

УДК 532.465

СИЛЬНО-НЕЛИНЕЙНЫЕ ВНУТРЕННИЕ СЕЙШИ В УДЛИНЕННЫХ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ОЗЕРАХ И ФЕНОМЕН “ОЗЕРНЫХ МОНСТРОВ”

Е. ТЕРЛЕЦКАЯ, В. МАДЕРИЧ, И. БРОВЧЕНКО

Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев

Получено 9.11.2010

Приведены результаты численного моделирования вырождения внутренних сейш большой амплитуды в узких озерах. Показано, что за счет трехмерного фокусирования заплеска внутренних волн формируется сверхкритическая струя, распространяющаяся впереди внутреннего бора. Обсуждается возможность интерпретации следа в термоклине и на поверхности воды за этим возмущением как проявлением движущихся объектов (“озерных монстров”).

Наведено результати чисельного моделювання виродження внутрішніх сейш великої амплітуди у вузьких озерах. Показано, що за рахунок тривимірного фокусування запліску внутрішніх хвиль формується надкритичний струмінь, що розповсюджується попереду внутрішнього бору. Обговорюється можливість інтерпретації сліду в термокліні і на поверхні води за цим збуренням, як проявом рухомих об'єктів (“озерних монстрів”).

The results of numerical simulation of the degeneration of internal seiches of large amplitude in the narrow lakes are presented. It is shown that due to the three-dimensional focusing of internal waves of the splash the supercritical jet is appeared that extends in the front of the internal bore. It is discussed the possibility of interpreting the wake in the thermocline and on the surface of the water behind this disturbance as a manifestation of moving objects (“lake monster”).

В пресных озерах умеренных широт в результате сезонного прогрева верхнего слоя воды образуется устойчивая стратификация. В результате изменений ветра возникают длинные (порядка размеров озера) низкочастотные стоячие внутренние волны (внутренние сейши). Нелинейность приводит к асимметрии сейш, появлению фронтов и распаду этих волн на цуги внутренних волн большой амплитуды. Механизм переноса энергии от масштабов бассейна к мелкомасштабным движениям [1] включает: (1) нелинейное укрупнение длинных волн; (2) сдвиговую неустойчивость течений; (3) заплеск и отражение от наклонных границ и (4) взаимодействие с топографией. В зависимости от соотношения между характерными временами различных процессов (период низшей моды сейши, характерное время нелинейного укрупнения, характерное время формирования неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и характерное время затухания линейных волн) выделены пять основных режимов вырождения длинных внутренних волн в прямоугольном бассейне ([1–2]): режим затухающих линейных волн (I); нелинейно-дисперсионный режим (II); режим гравитационных течений (III); режим неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (IV) и режим гравитационных течений и неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (V). Отметим, что многие фундаментальные вопросы динамики нелинейного вырождения сейш остаются нерешенными. Так, пре-

образование сейш в цуги нелинейных волн и их взаимодействие с топографией озер изучалось в рамках идеализированной двумерной по вертикали постановки, тогда как трехмерная топография озера может существенно повлиять на динамику волн.

В настоящей работе приведены результаты трехмерного численного моделирования вырождения внутренних сейш большой амплитуды в модельном узком озере переменной глубины. Расчеты проводились с помощью трехмерной негидростатической численной модели для стратифицированных течений [3–4]. Модель основана на решении трехмерных уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска. Используется эффективный алгоритм расчета негидростатической составляющей давления и расщепление уравнений модели на внутреннюю и внешнюю моды, что позволяет принципиально ускорить расчеты сравнительно с полными моделями, которые основаны на прямом решении уравнений Навье-Стокса в областях со свободной поверхностью. Подсеточная вязкость и диффузия моделировались с помощью модифицированной для стратифицированных сред формулы Смагоринского [5]:

