

УДК 534.26+539.219.2

ЕФЕКТИВНІ ДИНАМІЧНІ ПАРАМЕТРИ МАТРИЧНОГО КОМПОЗИТУ З ЧАСТКОВО ВІДШАРОВАНИМИ ВОЛОКНАМИ НЕКАНОНІЧНОЇ ФОРМИ

Я. І. КУНЕЦЬ*, В. В. МАТУС

Інститут прикладних проблем механіки і математики

ім. Я. С. Підстригача НАН України

вул. Наукова, 36, 79060, Львів, Україна

e-mail: kunets@iapmm.lviv.ua

Получено 29.10.2012

Розглянуто поширення плоскої гармонічної хвилі поздовжнього зсуву у необмеженому середовищі з випадково розподіленими волокнами при наявності міжфазних тріщин. Ефективні (усереднені) динамічні параметри таких композитів обчислено за допомогою дисперсійного співвідношення Фолді. Досліджено вплив форми волокон, величин міжфазних тріщин та напрямку поширення хвиль на їхні ефективні фазові швидкості й коефіцієнти згасання.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: матричний композит, волокна неканонічної форми, міжфазна тріщина, ефективні параметри SH-хвиль, метод T-матриць

Рассмотрено распространение плоской гармонической волны продольного сдвига в неограниченной среде, содержащей случайно распределенные волокна при наличии межфазных трещин. Эффективные (усредненные) динамические характеристики таких композитов найдены с помощью дисперсионного соотношения Фолди. Исследовано влияние формы волокон, величин межфазных трещин и направления распространения волн на их эффективные фазовые скорости и коэффициенты затухания.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: матричный композит, волокна неканонической формы, межфазная трещина, эффективные параметры SH-волн, метод T-матриц

A plane time-harmonic SH-wave propagation in an unbounded medium containing the randomly distributed fibers with interface cracks is investigated. The Foldy's approximation is applied to estimate the effective (average) dynamic parameters of such composites. The influence of the fiber shape, debonding (interface crack) sizes and direction of waves propagation on their effective phase velocities and attenuation coefficients are analyzed.

KEY WORDS: matrix composite, a fiber of non-canonical cross section, interfacial fracture, effective parameters of SH-waves, T-matrix method

ВСТУП

Частою причиною руйнування волокнистих композитів є відшарування їх наповнювачів від матриці. Це явище потрібно враховувати при розробці сучасних методів неруйнівного контролю таких матеріалів [1]. Додатковий інтерес полягає у розгляді волокон неканонічної форми, використання яких часто покращує міцнісні характеристики композитних матеріалів [2].

Дослідженню ефективних (усереднених) динамічних характеристик волокнистих композитів з міжфазними відшаруваннями присвячено порівняно невелику кількість публікацій. Зокрема, фазові швидкості SH-хвиль та відповідні коефіцієнти згасання у композитах з круговими волокнами аналізувались у [1]. У працях [3–9] визначались ефективні характеристики поздовжніх і поперечних хвиль у пружних середовищах із множинними волокнами, тріщинами й абсолютно жорсткими тонкими включеннями за наявності або відсутності міжфазних дефектів.

Дослідження згаданих проблем доцільно починати з розв'язання задач розсіяння пружних хвиль відповідними локальними (поодинокими) неоднорідностями. Вплив форми ромбоподібного включення із заокругленими кутами на характеристики розсіяння стаціонарних поздовжніх і поперечних хвиль проаналізовано в [10]. Розсіяння SH-хвиль відшарованим круговим включенням досліджено у [11]. Дифракція поперечних хвиль горизонтальної поляризації на частково відшарованих тунельних включеннях більш складних форм вивчалась у [12].

Існують різні підходи до визначення ефективних параметрів матричних композитів. Їхній огляд і порівняльний аналіз подано, наприклад, у [5, 6]. Чи не найпоширеніший з них базується на апроксимаційних співвідношеннях Фолді [13]. Він придатний для композитів з незначною концентрацією наповнювачів, коли їхньою взаємодією можна знехтувати. У даній статті за допомогою цього підходу буде визначено й проаналізовано усереднені параметри композитних структур у випадку від-

шарованих, випадково розташованих волокон з випадковою або впорядкованою орієнтацією за умов антиплоскої деформації. Для розв'язання відповідної задачі розсіяння хвиль локальною неоднорідністю використовується спеціальна модифікація методу T -матриць (методу нульового поля) [14, 15].

