

УДК 629.12.001.11

ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВОДЫ ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ

А. Н. МАЙБОРОДА

Киевская государственная академия водного транспорта
04071 Киев, ул. Фрунзе, 9
amay@voliacable.com

Получено 21.02.2012

Рассматривается проявление сжимаемости воды при движении тел с числами $M \leq 1.5$. Анализируется термическое уравнение состояния и термодинамические особенности расширения и сжатия воды при движении со сверхвысокими скоростями. Предложено правило пересчета коэффициентов давления при обтекании тонкого профиля несжимаемой жидкостью на их значения при заданном числе M до присоединения скачка уплотнения. В отличие от правила Прандтля–Глауэрта предлагаемый подход учитывает термодинамические свойства среды. Проанализированы особенности образования скачков уплотнения при сверхзвуковом движении воды. Приведен пример расчета обтекания водой тонкого клина при числах $M \leq 1.5$.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тонкий профиль, скачок уплотнения, коэффициент давления

Розглядається проявлення стисливості води при русі тіл із числами $M \leq 1.5$. Аналізується термічне рівняння стану та термодинамічні особливості розширення та стиску води при русі з надвисокими швидкостями. Запропоновано правило перерахунку коефіцієнтів тиску при обтіканні тонкого профілю нестисливою рідиною на їхні значення при заданому числі M до приєднання стрибка ущільнення. На відміну від правила Прандтля–Глауєрта запропонований підхід враховує термодинамічні властивості середовища. Проаналізовано особливості утворення стрибків ущільнення при надзвуковому русі води. Наведено приклад розрахунку обтікання водою тонкого клина при числах $M \leq 1.5$.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: тонкий профіль, стрибок ущільнення, коефіцієнт тиску

Water compressibility effect is considered at movement of bodies with numbers $M \leq 1.5$. The thermal equation of a condition and thermodynamic features of expansion and water compressions are analyzed at movement with ultrahigh speeds. The rule of recalculation of pressure factors is offered at a flow over a thin profile an incompressible liquid on their values at set number M before shock attachment. Unlike Prandtl–Glauerts rule the offered approach considers thermodynamic properties of a liquid. Features of shock formation compression are analyzed at supersonic movement of water. The example of calculation of a water flow over thin wedge at numbers $M \leq 1.5$ is demonstrated.

KEY WORDS: thin profile, pressure factors, shock compression

ВВЕДЕНИЕ

Рост скоростей судов и других технических объектов, движущихся в воде, выдвигает перед гидродинамикой новые проблемы, в частности, необходимость учета сжимаемости, в том числе и при сверхзвуковых скоростях.

Как известно, проявление сжимаемости воды имеет ряд характерных особенностей. В воде, как конденсированной среде, молекулы находятся на близких расстояниях и сильно взаимодействуют: достаточно удаленные – притягиваются, а близкие – отталкиваются. Равновесные расстояния соответствуют минимуму потенциальной энергии взаимодействия. При сжатии такой среды за счет отталкивания молекул быстро растет внутреннее давление, которое в отличие от газов имеет неэпловую, только упругую природу. Это определяет основные особенности поведения воды при сжа-

тии.

При давлениях до $3 \cdot 10^9$ Па термическое уравнение состояния воды имеет изоэнтропическую форму Тэта [1]

$$p = B(s) \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right]. \quad (1)$$

Здесь ρ_0 – плотность воды, экстраполированная на нулевое давление; $n = 7.15$. Энтропийная функция $B(s)$ слабо зависит от начальной энтропии, так что в интервале температур от 0 до 60°C можно принять $B = 2.987 \cdot 10^8$ Па. Поскольку величина B весьма велика по сравнению с нормальным давлением, то можно считать, что ρ_0 – плотность воды при нормальном давлении.

При $B = \text{const}$ уравнение состояния (1) приводится к виду $p = p(v)$, где $v = 1/\rho$ – удельный объем воды. Следовательно, в рассматриваемых условиях вода является баротропной средой, и ее внутренняя энергия e представляет собой сумму

двух функций, одна из которых зависит только от удельного объёма, а другая – только от энтропии:

$$e = e_1(v) + e_2(s). \quad (2)$$

Подставляя представление (2) в соотношение Гиббса, получим

$$\frac{\partial e_1}{\partial v} dv + \frac{\partial e_2}{\partial s} ds = T ds - p dv,$$

откуда вытекает

$$T = T(s), \quad s = s(T). \quad (3)$$

Таким образом, изоэнтропические процессы в воде являются изотермическими.

