

УДК 532.528

## ОСОБЛИВОСТІ ФОРМИ ДОННИХ ШТУЧНИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КАВЕРН

І. Г. НЕСТЕРУК, Б. Д. ШЕПЕТЮК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Отримано 15.11.2010

Розглянуто вплив піддуву газу на форму донних тонких осесиметричних стаціонарних каверн. Для розрахунків використовувалось диференціальне рівняння для моделі одновимірної невязкої течії нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнею каверни і циліндричним корпусом тіла. Проведено аналіз розв'язків для випадку нульового та від'ємних значень похідної від радіуса кавітатора в перерізі сходу каверни. Показано, що вентиляція може істотно зменшувати довжину донних каверн. Отримані теоретичні результати дозволяють пояснити виявлені в експериментах факти як слабкої залежності довжини каверни від піддуву, так і її стрибкоподібного зростання, а також гістерезисного характеру залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції.

Рассмотрено влияние поддува газа на форму донных тонких осесимметричных стационарных каверн. Для расчетов использовалось дифференциальное уравнение для модели одномерного невязкого течения несжимаемого газа в кольцевом канале между поверхностью каверны и цилиндрическим корпусом тела. Проведен анализ решений для случаев нулевого и отрицательных значений производной от радиуса кавитатора в сечении схода каверны. Показано, что вентиляция может существенно уменьшать длину донных каверн. Полученные теоретические результаты позволяют объяснить обнаруженные в экспериментах факты как слабой зависимости длины каверны от поддува, так и ее скачкообразного увеличения, а также гистерезисный характер зависимости длины каверны от интенсивности вентиляции.

The influence of the gas ventilation on the shape of base slender axisymmetric steady cavities is considered. The differential equation for the approach of one-dimensional inviscid flow of incompressible gas in the narrow channel between the cavity surface and the cylindrical body was used for calculations. The analysis of the solutions for cases of zero and negative values of the derivative of the cavitator radius at the cross section of the cavity origin is presented. It was shown that ventilation can sufficiently decrease the base cavity length. Presented theoretical results allow explaining the experimental facts of both a weak dependence of the cavity length on ventilation and its abrupt increase. As well the hysteresis behavior of the cavity length with the change of the ventilation rate can be explained.

### ВСТУП

Для зменшення опору корпусів високошвидкісних підводних апаратів та кораблів широко використовується суперкавітаційний режим обтікання [1, 2], що дозволяє значно зменшити опір тертя шляхом мінімізації площі контакту з водою. Відомо також (див., наприклад, [1]), що розміри каверни збільшуються при спаданні числа кавітації

$$\sigma = \frac{2(p_\infty - p_c)}{\rho U^2}, \quad (1)$$

де  $\rho$  – густина води;  $U$  – поточна швидкість тіла;  $p_\infty$  – тиск у воді далеко від перерізу початку каверни на глибині його руху;  $p_c$  – тиск в каверні.

Відповідно до формули (1) зменшити число кавітації при недостатньо великій швидкості руху тіла можна шляхом збільшення тиску газу в каверні з використанням піддуву (так звана штучна кавітація). Вентиляція газом, що рухається у вузькому кільцевому каналі між поверхнями тіла та каверни (рис. 1) може змінювати форму каверни порівняно з випадком парової кавітації. Експериментальні дослідження цього складного явища можна знайти в [3–5]. Зокрема, результати роботи [3] свідчать, що поведінка каверни з вузьким за-

зором між поверхнями каверни та розташованого в ній тіла значно відрізняється від каверни без тіла або з великим зазором. Інша особливість штучних каверн полягає в можливості дуже значного збільшення інтенсивності піддуву без зміни розмірів каверни (див., наприклад, [4, 5]). Дані факти, а також проблеми з вимірюваннями числа кавітації (наприклад, в [4, 5] воно визначалось за розмірами каверн) роблять дуже актуальними теретичні дослідження форми вентилятованих каверн.