$$K_m = (C_s \Delta_s)^2 \sqrt{S'^2 (1 - Ri/Ri_0)}, \quad (1)$$

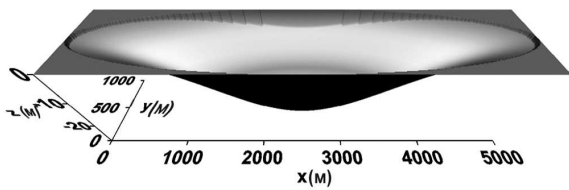


Рис. 1. Топография озера

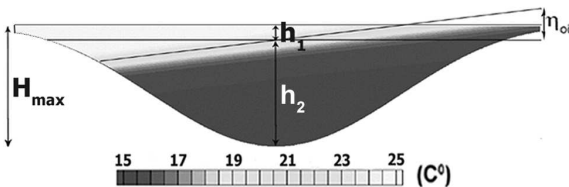


Рис. 2. Начальное распределение температуры на вертикальном разрезе вдоль озера

где $Ri = S'^2/N'^2$,

$$S'^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2, \quad (2)$$

$$N'^2 = -\frac{g}{\rho_0 Pr_t} \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (3)$$

масштаб длины $\Delta_s = \min(l, l_\Delta)$; l – расстояние до твердой границы; подсеточный масштаб

$$l_\Delta = \frac{3\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta x \Delta y + \Delta x \Delta z + \Delta y \Delta z}, \quad (4)$$

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – горизонтальные и вертикальный размеры вычислительной ячейки соответственно. При $\Delta x \approx \Delta y \approx \Delta z$ значение l_Δ совпадает с известной формулой для подсеточных масштабов, при $\Delta x \approx \Delta y \gg \Delta z$ значение $l_\Delta \approx \Delta z$. Постоянная Смагоринского $C_s = 0.15$, параметр $Pr_t = 1$.

Модельное озеро глубиной $H(x, y)$ имеет длину $L=5$ км, ширину $B=1$ км и максимальную глубину $H_{max}=30$ м (рис. 1). Топография дна задавалась аналитически в виде

$$H(x, y) = 0.25H_{max} \left(\sin(a_1 \pi(x - L/2) - \frac{\pi}{2}) + \sin(b_1 \pi(y - B/2) - \frac{\pi}{2}) \right)^2 + \frac{(x - L/2)^2}{(L/2)^2} + \frac{(y - B/2)^2}{(B/2)^2} < 1, \quad (5)$$

где $a_1 = 0.0003 \text{ м}^{-1}$, $b_1 = 0.001 \text{ м}^{-1}$. Толщина верхнего прогретого слоя воды (эпилимниона) $h_1 = 4.5$ м, максимальная толщина нижнего более

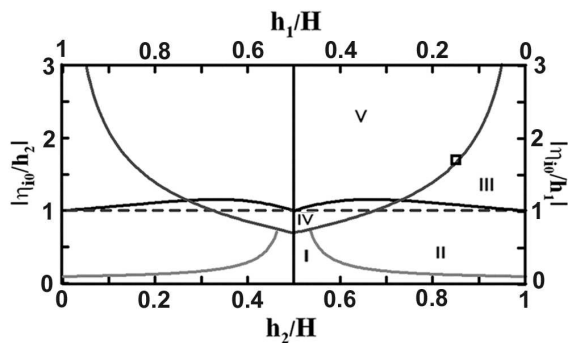


Рис. 3. Схема режимов течений при двухслойной стратификации. Римскими цифрами обозначены режимы. Квадратом показано положение данного численного эксперимента

холодного слоя (гиполимниона) $h_2 = 25.5$ м. Невозмущенная температурная стратификация, соответствующая распределению температуры озера летом в умеренных широтах, задавалась в виде

$$T(z) = \frac{T_{up} + T_{bot}}{2} + \frac{T_{up} - T_{bot}}{2} \text{th} \left(\frac{z - h_1}{dh} \right), \quad (6)$$

где толщина термоклина $dh = 2.5$ м; $T_{up} = 25^\circ\text{C}$ и $T_{bot} = 15^\circ\text{C}$ – температура эпилимниона и гиполимниона соответственно.

