

УДК 532.526.10

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПРИСТЕННОГО ТЕЧЕНИЯ С ПРЕГРАДОЙ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНОГО LES/RANS-ПОДХОДА

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 04.10.2010

Трехмерный турбулентный поток несжимаемой жидкости над прямоугольной двумерной преградой на плоской пластине в пограничном слое с и без турбулизации внешнего потока численно исследуется, используя гибридный LES/RANS-подход, пристенные модели и конечно-разностный метод. Отношение высоты к длине преграды составляет 4, число Рейнольдса для преграды равно 50000 и число Рейнольдса на "входе" – 24722 для турбулентного пограничного слоя, параметр турбулизации внешнего потока – 0.004. Число использованных сеточных узлов – 2065551. Течение вблизи стенок моделируется RANS с  $K-\varepsilon-\pi_{ij}$  моделью турбулентности. Численное моделирование выполнено для изучения средней скорости, турбулентных напряжений, линии тока, коэффициент поверхностного трения и длину присоединения.

Тривимірний турбулентний потік нестисливої рідини над прямокутною двохвимірною перешкодою на плоскій пластині в пограничному шарі з та без турбулізації зовнішнього потоку чисельно досліджується з використанням гібридного LES/RANS-підходу, пристінної моделі та кінцево-різницевого методу. Співвідношення висоти до довжини перешкоди становить 4, число Рейнольдса для перешкоди дорівнює 50000 та число Рейнольдса на "вході" – 24722 для турбулентного пограничного шару, параметр турбулізації зовнішнього потоку – 0.004. Число використаних сіткових вузлів є 2065551. Течія біля стінок моделюється RANS з  $K-\varepsilon-\pi_{ij}$  моделлю турбулентності. Чисельне моделювання виконано для вивчення середньої швидкості, турбулентної напруги, лінії току, коефіцієнта поверхневого тертя та довжини приєднання.

The three-dimensional turbulent incompressible flow over a rectangular two-dimensional fence on flat plate in a boundary layer with or without of free-stream turbulence is simulated using hybrid LES/RANS-approach, wall models and finite-difference method. The aspect ratio (height/length) of the fence are 4, fence Reynolds number of 50000, inflow Reynolds number of 24722 for turbulent boundary layer, parameter free-stream turbulence 0.004. The number of grid points used in the numerical method was 2065551. The flow near the walls is simulated by RANS with  $K-\varepsilon-\pi_{ij}$  turbulence model. The simulation were performed to study the mean velocity, the turbulent stresses, stream lines, wall-skin friction coefficient and re-attachment length.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время изучение турбулентного течения над горизонтальной стенкой и вертикально расположенного на ней двумерного препятствия важно для практических приложений [1–9]. Физическая картина отрывных потоков при обтекании препятствий сложна и разнообразна потому, что она зависит от многих условий и геометрических размеров: жидкости (несжимаемая или сжимаемая); течения (в канале или в пограничном слое с нулевым градиентом давления); уровня турбулизации внешнего потока; режима течения перед препятствием (ламинарный или турбулентный); типа шероховатости стенки; отношения толщины входного пограничного слоя к высоте препятствия; дополнительного впрыскивания, отсоса или механического турбулизатора перед препятствием; числа Рейнольдса основного течения; отношения высоты преграды к ее длине; формы верхней части препятствия. Течения данного класса для двумерных препятствий сильно отличаются от обтекания трехмерных преград, поскольку тур-

булентность всегда трехмерна, нестационарна и является случайным процессом. Все это влияет на формирование вихревых структур с различными линейными масштабами, на величину рециркуляционных зон и форму следа за объектом. В понимание такой картины течения внесли определенный вклад экспериментальные работы [1–3, 5–7].

В работе [4] исследуется обтекание турбулентным потоком "проницаемого" прямоугольного препятствия (с множеством отверстий), расположенного на стенке канала при  $Re=420000$ . Для расчета используется DES-подход, однако подсеточная модель вихревой вязкости с постоянным коэффициентом плохо учитывает энергообмен между крупными и малыми вихрями.

Специфическое численное моделирование обтекания препятствия гиперзвуковым потоком разреженного газа путем решения уравнения Больцмана для функции распределения молекул по скоростям проведено в исследовании [8]. Анализ работ [7, 24, 26, 27, 29, 30] показывает, что использование для решения только уравнений Рейнольдса (RANS) при исследовании обтекания препятствий

дает неточные результаты в определении: 1) развития крупных вихревых структур; 2) размеров зон рециркуляции; 3) значения коэффициента поверхностного трения; 4) вторичных угловых вихрей перед и за преградой.

В работе [9] для конфигурации течения, соответствующей экспериментальной работе [1] ( $Re=10500$ ), но без учета уровня турбулентности внешнего течения, проведены вычисления на основе LES-подхода с использованием явного разностного метода и подсеточной модели с постоянным коэффициентом. Применение на стенках специфических приближенных граничных условий (с фиксированным степенным распределением скорости по нормали к стенке) ведет к неточному результату размера зоны рециркуляции.

Для турбулентных течений у стенки (при числах Рейнольдса основного потока, больших чем  $2 \cdot 10^4$ ) необходимо дополнять классический LES-подход пристенной моделью для вязкого и переходного подслоя [9–13, 16–18, 23, 24, 29–30, 32, 33].

В работах [13, 26, 29, 30] развиваются зональные подходы, которые базируются на явном решении различного ряда уравнений в пристенном слое. Существуют два подхода: 1) двухслойная модель (TLM), используются две отдельные сетки для LES и RANS; 2) Detached Eddy Simulation (DES) используется одна сетка, и только модели турбулентности изменяются [26, 30]. В TLM сглаженные уравнения Навье-Стокса решаются в ядре течения, в пристеночном слое рассматривается упрощенный ряд уравнений. Основное предположение этой технологии – взаимодействие между ближнестеночным и внешним регионом – является слабым. Для расчета турбулентного течения с обратным уступом TLM показывает плохие результаты. В переходной области между LES и RANS регионами возникают нефизичные возмущения. Метод DES в пристенном слое использует RANS-модели турбулентности, но записанные в переменных, характерных для LES. Вызывает много вопросов правомерность прямого применения моделей турбулентности (разработанных и тестированных для уравнений Рейнольдса) непосредственно в LES.

Приведенные выше численные модели [8, 9, 13, 26, 29, 30] рассматривают сложные физические процессы в турбулентных течениях при использовании компьютера ограниченной мощности. Это влечет за собой применение довольно сильных упрощений (особенно в пристенной зоне), которые нарушают каноны LES-технологии: 1) плохо выполняются условия реализуемости для подсеточных напряжений; 2) неправильно вычисляются

динамические коэффициенты подсеточных моделей при использовании сгущающейся сетки по выбранной координате. Важной чертой численного моделирования турбулентного течения при обтекании препятствия есть настоятельная необходимость использовать достаточно большую вычислительную область для учета сложных процессов турбулентности, отрыва и присоединения потока. Например, длина рециркуляционной области за преградой более чем в два раза больше длины зоны возвратного течения за обратным уступом и растет при увеличении числа Рейнольдса и уровня внешней турбулентности. На основе экспериментальных работ также установлено, что длина зоны рециркуляции в турбулентном режиме превышает тринадцать высот преграды. Для конфигурации течения, соответствующей экспериментальной работе [1], но для больших чисел Рейнольдса (например,  $Re=50000$  с влиянием турбулизации внешнего потока) вычисления на основе LES-подхода раньше не проводились. Расчет характеристик турбулентного течения в большой вычислительной зоне для данного случая сейчас не реально осуществить с помощью классического LES на требуемой мелкой сетке с громадным количеством сеточных узлов, а обоснованные методы расчета на сгущающихся вычислительных сетках для динамических подсеточных моделей еще не разработаны. Этим в значительной мере определяется необходимость применения именно гибридного LES/RANS-подхода.