Розрахунки осесиметричних штучних каверн проводились в [6, 7]. Зокрема, в роботі [7] було отримане таке рівняння для радіуса  $R(x)$  тонкої осесиметричної стаціонарної штучної каверни:

$$\frac{d^2 R^2}{dx^2} = \frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + \Delta \left[ a - \frac{1}{(R^2 - R_b^2)^2} \right], \quad (2)$$

в якому всі довжини віднесені до радіуса каверни в точці її початку  $R_0$  (див. рис. 1), а сталі параметри  $\sigma_0$ ,  $\Delta$  та  $a$  визначаються формулами

$$\sigma_0 = \frac{2(p_\infty - p_0)}{\rho U^2}, \quad (3)$$

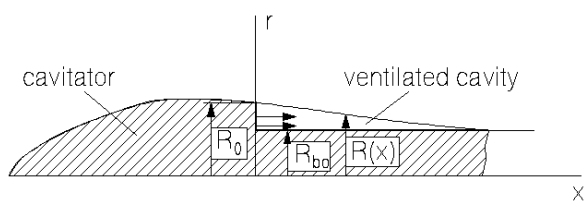


Рис. 1. Схема осесиметричного суперкавітаційного обтікання з вентиляваною донною каверною

$$\Delta = -\frac{\rho_g Q^2}{\pi^2 R_0^4 \rho U^2 \ln \epsilon}, \quad (4)$$

$$a = \left[1 - \frac{R_{b0}^2}{R_0^2}\right]^{-2}, \quad (5)$$

де  $\rho_g$  – густина газу, що використовується для піддуву (вважається сталюю);  $Q$  – об’ємне витрачання газу;  $p_0$  – тиск газу в каверні в перерізі її початку  $x = 0$ ;  $R_b, R_{b0}$  – поточний та початковий радіуси тіла (див. рис. 1);  $\epsilon$  – малий параметр, відношення максимального радіуса системи каверна–кавітатор до її довжини.

Форма розташованого у каверні тіла може бути довільною, відповідні форми каверн для різних інтенсивностей піддуву можуть бути обчислені за допомогою рівняння (2). Зупинемося лише на найбільш простому випадку циліндричного тіла, розташованого у штучній каверні (див. рис. 1). Випадак додатніх значень похідної від радіуса в точці початку каверни ( $\beta > 0$ ) докладно проаналізований в [7]. В даній роботі розглядається випадок так званих донних каверн, коли похідна від радіуса в точці сходу каверни  $\beta$  або дорівнює нулю (див. рис. 2), або від’ємна (див. рис. 3). Для спрощення розрахунків будемо вважати, що  $\epsilon = R_{b0}/L_b$ , де  $L_b$  – довжина кавітатора, тобто частини тонкого осесиметричного корпусу, змочена водою.

### 1. ОБМЕЖЕННЯ НА ЧИСЛА КАВІТАЦІЇ ДЛЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ДОННИХ КАВЕРН, ЩО ЗАМИКАЮТЬСЯ НА ЦИЛІНДРИЧНОМУ КОРПУСІ

Якщо вентиляція відсутня ( $\Delta = 0$ ), то рівняння (2) збігається з рівнянням першого наближення [8] для форми тонкої осесиметричної стаціонарної каверни з числом кавітації  $\sigma_0$ , а його розв’язок для стандартних початкових умов у точці сходу каверни  $x = 0$ :