В начальный момент времени термоклин отклонен от невозмущенного горизонтального положения на угол, определяемый параметром $\eta_{0i}/h_1 = 1.7$, где η_{0i} – максимальное отклонение от невозмущенного положения изоповерхности с максимальным градиентом температуры (рис. 2). А отношение верхнего слоя к максимальной глубине равно $h_1/H_{max} = 0.15$. Согласно классификации течений в прямоугольном бассейне при двухслойной стратификации [1], этот случай находится на границе сверхкритических течений (режим III) и режима, в котором присутствуют сверхкритические течения, приводящие к образованию боров и к образованию сдвиговой неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (режим V) (рис. 3). Такой режим в реальном озере возникает после воздействия сильного ветра, приводящего к тому, что термоклин пересекает свободную поверхность.

Было проведено три численных эксперимента для того, чтобы выявить и отделить эффекты, связанные с трехмерной топографией, и негидростатические эффекты: 1 – двумерный негидростатический эксперимент (2DNH) 2 – трехмерный негидростатический эксперимент (3DNH) 3 – трехмерный гидростатический эксперимент (3DH). Разрешение сетки в случае трехмерного эксперимента $500 \times 100 \times 60$ узлов, а в случае квазидвумер-

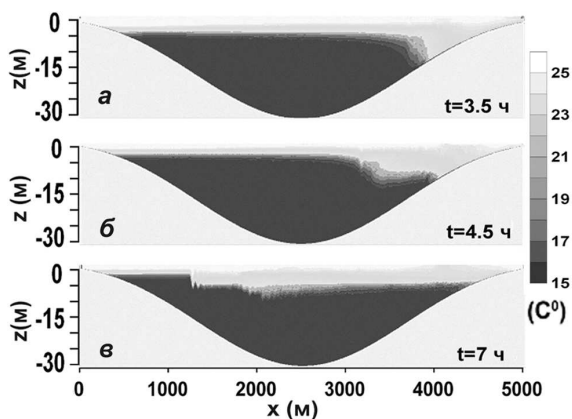


Рис. 4. Распределение температуры на вертикальном разрезе вдоль озера. Двумерный негидростатический эксперимент (2DNH)

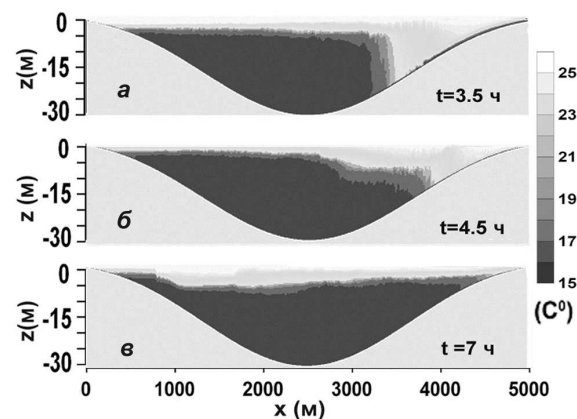


Рис. 6. Распределение температуры на вертикальном разрезе вдоль озера. Трехмерный гидростатический эксперимент (3DH)

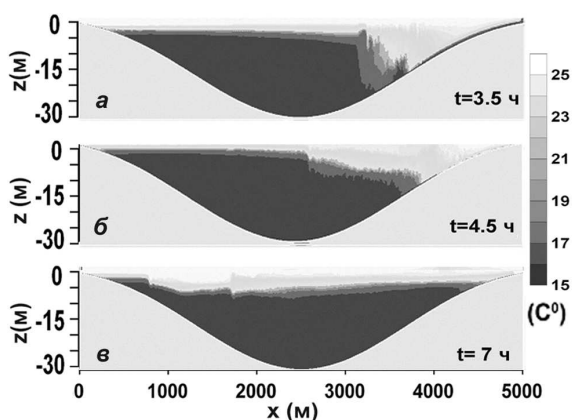


Рис. 5. Распределение температуры на вертикальном разрезе вдоль озера. Трехмерный негидростатический эксперимент (3DNH)

ного эксперимента разрешение было $500 \times 5 \times 60$. Для расчетов использовалась сигма координата: $\sigma(x, y, z) = z/(H + \eta)$.