Целью настоящей работы является создание численного алгоритма решения задачи о турбулентном течении с поперечной преградой на пластине (при первоначальном турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости с внешним турбулизированным течением) на основе гибридного LES/RANS-подхода.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ LES

Модель состоит в следующем: 1) турбулентный поток вязкой несжимаемой жидкости при нулевом продольном градиенте давления на внешней границе с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил течет над полубесконечной пластиной с поперечной двумерной преградой на участке  $0 \leq X \leq X_k$ ; максимальная скорость внешнего потока  $U_0$ ; параметр турбулентности внешнего потока  $Tu$ ; высота преграды  $S$ ; ее длина  $0.25S$ ; стенки пластины и преграды имеют пренебрежимо малую шероховатость (принципиальная схема течения на рис. 1); 2) исследуется трехмерное турбулентное течение при числе Рейнольдса

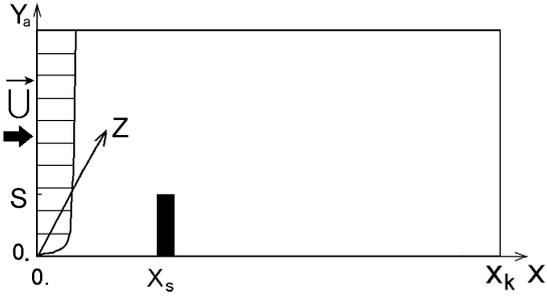


Рис. 1. Принципиальная схема пристенного течения с поперечной преградой на пластине, принятая размерная система координат  $OXY_aZ$  и профиль средней скорости на “входе”

$Re=U_0S/\nu=50000$  для преграды, числе Рейнольдса  $Re_\delta=24722$  ( $\delta=0.495$ ;  $u_*=0.039$ ;  $Tu=\{0; 0.004\}$ ) для турбулентного пограничного слоя при  $X=0$ ; 3) задача рассматривается в конечной трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями; 4) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде безразмерных фильтрованных уравнений Навье-Стокса [14–17]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где  $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$  (или  $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ ) – фильтрованные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей  $x, y, z$ ;  $P$  – обобщенное фильтрованное давление;  $\tau_{ij}$  и  $P$  пронормированы на плотность несжимаемой жидкости, все переменные обезразмерены с помощью величин  $S$  и  $U_0$ . Из уравнения неразрывности и уравнений движения выводится уравнение Пуассона для вычисления давления  $P$ . Тензор подсеточных напряжений  $\tau_{ij}$  параметризуется на основе динамической подсеточной модели [10]:

$$\tau_{ij} = -2C_V \hat{\Delta}^2 | \tilde{S} | \tilde{S}_{ij}.$$

Коэффициент  $C_V$  определяется с помощью динамической процедуры следующим образом:

$$C_V(x, y) = -\frac{\langle M_{ij} L_{ij} \rangle}{\langle 2M_{ij} M_{ij} \rangle},$$

где  $\langle \cdot \rangle$  – осреднение по  $z$ ;

$$M_{ij} = -\hat{\Delta}^2 | \tilde{S} | \tilde{S}_{ij} + \hat{\Delta}^2 | \hat{S} | \hat{S}_{ij};$$

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right); \quad | \hat{S} | = (2\hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij})^{1/2};$$

$$L_{ij} = \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j.$$

В данном исследовании в качестве первичного и повторного фильтра используется Гауссов фильтр (см. подробно [17]). Операторы фильтров связаны следующими зависимостями  $\hat{G} = \overline{\tilde{G}} = \tilde{G}\overline{G}$ , где  $\tilde{G}$  – первичный фильтр,  $\overline{G}$  – повторный фильтр,  $\hat{\Delta} = \overline{\tilde{\Delta}}$  и величина  $\hat{\Delta}$  входит в состав  $M_{ij}$ . Для ширины первичного и повторного фильтров справедливо выражение [17]:

$$\hat{\Delta}^2 = \tilde{\Delta}^2 + \overline{\Delta}^2.$$

Для шагов вычислительной сетки задаем:  $\Delta y = \tilde{\Delta}_S$ ,  $\Delta x = \Delta z = 2\tilde{\Delta}_S$ ; для ширины первичного фильтра  $\tilde{\Delta} y = \tilde{\Delta} z = \tilde{\Delta}_S$ ,  $\tilde{\Delta} x = \tilde{\Delta} z = \tilde{\Delta}$ ; для ширины повторного фильтра  $\overline{\Delta} y = \overline{\Delta} z = 0.61\tilde{\Delta}$ ;  $\overline{\Delta} x = \overline{\Delta} z = \overline{\Delta}$ .

### 1.1. Граничные условия для LES

В рамках LES-подхода каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке в вычислительной области  $D = \{[0 \leq x \leq x_k; 0 \leq y \leq y_k] \text{ минус } [x_s < x < x_d; 0 < y < y_s]; 0 \leq z \leq z_k\}$ , где  $x_s=10$ ;  $x_d=x_s+0.25$ ;  $y_s=1$ ;  $x_k=40$ ;  $y_k=5$ ;  $z_k=5$ . В вычислительном методе используется  $\{N_x; N_y; N_z\} = \{401; 101; 51\}$  сеточных точек. Для шага вычислительной сетки задаем  $\tilde{\Delta}_S = \Delta y = 0.05$ .

Граничные условия имеют следующий вид:

1) условие на входе в расчетную область  $x=0$ ;  $0 \leq z \leq z_k$ ;  $0 \leq y \leq y_k$ :

$$\tilde{u} = U_{ct}(y, t) + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = V_{ct}(y, t) + \tilde{v}_p;$$

$$\tilde{w} = \tilde{w}_p;$$

2)–4) приближенные граничные условия на стенках  $\{y=0; 0 \leq x \leq x_s\}$ ;  $\{y=0; x_d \leq x \leq x_k\}$ ;  $\{y=y_s; x_s \leq x \leq x_d\}$  (для  $0 \leq z \leq z_k$ ):

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{c_f(x) Re_a \{ \tilde{u}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{c_f(x) Re_a \{ \tilde{w}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon},$$

5)  $y=y_k$ ;  $0 \leq z \leq z_k$ ;  $0 < x < x_k$ :

$$\tilde{u} = 1; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = 0;$$

6)–7) приближенные граничные условия на стенках  $x=x_s$  и  $x=x_d$ ; при  $0 \leq y \leq y_s$ ;  $0 \leq z \leq z_k$ :

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{c_{fn}(y) \operatorname{Re}_a \{ \tilde{v}(x_e, y, z, t) + \epsilon \}}{< \tilde{v}(x_e, y, z, t) > + \epsilon}; \quad \tilde{u} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \frac{c_{fn}(y) \operatorname{Re}_a \{ \tilde{w}(x_e, y, z, t) + \epsilon \}}{< \tilde{v}(x_e, y, z, t) > + \epsilon},$$

8)–9) периодическое граничное условие  
 $z=0; z=z_k; 0 < y < y_k; 0 < x < x_k:$

$$\tilde{u}_i(x, y, z_k, t) = \tilde{u}_i(x, y, 0, t).$$

10) на выходе из расчетной области  
 $x=x_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq y_k:$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = 0.$$

Скорость конвективного переноса  $\tilde{U}_{conv}$  на выходе из вычислительной области равна  $< \tilde{u} >_{yz}$  при  $x=x_k$  на предыдущем шаге по времени. На выходе из расчетной области используется “конвективное” граничное условие, которое позволяет распространяющимся вихрям покидать вычислительную область с минимальным возмущающим действием. Это граничное условие в настоящее время является самым эффективным и применяется в LES в последнее десятилетие в качестве стандартного.

## 1.2. Входные граничные условия

В общем случае, входные граничные условия для нестационарных течений нельзя представить единственным образом, поскольку они будут меняться в зависимости от физических условий вверх по потоку от рассматриваемой границы и зависят от решения в исследуемой вычислительной области. Поэтому в нашей работе при определенных допущениях в рамках модернизированного LES-подхода реализуется процедура численного генерирования поля скорости для входных граничных условий.