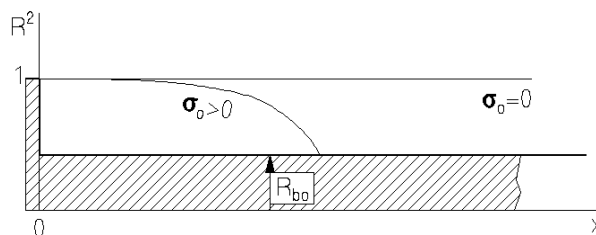


Рис. 2. Мінімальне число кавітації для донної каверни з  $\beta = 0$

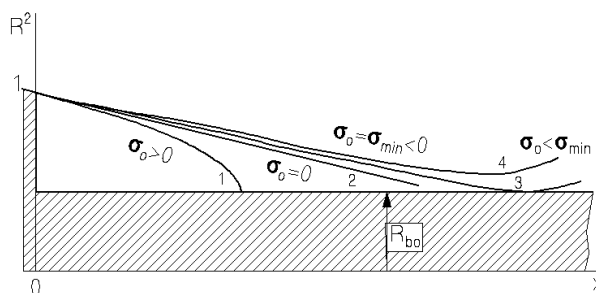


Рис. 3. Мінімальне число кавітації для донної каверни з  $\beta < 0$

$$R = 1, \quad \frac{dR}{dx} = \beta, \quad (6)$$

має вигляд

$$R^2 = \frac{\sigma_0 x^2}{2 \ln \epsilon} + 2\beta x + 1. \quad (7)$$

З рівняння (7) видно, що в першому наближенні форма тонкої осесиметричної парової каверни не залежить від форми тіла, на яке вона замикається. Однак вже в другому наближенні (див. [9]) такий вплив помітний. Рівняння (7) дозволяє дослідити питання про допустимі значення чисел кавітації, якщо застосувати принцип стійкості задач математичної фізики, згідно з яким малі зміни параметрів, що визначають розв’язок, повинні мало його змінювати. В роботі [10] такий аналіз зроблено для каверни, яка не містить тіла. Розглянемо випадок замикання каверни на циліндричному корпусі. Спочатку обмежимося невентильованою каверною ( $\Delta = 0$ ).

Приклади розв’язків рівняння (7) для випадку  $\beta = 0$  наведені на рис. 2. Для будь-якого додатнього числа кавітації каверна має обмежені розміри. Однак при  $\sigma_0 = 0$  каверна стає нескінченною (циліндр з радіусом, рівним радіусу тіла в точці початку каверни). Тому нульове число кавітації не досягне для донної каверни з  $\beta = 0, \Delta = 0$ . Варто відзначити, що такий простий висновок не зале-

жить від форми розташованого в каверні тіла і збігається з випадком  $\beta > 0$ .

Деяко складнішою є показана на рис. 3 картина при  $\beta < 0$ . Каверни обмежених розмірів можливі тепер не тільки при додатніх (крива 1), але і при нульовому (пряма 2) та деяких від'ємних числах кавітації. Однак існує таке значення  $\sigma_0 = \sigma_{min} < 0$ , при якому парабола (7) торкається циліндричної частини корпусу (крива 3 на рис. 3). При подальшому зменшенні числа кавітації каверна стає нескінченною (крива 4). Тому число кавітації для донної каверни з  $\beta < 0$ ,  $\Delta = 0$  не може бути меншим за значення  $\sigma_{min}$ .

Оцінку величини  $\sigma_{min}$  легко зробити з використанням формули (7). В точці дотику  $x^*$  параболи до циліндричної частини корпусу похідна від  $R^2(x)$  повинна дорівнювати нулю, а  $R(x) = R_{b0}$ . Після простих викладок можна отримати

$$x^* = -\frac{2\beta \ln \epsilon}{\sigma_0}, \quad (8)$$

$$\sigma_{min} = \frac{2\beta^2 \ln \epsilon}{1 - R_{b0}^2}. \quad (9)$$

В рівнянні (9) і надалі використовується безрозмірне (віднесене до  $R_0$ ) значення радіуса циліндричної частини корпусу. Якщо ця частина відсутня, то  $R_{b0} = 0$ , і формула (9) збігається з виразом для  $\sigma_{min}$ , отриманим в [8]. Співвідношення (9) можна уточнити з використанням рівняння другого наближення з роботи [9].

З формул (8) та (9) випливає, що довжина донної каверни  $L_c$  обмежена величиною  $L_c^* = x^*(\sigma_{min})$ , а саме

$$L_c^* = -\frac{1 - R_{b0}^2}{\beta}. \quad (10)$$

З рівняння (10) видно, що при фіксованому значенні  $\beta$  максимально можлива довжина донної каверни зменшується при зростанні товщини циліндричної частини  $R_{b0}$  і прямує до нуля, коли  $R_{b0}$  прямує до одиниці. З іншого боку, для будь-якого фіксованого значення  $R_{b0}$  максимальна довжина каверни стає необмеженою при прямуванні  $\beta$  до нуля. Граничний випадок  $\beta = 0$  зображений на рис. 2.

Результати роботи [7] свідчать, що для випадку  $\beta > 0$  наявність піддуву може значно збільшити розміри каверни. Для донних каверн слід очікувати протилежного результату, оскільки ширина кільцевого каналу, в якому тече газ, що використовується для вентиляції, зменшується порівняно з її значенням у перерізі початку каверни (див.

рис. 1). Тоді локальна швидкість руху цього газу зростає, а тиск відповідно до рівняння Бернуллі зменшується. За формулою (1) локальне число кавітації зростає, що мусить викликати зменшення розмірів каверни.

Для перевірки цього висновку і кількісної оцінки впливу вентиляції потрібно інтегрувати диференціальне рівняння (2) з початковими умовами (6). Аналіз цих розв'язків для випадків  $\beta = 0$  та  $\beta < 0$  буде проведено в наступних розділах.