Уравнение состояния (1) с учетом приведенных выше допущений можно привести к виду адиабаты Пуассона

$$\frac{p+B}{\rho^n} = \frac{B}{\rho_0^n} = \text{const}. \quad (4)$$

Тогда, как известно, уравнение Бернулли для воды будет отличаться от такового для газа добавкой величины B к давлению:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{n}{n-1} \frac{p+B}{\rho} = \text{const}. \quad (5)$$

Соответственно выражения для скорости звука и аналогичные известным газодинамическим функциям плотности и давления для газа в случае воды выглядят как

$$a = \sqrt{\frac{n(p+B)}{\rho}}; \quad (6)$$

$$\varepsilon(M) = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{n-1}}; \quad (7)$$

$$\pi(M) = \frac{p+B}{p_0+B} = \left(1 + \frac{n-1}{2} M^2\right)^{-\frac{n}{n-1}}. \quad (8)$$

На рис. 1 и 2 приведено сравнение графиков газодинамических функций плотности (7) и давления (8) для воды и для воздуха в рассматриваемом диапазоне чисел $M \leq 1.5$.

Как видно, пренебрегать сжимаемостью воды можно лишь в пределах $M \leq 0.2$, тогда как для воздуха это допустимо до чисел $M=0.25 \dots 0.3$. С ростом числа M вода заметно проявляет большую упругость, чем воздух (рис. 1).

Преобладание постоянного внутреннего давления объясняет значительное падение “теплого” давления при изоэнтропическом расширении воды по сравнению с воздухом (рис. 2).

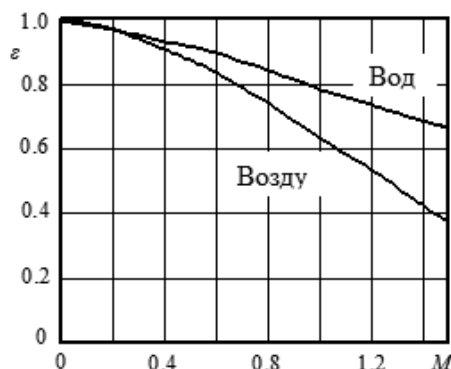


Рис. 1. Газодинамические функции плотности для воды и воздуха

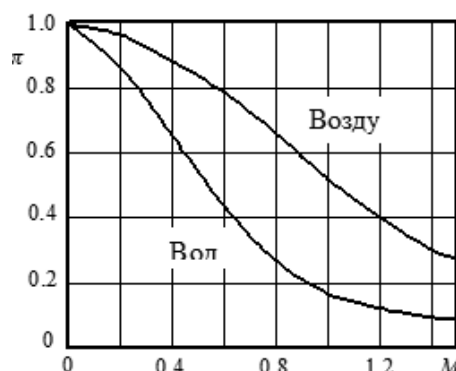


Рис. 2. Газодинамические функции давления для воды и воздуха

1. ДОЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ, $M \leq 1.0$

Учет влияния сжимаемости воды рассмотрим на примере обтекания нижней поверхности плоского профиля. Для такой поверхности характерна аффинноподобность распределения давления [2], известны экспериментальные данные о нагрузке в широком диапазоне чисел M [3] и методом локальной линеаризации получена оценка влияния чисел M дозвукового обтекания на относительное увеличение нагрузки [4].

В аэродинамике широко используется приближенное правило Прандтля–Глауэрта, которое устанавливает динамическое подобие между значениями коэффициента давления в сходственных точках профиля и интегральными характеристиками его нагрузки при обтекании несжимаемой жидкостью и дозвуковым потоком газа.

Оценим значения коэффициента давления в критической точке профиля для различных чисел M , полученные по правилу Прандтля–Глауэрта и прямым определением по уравнению изоэнтро-

пы (6). В первом случае мы имеем величину $1/\sqrt{1-M^2}$, т. е. известный масштаб подобия Прандтля–Глауэрта. Во втором случае, представляя коэффициент давления в точке торможения в виде

$$\bar{p}_0 = \frac{(p_0 + B) - (p_\infty + B)}{\frac{\rho v^2}{2}} = \frac{2}{nM^2} \left(\frac{1}{\pi(M)} - 1 \right),$$

получим масштаб изэнтропного подобия

$$k_M = \frac{2}{nM^2} \left[\left(1 + \frac{n-1}{2} M^2 \right)^{\frac{n}{n-1}} - 1 \right]. \quad (9)$$

Учитывая аффинноподобность распределения давления на нижней стороне плоского профиля, можно предположить, что величина k_M (9) должна быть и масштабом подобия интегральных характеристик нагрузки для режимов проявления сжимаемости среды ($0.2 < M \leq 1$).