1. РОЗСІЯННЯ SH-ХВИЛЬ ЛОКАЛЬНИМ ВІДШАРОВАНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Нехай у необмеженому ізотропному пружному середовищі з модулем зсуву μ_1 й густиною ρ_1 міститься пружне циліндричне включення, яке має відповідні параметри μ_2 , ρ_2 і поперечний перетин неканонічної форми W_2 . На частині S_0 міжфазної границі ∂W_2 наявна тріщина, а на ділянці $S_1 = \partial W_2 \setminus S_0$ неоднорідність ідеально контактує з матрицею. За умов антиплоского зсуву й усталеного режиму коливань композиту переміщення у матриці $u_1(\mathbf{x})$ і відшарованому волокні $u_2(\mathbf{x})$ задовольняють рівняння Гельмгольца ($W_1 = R^2 \setminus W_2$) [16]

$$(\Delta + k_j^2)u_j(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in W_j, \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

й граничні умови

$$u_1(\mathbf{x}) = u_2(\mathbf{x}), \quad \gamma \frac{\partial u_1(\mathbf{x})}{\partial n} = \frac{\partial u_2(\mathbf{x})}{\partial n},$$

$$\gamma = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad \mathbf{x} \in S_1; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_j(\mathbf{x})}{\partial n} = 0, \quad j = 1, 2, \quad \mathbf{x} \in S_0.$$

Тут $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ – декартові координати з початком всередині неоднорідності; \mathbf{n} – вектор зовнішньої одиничної нормалі до контуру ∂W_2 ; k_1 і k_2 – хвильові числа поперечних хвиль матриці та включення відповідно.

На включення набігає плоска гармонічна SH-хвиля

$$u^{\text{in}}(\mathbf{x}) = u_0 \exp[-ik_1(x_1 \cos \theta_{\text{in}} + x_2 \sin \theta_{\text{in}})] =$$

$$= u_0 \sum_{\sigma, m} \varepsilon_m b_{\sigma m}^{\text{in}} \text{Re} \psi_{1\sigma m}(\mathbf{x}), \quad (3)$$

$$\psi_{j\sigma m}(\mathbf{x}) = H_m^{(1)}(k_j r) C_{\sigma m}(\theta), \quad j = 1, 2;$$

$$b_{\sigma m}^{\text{in}} = (-i)^m C_{\sigma m}(\theta_{\text{in}});$$

$$C_{\sigma m}(\theta) = \begin{cases} \cos m\theta, & \sigma = 1, \quad m = 0, 1, \dots \\ \sin m\theta, & \sigma = 2, \quad m = 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$x_1 = r \cos \theta, \quad x_2 = r \sin \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi,$$

де $H_m^{(1)}(x)$ – функція Ханкеля першого роду порядку m ; u_0 і θ_{in} – амплітуда й кут падіння хвилі; $\varepsilon_m = 2 - \delta_{m0}$ (δ_{m0} – символ Кронекера); (r, θ) – полярні координати; ω – частота.

Розсіяне поле $u^s(\mathbf{x})$ задовольняє умову випромінювання Зоммерфельда [17]

$$u^s(\mathbf{x}) = \frac{e^{ik_1 r + i\pi/4}}{\sqrt{8\pi k_1 r}} f(\omega, \theta) + O(r^{-1}), \quad r \rightarrow \infty,$$

$$u^s(\mathbf{x}) = u_1(\mathbf{x}) - u^{\text{in}}(\mathbf{x}), \quad (4)$$

де $f(\omega, \theta)$ – комплексна амплітуда розсіяння SH-хвиль.

Розв'язок задачі (1)–(4) шукаємо за допомогою модифікованого для даного випадку методу нульового поля (методу T -матриць), який базується на інтегральних представленнях для переміщень у складових композиту [4, 12, 14, 15]:

$$\int_S \left[u_1(\mathbf{x}') \frac{\partial}{\partial n} G_1(\mathbf{x}', \mathbf{x}) - G_1(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial n} u_1(\mathbf{x}') \right] ds +$$

$$+ u^{\text{in}}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in W_2;$$

$$\int_S \left[u_2(\mathbf{x}') \frac{\partial}{\partial n} G_2(\mathbf{x}', \mathbf{x}) - G_2(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial n} u_2(\mathbf{x}') \right] ds =$$

$$= 0, \quad \mathbf{x} \in W_1;$$

$$\int_S \left[u_1(\mathbf{x}') \frac{\partial}{\partial n} G_1(\mathbf{x}', \mathbf{x}) - G_1(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial n} u_1(\mathbf{x}') \right] ds +$$

$$+ u^{\text{in}}(\mathbf{x}) = u_1(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in W_1. \quad (5)$$

