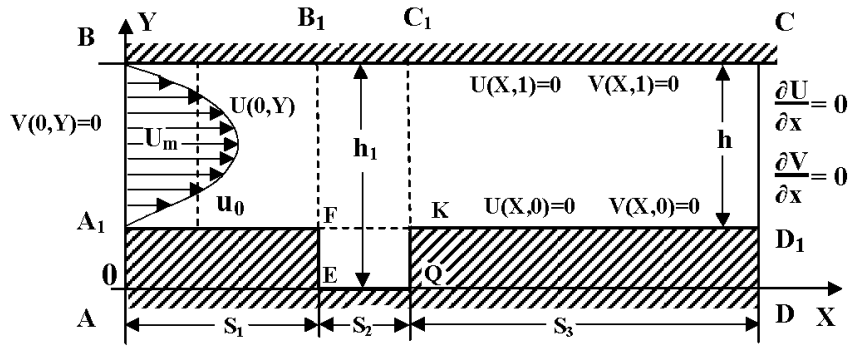


Рис. 1. Принципиальная схема рассматриваемого течения в плоском канале с прямоугольной каверной

тальная длина $L = l/h$, а форма профиля скорости на входе в канал принимается в виде (1), либо $U|_{AB} = 1$. Таким образом, численное решение системы уравнений (2) будем искать в области $0 \leq X \leq S$, $0 \leq Y \leq H_1$, где $H_1 = h_1/h$ (см. рис. 1) при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned}
 U(X, Y, 0) &= 6(1 - Y)Y, & V(X, Y, 0) &= 0, \\
 P(X, Y, 0) &= 0, \\
 U|_{A_1B} &= 6(1 - Y)Y; & U|_{BC} &= 0; \\
 \frac{\partial U}{\partial X}|_{CD_1} &= 0; & U|_{D_1K} &= 0; \\
 U|_{KQ} &= 0; & U|_{QE} &= 0; \\
 U|_{EF} &= 0; & U|_{FA_1} &= 0; \\
 V|_{A_1B} &= 0; & V|_{BC} &= 0; \\
 \frac{\partial V}{\partial X}|_{CD_1} &= 0; & V|_{D_1K} &= 0; \\
 V|_{KQ} &= 0; & V|_{QE} &= 0; \\
 V|_{EF} &= 0; & V|_{FA_1} &= 0.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Во втором варианте задачи $U|_{A_1B} = 1$, а остальные условия те же.

Следует подчеркнуть, что давление P в рассматриваемой системе уравнений не является основной переменной ни в одном из этих уравнений. При нашем подходе необходимое уравнение для давления выводится из уравнения неразрывности в виде уравнения типа Пуассона. При этом необходимые для его решения значения давления в граничных узлах определяются с помощью уравнений движения в комбинации с граничными условиями для компонентов скорости [18]. В процессе решения задачи требуется определить поля скорости

и давления в расчетной области и оценить влияние числа Рейнольдса, формы профиля скорости и геометрического размера каверны на структуру течения и поле давления. Стационарное течение в канале характеризуется тем, что искомые переменные U , V , P не зависят от времени. Расчет параметров течения и структуры вихреобразования основаны на численном интегрировании системы уравнений движения (2) при начально-краевых условиях (3). Отличительная особенность данного метода состоит в использовании физических переменных скорость–давление и разнесенных сеток.

2. ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

Общий принцип применяемого метода решения уравнений Навье – Стокса рассмотрен в нашей работе [15]. Для решение системы исходных нестационарных уравнений (2) используется метод конечных разностей. Из-за сложностей согласования полей скорости и давления для дискретизации уравнений движения в X , Y направлениях использовалась разнесенная сетка. Это означает, что компоненты скоростей и давления определяются в различных узлах подобно методу MAC [19] и это дает определенные преимущества при расчете поля давления [18]. Конечно-разностные аппроксимации рассматриваемых уравнений строятся на пятиточечном шаблоне в соответствии с известной схемой “крест” [20].

Локальная геометрия расположения узлов сетки показана на рис. 1 нашей работы [15]. Сеточные функции давления P расположены в узлах основной сетки $S_0(j, i, n)$. Сеточные функции компонентов скоростей U и V определены в узлах вспомогательных полуцелых сеток $S_1(j + 1/2, i, n)$ и $S_2(j, i + 1/2, n)$ соответственно. Шаги сеток hx_j

и hy_i могут быть как равномерными, так и переменными в обоих направлениях. В соответствии с выбранным сеточным шаблоном вводятся следующие компактные обозначения

$$P(X_j, Y_i, \tau^n) = P_{j,i}^n,$$

$$U((j + 1/2) \cdot \Delta x, i \cdot \Delta y, n \cdot \Delta \tau) = U_{j+1/2,i}^n,$$

$$V(j \cdot \Delta x, (i + 1/2) \cdot \Delta y, n \cdot \Delta \tau) = V_{j,i+1/2}^n.$$

Вся расчетная область разбивается на прямоугольные ячейки. Схема их расположения и соответствующие узлы сеток приведены в работе [15]. Для конечно-разностной аппроксимации исходных уравнений движения и неразрывности используются неявная конечно-разностная схема первого порядка точности для производных по времени и второго порядка точности для производных по пространству. Кроме того, диффузионные слагаемые аппроксимируются по схеме с центральными разностями, а для конвективных слагаемых используются схемы с односторонними разностями "против потока". Особенностью дискретизации является то, что конечно-разностная аппроксимация центрируется в соответствии с выбранным шаблоном. При этом сеточные индексы для зависимых переменных оказываются сдвинутыми.

