

УДК 534.7

# ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ НЕИНВАЗИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АРТЕФАКТОВ ТКАНЕЙ РЕСПИРАТОРНОГО ТРАКТА

В. В. КРИЖАНОВСКИЙ, В. В. КРИЖАНОВСКИЙ (мл.)

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев**Получено 25.01.2010*

С использованием статистического подхода рассмотрена задача оценивания акустических параметров локальных артефактов объектов. В качестве информативных статистических характеристик, определяющих точность оценивания, использованы дисперсия оценки и ее смещение. Рассмотрена зависимость указанных ошибок оценивания от отношения сигнал/помеха. На основе матриц взаимной спектральной плотности мощности сигналов, регистрируемых в заданной системе точек, теоретически проанализирована зависимость дисперсии оценок акустических параметров от частотного диапазона, степени секционирования сигнала, количества приемных элементов в антенне и их расстановки. Исследована зависимость эффективности оценивания от степени когерентности источника акустических сигналов, его протяженности и размеров артефактов. Рассмотрено влияние на точность оценивания положения антенны относительно источника сигналов, артефакта и границ объекта. На основе ранее разработанных канонических моделей артефактов стенки цилиндрической трубы количественно проанализировано влияние указанных факторов на дисперсию оценки скорости звука в области артефакта и на положение максимума функции чувствительности, характеризующей ошибку смещения этой оценки. Для ряда типичных ситуаций определены эффективные схемы расстановки ограниченного числа приемников в антеннах.

З використанням статистичного підходу розглянуто задачу оцінювання акустичних параметрів локальних артефактів об'єктів. Як інформативні статистичні характеристики, що визначають точність оцінювання, використані дисперсія оцінки та її зміщення. Розглянуто залежність визначених похибок оцінювання від відношення сигнал/перешкода. На основі матриць взаємної спектральної щільності сигналів, зареєстрованих у заданій системі точок, теоретично проаналізовано залежності дисперсії оцінок акустичних параметрів від частотного діапазону, ступені секціонування сигналу, кількості приймальних елементів у антені та їхнього розташування. Досліджено залежність ефективності оцінювання від ступеня когерентності джерела акустичних сигналів, його розподілу в просторі й розміру артефактів. Розглянуто вплив на точність оцінювання положення антени відносно джерела сигналів, артефакту й меж об'єкта. На базі раніше розроблених канонічних моделей артефактів стінки циліндричної труби кількісно проаналізовано вплив вказаних факторів на дисперсію оцінки швидкості звуку в області артефакту й на положення максимуму функції чутливості, яка характеризує похибку зміщення цієї оцінки. Для ряду типових ситуацій визначені ефективні схеми розташування обмеженого числа приймачів у антеннах.

A problem on estimating of acoustic parameters of local artifacts of the objects is investigated using the statistical approach. The estimation variance and its shift are used for the informative statistical characteristics determining the accuracy of estimation. The dependence of the referred estimation errors from signal-to-noise ratio has been considered. On the basis of matrices of cross-spectral power densities for the signals recorded in given system of points, the dependencies of estimation variance from frequency range, degree of signal sectioning, number of receivers in the antenna and their arrangement have been theoretically analyzed. The estimation effectiveness has been studied as a function of the degree of coherence of acoustic signal sources, its spatial distribution and sizes of the artifacts. The effect of antenna's location with respect to signal source, artifact and boundaries of objects on estimation accuracy has been considered. On the basis of the earlier developed canonical models for artifacts of the cylindrical pipe's wall, the influence of specified factors on estimation variance of sound velocity in artifact's domain and position of maximum of sensitivity function, that describes the error shifts of mentioned estimate, has been quantitatively analyzed. The effective layouts of a limited number of receivers in antennas have been determined for some typical situations.

## ВВЕДЕНИЕ

Как известно, артефакты структуры среды приводят к изменению ее физических характеристик. В частности, это наблюдается при патологиях паренхимы легких, для выявления которых оценка упомянутых изменений имеет важное диагностическое значение. В связи с тем, что патологии на начальных стадиях проявляются в ограниченных областях, возникает необходимость в разработке неинвазивных методов оценивания акустических параметров именно локализованных образований. Решение этой задачи может быть использовано для проведения ранней диагностики заболеваний

респираторного тракта.

Одним из важнейших акустических параметров среды является скорость распространения звука. Некоторые подходы к неинвазивному оцениванию скорости распространения звука через респираторную систему человека рассматривались в работах [1–3]. При этом в качестве источника сигналов использовался внешний излучатель, возбуждающий звуковые колебания в жесткой трубке, введенной в рот пациента. Определение скорости звука проводилось посредством измерения задержки сигнала между заданными точками приема, расположенными на поверхности грудной клетки. В силу неоднородности параметров среды ра-

спространения акустических сигналов такой метод позволял оценить только некоторую усредненную величину скорости распространения звука в среде. Кроме того, использование внешнего источника сигналов заметно усложняло процедуру измерений. Исходя из этого, представляет интерес разработка алгоритмов неинвазивного оценивания акустических параметров, которые учитывают неоднородность структуры среды и позволяют использовать естественные сигналы жизнедеятельности человека (в частности, сигналы дыхания и голосовые звуки).