Тут $S = \partial W_2$; $G_j(\mathbf{x}', \mathbf{x})$ – фундаментальні розв'язки рівнянь (1), які подані у вигляді розкладів за системою хвильових функцій (3):

$$G_j(\mathbf{x}', \mathbf{x}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_j |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) =$$

$$= \frac{i}{4} \sum_{\sigma=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{j\sigma m}(\mathbf{x}') \text{Re} \psi_{j\sigma m}(\mathbf{x}), \quad (6)$$

$$|\mathbf{x}'| > |\mathbf{x}|, \quad j = 1, 2.$$

Ураховавши співвідношення (3), (6), а також ортогональність тригонометричних функцій $C_{\sigma m}(\theta)$,

з формул (5) отримуємо

$$\begin{aligned} \int_S \left[u_1 \frac{\partial}{\partial n} \psi_{1\sigma m} - \psi_{1\sigma m} \frac{\partial}{\partial n} u_1 \right] ds &= 4iu_0 b_{\sigma m}^{\text{in}}, \\ \int_S \left[u_2 \frac{\partial}{\partial n} \mathbf{Re} \psi_{2\sigma m} - (\mathbf{Re} \psi_{2\sigma m}) \frac{\partial}{\partial n} u_2 \right] ds &= 0, \\ \frac{i}{4} \int_S \left[u_1 \frac{\partial}{\partial n} \mathbf{Re} \psi_{1\sigma m} - (\mathbf{Re} \psi_{1\sigma m}) \frac{\partial}{\partial n} u_1 \right] ds &= \\ &= f_{\sigma m}, \quad m = \overline{0, \infty}, \quad \sigma = 1, 2, \\ u^s(\mathbf{x}) &= \sum_{\sigma, m} f_{\sigma m} \psi_{1\sigma m}(\mathbf{x}), \quad |\mathbf{x}| > r_1, \end{aligned} \quad (7)$$

де r_1 – радіус кола, описаного навколо неоднорідності.

З огляду на характер поведінки переміщень і напружень в околі вершин міжфазної тріщини [18], невідомі функції u^l і $\partial u^l / \partial n$, $l=1, 2$ на контурі включення подамо у вигляді розкладів

$$\begin{aligned} v(\theta) &= \sum_{\sigma, m} \alpha_{\sigma m} C_{\sigma m}(\theta), \\ u_2(\theta) &= \sum_{\sigma, m} \beta_{\sigma m} C_{\sigma m}(\theta), \end{aligned} \quad \theta \in S, \quad (8)$$

$$v(\theta) = \begin{cases} aZ(\theta) \frac{\partial u_1(\theta)}{\partial n}, & \theta \in S_1, \\ Z(\theta)[u_1(\theta) - u_2(\theta)], & \theta \in S_0; \end{cases}$$

$$Z(\theta) = \begin{cases} 2\tau(\theta) \frac{\sqrt{(2\pi + \theta_0 - \theta)(\theta - \theta_1)}}{\sqrt{2\pi + \theta_0 - \theta_1}}, & \theta \in S_1, \\ (1 + \gamma)^{-1} \tau^{-1}(\theta) \frac{\sqrt{\theta_1 - \theta_0}}{\sqrt{(\theta - \theta_0)(\theta_1 - \theta)}}, & \theta \in S_0. \end{cases}$$

Тут $v(\theta)$ та $u_2(\theta)$ – неперервні функції на ∂W_2 ; a – характерний розмір розсіювача; $\tau(\theta) = a^{-1} \sqrt{(r'(\theta))^2 + r^2(\theta)}$; функція $r(\theta)$ описує контур включення в полярній системі координат; $\theta_1 - \theta_0$ – кутовий розхил міжфазної тріщини. Підставляючи ряди (8) у рівняння (7) і враховуючи граничні умови (2), одержуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь безмежного порядку відносно коефіцієнтів $\alpha = (\alpha_{\sigma m})$, $\beta = (\beta_{\sigma m})$ розкладів (8) і коефіцієнтів $\mathbf{f} = (f_{\sigma m})$ розсіяного

поля у співвідношеннях (7):

$$\begin{aligned} Q^1 \alpha + Q^2 \beta &= 4iu_0 \mathbf{b}, \\ \mathbf{Re} Q^3 \alpha + \mathbf{Re} Q^4 \beta &= 0, \\ 4i\mathbf{f} + \mathbf{Re} Q^1 \alpha + \mathbf{Re} Q^2 \beta &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут $\mathbf{b} = (b_{\sigma m})$, а елементами матриць Q^1 , Q^2 , $\mathbf{Re} Q^3$, $\mathbf{Re} Q^4$ є контурні інтеграли