Экспериментально установленное в [1, 20, 21, 31, 35–37] дискретное распределение квазистационарной осредненной продольной компоненты скорости  $U_c(y)$  турбулентного пограничного слоя на “входной” границе  $x=0$  аппроксимируем следующим образом (с учетом обозначений  $Y^+ = Y u_* \operatorname{Re}_\delta$ , где  $Y = y/\delta$ ). Изменение  $U_c$  вдоль оси  $Oy$  на участке  $0 \leq Y^+ \leq 13.2$  задается на основе эмпирической зависимости [20]:

$$U_c = u_* [Y^+ - 0.0228(Y^+)^2],$$

а  $U_c$  на участке  $13.2 < Y^+ < 60$  вычисляется по следующей формуле [20]:

$$U_c = u_* [2.5 \ln(Y^+) + 5.5 - 36.08/Y^+].$$

Изменение  $U_c$  при  $Y^+ \geq 60$  и  $Y \leq 1$  определяется как в [22]:

$$U_c = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* \operatorname{Re}_\delta Y) + \kappa C + \Pi [1 - \cos(\pi Y)] \}, \quad (2)$$

где  $C=5.2; \kappa=0.4; \Pi=0.55$ .

На основе анализа работ [1, 21, 31, 35–37] полагаем, что  $\delta=0.495; u_*=0.039; \operatorname{Re}_\delta=24722$  и  $U_c(y_k)=1$  на входной границе в вычислительную область для случая  $\operatorname{Re}=50000$  и  $Tu=0$ .

В свою очередь, для полностью нестационарной постановки задачи принимаем следующее:

$$U_{ct}(y, t) = U_c(y)[1 + \phi_t].$$

Таким образом учитываются характерные особенности поля скорости, особенно в вязком и переходном (к турбулентному) подслоях, где наиболее значительны градиенты скорости и неравномерность их распределения в пространстве. Используются обобщенные знания из работ [28, 38–40] о вихревых наклонных структурах, участках замедленной и ускоренной жидкости. Учет этих вышеперечисленных процессов в зависимости от времени позволяет сократить размер вычислительной области перед препятствием, потому что не нужно рассчитывать развитие турбулентного пограничного слоя вдоль плоской пластины. Функция  $\phi_t$  моделирует в обобщенном виде нестационарный и относительно случайный характер вышеупомянутых вихревых структур:

i) для  $0 \leq Y \leq 1$

$$\phi_t = \frac{0.05 y_e^{1/2}}{(y_e + Y)^{1/2}} \cos\left(\frac{2\pi t}{L_a}\right);$$

ii) для  $Y > 1$

$$\phi_t = 0.0001 \cos\left(\frac{2\pi t}{L_a}\right),$$

где величина  $y_e$  равна шагу сетки  $\tilde{\Delta}_S$ . Составляющая скорости  $V_{ct}$  вычисляется по уравнению неразрывности используя  $U_{ct}$ .

Значения интегрального масштаба турбулентности  $L_a$  определяем на основе работы [34]:

i)  $0 < Y \leq 0.7$

$$L_a = 0.15 \left\{ 1 - (1 - 10Y/7)^{3/2} \right\} [1 + 5Tu(0.75Y)^3];$$

II)  $0.7 < Y < 1$

$$L_a = \{0.15 - 0.25(Y - 0.7)\}[1 + 5Tu(0.75Y)^3];$$

III)  $Y \geq 1$ :  $L_a = 0.075 [1 + 5Tu(0.75)^3]$ .

Нефильтрованные пульсации компонент мгновенной скорости на “входе” ( $x=0$ ;  $0 \leq z \leq z_k$ ;  $y_s \leq y \leq y_k$ ) моделируем следующим образом:

$$u_{p0}(y, z, t) = u_* a_1 f_1 \phi_z \phi_t;$$

$$v_{p0}(y, z, t) = u_* a_2 f_2 \phi_z \phi_t;$$

$$w_{p0}(y, z, t) = u_* a_3 f_3 \phi_z \phi_t,$$

где  $\phi_z$  учитывает периодический характер пульсаций в однородном направлении  $z$  в рамках конечно-разностной реализации поставленной краевой задачи:

$$\phi_z = \sum_{m=1}^{50} m^{-5/6} \sin\left(\frac{2\pi z m}{L_a}\right).$$

Функции  $f_1(y)$ ,  $f_2(y)$  и  $f_3(y)$  определены на основе обработки экспериментальных данных [1, 4, 21, 25, 27, 31, 35–37] для турбулентного пограничного слоя, но уже с учетом действия турбулизации внешнего потока ( $Tu = 0.004$ ), полностью соответствуют по форме профилям нормальных турбулентных напряжений (рис. 2).

Константы  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  находятся предварительно при  $x=0$ ,  $y=y_{pj}$  (где  $y_{pj}$  – координата максимума функции  $f_j, \max(y_{pj})$ ;  $j=1,2,3$ ) из соотношений:

$$\max \langle u_{p0}^2 \rangle_z = a_1^2 u_*^2 \langle (f_{1,\max} \phi_z)^2 \rangle_z;$$

$$\max \langle v_{p0}^2 \rangle_z = a_2^2 u_*^2 \langle (f_{2,\max} \phi_z)^2 \rangle_z;$$

$$\max \langle w_{p0}^2 \rangle_z = a_3^2 u_*^2 \langle (f_{3,\max} \phi_z)^2 \rangle_z.$$

Величины  $\max \langle u_{p0}^2 \rangle_z$ ;  $\max \langle v_{p0}^2 \rangle_z$ ;

$\max \langle w_{p0}^2 \rangle_z$  вычисляются на основе

экспериментов [1, 21, 25, 31, 35–37]. Параметр турбулентности внешнего потока определяется так:

$$Tu = \sqrt{\langle u_{p0}^2 \rangle_{zt} + \langle v_{p0}^2 \rangle_{zt} + \langle w_{p0}^2 \rangle_{zt}}/3.$$

Влияние различных уровней турбулизации внешнего потока подробно исследовано в работе [34].

На рис. 2 представлено изменение продольной, поперечной и боковой пронормированных компонент нормальных турбулентных напряжений  $U_{ii}$  вдоль  $y$  при  $x=0$ , где  $U_{11} = \sqrt{T_{11}}$ ;  $U_{22} = \sqrt{T_{22}}$ ;

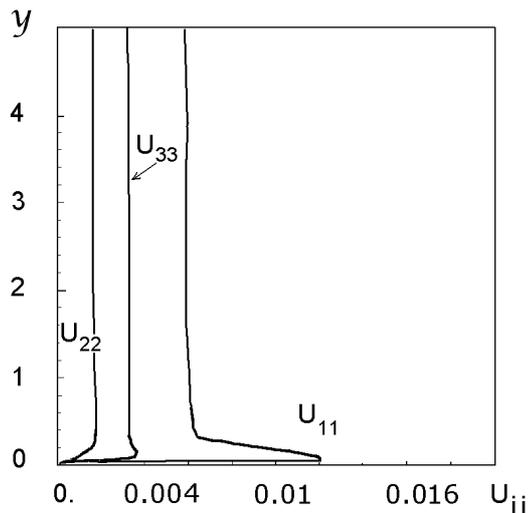


Рис. 2. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений  $U_{11}$ ,  $U_{22}$ ,  $U_{33}$  от  $y$  для  $x = 0$  и  $Re=50000$

$U_{33} = \sqrt{T_{33}}$ , а  $T_{11}$ ,  $T_{22}$ ,  $T_{33}$  – компоненты нормальных турбулентных напряжений в направлении осей координат  $x, y, z$  соответственно. Полные нормальные турбулентные напряжения имеют следующий вид на основе LES-технологии:  $T_{11} = \langle (\tilde{u}_1 - U_{ct})^2 + \tau_{11} \rangle_{zt}$ ;  $T_{22} = \langle \tilde{u}_2^2 + \tau_{22} \rangle_{zt}$ ;  $T_{33} = \langle \tilde{u}_3^2 + \tau_{33} \rangle_{zt}$ .