Подстановка конечно-разностных формул в исходную систему уравнений движения позволяет записать их дискретные аналоги для X и Y направлений. Эти уравнения, после соответствующей группировки слагаемых, дополненные уравнением неразрывности, имеют следующий конечно-разностный вид:

$$\begin{aligned} d_{j+1/2,i}^U U_{j+1/2,i}^{n+1} + c_1^U U_{j+3/2,i}^{n+1} + c_0^U U_{j-1/2,i}^{n+1} + \\ + b_1^U U_{j+1/2,i+1}^{n+1} + b_0^U U_{j+1/2,i-1}^{n+1} = \\ = -\Delta y (P_{j+1,i}^{n+1} - P_{j,i}^{n+1}) + f^U, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} d_{j,i+1/2}^V V_{j,i+1/2}^{n+1} + c_1^V V_{j,i+3/2}^{n+1} + c_0^V V_{j,i-1/2}^{n+1} + \\ + b_1^V V_{j+1,i+1/2}^{n+1} + b_0^V V_{j-1,i+1/2}^{n+1} = \\ = -\Delta x (P_{j,i+1}^{n+1} - P_{j,i}^{n+1}) + f^V, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{U_{j+1/2,i}^{n+1} - U_{j-1/2,i}^{n+1}}{\Delta x} + \\ + \frac{V_{j,i+1/2}^{n+1} - V_{j,i-1/2}^{n+1}}{\Delta y} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты дискретизации $d_{j+1/2,i}$, $d_{j,i+1/2}$, c_1 , c_0 , b_1 , b_0 и свободные члены f с

верхними индексами U , V – известные величины по данным с предыдущего шага и находятся по определенным алгебраическим формулам.

Хотя полученная система уравнений (4)-(6) является основной, однако она пока незамкнута, так как содержит неизвестное давление.

3. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ДАВЛЕНИЯ

Необходимое уравнение для вычисления давления можно получить из уравнения неразрывности. С этой целью будем следовать известной процедуре SIMPLE [21] и преобразуем уравнения (4) и (5) к следующему виду:

$$U_{j+1/2,i}^{n+1} = \frac{[\Delta y (P_{j,i}^{n+1} - P_{j+1,i}^{n+1}) + G_{j+1/2,i}^U]}{d_{j+1/2,i}^U}, \quad (7)$$

$$V_{j,i+1/2}^{n+1} = \frac{[\Delta x (P_{j,i}^{n+1} - P_{j,i+1}^{n+1}) + G_{j,i+1/2}^V]}{d_{j,i+1/2}^V}, \quad (8)$$

где введенные выражения $G_{j+1/2,i}^U$ и $G_{j,i+1/2}^V$ известны, так как они зависят от скоростей с предыдущего шага n . Далее для получения необходимого уравнения для давления на $(n + 1)$ шаге используем уравнение неразрывности (6). Учитывая его структуру, подставим значения соответствующих компонентов скорости из (7),(8) в уравнение неразрывности (6). Тогда получим выражение, в котором неизвестными величинами являются лишь сеточные функции давления в узле с номером (j, i) и окружающих его соседних узлах. Выполнив простые преобразования, после группировки соответствующих слагаемых получим следующий конечно-разностный аналог для вычисления сеточных функций давления:

$$\begin{aligned} d_{j,i}^P P_{j,i}^{n+1} + c_1^P P_{j+1,i}^{n+1} + c_0^P P_{j-1,i}^{n+1} + \\ + b_1^P P_{j,i+1}^{n+1} + b_0^P P_{j,i-1}^{n+1} = f^P, \end{aligned} \quad (9)$$

где свободный член f^P и коэффициенты дискретизации $d_{j,i}^P, c_1^P, c_0^P, b_1^P, b_0^P$ известны по данным с предыдущего шага.

Полученное разностное уравнение для давления (9) оказывается замаскированным уравнением Пуассона и представляет собой систему линейных алгебраических уравнений. Система уравнений движения (7)-(9) связывает значения давления и компонентов скоростей на $(n + 1)$ временном слое и является фундаментальным результатом, представляющим универсальный дискретный аналог системы общих уравнений движения несжимаемой жидкости. Отметим, что уравнение Пуассона

для давления фактически заменяет уравнение неразрывности и система уравнений оказывается замкнутой.

Для решения таких систем алгебраических уравнений разработаны эффективные итерационные методы. Например, уравнение Пуассона для давления решается методом покоординатного расщепления и использования метода прогонки [20].