$$Q_{\sigma m, \sigma' m'}^1 = \int_{S_0} Z^{-1}(\theta) C_{\sigma' m'}(\theta) \frac{\partial \psi_{\sigma m}^1}{\partial n} ds - a^{-1} \int_{S_1} Z^{-1}(\theta) C_{\sigma' m'}(\theta) \psi_{\sigma m}^1 ds,$$

$$Q_{\sigma m, \sigma' m'}^2 = \int_S C_{\sigma' m'}(\theta) \frac{\partial}{\partial n} \psi_{\sigma m}^1 ds,$$

$$\mathbf{Re} Q_{\sigma m, \sigma' m'}^3 = -\gamma a^{-1} \int_{S_1} Z^{-1}(\theta) C_{\sigma' m'}(\theta) \mathbf{Re} \psi_{\sigma m}^2 ds,$$

$$\mathbf{Re} Q_{\sigma m, \sigma' m'}^4 = \int_S C_{\sigma' m'}(\theta) \frac{\partial}{\partial n} \mathbf{Re} \psi_{\sigma m}^2 ds.$$

Систему рівнянь (9) розв'язуємо методом редукції. Шукану величину \mathbf{f} можна подати також у матричному вигляді:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= -(\mathbf{Re} Q^1 \ \mathbf{Re} Q^2) \begin{pmatrix} Q^1 & Q^2 \\ \mathbf{Re} Q^3 & \mathbf{Re} Q^4 \end{pmatrix}^{-1} \times \\ &\times \begin{pmatrix} u_0 \mathbf{b} \\ 0 \end{pmatrix} = u_0 T \mathbf{b}, \end{aligned}$$

де T – матриця переходу [15]. Зі співвідношень (4), (7) отримуємо амплітуду розсіяного поля:

$$f(\omega, \theta) = 4u_0 \sum_{\sigma, \sigma'=1}^2 \sum_{m, m'=0}^{\infty} \varepsilon_m i^{-m-m'} \times T_{\sigma m, \sigma' m'} C_{\sigma' m'}(\theta_{\text{in}}) C_{\sigma m}(\theta), \quad (10)$$

де $T_{\sigma m, \sigma' m'}$ – елементи T -матриці.

2. ЕФЕКТИВНІ ДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МАТРИЧНИХ КОМПОЗИТІВ

Нехай у пружному середовищі з масивом частково відшарованих випадково розподілених взаємно паралельних волокон поширюється плоска

SH-хвиля. Просторова орієнтація волокон може бути випадковою або впорядкованою, форми їхнього поперечного перерізу й міжфазних тріщин вважаємо однаковими.

Реакція такого композитного тіла на динамічні збурення характеризується дисперсією та згасанням хвиль, спричиненими процесом їх розсіювання локальними неоднорідностями [1, 5]. Таке явище можна описати за допомогою комплексного залежного від частоти хвильового числа [1]

$$K(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} + i\alpha(\omega), \quad (11)$$

де $c(\omega)$, $\alpha(\omega)$ – ефективна фазова швидкість поперечних хвиль і коефіцієнт згасання відповідно.

Залежність хвильового числа $K(\omega)$ від фізичних і геометричних параметрів композиту знаходимо із дисперсійного співвідношення Фолді [5, 13]:

$$K^2(\omega) = k_1^2 + \frac{\varepsilon}{\pi a^2} F. \quad (12)$$

Тут πa^2 – площа поперечного перерізу волокна (a – його характерний розмір); ε – об'ємна концентрація волокон.

Величина F визначається амплітудою розсіювання SH-хвилі (3) локальним включенням у напрямку “вперед” (у випадку (10) це $\theta = \theta_{in}$). Для впорядкованих орієнтованих волокон справедливе співвідношення

$$F = f(\omega, \theta_{in}) = 4 \sum_{\sigma, \sigma'=1}^2 \sum_{m, m'=0}^{\infty} \varepsilon_m i^{-m-m'} \times \\ \times T_{\sigma m, \sigma' m'} C_{\sigma' m'}(\theta_{in}) C_{\sigma m}(\theta_{in}). \quad (13)$$

Для випадково орієнтованих волокон F визначається як усереднене значення амплітуди розсіювання при всіх можливих орієнтаціях:

$$F = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega, \theta_{in}) d\theta_{in} = 4 \sum_{\sigma, m} T_{\sigma m, \sigma m}. \quad (14)$$

Таким чином, знаючи T -матрицю задачі розсіювання плоскої хвилі (3) на поодинокому включенні, зі співвідношень (11)–(14) визначаємо нормовані ефективні фазову швидкість $\bar{c}(\omega)$ та коефіцієнт згасання $\bar{\alpha}(\omega)$ поперечних хвиль, що поширюються в композиті із частково відшарованими волокнами:

$$\bar{c}(\omega) = \frac{c(\omega)}{c_{s1}} = \frac{k_1}{\text{Re}[K(\omega)]}, \quad (15) \\ \bar{\alpha}(\omega) = \frac{2\pi a \alpha(\omega)}{\varepsilon} = \frac{2\pi a}{\varepsilon} \text{Im}[K(\omega)].$$

Тут $c_{s1} = \omega/k_1$ – швидкість SH-хвиль у матриці.