### 1.3. Пристенная модель

Применение LES-технологии с выбранным шагом сетки в сравнении с масштабом Колмогорова не позволяет использовать граничное условие “прилипания” на стенке:  $\tilde{u}=\tilde{v}=\tilde{w}=0$  и пристенные функции, согласно [10–12, 29–30]. При расчете турбулентного течения в качестве пристенной модели используем приближенные граничные условия на стенке для локальных компонент скорости [16, 17] в модифицированном виде, например, на горизонтальных стенках:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{c_f(x) Re_a \{ \tilde{u}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{c_f(x) Re_a \{ \tilde{w}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon},$$

где  $\epsilon=10^{-5}$  и  $\langle . \rangle$  – осреднение по координате  $z$ . В рамках данной модели полагается, что  $y_e$  – это координата точки, которая расположена выше вязкого подслоя в турбулентном пограничном слое при  $Re=50000$ . Величина  $y_e$  равна шагу сетки  $\tilde{\Delta}_S$ .

В свою очередь,  $Re_a = A_0 Re$ , где  $A_0 = 0.07$ . Необходимо отметить, что использование данной пристенной модели в рамках LES является единственной возможностью решить поставленную задачу при  $Re = 50000$ . Применение классического LES с условиями "прилипания" на стенке и пристенной функцией практически невозможно реализовать даже на самых мощных суперкомпьютерах, поскольку не обеспечивается требование достаточно высокой разрешающей способности трехмерной вычислительной сетки при  $Re = 50000$ , особенно у стенок.

Данная пристенная модель подробно описана и протестирована в работах [18, 23].

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ LES

Уравнения (1) и уравнение Пуассона вместе с начальными и граничными условиями решаются относительно неизвестных  $\tilde{u}_i, P, \tau_{ij}$  следующим образом. Задаются начальные условия для поля скорости. На основе подсеточной динамической модели определяются подсеточные напряжения. Из уравнения Пуассона находится давление. Затем градиенты давления и подсеточных напряжений подставляются в уравнение движения и находятся новые значения компонент скорости. Эта процедура повторяется до тех пор, пока решение не сойдется в конце переходного периода, когда уравнение неразрывности удовлетворяется с требуемой точностью. После этого интегрирование продолжается для полностью нестационарного режима течения с одновременным расчетом средних характеристик. Общий расчет проводится за промежуток времени  $T_c = K \Delta t$ .

Дискретизация основных уравнений (1) осуществляется следующим образом. Все пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями с вторым порядком точности. Конвективные производные аппроксимированы схемой с дополнительным диссипативным слагаемым:

$$\frac{\partial(\tilde{u}\tilde{u})}{\partial x} \sim u_n \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_S} + \alpha f_d,$$

где  $f_d$  – слагаемое искусственной диссипации второго порядка точности для обеспечения устойчивости расчета и гладкости решения,

$$f_d = - |u_n| \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_S}.$$

Слагаемое искусственной диссипации  $f_d$  целесообразно умножать на коэффициент  $\alpha$  (в этом слу-

чае равный 0.1), что уменьшает численную диффузию при сохранении устойчивости счета (подробно в [23]). Для того, чтобы правомерно использовать  $f_d$  в уравнениях (1) в рамках неявного метода с линейной прогонкой, необходимо применять слагаемое искусственной диссипации также только с вторым порядком точности.

Для определения обобщенного давления  $P$  используется уравнение Пуассона, которое решается методом верхней релаксации. Пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями с вторым порядком точности относительно  $\tilde{\Delta}_S$ . Граничные условия определяются на каждой грани вычислительной области в виде краевых условий Неймана для  $\partial P / \partial x_i$  с использованием конечно-разностных аналогов фильтрованных уравнений Навье-Стокса, что в результате обеспечивает корректную взаимосвязь между полем скорости, давлением и подсеточным напряжением.

К дискретизированным уравнениям Навье-Стокса применяется метод двуциклического покоординатного расщепления и неявная по времени абсолютно устойчивая конечно-разностная схема со вторым порядком точности относительно  $\Delta t$ . Численный метод и тестовые исследования подробно описаны в работах [18, 23]. Для дискретизированных уравнений Навье-Стокса (для каждой компоненты вектора количества движения в проекции на оси координат  $x, y, z$ ) вычисляется невязка в каждом узле сетки. Критерий сходимости на каждом шаге по времени на этапе накопления статистик – максимальная невязка становится меньше  $10^{-5}$ .

## 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ RANS-РЕГИОНА

Для вычисления коэффициента поверхностного трения, применяемого в представленной LES-технологии, используется двумерный RANS-подход для области  $D_1$  (рис.3). Для вычислительной области  $D_1$  ее ширина (в направлении нормальном к стенке) равна  $6\tilde{\Delta}_S = 0.3$ , где  $y_a = 6\tilde{\Delta}_S$ ;  $x_b = x_s - 6\tilde{\Delta}_S$ ;  $y_b = y_s + 6\tilde{\Delta}_S$ ;  $x_p = x_d + 6\tilde{\Delta}_S$ .

Уравнения осредненного турбулентного движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде обезразмеренных двумерных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу [19]:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial x_j}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

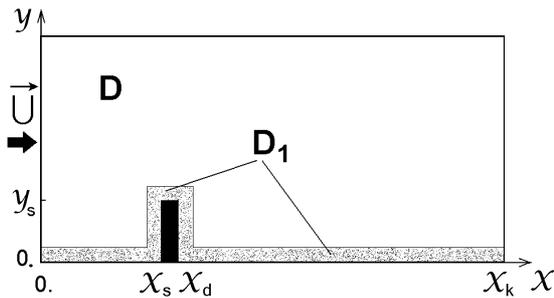


Рис. 3. Схема расположения пристенной вычислительной области  $D_1$  для RANS-подхода (выделена серым фоном)

где  $\bar{u}_1, \bar{u}_2$  или  $\bar{u}, \bar{v}$  – осредненные по Рейнольдсу компоненты вектора скорости вдоль координатных осей  $x, y$ ;  $\bar{p}$  – осредненное давление;  $\pi_{ij}$  – компоненты тензора рейнольдсовых напряжений ( $\pi_{ij} = \overline{u_i'' u_j''}$ );  $\pi_{ij}$  и  $\bar{p}$  пронормированы на плотность несжимаемой жидкости. Для создания замкнутой системы уравнений используется  $K-\varepsilon-\pi_{ij}$  модель замыкания [33], которая хорошо работает не только в развитом турбулентном течении, но и у стенки в вязком и переходном подслоях, вблизи точек отрыва и присоединения, а также в рециркуляционной зоне. Отметим, что  $K$  – удельная кинетическая энергия турбулентности ( $K = (\overline{u_i'' u_i''})/2$ ) и  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии. Для определения давления  $\bar{p}$  используется уравнение Пуассона. Применяется также уравнение переноса кинетической энергии турбулентности  $K$ :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial K}{\partial x_j} + \frac{\partial T_j^K}{\partial x_j} = G - \varepsilon, \quad (4)$$

где  $T_j^K = -C'_S \frac{K}{\varepsilon} \pi_{ij} \frac{\partial K}{\partial x_i}$ ,  $G = 0.5(G_{11} + G_{22})$ ,

$$G_{ij} = -\pi_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \pi_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}.$$

Уравнение переноса скорости диссипации турбулентности  $\varepsilon$ :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + \frac{\partial T_j^\varepsilon}{\partial x_j} = (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \varepsilon) \frac{\varepsilon}{K}; \quad (5)$$

$$T_j^\varepsilon = -C_\varepsilon \frac{K}{\varepsilon} \pi_{ij} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i};$$

$$f_\varepsilon = 1 - 0.3 \exp(-\text{Re}_t^2); \quad \text{Re}_t = K^2 \text{Re} / \varepsilon.$$

Компоненты  $\pi_{ij}$  определяются явной алгебраической анизотропной моделью Рейнольдсовых напряжений [33]:

$$\pi_{ij} = K \left( \frac{2}{3} \delta_{ij} - 2C_\mu^{eff} S_{ij} + a_{ij}^{ex} \right). \quad (6)$$

Детали модели турбулентности представлены в работе [18].