4. ПРОЦЕДУРА РЕШЕНИЯ

В настоящем методе компоненты скорости и давления расщеплены так, что на любом этапе расчета решаются уравнения относительно одной зависимой переменной. Это упрощает применение стандартных методов решения систем линейных алгебраических уравнений полученного вида. Расчеты проводятся для двух основных физических переменных – скорости, давления. Итерационный вычислительный процесс состоит из шагов по времени. В начале каждого временного цикла предполагаются известными поля скорости и давления. Вычислительная процедура расчета каждого шага по времени разбивается на три этапа и выполняется в следующей последовательности. На первом этапе при заданных на предыдущем временном шаге значениях $U_{j+1/2,i}^n$ и $V_{j,i+1/2}^n$ по соответствующим алгебраическим формулам рассчитываются коэффициенты дискретизации $d_{j+1/2,i}^U, d_{j,i+1/2}^V, d_{j,i}^P, c_1^P, c_0^P, b_1^P, b_0^P$ и выражения $G_{j+1/2,i}^U(U^n, V^n), G_{j,i+1/2}^V(U^n, V^n)$, включая свободный член $f^P(j, i)$. На втором этапе, зная коэффициенты уравнения Пуассона, путем его решения находится поле давления $P_{j,i}^{n+1}$. Далее, на третьем этапе, зная коэффициенты дискретизации и поле давления $P_{j,i}^{n+1}$ по уравнениям (7), (8), рассчитываются поля скорости $U_{j+1/2,i}^{n+1}, V_{j,i+1/2}^{n+1}$ на $(n+1)$ временном слое. На этом первый временной цикл заканчивается и далее он повторяется. Задача решается на установление. Критерием окончания решения служит заданное время счета или условие, когда максимальная разность между значениями искомых переменных на предыдущем и следующем временном шаге не превышает заданную величину ошибки ε .

Алгоритм решения на установление позволяет получить как стационарное решение, так и исследовать динамику течений во времени. Важным моментом расчетов является переход в граничных условиях для U и V к конечным разностям и контроль за выполнением уравнения неразрывности. Разработанный алгоритм решения эволюционной гидродинамической задачи для системы двумер-

ных нестационарных уравнений Навье – Стокса реализован в виде оригинальной компьютерной программы CLF на языке Фортран. Этот алгоритм обеспечивает выполнение уравнения неразрывности с точностью до 10^{-8} в области основного течения и до 10^{-4} вблизи твердых границ.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ. ПОЛЕ СКОРОСТЕЙ И ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ

Проведенные численные исследования показали, что с началом расчета поток жидкости начинает взаимодействовать с твердыми стенками канала и с жидкостью, находящейся внутри каверны. В результате в верхней части зоны каверны образуется своеобразный слой смешения, который встречается с правой вертикальной стенкой каверны и приводит к возникновению вихревого циркуляционного движения внутри каверны. С этого момента слой смешения за левой кромкой каверны формируется при взаимодействии основного потока в канале с циркуляционным течением внутри каверны.

Обсуждаемые здесь результаты расчетов вихревой структуры течения выполнены на равномерных сетках с шагами по пространству $\Delta x = \Delta y = 0.02$, при значении глубины каверны $B = b/h = 0.4$ для трех вариантов ее длины $L = l/b = 1, 2, 4$. Число Рейнольдса изменялось в диапазоне $100 \leq Re \leq 10000$.

Используемый нами численный метод решения нестационарных уравнений Навье–Стокса в переменных скорость–давление позволяет рассчитывать мгновенные значения компонентов скорости и давления в зависимости от времени и основных параметров задачи, таких как число Рейнольдса и геометрических параметров каверны L и B . Наряду с этим, ставилась также задача оценить влияние формы профиля продольной скорости перед каверной на процесс формирования слоя смешения и вихревую структуру течения внутри каверны. С этой целью рассматривались два случая. В первом случае профиль продольной скорости как в канале, так и непосредственно перед каверной соответствовал развитому ламинарному профилю Пуазейля, а во втором – профиль на входе в расчетную область был однородным. Поэтому в непосредственной близости перед каверной он был более наполненным по сравнению с параболическим и похож на профиль для турбулентного потока. Его расчетная форма при различных числах Рейнольдса и длине каверны L хорошо прослежи-

вається на приведених далі рисунках.

Виконані розрахунки залежності швидкості і тиску від часу в обраних реперних точках в зоні розташування каверни показали, що при малих числах Рейнольдса ($Re \leq 400$) течія ще стійка, а з ростом числа Re відбувається втрата її стійкості і виникає нестационарний режим течія. Нижче будуть обговорюватися деякі з отриманих результатів.

В якості першого прикладу результатів розрахунку на рис. 2 показана загальна картина течія в вигляді ізоліній рівних швидкостей в довгому каналі з прямокутної каверни при параболическому (перші п'ять фрагментів вгору) і однорідному профілі швидкостей на вході в канал (нижні п'ять фрагментів) відповідно для п'яти чисел Рейнольдса при глибині каверни $B = 0.4$ і її довжині $L = 4$. Щоб продемонструвати можливості чисельної моделі, на цих рисунках спеціально обрана велика довжина розрахункової області позади каверни з метою показати важливі особливості в зміні крупномасштабної структури потоку в каналі вдали від каверни при двох формах профіля швидкостей на вході в канал при різних числах Рейнольдса.

Із рис. 2 чітко видно як з ростом числа Re картина течія в ізолініях швидкості перетворюється від шарової ламінарної структури в нестійкий хвильовий режим і далі нагадує картину переходу в турбулентний режим. Розрахунки виконані при довжині каналу, рівній 40, і показали, що картина течія стабілізується вже при $X = 20$.