Требование неинвазивности указывает на то, что данная задача оценивания может быть отнесена к классу так называемых обратных задач. Основная проблема, с которой приходится сталкиваться при ее решении, связана с отсутствием адекватных математических моделей, описывающих распространение акустических сигналов через структурные элементы респираторной системы и артефакты ее тканей. В работе [4] была рассмотрена задача статистического оценивания акустических параметров паренхимы легких с использованием простой модели в виде конечной цилиндрической трубы с однородными стенками. Выполненные модельные и экспериментальные исследования показали принципиальную возможность оценивания средней скорости звука в паренхиме легких. При этом использовались данные о спектральной плотности мощности (СПМ) сигналов дыхания для одной из точек регистрации на поверхности грудной клетки.

В случае появления локальных артефактов, изменяющих акустические параметры среды в ограниченных областях, предложенная схема измерений может давать ошибки оценивания, величина которых будет зависеть от значений параметра неоднородности артефакта, его волновых размеров, формы, положения относительно границ объекта, координат источника сигнала и точки измерения, а также от диапазона частот излучаемых источником акустических сигналов. Дополнительные погрешности вносят помехи, поэтому для повышения помехоустойчивости системы измерений может потребоваться антенна из нескольких приемников, позволяющих проводить совместную регистрацию и обработку принимаемых акустических сигналов сразу в нескольких точках. Корректная оценка степени влияния указанных факторов на точность измерения акустических параметров артефактов позволяет определить рациональные схемы измерений и повысить эффективность решения поставленной задачи, что на сегодняшний день неосуществимо для объектов

с артефактами произвольного вида. Поэтому для выявления потенциальных возможностей оценивания акустических параметров артефактов целесообразно провести анализ на основе использования простых с вычислительной точки зрения моделей с характерными формами областей неоднородностей среды. В этом и заключается цель данной статьи.

## 1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОЦЕНИВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АРТЕФАКТОВ

Эффективность оценивания акустических параметров зависит от используемого алгоритма измерений, поэтому для определения потенциальных возможностей оценивания необходимо оптимизировать их процедуру. Согласно теории статистических оценок [5] в качестве решения рассматриваемой задачи можно принять оценки максимального правдоподобия (ОМП) вектора параметров  $\gamma$ , которые находятся из системы уравнений

$$\left\{ \frac{\partial \ln(\Lambda(u))}{\partial \gamma} \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0, \quad (1)$$

где выражение

$$\Lambda(u) = \frac{\mu_s(du)}{\mu_o(du)} \quad (2)$$

описывает отношение правдоподобия;  $\mu_s(du)$  и  $\mu_o(du)$  – вероятностные меры измеряемого поля  $u(t, \mathbf{r})$ , вычисленные, соответственно, при наличии или отсутствии зависящего от оцениваемого вектора  $\gamma$  сигнала  $s_\gamma(t, \mathbf{r})$ .

Представим отношение правдоподобия в спектральной форме, перейдя от выборок поля  $u(t, \mathbf{r})$  к векторам спектральных отсчетов  $U_l$ , вычисленным по  $l=1, L$  квазистационарным секциям, на которые разделяются реализации регистрируемых сигналов  $u(t, \mathbf{r})$ . Тогда с учетом некоррелированности векторов спектральных отсчетов  $U_l$  по частоте получим

$$\ln \Lambda(u) = \sum_{l=1}^L \sum_k \text{Sp} [(K_N^{-1} - K_l^{-1})U_l U_l^+ - \ln(K_l K_N^{-1})], \quad (3)$$

где Sp – символ следа матрицы; надстрочный индекс "+" – знак операции эрмитова сопряжения матрицы;  $K_N^{-1}$  и  $K_l^{-1}$  – матрицы, обратные матрицам  $K_N$  и  $K_l = K_N + K_{Sl}$ . Матрицы  $K_N$  и  $K_{Sl}$  характеризуют соответственно взаимную спектральную плотность мощности (ВСПМ) полей помехи и

сигнала в заданной системе точек регистрации для всего массива номеров  $k$  спектральных отсчетов.

Продифференцировав по  $\gamma$  выражение для отношения правдоподобия (3) и приравняв результат нулю, после ряда преобразований приходим к следующим матричным уравнениям для ОМП вектора  $\gamma$ :

$$\left\{ \sum_{l=1}^L \sum_k \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l}{\partial \gamma} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (\mathbf{K}_l^{-1} \mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \mathbf{I}) \right] \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0. \quad (4)$$

Как известно [5], качество оценивания вектора акустических параметров  $\gamma_0$  определяется ошибкой смещения  $\Delta\gamma = \gamma_0 - \langle \hat{\gamma} \rangle$  и дисперсией оценок  $\sigma^2(\gamma) = \langle (\hat{\gamma} - \langle \hat{\gamma} \rangle)^2 \rangle$ . Ошибка смещения и дисперсия оценки зависят от алгоритма оценивания, характеристик помехи и схемы расстановки приемников относительно источника и локальной неоднородности.

Согласно [6], дисперсию эффективной несмещенной оценки максимального правдоподобия можно определить соотношением

$$\sigma^2(\gamma) = \text{diag}(\mathbf{J}^{-1}), \quad (5)$$

в котором  $\text{diag}(\mathbf{J}^{-1})$  обозначает диагональ дисперсионной матрицы  $\mathbf{J}^{-1}$ , обратной к информационной матрице Фишера  $\mathbf{J}$  с элементами

$$J_{kj} = \left\langle - \frac{\partial^2 \ln \Lambda(u)}{\partial \gamma_k \partial \gamma_j} \right\rangle,$$

где  $\gamma_k$  и  $\gamma_j$  – компоненты вектора параметров  $\gamma$ . Для оптимального алгоритма (4) элементы информационной матрицы Фишера имеют вид

$$J_{kj} = \sum_{l=1}^L \sum_k \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l}{\partial \gamma_k} \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l}{\partial \gamma_j} \right].$$

Из анализа этой матрицы следует, что точность оценивания вектора  $\gamma$  зависит от чувствительности матриц ВСПМ  $\mathbf{K}_l$  к изменению информативных акустических параметров.