### 3.1. Граничные условия для RANS

1)  $\{x = 0; 0 \leq y \leq y_a\}$

$$\bar{u} = U_{ct}(y, t); \quad \bar{v} = V_{ct}(y, t); \quad K = K_1(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1(y); \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p1}(y);$$

2)  $\{y = 0; 0 < x < x_s\}; \{y = 0; x_d < x < x_k\}$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p2,3}(x); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

3)  $\{y = y_s; x_s < x < x_d\}$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p4}(x); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

4)  $\{x = x_s; 0 \leq y < y_s\}$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p5}(y); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0;$$

5)  $\{x = x_s; y = y_s\}$

$$\bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p6}(x); \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

6)  $\{x = x_d; y = y_s\}$

$$\bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p7}(x); \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

7)  $\{x = x_d; 0 \leq y < y_s\}$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p8}(y); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0;$$

8)  $\{y = y_a; 0 < x < x_b\}$

$$\bar{u} = U_{a1}(x); \quad \bar{v} = V_{a1}(x); \quad K = K_{a1}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a1}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a1}(x);$$

9)  $\{y = y_b; x_b < x < x_p\}$

$$\bar{u} = U_{a2}(x); \quad \bar{v} = V_{a2}(x); \quad K = K_{a2}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a2}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a2}(x);$$

10)  $\{y = y_a; x_p < x < x_k\}$

$$\bar{u} = U_{a3}(x); \quad \bar{v} = V_{a3}(x); \quad K = K_{a3}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a3}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a3}(x);$$

$$11) \{x = x_b; y_a \leq y \leq y_b\}$$

$$\bar{u} = U_{a4}(y); \quad \bar{v} = V_{a4}(y); \quad K = K_{a4}(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a4}(y); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a4}(x);$$

$$12) \{x = x_p; y_a \leq y \leq y_b\}$$

$$\bar{u} = U_{a5}(y); \quad \bar{v} = V_{a5}(y); \quad K = K_{a5}(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a5}(y); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a5}(x);$$

$$13) \{x = x_k; y_s \leq y \leq y_a\}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p9}(y).$$

Параметр  $u_{cs}$  равен  $\bar{u}$  при  $x=x_k$  на предыдущем слое по времени. Распределение  $U_{ct}(y, t)$  на входной границе вычислительной области задается аналогично способу, представленному в данной работе для LES, но дополнительно при  $0 < Y < y_e/\delta$  справедливо следующее:

$$\phi_t = 0.05 \cos\left(\frac{2\pi t}{L_a}\right).$$

Величины  $f_{p1} - f_{p9}$  в граничных условиях для уравнения Пуассона определяются на соответствующих гранях вычислительных областей в виде краевых условий Неймана для  $\partial \bar{p}/\partial x_i$  с использованием конечно-разностных аналогов осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. Кинетическая энергия турбулентности  $K_1$  и скорость ее диссипации  $\varepsilon_1$  при  $0 \leq y \leq y_a$  определяются из экспериментальных данных [9, 14, 15, 21, 22, 28, 33, 37]. Распределения величин  $\{U_{ai}; V_{ai}; K_{ai}; \varepsilon_{ai}; \bar{p}_{ai}\}$  ( $i = \overline{1, 5}$ ) на внешних границах вычислительной зоны  $D_1$  находятся на основе промежуточных результатов расчета в рамках LES-технологии. Для расчета построены преобразования координат, позволившие получить равномерную разностную сетку в новой вычислительной плоскости, несмотря на сложную форму границ физической области  $D_1$  с неравномерной сеткой со сгущением узлов у стенок.

#### 4. ОБЩИЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В представленной модели турбулентного течения вокруг преграды рассматривается задача в рамках

гибридного LES/RANS-подхода, который отличается от зональных подходов [13, 26, 29, 30] способом взаимосвязи LES и RANS регионов. В нашем гибридном LES/RANS-подходе вычислительная область для LES занимает все рассматриваемое пространство и используются приближенные граничные условия на стенках, в которых присутствует неизвестный параметр – коэффициент поверхностного трения. Он вычисляется на основе RANS-подхода со своей пристенной моделью. Таким образом, используются два разных типа пристенных моделей: один для LES-региона, другой – для RANS-региона. В нашем гибридном LES/RANS-подходе расчетная область для RANS-подхода расположена у стенок ( $D_1$ , см. рис. 3) и накладывается на большую вычислительную область  $D$  для LES. И следовательно, мы можем определить из осредненных LES-расчетов недостающие в RANS-подходе значения средней скорости, турбулентной кинетической энергии и осредненного давления на внешней грани RANS-региона, которая совпадает с частью вычислительной области для LES (рис. 3). Таким образом замыкается общая задача в рамках гибридного LES/RANS-подхода и определяются взаимосвязи полей скорости, давления, турбулентных напряжений и турбулентной кинетической энергии между LES-регионом и RANS-регионами.

Технология общего численного метода для представленной модели турбулентного течения с преградой состоит в следующем. Рассматривается задача в рамках LES-подхода, которая решается до выхода на требуемый режим при необходимом количестве шагов по времени на основе конечно-разностной неявной абсолютно устойчивой схемы. Коэффициент поверхностного трения (используемый в приближенных граничных условиях на стенке для LES-технологии) вычисляется на основе RANS-подхода, в котором распределения величин для граничных условий определяются из промежуточных результатов расчета по LES-технологии. В рамках представленного RANS-подхода расчет характеристик течения для области  $D_1$  рассматривается как задача, которая решается при заданном количестве итераций на каждом шаге по времени с использованием численного алгоритма подобного к LES-технологии, но примененного в преобразованной системе координат для двумерного случая.

Для взаимосвязи LES- и RANS-технологий используются следующие величины: локальная подсеточная кинетическая турбулентная энергия  $k = \tau_{ii}/2$ ; локальная сеточная кинетическая турбулентная энергия

$\tilde{K} = \langle (\tilde{u} - \langle \tilde{u} \rangle_z)^2 + (\tilde{v} - \langle \tilde{v} \rangle_z)^2 + \tilde{w}^2 \rangle_z / 2$ ; локальная полная кинетическая турбулентная энергия  $E_p = \tilde{K} + k$ ; осредненная по Рейнольдсу кинетическая турбулентная энергия  $K = \langle E_p \rangle_z$ ; локальная подсеточная скорость диссипации турбулентности  $\varepsilon_{sgs} = -\tau_{ij} \tilde{S}_{ij}$ . На внешних гранях области  $D_1$  задаются граничные условия для RANS-региона на основе обработки LES-результатов: осредненные по Рейнольдсу компоненты средней скорости  $\bar{u} = \langle \tilde{u} \rangle_z$ ,  $\bar{v} = \langle \tilde{v} \rangle_z$ ; осредненная по Рейнольдсу кинетическая турбулентная энергия  $K = \langle E_p \rangle_z$ ; осредненная по Рейнольдсу скорость диссипации турбулентности  $\varepsilon = \langle \varepsilon_{sgs} \rangle_z$ . Связь осредненного по Рейнольдсу давления  $\bar{p}$  и обобщенного давления  $P$  для LES имеет такой вид  $\bar{p} = \langle P \rangle_z$ . В численном методе для LES используется 2065551 сеточных точек ( $\{N_x; N_y; N_z\} = \{401; 101; 51\}$ ), а для RANS-подхода применяется  $10^6$  сеточных узлов ( $\{N_x; N_y\}$ ).