## 2. РОЗРАХУНКИ ДОВЖИНИ ШТУЧНОЇ ТОНКОЇ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ КАВЕРНИ ДЛЯ $\beta = 0$

Для циліндричної форми тіла, розташованого в каверні,  $R_b(x) = R_{b0}$ . Стале значення радіуса тіла дозволяє понизити порядок рівняння (2) і отримати з використанням початкових умов (6) такий вираз (див. [7]):

$$\frac{u^2 - 4\beta^2}{2} = z(R^2 - 1) + \quad (11)$$

$$+ \Delta \left[ \frac{1}{R^2 - R_{b0}^2} - \frac{1}{1 - R_{b0}^2} \right],$$

$$u = \frac{dR^2}{dx}, \quad z = \frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + a\Delta.$$

Залежність радіуса каверни  $R$  від координати  $x$  визначається з рівняння (11):

$$x = - \int_1^{R^2} \left[ 2\Delta \left( \frac{1}{y - R_{b0}^2} - \sqrt{a} \right) + 2z(y - 1) + 4\beta^2 \right]^{-1/2} dy. \quad (12)$$

Інтеграл (12) може бути зведений до еліптичних функцій або вирахований чисельно. Для визначення довжини каверни  $L_c$  достатньо у формулі (12) виконати інтегрування в межах від 1 до  $R_m^2$ . Приклади розрахунків для  $\beta = 0$ ,  $\epsilon = 0.1$  і різних значень числа кавітації  $\sigma_0$  наведені на рисунках 4–6. Обчислення проведені для радіусів циліндричної частини тіла  $R_{b0} = 0; 0.5; 0.8; 0.9$  (криві 1–4 відповідно). З рис. 4–6 видно, що зростання інтенсивності вентиляції дійсно зменшує довжину каверни (на відміну від розглянутого в [7] випадку  $\beta < 0$ ). При цьому найбільш інтенсивне спадання довжини відбувається в області малих інтенсивностей піддуву. Видно також, що для всього діапазону інтенсивностей вентиляції та фіксованого

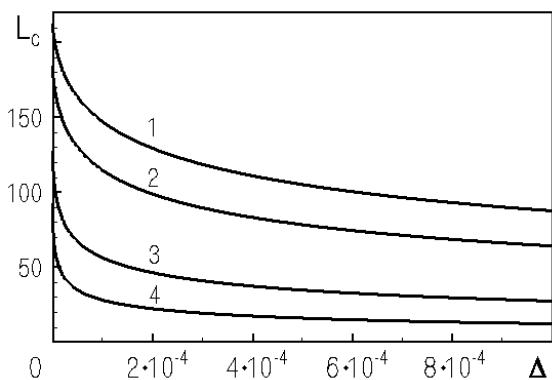


Рис. 4. Залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції при  $\sigma_0 = 0.0001$ ,  $\beta = 0$

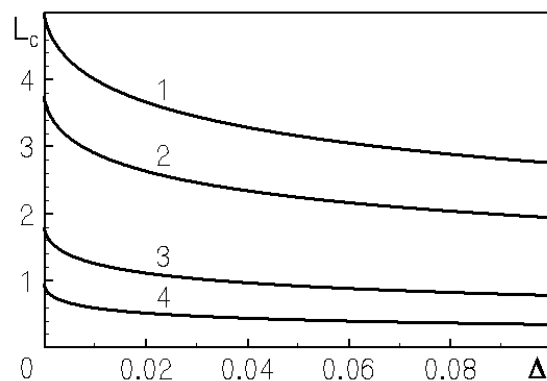


Рис. 7. Залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції при  $\sigma_0 = 0$ ,  $\beta = -0.1$

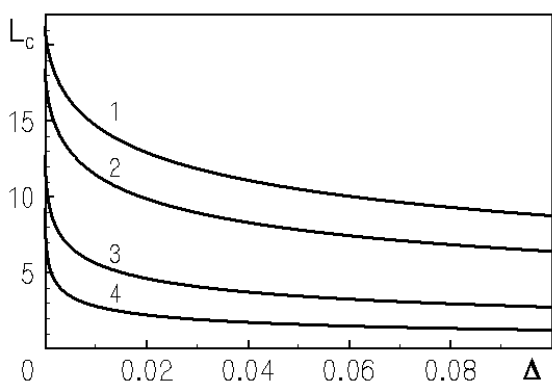


Рис. 5. Залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції при  $\sigma_0 = 0.01$ ,  $\beta = 0$