В подальшому результати розрахунку, що стосуються області течія поблизу і всередині каверни, будуть докладно розглянуті в більш крупному масштабі.

В якості другого прикладу результатів розрахунку на рис. 3 на верхніх двох фрагментах наведені розрахункові профілі продольної швидкості вздовж осі X в різних поперечних перерізах каналу при числі Рейнольдса $Re = 1000$ для довжини каверни $L = 2$. На нижніх двох фрагментах показані відповідно векторні поля швидкостей. При цьому верхні фрагменти в обох випадках відповідають параболическому початковому профілю продольної швидкості в перерізі $AB(X = 1)$, а нижні – однорідному початковому профілю. Нетрудно помітити, що на верхніх фрагментах непрямо перед початком каверни ($X = 1$) профіль швидкості має параболическу форму, а во другому варіанті (нижні фрагменти) виходить однорідний профіль швидкості на частині $0 \leq X \leq 1$ внаслідок в'язкого прилипання к

твердого стінки деформується і стає схожим на турбулентний профіль. Крім того, на рисунках видно, що вихреві структури всередині каверни при значенні параметра $L = 2$ мають знакопеременний профіль швидкості.

Наступним етапом дослідження було вивчення впливу геометричного параметра L на вихреву структуру течія в каверні при двох різних числах Рейнольдса. На рис. 4 наведені результати розрахунку в вигляді ізоліній рівних швидкостей для каверн з параметрами $L = 1$ і $L = 2$ при двох числах Рейнольдса. Ці розрахунки наочно демонструють вплив числа Рейнольдса на загальну картину швидкісного поля в зоні каверни при двох варіантах форми профіля швидкості перед каверною.

Сравнительний аналіз наведених на рис. 4 ізоліній швидкості показує, що з ростом числа Рейнольдса інтенсивність циркуляційного течія збільшується, а вихрева картина ускладнюється.

Тут фрагменти, розташовані зверху, відповідають параболическому входному профілю, а рисунки знизу відповідають однорідному входному профілю. Ці рисунки виразливо демонструють якісне змінення циркуляційної структури течія в каверні з $L = 1$ по відношенню до каверни з $L = 2$. Особливо складний режим вихреботворення має місце при числі $Re = 10000$. Аналіз отриманих розрахункових даних показує, що для каверни з параметром $L = 2$ довжина розвитку шари зміщення більша, а тому час взаємодії основного потоку з вихревіми структурами в каверні виявляється більшим і це природно відображається на процесі вихреботворення. Тому на рис. 5 додатково наведені фрагменти результатів розрахунку ізоліній полів швидкості в зоні каверни з довжиною $L = 4$ при трьох числах Рейнольдса. При цьому дані, наведені на рис. 5 зверху, відповідають параболическому профілю, а дані, розташовані знизу, відповідають однорідному початковому профілю продольної швидкості в каналі.

Ці результати розрахунку, подібно ізолініям потоку, виразливо показують різноманітність вихревих структур поля швидкостей як всередині каверни, так і за її межами. По ізолініям швидкості добре прослідковується і геометрія утворення малих вихревих структур, обумовлених механізмом дроблення локальних циркуляцій в залежності від числа Рейнольдса.

Представлення даних в вигляді ізоліній рівних швидкостей з вказанням на ізолініях числен-