Значимо, що співвідношення (11)–(15), які базуються на дисперсійному рівнянні Фолді, придатні для композитів з незначною концентрацією наповнювачів, коли можна знехтувати їхньою взаємодією. Правомірність застосування такого підходу для дослідження матричних композитних структур із випадково розподіленими неоднорідностями досліджено в [5, 8].

3. ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНИХ ДИНАМІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

Розглянемо матричний композит з волокнами, контур поперечного перерізу яких задано параметричними рівняннями

$$r(\beta) = a \sqrt{\frac{1 + \delta^2 - 2\delta \cos(N+1)\beta}{1 - \delta^2 N}},$$

$$\theta(\beta) = \arctg \frac{\sin \beta + \delta \sin N\beta}{\cos \beta - \delta \cos N\beta},$$

$$0 \leq \beta \leq 2\pi.$$

Волокна можуть мати форму еліпса ($N=1$, $0 \leq \delta < 1$), рівностороннього трикутника ($N=2$, $\delta=1/4$) або квадрата ($N=3$, $\delta=1/9$) із заокругленими кутами. Значимо, що площі їхніх поперечних перерізів дорівнюють площі круга радіуса a . Вважаємо також, що матеріал матриці – епоксид ($\mu_1 = 1.28$ ГПа, $\rho_1 = 1250$ кг/м³), а матеріал частково відшарованих включень – скло ($\mu_2 = 29.9$ ГПа, $\rho_2 = 2550$ кг/м³). Об'ємна концентрація волокон становить $\varepsilon = 0.1$.

На рис. 1–4 наведено частотні залежності нормованих фазових швидкостей \bar{c} і коефіцієнтів поглинання $\bar{\alpha}$ поперечних хвиль (15) у композиті з довільно орієнтованими волокнами квадратної (рис. 1, 2) і трикутної (рис. 3, 4) форм для різних величин міжфазних тріщин. Із графіків видно, що в діапазоні хвильових розмірів $0 < k_1 a < 1.5$ (низькі частоти) зі збільшенням зони відшарування коефіцієнт згасання хвиль зростає, а в діапазоні $1.5 < k_1 a \leq 4$ (резонансні частоти) – спадає. Фазова швидкість хвиль зменшується з ростом відшарування майже у всьому розглянутому частотному діапазоні. Аналогічний характер поведінки ефективних динамічних параметрів у залежності від величини міжфазних відшарувань спостерігається і у випадку кругових волокон [1]. Окрім цього, частотні залежності швидкостей \bar{c} мають локальні максимуми й мінімуми, що свідчить про існування вузьких смуг частот бездисперсійного поширення хвиль.

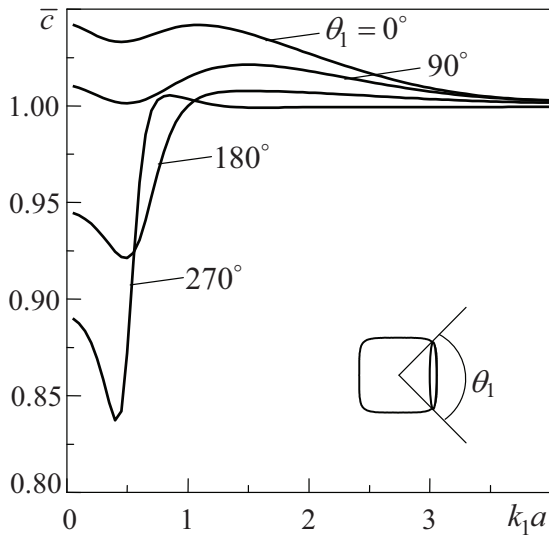


Рис. 1. Дисперсійні криві для швидкостей \bar{c} при випадково орієнтованих квадратних волокнах і різних величинах міжфазних тріщин θ_1