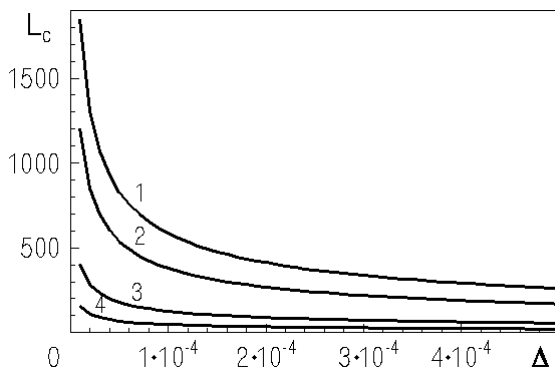


Рис. 6. Залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції при  $\sigma_0 = 0$ ,  $\beta = 0$

значення числа кавітації найдовші каверни відповідають найменшим значенням радіуса  $R_{b0}$  циліндричного тіла, розташованого в каверні.

Порівняння рис. 4 та 5 дозволяє зробити висновок, що при менших числах кавітації значне змен-

шення довжини каверни відбувається для менших інтенсивностей піддуву газу. Результати попереднього розділу свідчать, що у випадку  $\beta = 0$  невентильована каверна мусить бути нескінченно довгою при  $\sigma_0 = 0$ . Рис. 6 показує, що піддув газу дозволяє отримати обмежені розміри донних каверн навіть при нульовому числі кавітації.

### 3. РОЗРАХУНКИ ДОВЖИНИ ШТУЧНОЇ ТОНКОЇ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ КАВЕРНИ ДЛЯ $\beta < 0$

Як і в попередньому розділі, довжина каверни визначається з рівняння (12):

$$L_c = - \int_1^{R_{b0}^2} \left[ 2\Delta \left( \frac{1}{y - R_{b0}^2} - \sqrt{a} \right) + 2z(y - 1) + 4\beta^2 \right]^{-1/2} dy. \quad (13)$$

Приклади розрахунків за формулою (13) для  $\beta = -0.1$ ,  $\epsilon = 0.1$  і різних значень числа кавітації  $\sigma_0$  наведені на рисунках 7–9. Обчислення проведені для радіусів циліндричної частини тіла  $R_{b0} = 0; 0.5; 0.8; 0.9$  (криві 1–4 відповідно). З рис. 7–9 видно, що зростання інтенсивності вентиляції дійсно зменшує довжину каверни (на відміну від розглянутого в [7] випадку  $\beta > 0$ ). При цьому найбільш інтенсивне спадання довжини відбувається в області малих інтенсивностей піддуву. Видно також, що для всього діапазону інтенсивностей вентиляції та фіксованого значення числа кавітації найдовші каверни відповідають найменшим значенням радіуса  $R_{b0}$  циліндричного тіла, розташованого в каверні.

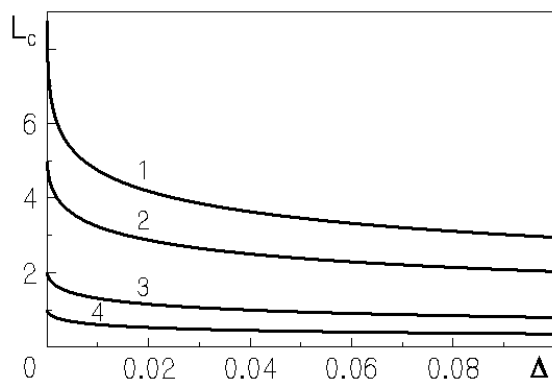


Рис. 8. Залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції при  $\sigma_0 = -0.04605$ ,  $\beta = -0.1$

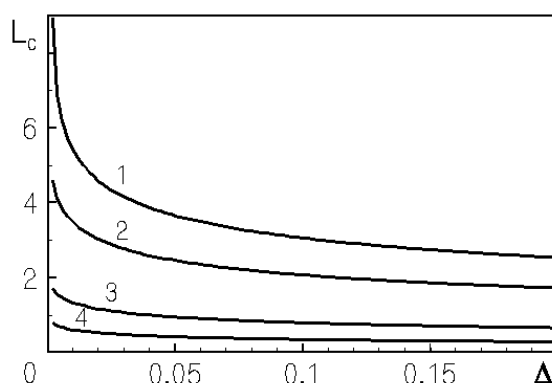


Рис. 9. Залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції при  $\sigma_0 = -0.07$ ,  $\beta = -0.1$