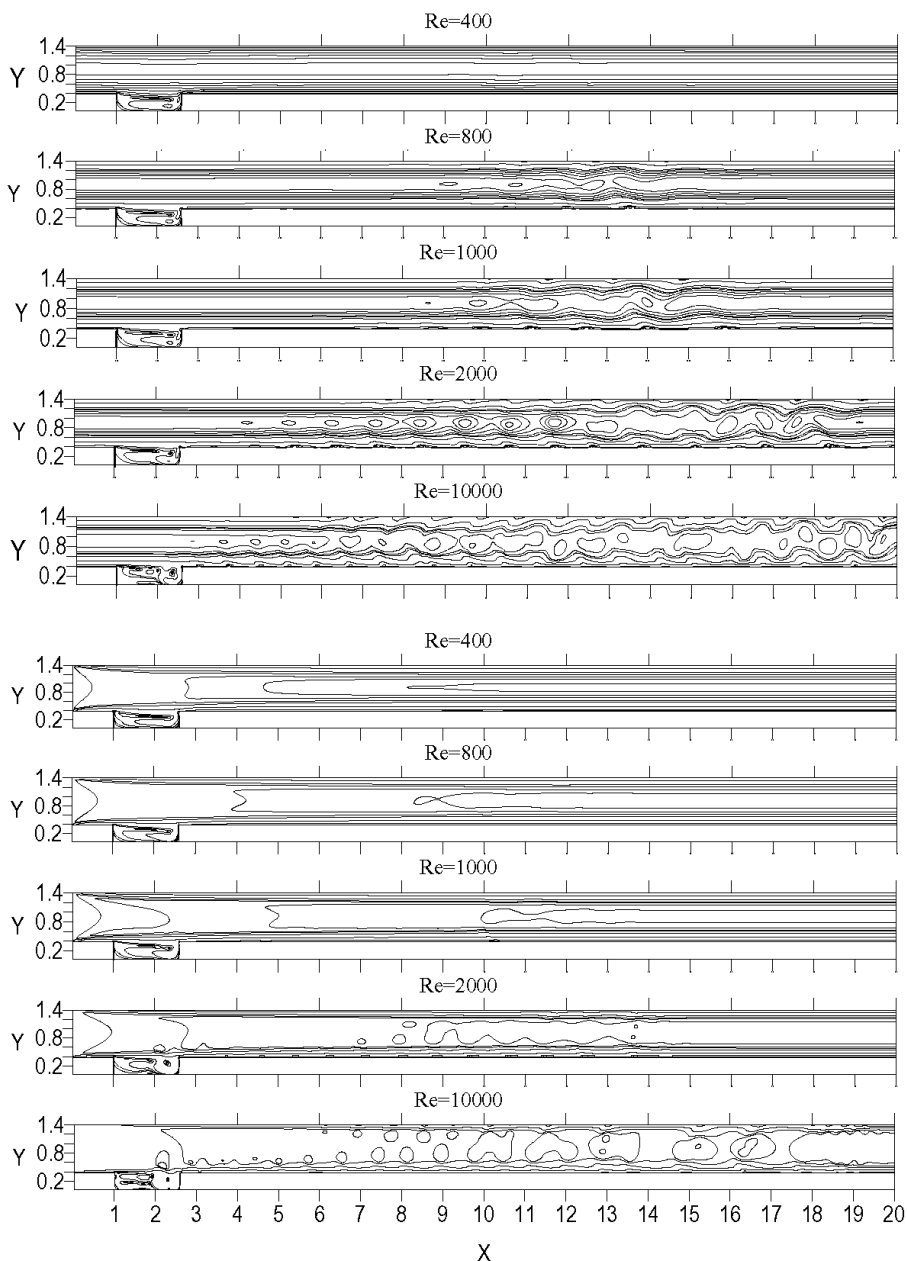


Рис. 2. Изолинии равных скоростей в плоском канале при параболическом и однородном профилях скорости на входе в канал при различных числах Re для $\tau = 100$

ного значения скоростей позволяет отчетливо видеть мелкие и крупные вихреобразования. При этом легко просматриваются картина формирования слоя смешения и циркуляционное движение внутри каверны. На рис. 5 в правой верхней части каверны видны "языки" проникновения внешней жидкости внутрь каверны. С ростом числа Рейнольдса структура усложняется и хорошо визуализируется, как показано на рисунках. При этом

отчетливо видна различная картина изолиний в случаях параболического и однородного входного профиля.

В целом выполненные расчеты показали, что характерной особенностью рассматриваемого течения является формирование сдвигового слоя смешения в верхней части каверны после отрыва основного потока от левой кромки каверны. Течение в этом сдвиговом слое с ростом числа Рей-