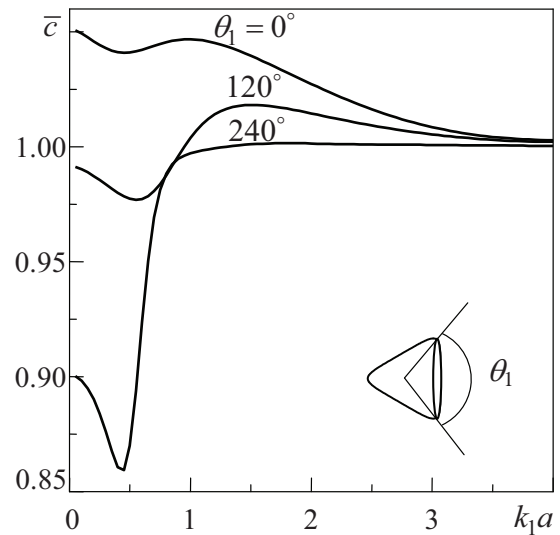


Рис. 3. Дисперсійні криві для швидкостей \bar{c} при випадково орієнтованих трикутних волокнах

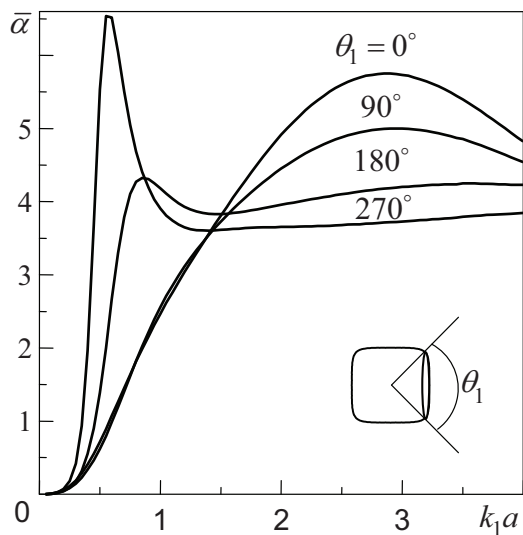


Рис. 2. Спектральні залежності коефіцієнта $\bar{\alpha}$ при випадково орієнтованих квадратних волокнах і різних величинах міжфазних тріщин θ_1

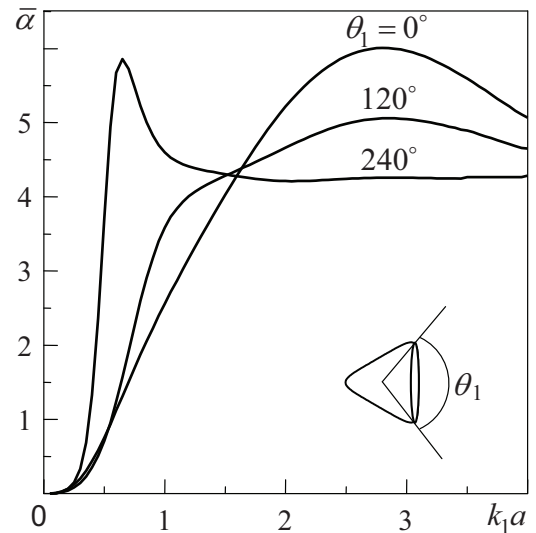


Рис. 4. Частотні залежності коефіцієнта $\bar{\alpha}$ при випадково орієнтованих трикутних волокнах

На рис. 5–8 зображено спектральні залежності для ефективних параметрів SH-хвиль у матрично-волокнистому композиті з однаково орієнтованими волокнами квадратної (рис. 5, 6) і трикутної (рис. 7, 8) форм при різних θ_{in} . Усі волокна вважаємо відшарованими від матриці уздовж однієї зі своїх сторін. Із графіків видно, що для волокон трикутної форми в діапазоні хвильових розмірів $0 < k_1 a \leq 4$ максимальне згасання хвиль спостерігається при

поширенні хвилі в напрямку, перпендикулярно до міжфазної тріщини. Для композитів з волокнами квадратної форми на низьких частотах ($0 < k_1 a \leq 0.7$) коефіцієнт $\bar{\alpha}$ несуттєво залежить від напрямку поширення хвилі, а в околах резонансних частот ($1 < k_1 a < 2.2$ і $3 < k_1 a \leq 4$) найбільше згасання спостерігається при $\theta_{in} = 0$. Для обох форм наповнювачів ефективні швидкості \bar{c} у частотному діапазоні $0 < k_1 a < 2$ виявились найменшими при поширенні у напрямку, нормальному до міжфазної тріщини.