Рис. 7 свідчить, що при  $\beta < 0$  обмежені невентильовані каверни властиві випадку  $\sigma_0 = 0$  (на відміну від показаного на рис. 6 випадку  $\beta = 0$ ). Зменшення числа кавітації до від'ємних значень, більших мінімальних (що визначаються формулою (9)), дещо збільшують довжину каверни. Це можна бачити, порівнюючи рисунки 7 та 8. Число кавітації  $\sigma_0 = -0.04605$  (див. рис. 8) перевищує мінімальні значення (9) для всіх можливих величин  $R_{b0}$ , тому довжини відповідних каверн збільшуються порівняно з випадком  $\sigma_0 = 0$ , але залишаються обмеженими. Якщо число кавітації стає меншим від мінімального, то обмежені каверни можна отримати лише при наявності вентиляції. Такий випадок показаний на рис. 9. Число кавітації  $\sigma_0 = -0.07$  є меншим від мінімального для двох найменших значень радіуса циліндричної частини тіла  $R_{b0} = 0$  та  $R_{b0} = 0.5$ , тому довжина каверни при зменшенні піддуву до нуля необмежено зростає (див. криві 1 та 2 на рис. 9). Отже за рахунок вентиляції можна значно зменшити довжину дон-

них каверн. Даний факт, а також проаналізовані в [7] особливості штучних каверн з додатнім значенням похідної від радіуса кавітатора в перерізі початку каверни дозволяють пояснити деякі експериментальні результати, що стосуються штучних каверн. Цьому присвячений наступний розділ.

#### 4. АНАЛІЗ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ ДЛЯ ДОВЖИНИ ШТУЧНИХ КАВЕРН

Звернімося до статті [5], де досліджується вплив піддуву на довжину осесиметричної каверни за диском для різних форм тіл обертання, розташованих у кавітаційній порожнині. Два приклади таких тіл з різними значеннями діаметра циліндричної частини  $\bar{D}_b = D_b/(2R_0)$  показані на рис. 10, запозиченому в [5]. Експерименти проводились у гідродинамічній трубі в діапазоні чисел кавітації 0.038–0.079. Максимальні використані в експериментах величини інтенсивності вентиляції відповідають значенням параметра  $\Delta_1 = 6.9 \cdot 10^{-5}$  та  $\Delta_2 = 1.1 \cdot 10^{-6}$ . Перша величина обчислена з використанням у формулі (4) в якості  $R_0$  значення радіуса диска 10 мм, що дорівнював радіусу циліндричної державки (теж показаної на рис. 10). Для отримання  $\Delta_2$  взято  $R_0 = 28$  мм, що відповідає радіусу циліндричної частини найбільшого тіла (див. рис. 10). В роботі [5] використовується дещо інший безрозмірний параметр інтенсивності піддуву  $C_Q$ , з лінійною залежністю від об'ємного витрачання газу (на відміну від формули (4)). Для наглядності на рис. 10 також зображені еліптичні контури каверн, що відповідають граничним значенням чисел кавітації (пунктирні лінії 1 та 2). Для обчислень довжини та максимального діаметра  $D_c$  цих каверн використані емпіричні формули Логвиновича (див. [1, 5]):

$$\bar{L}_c = \frac{L_c}{2R_0} = \frac{1.92 - 3\sigma}{\sigma},$$

$$\bar{D}_c = \frac{D_c}{2R_0} = \sqrt{0.84 \frac{1 + \sigma}{\sigma}}.$$

Характерною особливістю вентилязованих каверн є немонотонний характер залежності їхньої довжини від інтенсивності піддуву, дуже яскраво показаний на рис. 10. Значне зростання інтенсивності піддуву може дуже мало збільшувати довжину каверни (див. характерні майже вертикальні частини кривих на рис. 10). Даний факт можна пояснити поведінкою каверн поблизу кутових точок  $A$ ,  $A_1$  та  $C$ ,  $C_1$ . З одного боку, зростання інтенсивності піддуву збільшує тиск у каверні та її розміри.