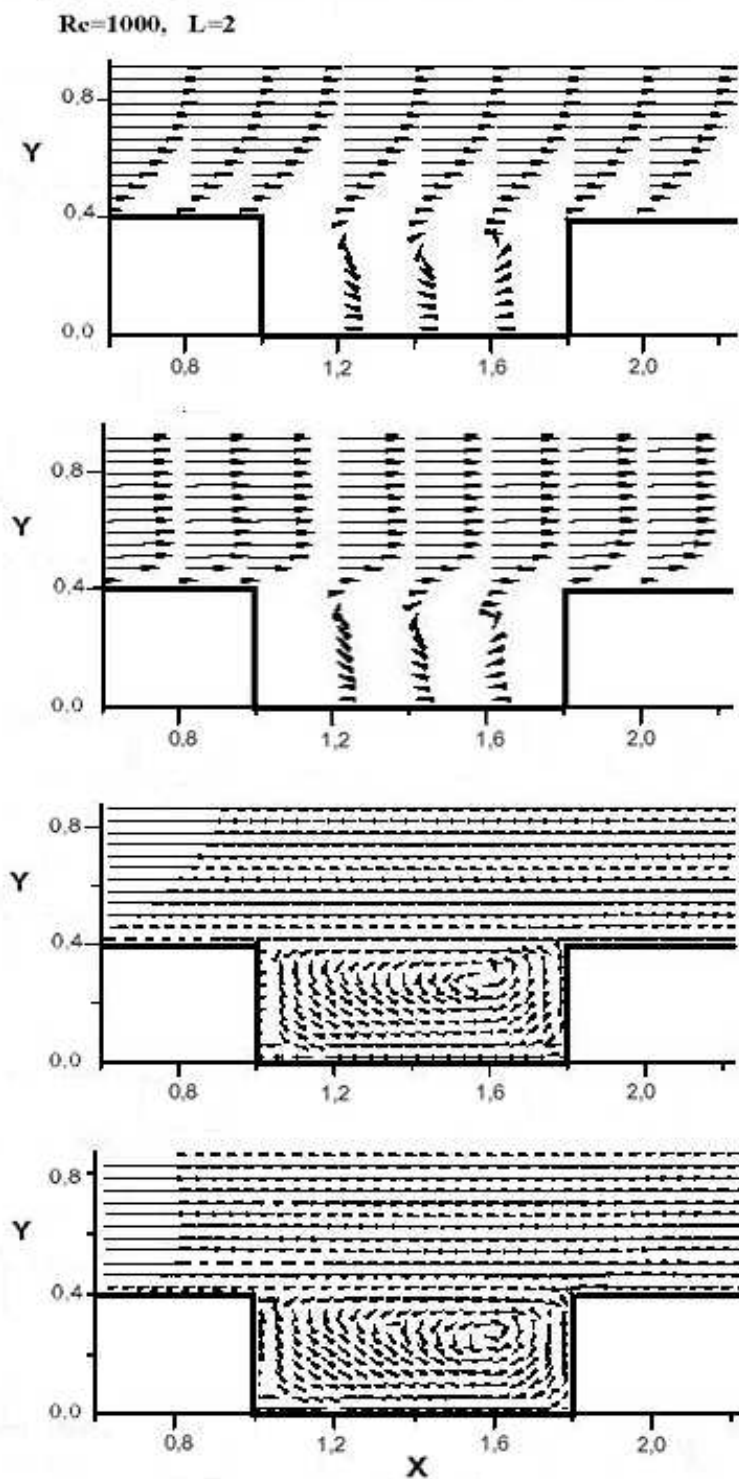


Рис. 3. Фрагменты профилей продольной скорости (два верхних фрагмента) и векторного поля скоростей (два нижних фрагмента) для длины каверны $L = 2$ с параболическим (верхние) и однородным (нижние) профилем скорости на входе в канал при числе $Re = 1000$ для $\tau = 100$

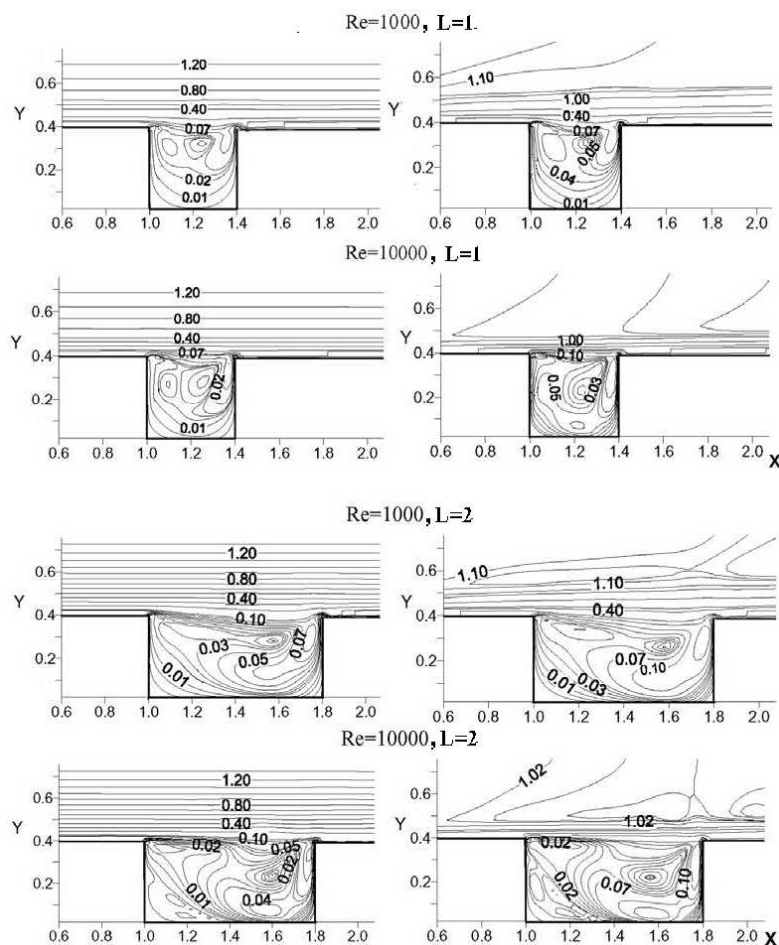


Рис. 4. Фрагменты расчетных изолиний равных скоростей в каверне с $L = 1$ и $L = 2$; $B = 0.4$) при параболическом (слева) и однородном (справа) профиле скорости на входе в канал при $Re = 1000, 10000$ для $\tau = 100$

польдса становится неустойчивым по отношению к малым возмущениям в соответствии с механизмом Кельвина–Гельмгольца и течение в зоне такой каверны вызывает значительные пульсации скорости и давления, увеличивая локальное сопротивление и возможности возникновения резонансных колебаний.

Профили продольной скорости внутри каверны являются знакопеременными из-за наличия циркуляционных течений внутри каверны. При этом в зависимости от геометрии каверны ($L = 1, 2, 4$) и числа Рейнольдса в канале формируется своя вихревая структура течения в каверне, которая может быть крупновихревой, а может и дробиться на мелкие вихри, которые обеспечивают наличие пульсации скорости и давления в каверне и в зоне смешения.

Для режима течения с числом Рейнольдса $Re = 1000$ на рис. 5 наблюдается один большой вихрь, который при $B = 0.4$ и $L = 4$, занимает почти 60% объема каверны, центр которого находится в правой части каверны и хорошо виден визуально. С ростом числа Рейнольдса вихревая структура течения существенно изменяется и переходит в многовихревую структуру, которая показана на соответствующих рисунках.