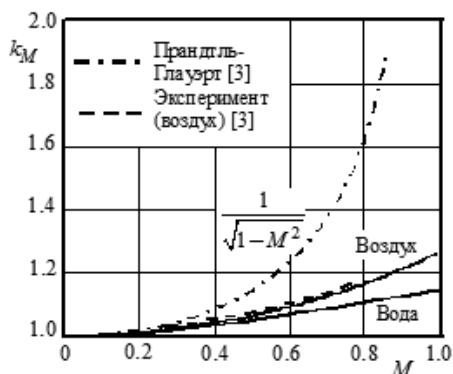


Рис. 3. Влияние числа М на увеличение гидродинамической нагрузки профиля при дозвуковом обтекании

На рис. 3 показано сопоставление масштаба подобия k_M (9) для воды и воздуха с коэффициентом Прандтля–Глауэрта, а также экспериментальные данные относительного изменения коэффициента нормальной силы на нижней поверхности профиля в воздухе [3] и результаты приближенной теоретической оценки такого влияния в воде [4].

Удовлетворительное согласование приведенных результатов позволяет рекомендовать представление (9) как альтернативу правилу Прандтля–Глауэрта учета сжимаемости различных сред в диапазоне режимов $0.2 < M \leq 1$. В отличие от масштаба подобия Прандтля–Глауэрта коэффициент k_M (9) учитывает термодинамические свойства среды и, как показано ниже, может быть обобщен на сверхзвуковые режимы с отсоединенным скачком уплотнения.

2. СВЕРХЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ, $M > 1.0$

При движении со сверхзвуковой скоростью перед телом движется скачок уплотнения, форма и относительное положение которого определяются числом М и геометрией носовой оконечности тела.

Изэнтропический характер уравнения состояния воды (1) в принятом диапазоне $M \leq 1.5$ позволяет рассматривать закономерности образования и распространения этого скачка в квазиакустическом приближении и использовать условия динамической совместности и основные соотношения, отличающиеся от известных для газа только добавкой B к давлению.

Для дальнейшего удобно рассматривать симметричное сверхзвуковое обтекание водой бесконечного клина с углом 2θ при вершине.

В этом случае возможны три характерные области обтекания клина при $M > 1$:

$1 < M < M'$ – обтекание с отсоединенным скачком уплотнения, где M' – число М, при котором скачок присоединяется к клину, и максимальный угол поворота в скачке равен углу θ полураствора клина;

$M' \leq M \leq M''$ – обтекание с присоединенным криволинейным скачком уплотнения, где M'' – число, при котором скорость за скачком становится сверхзвуковой;

$M'' < M$ – сверхзвуковое обтекание за присоединенным косым скачком уплотнения.

При указанных выше допущениях был выполнен расчет углов поворота потока и наклона скачка уплотнения в воде при $M \leq 1.5$.

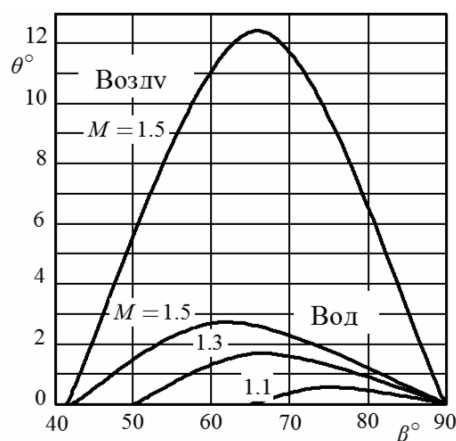


Рис. 4. Зависимость угла отклонения потока воды и воздуха в скачке уплотнения от угла наклона скачка

На рис. 4 приведены углы θ отклонения потока в скачке уплотнения с углом наклона β при раз-

личных числах M , а на рис. 5 – зависимость числа M' , при котором скачок присоединяется к клину, от угла θ полураствора клина. На рисунках дополнительно показаны соответствующие зависимости для воздуха, подчеркивающие исключительно малую сжимаемость воды.