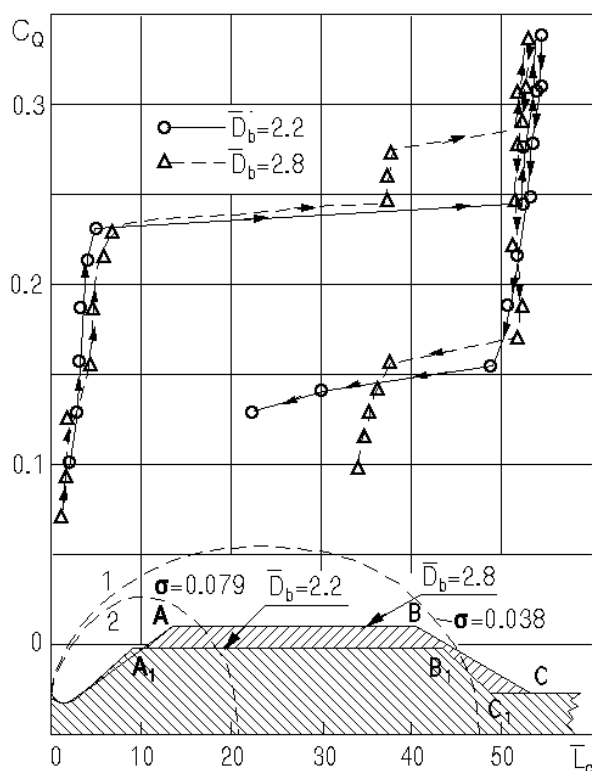


Рис. 10. Експериментальні залежності довжини каверни від інтенсивності вентиляції, [5]

Але якщо хвіст каверни проходить кутову точку з від'ємним значенням похідної від радіуса (наприклад, каверна 2 і точка А), то утворюється картина обтікання з донною каверною, подібна до зображеної на рис. 1. А для таких каверн (відповідно до наведених вище результатів) збільшення піддуву приводить до зменшення довжини. Взаємодія цих двох протилежних тенденцій може викликати стабілізацію довжини каверни. Аналогічно впливають кутові точки  $C$  та  $C_1$ . Вони стабілізують довжину каверн на інших відповідних значеннях.

Подальше зростання інтенсивності піддуву може збільшити розміри каверни таким чином, що її максимум зміщується вниз за потоком, і похідна від радіуса каверни в перерізі, що відповідає кутовій точці, стає додатною (прикладом є крива 2 та кутова точка  $A_1$  на рис. 10). Тоді ми маємо розглянутий в [7] випадок каверни з  $\beta > 0$ , для якої зростання інтенсивності вентиляції збільшує довжину кавітаційної порожнини. При цьому в момент проходження каверною кутової точки її радіус може бути дуже близьким до радіуса циліндричної частини, тому значення параметра  $a$  може наближатись до одиниці (див. формулу (5)). Відповідно до результатів статті [7], саме таким величинам  $a$

притаманне різке зростання розмірів каверни (навіть при дуже малих інтенсивностях піддуву). Дані міркування пояснюють стрибкоподібне збільшення довжини каверни, зображене на рис. 10.

Варто очікувати, що подальше зростання інтенсивності піддуву (до значень більших, ніж використовувались в експериментах) може викликати чергове стрибкоподібне збільшення довжини каверни через утворення поблизу точок  $C$  та  $C_1$  картин обтікання з  $\beta > 0$ . Правда, подібний прогноз може справдитися лише за умови відсутності ефекта запирання гідродинамічної труби (як відомо, обмеженість потоку призводить до існування додатних мінімальних чисел кавітації, при наближенні до яких каверну не можна збільшити при будь-якому зростанні інтенсивності піддуву). Стабілізацію довжини каверни на більш товстому тілі в діапазоні значень  $L_c$  від 35 до 38 можна пояснити впливом кутової точки  $B$ . Але картина обтікання поблизу цієї точки відрізняється як від розглянутої вище (рис. 1), так і від дослідженої в статті [7] тим, що форма розташованого в каверні тіла не є циліндричною, тому потрібні чисельні розрахунки з використання рівняння (2). Вони можуть також дати відповідь на питання, чому кутова точка  $B_1$  не приводить до стабілізації довжини каверни поблизу неї.