Представленные результаты расчетов полей скорости в виде их профилей, фрагментов векторных полей и изолиний скоростей наглядно показывают картину формирования вихревых структур в зависимости от формы профиля скорости перед каверной, параметра ее длины L и от числа Рейнольдса.

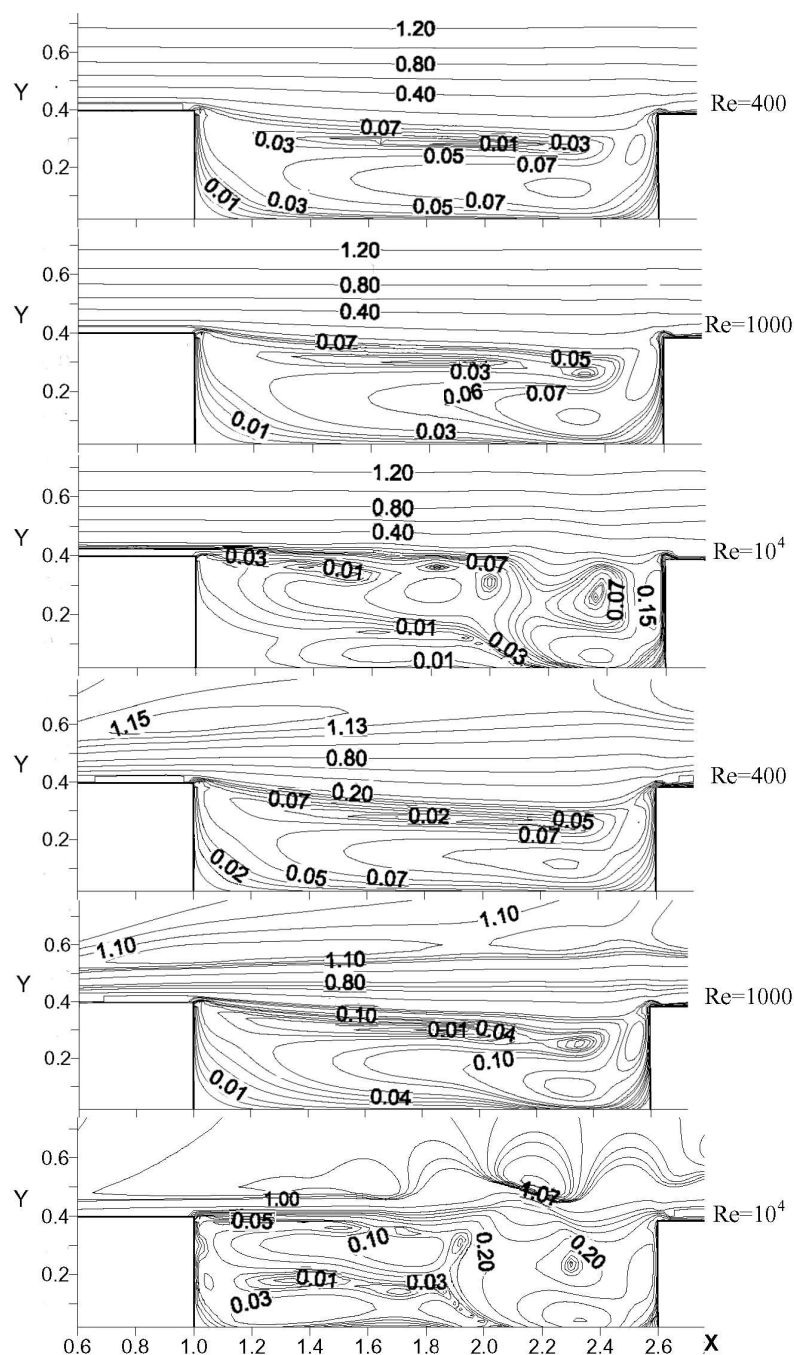


Рис. 5. Изолинии равных скоростей в прямоугольной каверне ($L = 4$, $B = 0.4$) с параболическим (два верхних фрагмента) и однородным (два нижних фрагмента) профилем скорости на входе в канал при трех числах Рейнольдса для $\tau = 100$

ВЫВОДЫ

С помощью численного моделирования исследовано двумерное течение несжимаемой жидкости в плоском канале с прямоугольной каверной, расположенной на нижней стенке канала. Изучено вли-

яние двух форм профиля продольной скорости перед каверной на вихревые структуры течения внутри каверны при различных числах Рейнольдса для трех вариантов геометрии каверны.

Результаты расчетов полей скоростей и вихревых структур широко представлены в графиче-

ской форме для каверн с глубиной $B = 0.4$ для трех вариантов ее относительной длины $L = 1, 2, 4$ при числах Рейнольдса $Re = 400 \div 10000$. Показано, что в зависимости от параметра длины каверны L в ней образуются один, два и больше вихревых систем. Их центры и размеры хорошо видны на приведенных рисунках. При всех трех параметрах длины каверны существуют крупномасштабные циркуляционные образования внутри каверны, структура и размер которых зависит от геометрии каверны, профиля скорости перед каверной и от числа Рейнольдса. Основная крупномасштабная вихревая система образуется у задней вертикальной стенки прямоугольной каверны при всех числах Re и вращается по часовой стрелке.