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе численного алгоритма, разработанного в рамках гибридного LES/RANS-подхода, проведены расчеты параметров турбулентного течения перед, над и за преградой для чисел Рейнольдса  $Re = \{50000\}$  и параметра турбуликации внешнего потока  $Tu = \{0; 0.004\}$  (на входе в вычислительную область  $Re_\delta = 24722$ ;  $\delta = 0.495$ ;  $u_* = 0.039$ ;  $c_{f0} = 0.003$ ).

В вычислениях применялся компьютер PENTIUM-IV с тактовой частотой 4 ГГц и оперативной памятью 4 Гб. Промежуточное численное решение было получено за время  $T_{st} = 50$  (в конце переходного периода, когда уравнение неразрывности удовлетворяется с требуемой точностью). Далее статистика была собрана за  $T_{oc} = 250$  на каждом шаге по времени в процессе расчета полностью нестационарного режима течения. Всего было произведено 6000 шагов по времени с  $\Delta t = 0.05$  за промежуток времени  $T_c = 300$ . Время расчета задачи равно 35 часам 15 минутам.

Изменения основных осредненных (по направлению  $Oz$  и периоду времени  $T_{oc}$ , используя численные результаты на каждом шаге по времени) безразмерных характеристик турбулентного потока вдоль безразмерной координаты  $y$  представлены на рис. 4–10. На этих рисунках приведены результаты вычислений для случая  $Re = 50000$  и  $Tu = 0.004$ . На рис. 4 представлена зависимость осредненной продольной компоненты скорости  $U_c$  вдоль  $y$ , при  $x = \{7.7; 9.2; 10.25; 11.5; 12.8; 15.3; 17.8; 20.3; 23.2\}$ . При анализе численных результа-

тов наблюдаем, что разработанная модель хорошо описывает изменение средней скорости поперек турбулентного течения для различных  $x$ . Видны характерные черты поведения потока вокруг преграды с наличием зон возвратного течения с отрицательными значениями осредненной продольной компоненты скорости  $U_c$  при  $y < 1$ . Результаты расчета осредненной нормальной компоненты скорости  $V_c$  вдоль  $y$ , при  $x = \{7.7; 9.2; 10.25; 11.5; 12.8; 15.3; 17.8; 20.3; 23.2\}$  показаны на рис. 5. Они полностью согласуются с данными для  $U_c$  (рис. 4) и подтверждают существование зоны рециркуляции за преградой.

Абсолютное значение длины присоединения равно  $\bar{x}_R = x_R - x_s - 0.25 = 13.9$ , где  $x_R$  – точка присоединения оторвавшегося после преграды течения,  $\bar{x}_R$  соответствует максимальному продольному размеру большой области рециркуляции и выполняется условие  $c_f(x_R) = 0$ . Среднее расстояние отрыва во фронт преграде составляет  $\bar{x}_f = 1.5$  и размер вторичной зоны отрыва непосредственно за преградой  $\bar{x}_{ss} = 2$ .

На рис. 6–8 представлено изменение компонент полных нормальных пульсаций скорости  $U_{ii}$  в плоскости  $xy$ . Обобщая результаты вычислений турбулентных напряжений, можно сделать следующие выводы. На “входе” ( $x=0$ ) в вычислительную область уже существуют относительно большие значения турбулентной энергии (пиковые величины расположены вблизи стенки). За преградой ( $x > x_d$ ) наблюдается значительное возрастание турбулентной энергии внутри оторвавшегося сдвигового слоя вдоль  $x$ -координаты, особенно ее пиковых значений, что характеризует развитие вихревых структур.

Распределение линий тока среднего течения в плоскости  $xy$  показано на рис. 9. Наблюдаются один большой рециркуляционный вихрь и угловые вихри перед и за преградой. Центр углового вихря перед преградой имеет координаты  $x = x_s - 0.27$ ;  $y = 0.22$  и вращение происходит по часовой стрелке. В свою очередь, центр углового вихря за преградой имеет координаты  $x = x_d + 0.63$ ;  $y = 0.35$  и вращение реализуется против часовой стрелки.

Коэффициент поверхностного трения  $c_f(x)$  вычисляется по методике работы [18]. Для  $Re = 50000$  на рис. 10 показано распределение на стенке коэффициента поверхностного трения  $c_f(x)/c_{f0}$ , где  $c_{f0} = 2u_*^2 = 0.003$ ;  $u_* = 0.039$ ; при  $x = 0$ .

На участке  $10.2 < x < 12$  наблюдается, что  $c_f(x) > 0$ . Это является характерной чертой существования углового вихря. В главной зоне рециркуляции на участке  $12 < x < x_R$  видим, что  $c_f(x) < 0$ . В точке присоединения основного тече-

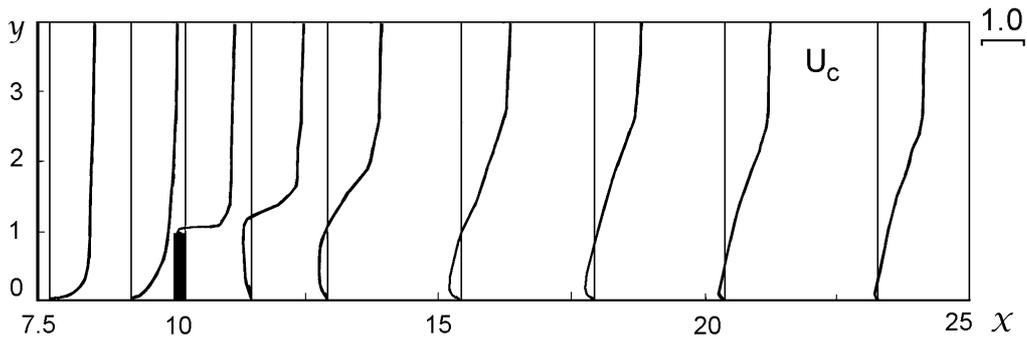


Рис. 4. Турбулентное пристенное течение с преградой и профили компоненты средней скорости  $U_c$  при  $x=\{7.7; 9.2; 10.25; 11.5; 12.8; 15.3; 17.8; 20.3; 23.2\}$ , расчет для  $Re=50000$

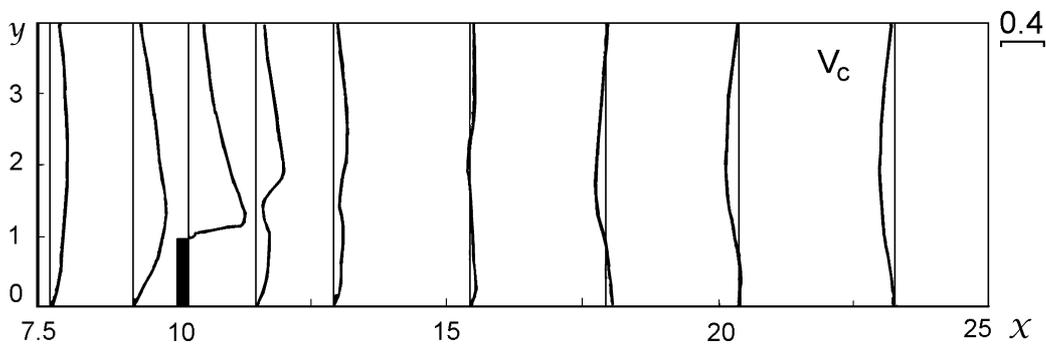


Рис. 5. Турбулентное пристенное течение с преградой и профили компоненты средней скорости  $V_c$  при  $x=\{7.7; 9.2; 10.25; 11.5; 12.8; 15.3; 17.8; 20.3; 23.2\}$ , расчет для  $Re=50000$