На рис. 4–6 показана эволюция во времени вертикального сечения поля температуры вдоль озера для экспериментов 2DNH, 3DNH и 3DH. Как уже было отмечено, для этого режима характерно образование внутреннего бора. В двумерном случае формирование и эволюция бора сопровождается интенсивным перемешиванием (рис. 4, а). Затем бор перестраивается в солибор с пучком солитонов (рис. 4, в). За солибором появляется утолщение термоклина и волны второй (симметричной) моды.

Трехмерная топография озера приводит к новым эффектам. Взаимодействие крупномасштабных течений с “ложкоподобными” оконечностями озера приводит к интенсификации залеска сейши

и к формированию бора большей амплитуды, чем в двумерном случае (рис. 5, а). Перемешивание в этой конфигурации более интенсивное. После формирования бора также появляется пучок уединенных волн. Формирование бора и его эволюция в трехмерном случае также сопровождается интенсивным перемешиванием и формированием волн второй моды на заднем фронте движущегося солибора (рис. 5, в). На стадии формирования бора процессы, происходящие в гидростатическом расчете, подобны негидростатическому случаю (рис. 6, а). Затем бор с практически такой же скоростью перемещается к другому концу озера и за ним утолщенный за счет перемешивания термоклин. В гидростатическом случае также видны “солитоноподобные структуры” (рис. 6, в). Они, однако, не являются уединенными внутренними волнами, подобными волнам на рис. 4, в и 5, в, так как в гидростатической модели эти волны возникают при нелинейном укрупнении при наличии численной дисперсии, и поэтому их характеристики зависят от численной схемы и разрешения вычислительной сетки [6].

Рассмотрим пространственную структуру распространения волн в эксперименте 3DNH. Эволюция изотермы $T=20^\circ\text{C}$ и поверхности уровня показана на рис. 7, а придонные скорости в момент формирования бора $t = 3.5$ часа даны на рис. 8. Как видно из рис. 8, “ложкоподобная” топография по краям озера приводит к тому, что происходит фокусировка потока и формирование струи вдоль оси симметрии озера. Эта сверхкритическая струя видна в последующие моменты времени как сверхкритический поток, который вызывает волновой след на изотерме (рис. 7, а). Этот след также виден