Для определения ошибки смещения будем использовать предложенную в работе [4] функцию, характеризующую чувствительность оптимального алгоритма (3) к ошибкам настройки по оцениваемым параметрам  $\gamma$ . Вычисление функции чувствительности позволяет определить ошибку смещения оценки по величине отклонения максимума функции чувствительности от точного значения оцениваемого параметра. Указанная

функция чувствительности может быть представлена в виде

$$F(\gamma) = \sum_k \text{Sp}[(\mathbf{K}_N^{-1} - \mathbf{K}_\Sigma^{-1}) \hat{\mathbf{K}}_{\Sigma 0} - \ln(\mathbf{K}_\Sigma \mathbf{K}_N^{-1})], \quad (6)$$

где  $\mathbf{K}_\Sigma = \mathbf{K}_N + \mathbf{K}_S$  и  $\mathbf{K}_S = \mathbf{G} \mathbf{K}_q \mathbf{G}^+$ , матрицы ВСПМ, характеризующие спектрально-корреляционную структуру полей сигнала и помехи, на которую настроен алгоритм обработки, а матрица  $\hat{\mathbf{K}}_{\Sigma 0} = \mathbf{K}_N + \hat{\mathbf{K}}_{S 0}$  содержит оценки ВСПМ наблюдаемого поля сигнала:

$$\hat{\mathbf{K}}_{S 0} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \mathbf{K}_N). \quad (7)$$

Заметим, что в структуре матрицы ВСПМ сигнала  $\mathbf{K}_S$  выделены две составляющие. Первая из них описывается матрицей  $\mathbf{G}$ . Она определяет передаточную функцию канала распространения акустических сигналов для заданной акустической модели объекта и однозначно связана с конкретными значениями оцениваемых параметров. Вторая же представлена матрицей  $\mathbf{K}_q(\omega) = g_S(\omega) \mathbf{R}_q(\omega)$ , которая состоит из произведения функции  $g_S(\omega)$ , определяющей СПМ источника акустических сигналов, и матрицы  $\mathbf{R}_q(\omega)$ , характеризующей степень его пространственной когерентности. Несмотря на то, что указанные характеристики источников непосредственно не связаны с оцениваемыми акустическими параметрами, они могут оказывать влияние на эффективность решения задачи оценивания. Исследуем этот вопрос более детально.

## 2. АНАЛИЗ ФАКТОРОВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ТОЧНОСТЬ ОЦЕНОК

Как известно, эффективность оценивания параметров сигналов существенно зависит от величины отношения сигнал/помеха. Как правило, при ее увеличении точность оценивания растет, однако степень влияния указанного фактора существенно зависит от структуры корреляционных характеристик источника сигнала. Для того, чтобы проиллюстрировать это утверждение, рассмотрим крайние случаи структуры ВСПМ источника сигнала.

Для начала, положим, что структура ВСПМ может быть представлена в виде

$$\mathbf{K}_S(\omega) = g_S(\omega) \mathbf{\Gamma}_S(\omega) \mathbf{\Gamma}_S^+(\omega),$$

где  $\mathbf{\Gamma}_S$  – матрица, определяемая передаточной характеристикой канала распространения сигналов

и характеристикой направленности источника. Такая структура ВСПМ имеет место либо при полной когерентности пространственно распределенного источника сигналов, либо тогда, когда источник сигналов является сосредоточенным. Для простоты анализа предположим, что помеха некоррелирована по пространственным координатам  $M$  точек приема, т. е.  $\mathbf{K}_N(\omega) = g_N(\omega)\mathbf{I}$ , где  $g_N(\omega)$  – спектральная плотность мощности помехи;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размера  $M \times M$ .

Исследуем зависимость дисперсии оценки акустических параметров канала распространения сигналов от отношения сигнал/помеха, характеризуемого параметром  $\mu(\omega) = g_S(\omega)/g_N(\omega)$ . В частности, при большом отношении сигнал/помеха ( $\mu(\omega)\mathbf{\Gamma}_S^+(\omega)\mathbf{\Gamma}_S(\omega) \gg 1$ ) и количестве точек приема  $M > 1$  дисперсия оценки (5) может быть представлена в виде

$$\sigma^2(\gamma) = \frac{1}{L} \left\{ \sum_k \mu(\omega_k) \times \right. \\ \left. \times \text{Sp} \left[ \left( \mathbf{I} - \frac{\mathbf{\Gamma}_S(\omega_k)\mathbf{\Gamma}_S^+(\omega_k)}{\mathbf{\Gamma}_S^+(\omega_k)\mathbf{\Gamma}_S(\omega_k)} \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \times \frac{\partial \mathbf{K}_S(\omega_k)}{\partial \gamma} \right)^2 \right]_{\gamma=\gamma_0} \right\}^{-1}. \quad (8)$$

Из структуры этого выражения видно, что величина дисперсии оценки монотонно падает с ростом количества секций  $L$  реализации полезного сигнала и величины  $\mu(\omega)$ .