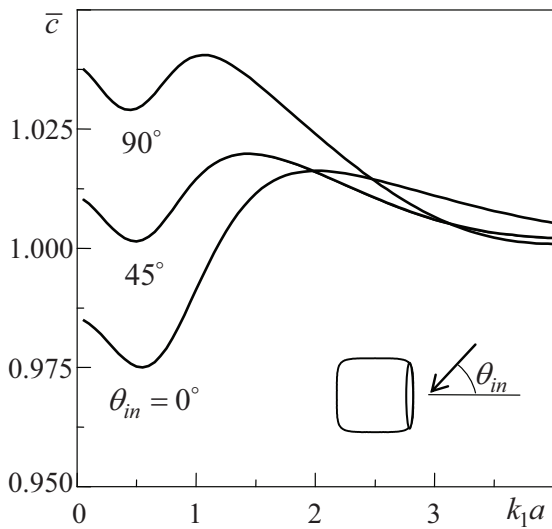


Рис. 5. Дисперсійні криві для швидкостей \bar{c} при однаково орієнтованих квадратних волокнах

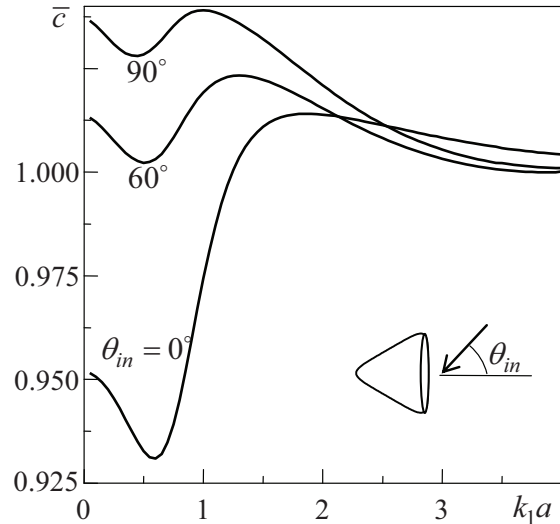


Рис. 7. Дисперсійні криві для \bar{c} при однаково орієнтованих трикутних волокнах

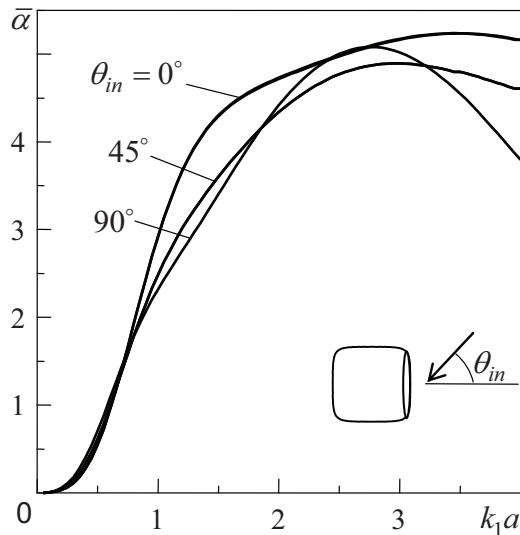


Рис. 6. Частотні залежності коефіцієнта $\bar{\alpha}$ для композиту із однаково орієнтованими квадратними волокнами

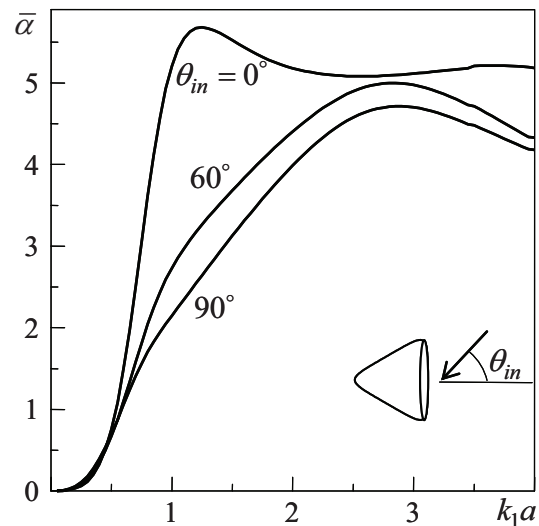


Рис. 8. Частотні залежності коефіцієнта $\bar{\alpha}$ для композиту із однаково орієнтованими трикутними волокнами при різних кутах поширення хвилі

Аналіз наведених графічних залежностей для композитів із впорядковано орієнтованими волокнами в сукупності з результатами дослідження [8] дозволяє зробити висновок, що матеріал такої структури – ортотропний. Тому хвильове число $K(\omega, \theta_{in})$ SH-хвиль в діапазоні низьких частот можна наближено подати у вигляді

$$K^2(\omega, \theta_{in}) = \frac{k_1^2}{a_1^2(\omega) \cos^2 \theta_{in} + a_2^2(\omega) \sin^2 \theta_{in}}, \quad (16)$$

де $a_1(\omega)$, $a_2(\omega)$ – комплексні частотно залежні числа, які можна визначити з формули (12), поклавши, наприклад, $\theta_{in} = 0$ та $\theta_{in} = \pi/2$. Маючи їхні величини, зі співвідношень (15), (16) наближено визначаємо ефективні параметри композиту \bar{c} і $\bar{\alpha}$ при інших напрямках поширення SH-хвилі. Максимальна відносна похибка між цими й точними значеннями, отриманими на основі виразів (12), (13), не перевищувала 1 % при $0 < k_1 a < 1$.