Как видно (рис. 5), плоский клин с углом полураствора $\theta > 2.6^\circ$ в рассматриваемом диапазоне скоростей движения $M \leq 1.5$ всегда обтекается с отсоединенным скачком уплотнения. Для воздуха при этих скоростях движения минимальный угол полураствора клина, при котором отсоединяется скачок уплотнения, составляет 12° , что также свидетельствует о меньшей сжимаемости воды.

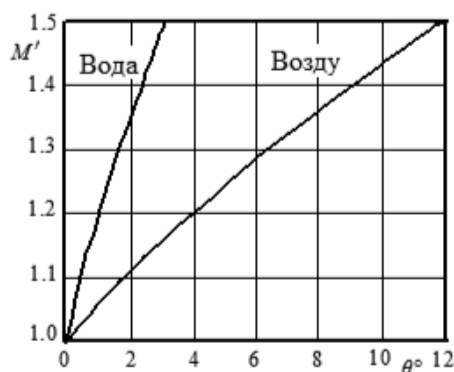


Рис. 5. Зависимость числа M' присоединения скачка уплотнения в воде и воздухе от угла полураствора клина

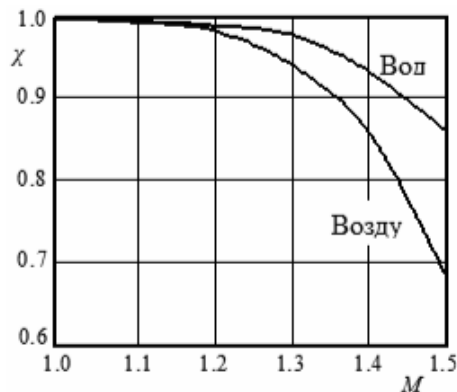


Рис. 6. Изменение коэффициента восстановления полного давления в прямом скачке уплотнения в воде и воздухе

На рис. 6 показано сравнение коэффициента восстановления полного давления за прямым скачком уплотнения в воде и воздухе, рассчитанного

по известному представлению [5]

$$\chi = \frac{p_{02}}{p_{01}} = \left(\frac{n+1}{n} \right)^{\frac{n+1}{n-1}} \times \frac{M_1^{\frac{2n}{n-1}}}{\left(1 + \frac{n-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{n}{n-1}} \left(n M_1^2 - \frac{n-1}{2} \right)^{\frac{1}{n-1}}}$$

Как видно, скачки в воде являются относительно менее сильными, что оправдывает допустимость квазиакустического приближения при анализе процессов в скачках и расчете систем скачков, в частности, вблизи свободной поверхности жидкости.

2.1. Течение с отсоединенным скачком уплотнения

При оценке нагрузки будем исходить из допущения, что дозвуковой поток на клине условно имеет скорость на бесконечности с числом M , получившимся после прямого скачка уплотнения. Это не совсем строгое предположение, известное как принцип соответствия, приближенно выполняется для достаточно большой толщины ударного слоя при отсутствии на обтекаемом теле сверхзвуковых зон [6].

Тогда для рассматриваемого режима можно с достаточной для инженерных приложений точностью получить из формулы Рэля выражение для величины k_M , показывающей в принятых обозначениях относительное изменение коэффициента нормальной силы на боковой поверхности клина, вызванное влиянием числа M , по сравнению с движением в несжимаемой жидкости:

$$k_M = \frac{2}{nM^2} \left[\frac{\left(\frac{n+1}{2} M^2 \right)^{\frac{n}{n-1}}}{\left(\frac{2nM^2}{n+1} - \frac{n-1}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-1}}} - 1 \right], \quad 1 < M < M'. \tag{10}$$

Выражение (10) достаточно справедливо во всем диапазоне чисел $M \leq 1.5$ при углах полураствора клина $\theta > 2.6^\circ$. При числах M , приближающихся к M' , величина k_M может быть уточнена интерполированием на основе известных представлений о непрерывности процесса приближения и присоединения скачка с ростом скорости потока [7].