Следует заметить, при оценивании параметров с помощью одного приемника сигналов ( $M=1$ ), использовать соотношение (8) нельзя. В этой ситуации дисперсия оценки будет определяться структурой СПМ смеси сигнала и помехи в заданной точке приема:

$$P_\Sigma(\omega) = g_N(\omega) + g_S(\omega)P_S(\omega).$$

Тогда при больших отношениях сигнал/помеха (таких, что  $\mu(\omega)P_S(\omega) \gg 1$ ) дисперсию оценки можно представить так:

$$\sigma^2(\gamma) = \frac{1}{L} \left\{ \sum_k \left[ \left( \frac{\partial P_S(\omega_k)/\partial \gamma}{P_S(\omega_k)} \right)^2 \right]_{\gamma=\gamma_0} \right\}^{-1}. \quad (9)$$

Как видно, в этом случае снижение дисперсии оценки при больших значениях параметра  $\mu(\omega)$  достигает своего насыщения и ограничивается уровнем, определяемым только структурой СПМ сигнала и его производной по параметру оценивания.

Такая же картина наблюдается при действии некогерентного пространственно распределенного источника сигналов, для которого

$$\mathbf{K}_S(\omega) = g_S(\omega)\mathbf{R}_S(\omega).$$

При больших отношениях сигнал/помеха (таких, что  $\mu(\omega)\lambda_{\min} \gg 1$ , где  $\lambda_{\min}$  – минимальное собственное значение матрицы  $\mathbf{R}_S(\omega)$ ) структура дисперсии оценки может быть представлена в виде

$$\sigma^2(\gamma) = \frac{1}{L} \left\{ \sum_k \text{Sp} \left[ (R_S(\omega_k))^{-1} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{\partial R_S(\omega_k)}{\partial \gamma} \right)^2 \right]_{\gamma=\gamma_0} \right\}^{-1}. \quad (10)$$

Как видно, здесь точность оценивания не зависит от величины отношения сигнал/помеха, а определяется скоростью относительных изменений по оцениваемому параметру  $\gamma$  элементов матрицы ВСПМ  $\mathbf{R}_S$  сигналов, регистрируемых в заданной системе точек приема.

Практически интересным частным случаем является ситуация, когда на приемной антенне формируется некогерентное поле сигнала (например, при воздействии протяженного некогерентного источника сигналов). Тогда  $\mathbf{R}_S(\omega) = \mathbf{\Lambda}_S(\omega)$ , где  $\mathbf{\Lambda}_S(\omega)$  – диагональная матрица, которая содержит на главной диагонали значения СПМ поля сигнала  $P_{S_i}(\omega)$  ( $i=1, M$ ), соответствующие  $M$  точкам регистрации. В случае пространственной однородности поля ( $P_{S_i}(\omega) = P_S(\omega)$  при всех  $i=1, M$ ) дисперсия оценки обратно пропорциональна количеству приемников  $M$  в антенне:

$$\sigma^2(\gamma) = \frac{1}{LM} \times \\ \times \left\{ \sum_k \left[ \left( \frac{\mu(\omega_k) \partial P_S(\omega_k)/\partial \gamma}{1 + \mu(\omega_k)P_S(\omega_k)} \right)^2 \right]_{\gamma=\gamma_0} \right\}^{-1}. \quad (11)$$

При больших  $\mu(\omega)$  (таких, что  $\mu(\omega)P_S(\omega) \gg 1$ ) с точностью до множителя  $1/M$  имеем соотношение (9), т. е. общая дисперсия оценки является результатом усреднения дисперсий оценок, получаемых для каждого приемника антенны независимо.

Анализ ситуаций при малом отношении сигнал/помеха показывает, что дисперсия оценки для всех рассмотренных выше случаев обратно пропорциональна  $\mu^2(\omega)$ .

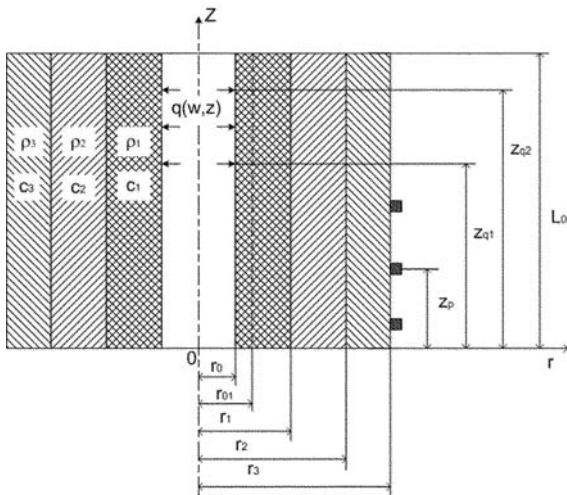


Рис. 1. Модель конечной коаксиально-слоистой трубы

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНИВАНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА В ОБЛАСТИ ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ОБЪЕКТА

Ниже будут представлены результаты численного моделирования, подтверждающие справедливость представленных оценок и показывающие влияние ряда других факторов на точность оценивания акустических параметров артефактов объектов. Для определения потенциальных показателей эффективности решения рассматриваемой задачи численный анализ будем проводить на базе моделей, для которых можно получить полное аналитическое описание процесса распространения акустических сигналов с учетом влияния артефактов. В качестве конкретного объекта исследований выберем случай измерения скорости звука в слое неоднородности стенки цилиндрической трубы. При этом будем использовать две канонические модели объектов с артефактами. Первая из них рассматривалась в работе [7] и представляет собой конечную цилиндрическую трубу с коаксиальной слоистостью стенки, а вторая, описанная в статье [8], является кусочно-однородной цилиндрической трубой конечных размеров. Таким образом, указанные модели дополняют друг друга, отражая крайние случаи формирования слоистых неоднородностей, и позволяют получить необходимые численные оценки и обеспечить контролируемость параметров, определяющих степень влияния различных факторов. Ниже будут приведены результаты расчетов функций чувствительности и дисперсии оценок скоро-

сти звука для ряда характерных модельных ситуаций.