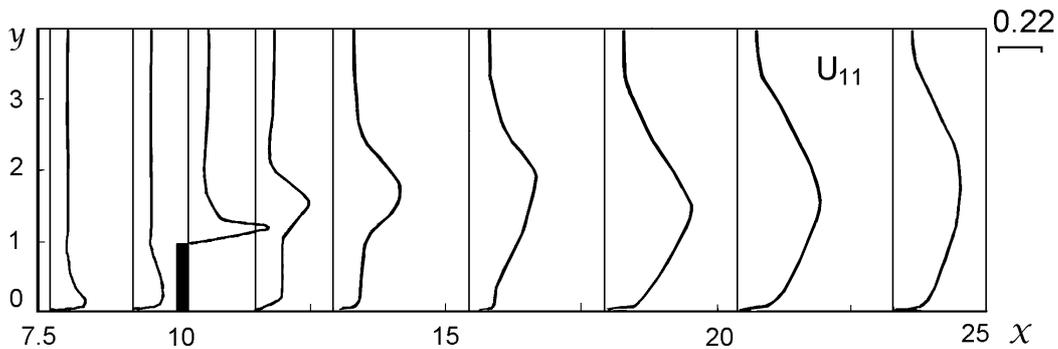


Рис. 6. Турбулентное пристенное течение с преградой и профили компоненты пульсационной скорости  $U_{11}$  при  $x=\{7.7; 9.2; 10.25; 11.5; 12.8; 15.3; 17.8; 20.3; 23.2\}$ , расчет для  $Re=50000$

ния  $x_R$  осредненный коэффициент поверхностного трения равен нулю. На основании выше сказанного можно сделать вывод о том, что направление вращения углового вихря за преградой и направление вращения в зоне рециркуляции противополо-

жны. Распределение  $c_f$  наглядно показывает характерные черты течения перед, над преградой и за ней, особенно в зоне смешения основного отрывного турбулентного потока с рециркуляционными течениями. Результаты вычислений показали, что

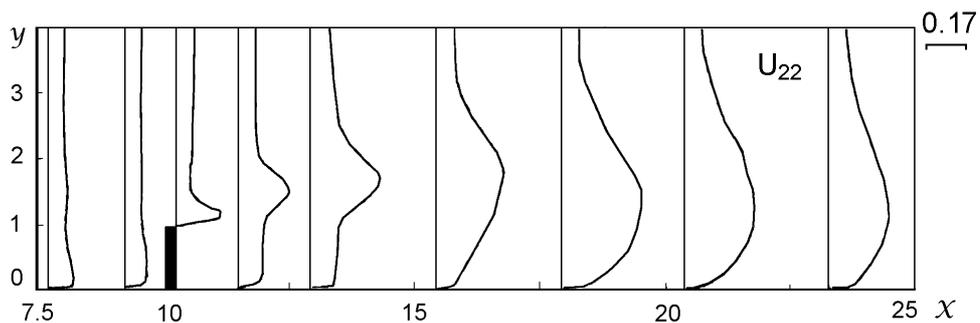


Рис. 7. Турбулентное пристенное течение с преградой и профили компоненты пульсационной скорости  $U_{22}$  при  $x=\{7.7; 9.2; 10.25; 11.5; 12.8; 15.3; 17.8; 20.3; 23.2\}$ , расчет для  $Re=50000$

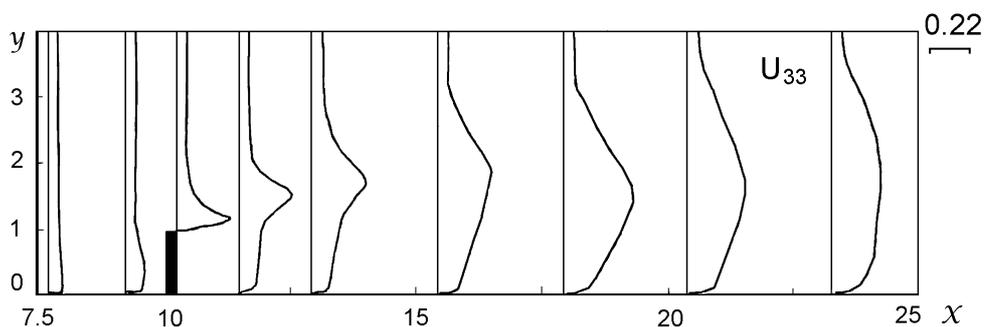


Рис. 8. Турбулентное пристенное течение с преградой и профили компоненты пульсационной скорости  $U_{33}$ , при  $x=\{7.7; 9.2; 10.25; 11.5; 12.8; 15.3; 17.8; 20.3; 23.2\}$ , расчет для  $Re=50000$

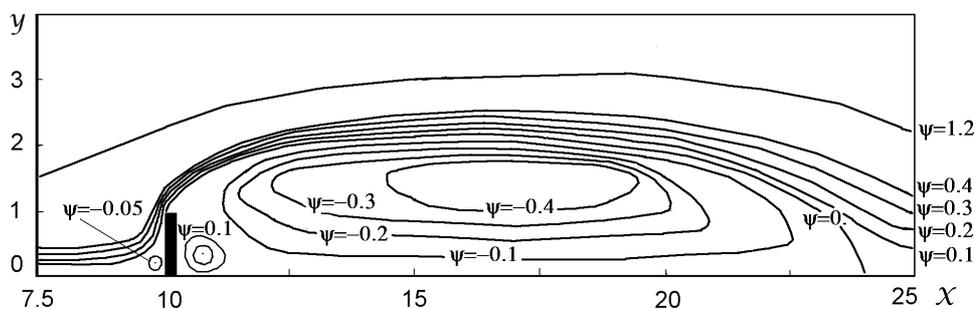


Рис. 9. Турбулентное пристенное течение с преградой и линии тока; расчет для  $Re=50000$

в верхних углах преграды коэффициент поверхностного трения  $c_f$ , осредненный по  $z$ -координате, имеет очень малую абсолютную величину и соответствует принятой пристенной модели, характеризующая граничные условия в точках отрыва турбулентного потока на горизонтальных стенках:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = 0; \quad \tilde{v} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = 0,$$

что согласуется с критерием отрыва ламинарного течения

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad v = 0.$$

В процессе расчетов установлено, что вклад подсеточной кинетической энергии в полную турбулентную энергию составляет около 10–12 процентов.

Проведен тестовый расчет для случая  $Re=50000$

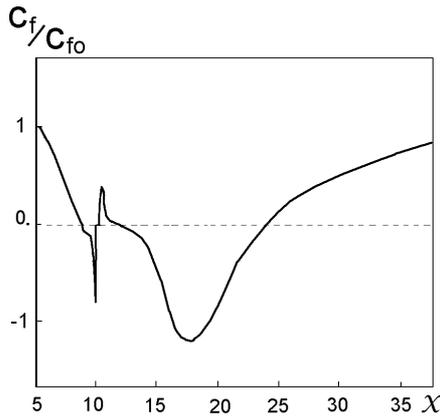


Рис. 10. Зависимость расчетного коэффициента поверхностного трения от  $x$  для  $Re=50000$

и  $Tu=0$ , причем на входе в вычислительную область турбулентные пульсации полагались устремленными к нулю при  $y > \delta$ . Тем самым проверяется чувствительность разработанной численной модели к изменениям во входных граничных условиях для пульсаций скорости и подтверждается адекватность моделирования поля скорости с учетом характеристик турбулентности. Например, рост параметра турбулизации внешнего потока  $Tu$  ведет к увеличению абсолютного значения длины присоединения  $\bar{x}_R$ . Так, для  $Tu=0$  величина  $\bar{x}_R$  равна 13.5, а для  $Tu=0.004$  имеем  $\bar{x}_R=13.9$ . Отметим, что результаты нашего расчета для  $Re=50000$  хорошо согласуются с вычислениями работы [9] для аналогичного случая при  $Re=10500$ . Осреднение характеристик произведено по направлению  $Oz$  и периоду  $T_{ос}$ , используя данные на каждом шаге по времени. Представление полученных численных результатов в таком виде объясняется тем, что главной целью настоящей работы является создание численного алгоритма решения задачи о турбулентном течении с поперечной преградой на пластине (при первоначальном турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости с внешним турбулизированным течением) на основе гибридного LES/RANS-подхода. Более подробные характеристики нестационарного режима течения (мгновенные и фазово осредненные величины) будут представлены в следующей статье.