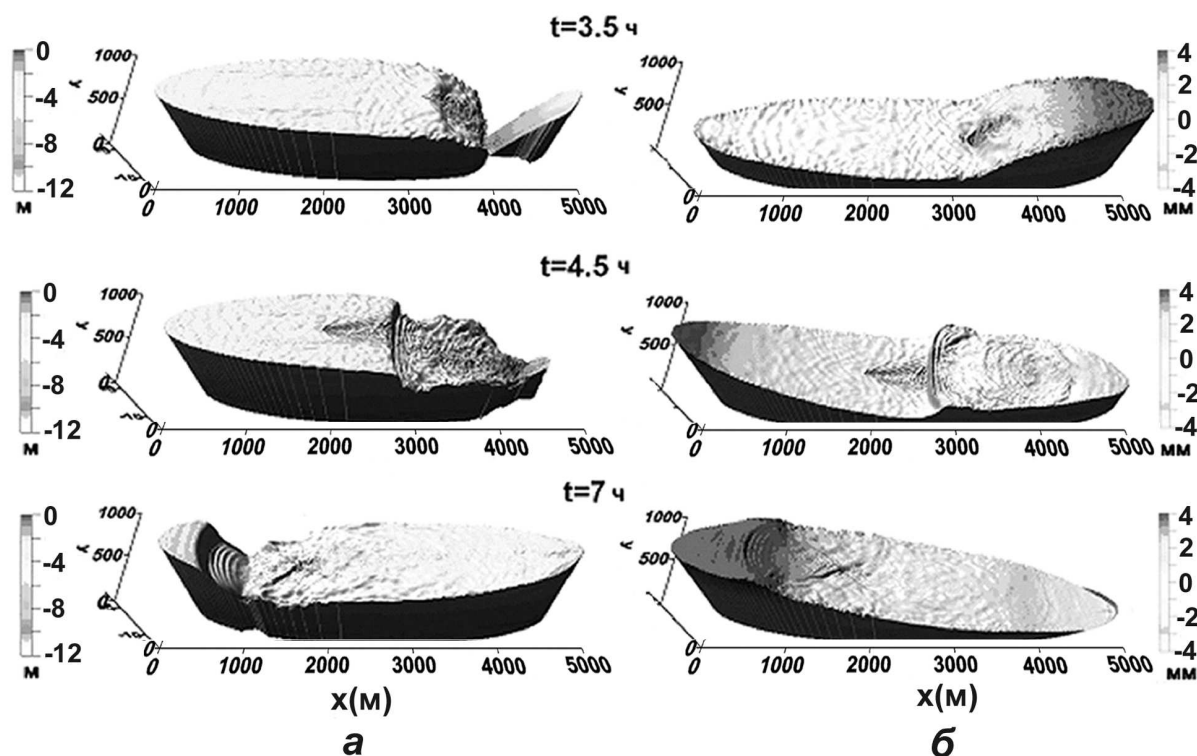


Рис. 7. Поверхность изотермы $T = 20^{\circ}\text{C}$ (а) и уровенная поверхность (б)

и на поверхности озера. (рис. 7, б). Максимальная скорость в струе составляет 0.8 м/с , в то время как скорость распространения бора – 0.3 м/с . Заметим, что этот поток может вызывать эрозию дна в зоне высоких придонных скоростей (рис. 8).

Можно предположить, что след, который распространяется на поверхности за возмущением термоклина в модельном озере, будет наблюдаться и в реальных удлинённых озерах. Это физическое явление может быть интерпретировано наблюдателем как след от движущегося большого животного. Легенды об “озерных монстрах” основаны на свидетельствах очевидцев, большинство из которых описывают монстров как движущиеся объекты, вызывающие волны на поверхности озера, похожие на корабельные. Обычно приютом для “озерных монстров” служат глубокие и узкие озера в умеренных широтах. Самыми известными из этих существ являются обитатель шотландского озера Лох-Несс (рис. 9, а), змей Огопо из озера Оканаган (рис. 9, б) в Канаде, монстр из озера Лоен (рис. 9, в) в Норвегии и черт из озера Лабынкыр (рис. 9, г). Наиболее исследованное из упомянутых озёр – Лох-Несс – имеет длину 35 км , среднюю глубину 140 м , и почти одинаковую ширину 1.4 км . Впервые внутренние сейши наблюдались как раз

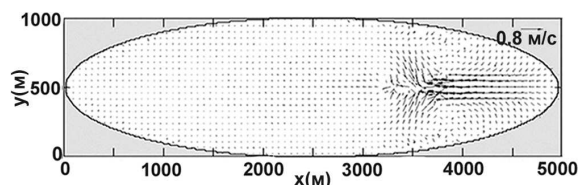


Рис. 8. Поле скорости у дна при $t=3.5$ часа

в Лох-Несс еще в начале XX века [7–8]. Явление генерации внутреннего бора также было обнаружено в озере Лох-Несс [9–11].

Часто сформировавшийся внутренний бор с цугом уединённых внутренних волн может несколько раз пересекать Лох-Несс, отражаясь от концов озера. Однако измерений пространственной структуры волн в этом озере пока не проводилось, что оставляет открытым вопрос о возникновении сверхкритической струи при отражении внутренних волн или боров от концов озера. Необходимы дальнейшие расчеты для водоема с параметрами реального озера, поскольку в рассмотренном модельном примере из-за вычислительных ограничений решалась задача для относительно небольшого озера с идеализированной топографией берегов и дна.