#### 3.1. Коаксиальная неоднородность протяженностью во всю длину трубы

Рассмотрим точность оценивания скорости звука в слое коаксиально-неоднородной стенки трубы, представленной на рис. 1.

Границы нижнего торца трубы и наружной стенки будем полагать абсолютно мягкими, а границу верхнего торца трубы – абсолютно жесткой. Предположим, что внутри стенки имеются три коаксиальных слоя с соответствующими плотностями  $\rho_i$  и комплексными скоростями распространения звука  $c_i = c_{i0}(1 + j\nu_i)$ , где коэффициенты  $\nu_i$  учитывают затухание волн в слоях с номерами  $i = 1, 2, 3$ . Геометрическое положение границ слоев определяется радиусами  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_0 < r_1 < r_2 < r_3$ ). Предположим, что на внутренней стенке трубы в пределах участка с координатами  $z \in [z_{q1}, z_{q2}]$  действует осесимметричное случайное поле пульсаций давления  $q(\omega, z)$ , а на наружной стенке вдоль образующей расположены приемники акустических сигналов, прошедших сквозь стенку трубы. Полное аналитическое описание процесса распространения акустических сигналов через стенку рассматриваемой трубы представлено в работе [7].

Будем исследовать точность оценивания скорости звука для наиболее сложного случая, когда в качестве модели артефакта рассматривается промежуточный коаксиальный слой трубы. Определим основные расчетные параметры модели, учитывая, что рассматриваемая задача ориентирована на исследование потенциальных возможностей оценки акустических параметров артефактов паренхимы легких. В качестве базовых примем следующие значения геометрических и акустических параметров трубы: длина  $L_0 = 0.6$  м; радиусы наружных стенок и границ внутренних слоев трубы  $r_0 = 0.0085$  м,  $r_1 = 0.025$  м,  $r_2 = 0.125$  м,  $r_3 = 0.15$  м; акустические характеристики слоев  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 250$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{10} = 23$  м/с,  $c_{20} = 35$  м/с,  $c_{30} = 23$  м/с;  $\nu_1 = \nu_2 = 0.2$ ,  $\nu_3 = 0.13$ .

Оценку эффективности различных схем пространственной расстановки приемников проведем на базе  $M = 7$  приемников, эквидистантно расположенных вдоль образующей наружной поверхности трубы. Их координаты предполагаются фиксированными и удовлетворяют соотношению  $z_p(i) = z_0 + (i-1)\Delta z$  ( $i = \overline{1, M}$ ), где  $z_0$  – нижняя граница области расположения приемников антенны, а  $\Delta z$  – шаг расстановки соседних приемников. На графиках используемая комбина-

ция приемников будет обозначаться заданной цифровой последовательностью их порядковых номеров, а количество приемников – количеством цифр в последовательности, которое может изменяться от 1 до 7. Это позволит, оценить влияние на дисперсию оценки как количества приемников, так и шага их расстановки в антенне. Расчеты будут проведены для широкой полосы частот  $\Delta F = [50, 1000]$  Гц и четырех ее поддиапазонов  $\Delta F_1 = [50, 250]$  Гц;  $\Delta F_2 = [250, 500]$  Гц;  $\Delta F_3 = [500, 750]$  Гц;  $\Delta F_4 = [750, 1000]$  Гц. Отметим, что заданная в модели толщина коаксиального слоя неоднородности составляет порядка длины волны для первого поддиапазона частот  $\Delta F_1$ .

Как отмечалось выше, эффективность оценивания акустических параметров существенно зависит от характеристик источника сигналов. Исходя из этого, рассмотрим два характерных варианта протяженности источника. В первом варианте используется протяженный вдоль всей длины трубы источник с границами  $z_{q1} = 0$  м и  $z_{q2} = 0.6$  м, а во втором – ограниченный источник, расположенный на интервале  $[z_{q1}, z_{q2}]$ , который меньше длины трубы  $L_0$ . Для учета пространственной когерентности источника будем использовать модель Коркоса [9]. Она имеет вид

$$K_q(\omega, z', z'') = g_S(\omega) \times \exp\left(-\frac{|z' - z''|}{\Omega_z}\right) \exp(-jk_c(z' - z'')), \quad (12)$$

где  $k_c = \omega/u_c$  ( $u_c$  – конвективная скорость турбулентного потока);  $\Omega_z$  – интервал пространственной корреляции пульсаций давления. В расчетах будем использовать значение  $\Omega_z$ , соответствующее наиболее характерному для респираторного тракта случаю слабокоррелированного источника:  $\Omega_z/(z_{q2} - z_{q1}) \ll 1$  [10].

### 3.1.1. Протяженный источник

Прежде всего заметим, что согласно результатам работы [10] для протяженного источника в примыкающем к нему слое формируется поле с некоррелированными модами разных номеров. В силу этого, а также из-за затухания звука снижается когерентность регистрируемого поля сигнала. Это приводит к тому, что при увеличении отношения сигнал/помеха дисперсия оценки будет достигать некоторого порогового уровня, зависящего, как показывает выражение (11), от структуры СПМ сигналов в точках приема и от количества приемников в антенне.