В приложениях теории течений идеальных сжимаемых сред большую роль играют законы подобия. В частности, термодинамические свойства среды в соответствующих критериях подобия учитываются фундаментальным термодинамическим параметром Γ [6]:

$$\Gamma = \frac{a^4}{v^3} \left. \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right|_s - 1, \quad (11)$$

где a – скорость звука; v – удельный объем; производная берется при постоянной энтропии s . Для совершенного газа с постоянными теплоемкостями параметр Γ постоянен и равен показателю адиабаты k .

Для воды величина n в уравнении Тэта (1) формально имеет смысл показателя адиабаты, но не является отношением теплоемкостей. Однако, непосредственно дифференцируя уравнение состояния и подставляя в (11) выражение (6) для скорости звука в воде, можно показать, что для воды при $p < 3.0 \cdot 10^9$ Па параметр Γ также постоянен и равен n .

Следовательно, для воды в пределах справедливости уравнения состояния Тэта могут быть применены законы подобия динамики совершенного газа при замене в критериях подобия показателя k адиабаты газа на величину n . Это обстоятельство позволяет использовать для воды результаты точных решений и экспериментов, полученных для подобных течений газа.

В частности, приближенная оценка режима присоединения скачка уплотнения в воде, представленная на рис. 6, по значению критерия подобия Кармана–Ченя [6] хорошо согласуется с решением аналогичной задачи, полученным Винченти и Вагонером [8] методом годографа.

2.2. Течение с присоединенным скачком уплотнения

При числе $M = M'$ скачок уплотнения присоединяется к профилю. Течение за скачком при $M=M'$ является дозвуковым и в дальнейшем с ростом скорости движения при $M = M''$ становится сверхзвуковым. Величина интервала $\Delta M = M'' - M'$ зависит от числа M набегающего потока и для $M \leq 1.5$ в воде не превышает значения 0.05. Ввиду малости интервала ΔM с достаточной для практических целей точностью можно принять $\Delta M = 0$ и в качестве числа M_s присоединения скачка, когда скорость за скачком становится сверхзвуковой, считать значение $M_s = M'$.

Тогда для расчета производной коэффициента

нормальной силы на боковой поверхности клина при обтекании сверхзвуковым потоком за присоединенным скачком уплотнения может быть использовано известное выражение

$$C_n^\theta = \frac{4}{\theta(n+1)} \left(\sin^2 \beta - \frac{1}{M^2} \right), \quad (12)$$

$$M_s \leq M \leq 1.5,$$

где угол β наклона скачка уплотнения может быть определен из уравнения

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2[(M^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \beta - 1]}{[(n-1)M^2 + 2] \operatorname{tg}^3 \beta + [(n+1)M^2 + 2] \operatorname{tg} \beta}. \quad (13)$$

На рис. 7 в критериях транзвукового подобия

$$\overline{C}_n^\theta = (n+1)^{\frac{1}{3}} \theta^{\frac{1}{3}} C_n^\theta \quad (14)$$

и

$$\overline{M} = \frac{(n+1)^{\frac{1}{3}}}{\theta^{\frac{1}{3}}} \left(\frac{M}{\sqrt{\frac{n+1}{2} - \frac{n-1}{2} M^2}} - 1 \right) \quad (15)$$

данные расчета по предлагаемой методике нагрузки на боковой поверхности клина при малых углах θ в диапазоне $0.95 \leq M \leq 1.25$ сравниваются с результатами Винченти и Вагонера [8], Йосихары [9], Гудерлея [10] и Нишиямы и Омара [11]. В принятых обозначениях режимы движения при M' и M'' соответствуют значениям критерия $\overline{M} = 1.18$ и $\overline{M} = 1.26$, режим при $M=1$ соответствует значению $\overline{M} = 0$.

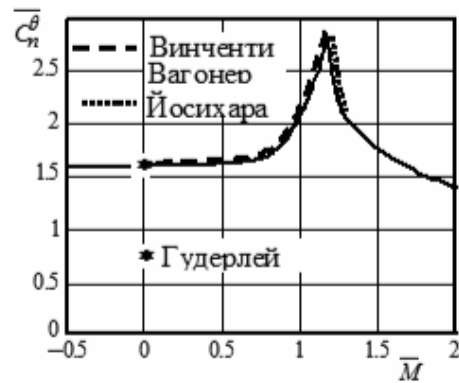


Рис. 7. Гидродинамические характеристики тонкого клина при транзвуковом обтекании