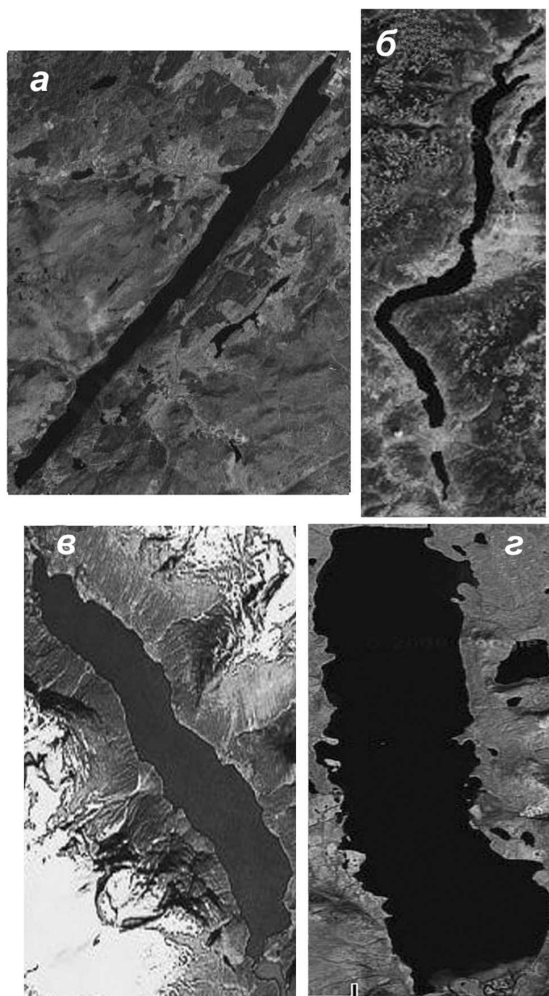


Рис. 9. Некоторые озера, где наблюдались “озерные монстры”

1. *Horn D.A, Imberger J, Ivey G.N.* The degeneration of large-scale interfacial gravity waves in lakes // *J Fluid Mech.*– 2001.– **434**.– P. 181–207.
2. *Канарская Ю.В., Мадерич В.С.* Сильно-нелинейные волны и гравитационные течения в прямоугольном бассейне // *Прикладная гидромеханика.*– 2004.– **6(78)**.– С. 75–78.
3. *Kanarska Y., Maderich V.* A non-hydrostatic numerical model for calculating free-surface stratified flows // *Ocean Dynamics* .– 2003.– **53**.– P. 176-185.
4. *Бровченко И.А., Городецкая Н.С., Мадерич В.С., Никишов В.И., Терлецкая Е.В.* Взаимодействие внутренних уединенных волн большой амплитуды с препятствием // *Прикладная гидромеханика.*– 2007.– **9(81)**.– С. 3–7.
5. *Smagorinsky J.* General circulation experiments with the primitive equations. // *Mon Weather Rev.* – 1963.– **91**.– P. 99–164.
6. *Daily C, Imberger J* Modelling solitons under the hydrostatic and Boussinesq approximations. // *Int J Num Methods Fluids* .– 2003.– **43**.– P. 231–252.
7. *Watson E.R.* Movement of the waters of the Loch Ness, as indicated by temperature observation // *Geogr.J.* – 1904.– **24**.– P. 430-437.
8. *Wedderburn E.M.* Temperature of the fresh-water lochs of Scotland // *Trans. R. Soc. Edin.* – 1907.– **45**.– P. 407-489.
9. *Mortimer C.H.* Some effects of the Earth’s rotation on water movements in stratified lakes // *Proc. Intern. Assoc. Limnol.*– 1955.– **12** .– P. 66-77.
10. *Thorpe S.A., Hall A, Crofts I* The internal surge in Loch Ness // *Nature.*– 1972.– **237**.– P. 96-98.
11. *Thorpe S.A.* Near-resonant forcing in a shallow two-layer fluid: a model for the internal surge in Loch Ness? // *J Fluid Mech.* .– 1974.– **63**.– P. 509-527.