Для иллюстрации этого утверждения приведем результаты расчетов дисперсии оценки скорости звука в среднем слое, полученные для широкой полосы частот  $\Delta F = [50, 1000]$  Гц и отдельных ее частотных поддиапазонов (рис. 2). На графиках по оси абсцисс отложены значения параметра  $\mu_0$ , характеризующие величину отношения сигнал/помеха, а по оси ординат – дисперсия оценки скорости звука в среднем слое  $\sigma_c^2 = \sigma^2(c_2)$  (все в дБ). Заметим, что для корректности сравнения дисперсий оценок в разных модельных ситуациях была проведена предварительная нормировка используемых матриц ВСПМ на фиксированный уровень СПМ полезного сигнала, одинаковый для всех исследуемых случаев. Более детально процедура нормировки описана в работе [7]. Расчеты выполнены для нескольких вариантов антенн. Здесь и ниже количество приемников в антеннах  $M$  и их порядковые номера указаны на графиках вместе с обозначениями соответствующих кривых.

Из графиков видно, что для всех поддиапазонов можно указать граничное значение параметра  $\mu_0$ , выше которого дисперсия оценки  $\sigma^2(c_2)$  практически не изменяется, причем с понижением номера поддиапазона указанная граница смещается в сторону меньших значений параметра  $\mu_0$ . Анализ также показывает, что дисперсия оценки скорости звука падает с ростом ширины информативной полосы частот и с увеличением номера поддиапазона. Кроме этого, величина  $\sigma^2(c_2)$  уменьшается при возрастании количества приемников в антенне, причем ее зависимость удовлетворяет соотношению (11), подтверждая предположение о слабой когерентности поля сигнала на приемной антенне.

Как правило, величина дисперсии оценок скорости звука для эквидистантных антенн с одинаковым количеством приемников практически не зависит от расстановки приемников в них. Однако есть ряд случаев, когда такая зависимость может проявляться. Специфика этих ситуаций связана с критическим уменьшением волновых размеров характерных расстояний между объектами в низкочастотном поддиапазоне частот  $[50, 250]$  Гц. В частности, из-за этого на примыкающих к акустически мягкому и акустически жесткому торцам трубы крайних приемниках в области низких частот наблюдаются существенные отличия в структуре СПМ зарегистрированных сигналов.

На рис. 3 приведены частотные зависимости уровней СПМ  $P_S$  для  $M$  точек приема (их координаты указаны возле соответствующих кривых). Штриховая и штрих-пунктирная кривые соответствуют СПМ сигналов на крайних приемниках ( $z_{p1} = 0.03$  м и  $z_{p7} = 0.57$  м). В области низких ча-