## ВЫВОДЫ

В данном исследовании на основе гибридного LES/RANS-подхода развита численная трехмерная модель турбулентного течения несжимаемой

жидкости с поперечной преградой на стенке (при первоначальном турбулентном пограничном слое с нулевым продольным градиентом давления и внешним турбулизированным течением) в большой вычислительной области. В данной модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит три основных параметра: 1) число Рейнольдса преграды  $Re$ ; 2) число Рейнольдса турбулентного пограничного слоя  $Re_\delta$ ; 3) параметр турбулизации внешнего течения  $Tu$ . Динамическая подсеточная модель имеет расчетный коэффициент  $C_V$ .

Разработан новый численный алгоритм совместного решения нестационарных трехмерных фильтрованных уравнений Навье-Стокса и уравнений Рейнольдса на основе неявной конечно-разностной схемы (со вторым порядком точности по времени и по пространственным координатам), двуциклическим методом расщепления в сочетании с динамической подсеточной моделью и пристенной моделью для LES.

Впервые в рамках гибридного LES/RANS-подхода (применяя численно-аналитическую реконструкцию поля фильтрованной мгновенной скорости для всех трех компонент во входном граничном условии с учетом турбулизации внешнего потока) для отрывного турбулентного течения несжимаемой жидкости с поперечной преградой на стенке для ряда параметров ( $Re=50000$ ,  $Re_\delta=24722$ ;  $\delta=0.495$ ;  $u_*=-0.039$ ;  $Tu=\{0; 0.004\}$ ) получены численные значения: компонент осредненной скорости, нормальных турбулентных напряжений, распределений линий тока, коэффициента поверхностного трения длины присоединения для зоны рециркуляции и размеров вторичных угловых вихрей перед преградой и за ней.

В рамках LES-технологии вклад подсеточной кинетической турбулентной энергии в полную турбулентную энергию составляет около 10–12 процентов.

Представленный гибридный LES/RANS-подход правомерно использовать для расчетов на персональном компьютере в диапазоне  $20000 < Re < 10^{10}$ . Это существенно расширяет возможности исследования отрывных турбулентных течений в сравнении с ранее использованным другими авторами классическим LES для  $6000 < Re < 10000$ .

1. Larsen P. Database on tc-2c and tc-2d fence-on-wall and obstacle-on-wall test cases // Report AFM-ETMA 95-01, ISSN 0590-8809.– 1995.– TU, Denmark.– P. 1–12.
2. Good M., Joubert P. The form drag of two-dimensional bluff-plates immersed in turbulent boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1968.– v.31.– P. 547–582.

3. Siller H., Fernholtz H. Separation behavior in front of two-dimensional fence // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2001.– v.20,N5.– P. 727–740.
4. Paik J., Sotiropoulos F. Coherent structure dynamics upstream of a long rectangular block at the side of a large aspect ratio channel // *Phys.Fluids.*– 2005.– v.17.– P. 115104.
5. Ranga Raju K., Loeser J., Plate E. Velocity profiles and fence drag for a turbulent boundary layer along smooth and rough flat plates // *J.Fluid.Mech.*– 1976.– v.76(2).– P. 383–399.
6. Siller H., Fernholz H. Manipulation of the reverse-flow region downstream of a fence by spanwise vortices // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2007.– v.26,N2.– P. 236–257.
7. Aoki K., Kanba K., Takata S. Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate // *Phys.Fluids.*– 1997.– v.9,N4.– P. 1144–1161.
8. Титарев В.А., Шахов Е.М. Численный расчет поперечного обтекания холодной пластины гиперзвуковым потоком разреженного газа // *Изв. РАН. МЖГ.*– 2005.– N5.– С. 139–154.
9. Orellano A., Wengle H. Numerical simulation (DNS and LES) of manipulated turbulent boundary layer flow over a surface-mounted fence // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2000.– v.19,N5.– P. 765–788.
10. Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // *Phys.Fluids A.*– 1991.– v.3,N7.– P. 1760–1765.
11. Piomelli U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model // *Phys.Fluids A.*– 1993.– v.5,N6.– P. 1484–1490.
12. Meneveau C., Katz J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2000.– v.32.– P. 1–32.
13. Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2002.– v.34.– P. 349–374.
14. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2002.– **4(76)**, N3.– С. 31–41.
15. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // *Прикладна гідромеханіка.*– 2003.– **5(77)**, N2.– С. 27–36.
16. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N1.– С. 19–24.
17. Кузьменко В.Г. Динамические подсеточные модели для LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N3.– С. 22–27.
18. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом в асимметричном канале на основе гибридной LES/RANS-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2010.– **12(84)**, N3.– С. 24–36.
19. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
20. Бабенко В.В., Канарский М.Б., Коробов Б.И. Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 261 с.
21. Ligrani P., Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.162.– P. 69–98.
22. Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 231 с.
23. Кузьменко В.Г. Численное моделирование нестационарного турбулентного течения с отрывом над впадиной и внутри впадины // *Прикладна гідромеханіка.*– 2009.– **11(83)**, N3.– С. 28–41.
24. Breuer M. Wall models for LES of separated flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 13–18.
25. Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to  $Re_\tau=2003$  // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 011702.
26. Diurno G.V., Balaras E., Piomelli U. Wall-layer models of separated flows // In *Modern simulation strategies for turbulent flux*, ed. B.Geurts.– Philadelphia.– 2001.– P. 207–222.
27. Perry A.E., Henbest S.M., Chong M.S. A theoretical and experimental study of wall turbulence // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.165.– P. 163–199.
28. Zhou J., Adrian R., Balachandar S. Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow // *Phys.Fluids.*– 1996.– v.8.– P. 288–305.
29. Jakirlic S. Wall modelling in LES: method development and application // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 5–6.
30. Fubery C. On LES and DES of wall bounded flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 67–72.
31. DeGraaf D., Eaton J. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer // *J.Fluid.Mech.*– 2000.– v.422.– P. 319–346.
32. Kaltenbach H. A priori testing of wall models for separated flows // *Phys.Fluids.*– 2003.– v.15,N10.– P. 3048–3064.
33. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом за обратным уступом // *Прикладна гідромеханіка.*– 2007.– **9(81)**, N4.– С. 37–48.
34. Кузьменко В.Г. Численное моделирование влияния турбулентности внешнего потока на структуру пограничного слоя // *Прикладна гідромеханіка.*– 2008.– **10(82)**, N1.– С. 46–57.
35. Klebanoff P.S., Claveland W.G., Tidstrom K.D. On the evolution of a turbulent boundary layer induced by a three-dimensional roughness element // *J.Fluid.Mech.*– 1992.– v.237.– P. 101–187.
36. Perry A.E., Lim K.L., Henbest S.M. An experimental study of the turbulence structure in smooth- and rough-wall boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1987.– v.177.– P. 437–468.
37. Balint J., Wallace J., Vukoslavcevic P. The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer. Part 2. Statistical properties // *J.Fluid.Mech.*– 1991.– v.228.– P. 53–86.
38. Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to  $Re_\tau=2003$  // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 011702.
39. Carlier J., Stasnislas M. Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry // *J.Fluid.Mech.*– 2005.– v.535.– P. 143–158.
40. Natrajan V., Christensen The role of coherent structures in subgrid-scale energy transfer within the log layer of wall turbulence // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 065104.