Зазначений немонотонний характер впливу вентиляції на довжину каверн при зміні значення  $\beta$  і наявність на контурі тіла кутових точок призводить до характерного гістерезисного характеру кривих залежностей довжини каверни від інтенсивності піддуву. Наприклад, якщо  $C_Q$  зростає від дуже малих значень до 0.2, то довжина каверни стабілізується поблизу значення, що відповідає точці  $A_1$ . Якщо нам вдалося збільшити піддув і досягти значення довжини каверни, що відповідає кутовій точці  $C_1$ , а потім знизити  $C_Q$  до тієї ж величини 0.2, то довжина каверни вже визначається кутовою точкою  $C_1$  і є значно більшою. Але подальше зниження інтенсивності піддуву зменшує каверну настільки, що вона вже замикається на циліндричній частині, її поведінка вже визначається кутовою точкою  $A_1$  з  $\beta > 0$ , тому довжина каверни швидко спадає при зменшенні  $C_Q$ , як це видно з рис. 10.

## ВИСНОВКИ

Розглянуто проблему впливу піддуву газу на форму донних тонких осесиметричних стаціонарних каверн у невагомій рідині. Для розрахунків використовувалось отримане в [7] диференціаль-

не рівняння для моделі одновимірної нев'язкої течії нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнею каверни і корпусом тіла. Проведено аналіз розв'язків для випадку нульового та від'ємних значень похідної від радіуса кавітатора в перерізі сходу каверни та циліндричного тіла, розташованого в кавітаційній порожнині.

Наведені приклади розрахунків для додатних та від'ємних чисел кавітації показують, що вентиляція може істотно зменшувати розміри донних каверн (на відміну від випадку додатного значення похідної від радіуса кавітатора в перерізі сходу каверни). За рахунок піддуву газу можна також зробити обмеженими ті каверни, які без нього були б нескінченними при тому самому значенні числа кавітації. Отримані теоретичні результати дозволяють пояснити деякі експериментальні факти, а саме як слабку залежність довжини каверни, так і її стрибкоподібне зростання в різних діапазонах інтенсивності вентиляції, а також гістерезисний характер залежності довжини каверни від інтенсивності піддуву.

Подальших досліджень заслуговують особливості форми вентиляваних каверн поблизу кутових точок на контурі тіла. Від чисельного інтегрування отриманого в [7] рівняння можна очікувати кількісного підтвердження отриманих раніше експериментальних даних про складний характер впливу піддуву на розміри каверни.

1. *Логвинович Г.В.* Гидродинамика течений со свободными границами.– К.: Наук. думка, 1969.– 208 с.
2. *Matveev, K.I., Burnett, T., Ockfen, A.* Study of Air-Ventilated Cavity Under Model Hull on Water Surface // *Ocean Engineering.*– 2009.– 36 (12-13).– P. 930-940.
3. *Kuklinski R., Henoch c., Castano J.* Experimental study of ventilated cavities on dynamic test model // *CAV2001.*– 2001.– Pasadena, USA.– P. 1-8.
4. *Wosnik M., Schauer T.J., Arndt R.E.A.* Experimental study of a ventilated supercavitating vehicle // *CAV2003.*– 2003.– Osaka, Japan.– P. 1-7.
5. *Власенко Ю. Д., Савченко Г. Ю.* Исследование параметров искусственной каверны при замыкании на цилиндрическом корпусе // В сб.: Суперкавитация: достижения и перспективы.– 2010.– Институт гидромеханики НАНУ.– С. 56-63.
6. *Zhuravlev Yu. F., Varyukhin A.V.* Numerical simulation of interaction gas jets flowing into water cavity with its free surfaces simulation // *International Conference SuperFAST2008.*– July 2-4, 2008.– Saint-Petersburg, Russia.– P. 1-9.
7. *Манова З. І., Нестерук І. Г., Шепетюк Б. Д.* Оцінки впливу вентиляції на форму тонких осесиметричних каверн // *Прикладна гідромеханіка.*– 2011.– Т. 13 (85), N 2.– С. 44-50.
8. *Нестерук І. Г.* К вопросу о форме тонкой осесимметричной каверны в несжимаемой жидкости // *Известия АН СССР, МЖГ.*– 1979.– N 6.– С. 133-136.
9. *Нестерук І. Г.* Об определении формы тонкой осесимметричной каверны на основе интегродифференциального уравнения // *Известия АН СССР, МЖГ.*– 1985.– N 5.– С. 83-90.
10. *Нестерук І. Г.* Об ограничениях на параметры кавитационных течений // *Прикладная математика и механика.*– 1986.– т. 50, вып. 4.– С. 584-588.