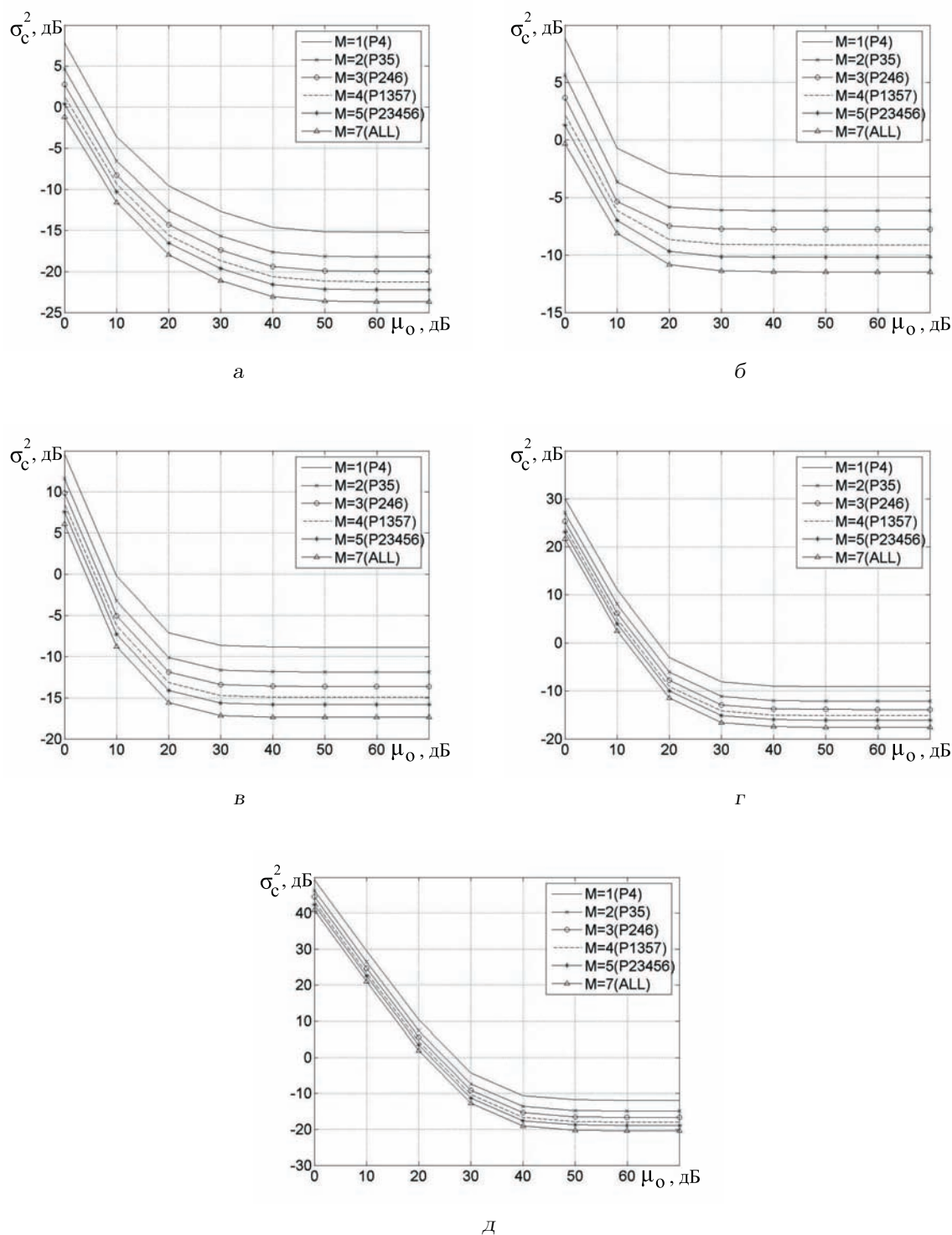


Рис. 2. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от величины отношения сигнал/помеха для  $M$ -элементных антенн с минимальным шагом расстановки приемников  $\Delta z = 0.09$  м при воздействии протяженного источника сигналов:  
 а – в полосе частот [50, 1000] Гц; б – в полосе частот [50, 250] Гц; в – в полосе частот [250, 500] Гц;  
 г – в полосе частот [500, 750] Гц; д – в полосе частот [750, 1000] Гц

стот уровень СПМ для приемника вблизи жесткого торца трубы ( $z_{p7}=0.57$  м) заметно выше, для приемника вблизи мягкого торца ( $z_{p1}=0.03$  м) – ниже, чем у остальных приемников, для которых зависимости уровней СПМ сконцентрированы в плотный пучок, занимающий промежуточное положение во всей полосе частот. Согласно соотношению (11), это приводит к различиям в структуре кривых, описывающих дисперсию оценки скорости звука в низкочастотном поддиапазоне для одиночных приемников. На рис. 4 приведены зависимости  $\sigma^2(c_2)$  от параметра  $\mu_0$  для трех характерных положений точек приема:  $z_{p1}=0.03$  м,  $z_{p4}=0.3$  м и  $z_{p7}=0.57$  м. Анализ этих графиков показывает, что при малых  $\mu_0$  дисперсия оценки будет более высокой для приемника у акустически мягкого торца трубы, а при больших – у акустически жесткого торца.

Второй случай чувствительности оценок к расстановке элементов в антенне связан с ситуациями, когда уменьшается волновое расстояние между соседними приемниками. Как следует из соотношения (11), дисперсия оценки обратно пропорциональна общему количеству приемных элементов в антенне и один из способов повышения точности оценивания – его увеличение. Однако при этом возрастает протяженность антенны, что не всегда возможно вследствие ограниченных размеров объекта исследования. Единственный выход в этой ситуации состоит в сокращении межэлементного расстояния. При этом практический интерес представляет исследование влияния этого фактора на эффективность оценивания акустических параметров объектов в области низких частот, где волновое расстояние между приемниками может оказаться гораздо меньше длины волны.

В связи с этим были проведены расчеты дисперсии оценки скорости звука  $\sigma^2(c_2)$  в низкочастотном поддиапазоне  $[50, 250]$  Гц для нескольких вариантов эквидистантных малоразмерных антенн с минимальным межэлементным расстоянием  $\Delta z=0.015$  м, что практически на порядок меньше длины волны для этих частот. При этом сохранялось неизменным общее количество приемных элементов и положение первого приемного элемента  $z_{p1}=0.03$  м. Остальные приемники имели следующие координаты:  $z_{p2}=0.045$  м;  $z_{p3}=0.06$  м;  $z_{p4}=0.075$  м;  $z_{p5}=0.09$  м;  $z_{p6}=0.105$  м;  $z_{p7}=0.12$  м. Фактически максимальная длина рассматриваемых малоразмерных антенн достигала размера одной секции исследованной выше антенны с минимальным шагом расстановки приемников  $\Delta z=0.09$  м.

Результаты расчетов дисперсии  $\sigma^2(c_2)$  для та-

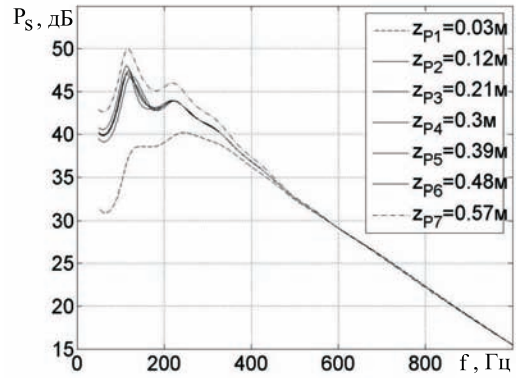


Рис. 3. Структуры СПМ сигнала протяженного источника в заданных точках приема на поверхности цилиндра при  $c_2=35$  м/с