При $L = 1$ течение в каверне характеризуется одним большим вихрем. При соотношении сторон каверны $L = 2$ течение характеризуется наличием двух вихревых структур. Течение в прямоугольной каверне с соотношением сторон $L = 4$ характеризуется образованием нескольких вихревых структур в зависимости от числа Рейнольдса. Рост числа Рейнольдса для каверн с $L = 2$ и $L = 4$ вызывает потерю устойчивости течения в слое смешения и приводит к возникновению нестационарного режима течения в зоне каверны. Указанные результаты имеют место для обеих форм профилей продольной скорости перед каверной. Однако тонкая вихревая структура при этом различна. Это различие возрастает с ростом числа Рейнольдса.

Авторы глубоко признательны академику В. Т. Гринченко за ценные советы и поддержку работы при ее обсуждении.

1. Ермишина А. В. и Исаева С. А. Управление обтеканием тел с вихревыми ячейками в приложении к летательным аппаратам интегральной компоновки (численное и физическое моделирование). – М.: СПб., 2001. – 360 с.
2. Воропаев Г. А., Воскобойник А. В., Воскобойник В. А., Гринченко В. Т., Исаев С. А., Розумнюк Н. В. Источники псевдозвуковых пульсаций давления при обтекании сферической лунки // Акустичний вісник. – 2008. – Вып. 11, № 3. – С. 27–49.
3. Исаев С. А., Баранов П. А., Кудрявцев Н. А., Усачев А. Е. Анализ вихревого теплообмена при поперечном обтекании траншеи на плоскости с помощью моноблочных вычислительных технологий и различных полуэмпирических моделей турбулентности // Инженерно-физический журнал. – 2004. – Вып. 77, № 4. – С. 53–63.
4. Быстров Ю. А., Исаев С. А., Кудрявцев Н. А., Леонтьев А. И. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб. – М.: СПб: Судостроение, 2005. – 392 с.
5. Воропаев Г. А., Воскобойник А. В., Воскобойник В. А., Исаев С. А. Визуализация ламинарного обтекания овального углубления // Прикладна гідромеханіка. – 2009. – Т. 11, № 4. – С. 31–46.
6. Халатов А. А. Вихревые технологии аэротермодинамики в энергетическом газотурбостроении. – К.: НАНУ, Ин-т техн. Теплофизики, 2006. – 291 с.
7. Савельев А. Д. О влиянии задней кромки каверны на интенсивность пульсаций потока // МЖГ. – 2001. – № 3. – С. 79–89.
8. Pereira J. C. F., Sonsa J. M. M. Experimental and numerical investigation of flow oscillations in a rectangular cavity // J. Fluids Engng. – 1995. – 117. – P. 68–73.
9. Shang K., Constantinescu G., Park S. Analysis of the flow and mass transfer processes for the incompressible flow past an open cavity with a laminar and fully turbulent incoming boundary layer // Journal of Fluid Mechanics. – 2006. – 561, № 116. – P. 113–145.
10. Воропаев Г. А., Розумнюк Н. В. Численное моделирование вязкого течения над поверхностью с углублением // Прикладна гідромеханіка. – 2004. – Вып. 6, № 78. – С. 17–23.
11. Розумнюк Н. В. Мгновенные и осредненные характеристики вязкого потока около прямоугольной каверны // Прикладна гідромеханіка. – 2007. – Вып. 9, № 81. – С. 49–58.
12. Воропаев Г. А., Розумнюк Н. В. Управление течением в каверне с помощью периодического вдува // Прикладна гідромеханіка. – 2010. – Вып. 12(84), № 3. – С. 3–11.
13. Синха С. Н., Гупта А. К., Оберай М. М. Ламинарное обтекание уступов и каверн. Часть II. Обтекание каверн // Ракетн. техн. и космонавтика. – 1982. – Т. 20, № 4. – С. 78–83.
14. Mercan H., Atalik K. Vortex formation in lid-driven are-shape cavity flows at high Reynolds numbers // European J. of Mechanics B/Fluids. – 2009. – 28. – P. 61–71.
15. Бруязцкий Е. В., Костин А. Г., Никифорович Е. И., Розумнюк Н. В. Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скоростях-давлении // Прикладна гідромеханіка. – 2008. – Вып. 10(82), № 2. – С. 13–23.
16. Бруязцкий Е. В., Костин А. Г. Численное исследование течения жидкости в закрытой прямоугольной полости с движущейся верхней крышкой // Прикладна гідромеханіка. – 2009. – Вып. 11(83), № 1. – С. 3–15.
17. Бруязцкий Е. В., Костин А. Г. Прямое численное моделирование течения в плоском внезапно расширяющемся канале на основе уравнений Навье-Стокса // Прикладна гідромеханіка. – 2010. – Вып. 12(84), № 1. – С. 11–27.
18. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. – М.: Мир, 1991. – 1-501, 2.-552 с.
19. Харлоу Ф. Х. Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики, Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – 316–342 с.
20. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
21. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.