Винченти и Вагонер [8] на основе численного решения уравнения Трикоми исследовали обтекание тонкого клина с отсоединенным скачком уплотнения при $0 < \overline{M} < 1.05$ и экспериментально

подтвердили свои результаты. Йосихара [9] получил приближенное решение уравнения годографа для обтекания тонкого клина в диапазоне режимов $1.18 \leq \bar{M} \leq 1.26$, т. е. с момента начала присоединения скачка уплотнения, когда скорость за ним еще остается дозвуковой, до формирования присоединенного косоугольного скачка со сверхзвуковой скоростью на клине. В диапазоне $1.05 \leq \bar{M} \leq 1.18$, т. е. при стремящейся к нулю толщине ударного слоя перед присоединением скачка, на рис. 7 приведены интерполированные значения \bar{C}_n^θ .

Нишияма и Омар [11] на основе численного решения методом локальной линеаризации уравнений параболического и гиперболического типов для потенциала скорости исследовали сверхзвуковое обтекание тонкого клина.

Показанные на рис. 7 расчетные значения \bar{C}_n^θ для сверхзвукового обтекания за присоединенным скачком уплотнения при $\bar{M} > 1.26$, полученные с использованием соотношения (12), практически совпадают с приведенными в монографии Гудерлея [10]. Точкой на рис. 7 показан результат Гудерлея [10] для обтекания нижней поверхности пластины при $M = 1$.

Как видно из рис. 7, построенные в настоящей работе расчетные выражения для нагрузки плоского клиновидного профиля, обтекаемого водой при $M \leq 1.5$, удовлетворительно согласуются с известными теоретическими и экспериментальными результатами и могут быть использованы для расчета гидродинамических характеристик тел при сверхзвуковом движении в воде.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для изоэнтропического уравнения состояния получена количественная оценка проявления сжимаемости воды при движении тел с числами $M \leq 1.5$ с отсоединенным и присоединенным скачком уплотнения.

Предложено правило пересчета коэффициентов давления при обтекании тонкого профиля несжимаемой жидкостью на их значения при заданном

числе M до присоединения скачка уплотнения. В отличие от правила Прандтля–Глауэрта предлагаемый подход учитывает термодинамические свойства среды.

Построены зависимости угла поворота потока воды в скачке уплотнения от угла наклона скачка, а также зависимость числа M присоединения скачка от угла атаки профиля.

Полученные результаты удовлетворительно согласуются для малых углов полураствора клина с известными теоретическими решениями и экспериментальными данными для нижней поверхности клина, обтекаемого дозвуковым, транзвуковым и сверхзвуковым подобным потоком газа и воды.

1. Коул Р. Подводные взрывы. – М.: Изд. иностр. лит., 1950. – 494 с.
2. Kusakawa, KenIchi. On the twodimensional compressible flow over a thin symmetric obstacle with sharp shoulders placed in an unbounded fluid and in a choked wind tunnel // J. Phys. Soc. Japan. – 1957. – 12, No. 9. – P. 1031–1041.
3. Хилтон У.Ф. Аэродинамика больших скоростей. – М.: Изд. иностр. лит. 1955. – 504 с.
4. Nishiyama T., Omar F.K. Compressibility Effects on Cavitation in High Speed Liquid Flow (First Report-Subsonic Liquid Flow) // Bulletin of the JSME. – April 1981. – 24, No. 190. – P. 648–654.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука. 1987. – 840 с.
6. Чёрный Г.Г. Газовая динамика. – М.: Наука, 1988. – 424 с.
7. Guderley K.G. Theory schallnaher stromungen. – Berlin, 1957. – 421 s.
8. Vincenti W.G., Wagoner C.B. Transonic flow past a wedge profile with detached bow wave // NACA Rep. 1180. – 1954.
9. Yoshihara H. On the flow over a wedge in the upper transonic region // Proc. of the Second National Congress of Applied Mechanics. – Ann Arbor, 1954.
10. Guderley K.G. The flow over a flat plat with a small angle attack at Mach number 1 // Journ. of Aeronaut. Sci. – 1954. – 21, No. 4. – P. 261–270.
11. Nishiyama T., Omar F.K. Compressibility Effects on Cavitation in High Speed Liquid Flow (Second Report-Subsonic Liquid Flow) // Bulletin of the JSME. – April 1981. – 24, No. 190. – P. 655–661.