ВИСНОВКИ

1. Методика визначення ефективних (усереднених) динамічних характеристик матричних композитів з випадково розташованими відшарованими наповнювачами неупорядкованої або впорядкованої орієнтації за умов антиплоскої деформації базується на поєднанні апроксимаційних дисперсійних співвідношень Фолді й методу T -матриць (методу нульового поля).
2. Показано, що для різних форм випадково орієнтованих волокон зі збільшенням зони відшарування коефіцієнт згасання SH-хвиль зростає в діапазоні низьких і спадає в діапазоні резонансних частот. Фазова швидкість хвиль зменшується з ростом відшарування майже у всій розглянутій частотній смузі.
3. Встановлено існування вузьких смуг частот бездисперсійного поширення SH-хвиль у композитах з випадково або однаково орієнтованими відшарованими наповнювачами.

ПОДЯКИ

Робота підтримана Державним фондом фундаментальних досліджень України (проект Ф40.1/018).

1. Zhang Ch., Gross D. On wave propagation in elastic solids with cracks // Southampton.- Comput. Mech. Publications.- 1998.- P. 248.
2. Bond I, Hucker M., Weaver P., Haq S. Mechanical behaviour of circular and triangular glass fibers and their composites // Compos. Sci. Technol.- 2002.- 62.- P. 1051-1061.
3. Sato H., Shindo Y. Influence of microstructure on scattering of plane elastic waves by a distribution of partially debonded elliptical inclusions // Mech. Mater.- 2002.- 34.- P. 401-409.
4. Matus V., Kunets Y., Mykhas'kiv V., Boström A., Zhang Ch. Wave propagation in 2-D elastic composites with partially debonded fibers by the null field approach // Waves in Random and Complex Media.- 2009.- 19, № 4.- P. 654-669.
5. Martin P. A. Multiple scattering interaction of time-harmonic waves with N obstacles.- Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006.- 437 p.
6. Kanaun S. K. Levin V. Self-Consistent Methods for composites. Vol. 2: Wave propagation in heterogeneous materials.- New York: Springer, 2008.- 294 p.
7. Kim J.-Y. Antiplane shear wave propagation in fiber-reinforced composites // J. Acoust. Soc. Amer.- 2003.- 113, № 5.- P. 2442-2445.
8. Eriksson A. S., Boström A., Datta S. K. Ultrasonic wave propagation through a cracked solid // Wave Motion.- 1995.- 22.- P. 297-310.
9. Mykhas'kiv V. V. Numerical simulation of wave propagation in 3D elastic composites with rigid disk-shaped inclusions of variable mass // Composites and Their Applications.- Rijeka (Croatia): InTech Press, 2012.- P. 17-36.
10. Shindo Y., Nakamura T., Narita F. The application of the boundary element method to the problem of wave diffraction from a diamond shaped inclusion // Open Mech. J.- 2008.- 2.- P. 62-66.
11. Yang Y., Norris A. N. Shear wave scattering from a debonded fiber // J. Mech. Phys. Solids.- 1991.- 39.- P. 273-294.
12. Kunets Y. I., Matus V. V., Mykhas'kiv V. V., Boström A., Zhang Ch. Scattering of a SH-wave by an elastic fiber of nonclassical cross section with an interface crack // Mech. Composite Mater.- 2008.- 44.- P. 165-172.
13. Foldy L. L. Multiple scattering theory of waves // Phys. Rev.- 1945.- 67.- P. 107-119.
14. Boström A., Olsson P. Scattering of elastic waves by non-planar cracks // Wave Motion.- 1987.- 9.- P. 61-76.
15. Waterman P. C. T-matrix methods in acoustic scattering // J. Acoust. Soc. Amer.- 2009.- 125.- P. 42-51.
16. Гринченко В. Т., Вовк І. В., Мацьпура В. Т. Основи акустики.- К.: Ін-т гідромех. НАНУ, 2009.- 868 с.
17. Гузь А. Н., Кубенко В. Д., Черевко М. А. Дифракція упругих волн.- К.: Наук. думка, 1978.- 308 с.
18. Sinclair G. B. On the singular eigenfunctions for plane harmonic problems in composite regions // ASME J. Appl. Mech.- 1980.- 47.- P. 87-92.