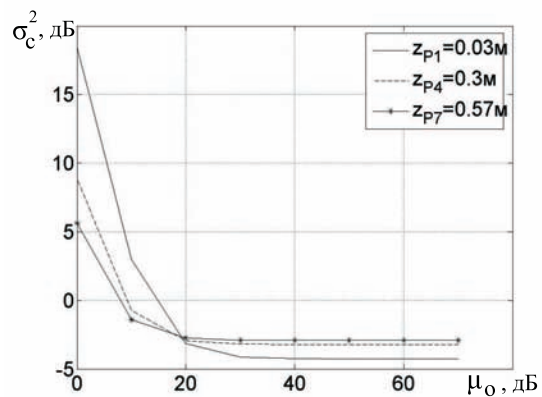


Рис. 4. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха в полосе  $[50, 250]$  Гц для заданных одиночных приемников при воздействии протяженного источника сигналов

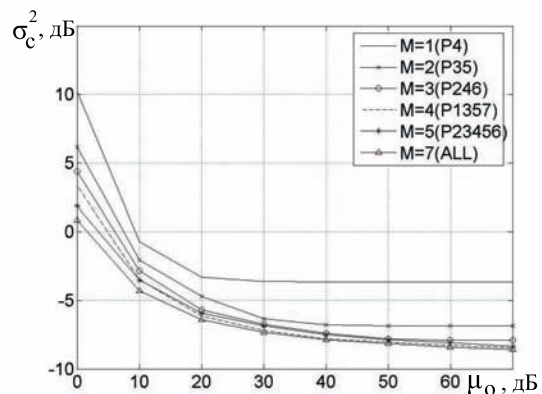


Рис. 5. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха для  $M$ -элементных антенн с минимальным шагом расстановки приемников  $\Delta z=0.015$  м в полосе  $[50, 250]$  Гц при воздействии протяженного источника сигналов



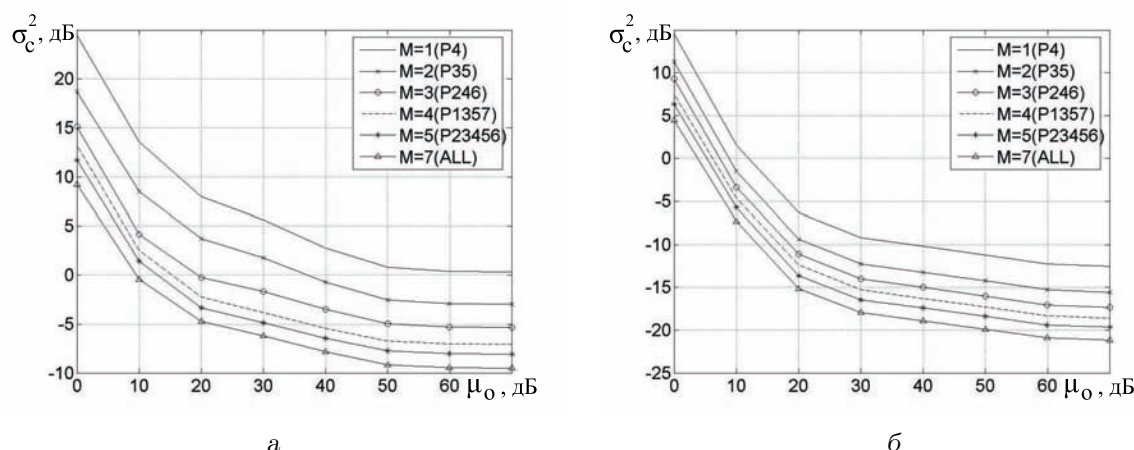


Рис. 6. Зависимость дисперсии оценки скорости звука в тонком слое от величины отношения сигнал/помеха для  $M$ -элементных антенн с минимальным шагом расстановки приемников  $\Delta z = 0.09$  м в полосе  $[50, 1000]$  Гц при воздействии протяженного источника сигналов:

а –  $r_1 = 0.025$  м,  $r_2 = 0.05$  м, б –  $r_1 = 0.1$  м,  $r_2 = 0.125$  м

ких антенн представлены на рис. 5. Их сопоставление с приведенными на рис. 2, б данными показывает, что при одинаковом числе приемных элементов оба варианта антенн дают близкие значения дисперсии  $\sigma^2(c_2)$ , если количество используемых приемников  $M \leq 3$ . Дальнейшее увеличение количества приемных элементов в малоразмерной антенне не обеспечивает пропорционального снижения дисперсии оценки. Таким образом, рациональное межэлементное расстояние составляет величину порядка половины длины волны на верхней частоте используемого поддиапазона.

Эффективность неинвазивного оценивания акустических параметров артефакта существенно зависит от его волновых размеров и толщины прослойки, отделяющей артефакт от приемной антенны. В связи с этим был проведен расчет дисперсии оценки  $\sigma^2(c_2)$  для случая, когда толщина слоя неоднородности уменьшена до величины порядка длины волны на верхней частоте полного диапазона рассмотренных частот. При этом рассматривались две модельных ситуации, отличающиеся толщиной прослойки, отделяющей артефакт от антенны. В первом случае толщина прослойки была увеличена за счет соответствующего уменьшения толщины слоя неоднородности ( $r_1 = 0.025$  м,  $r_2 = 0.05$  м, рис. 6, а). Во втором сохранялась толщина прослойки, а уменьшение толщины слоя неоднородности достигалось за счет соответствующего смещения нижней границы слоя неоднородности ( $r_1 = 0.1$  м,  $r_2 = 0.125$  м, рис. 6, б). Сравнение полученных результатов с данными для толстого слоя неоднородности (рис. 2, а) показывает,

что уменьшение толщины слоя при сохранении толщины прослойки (см. рис. 6, б) увеличивает дисперсию оценки на  $(3 \dots 5)$  дБ, а увеличение толщины прослойки (см. рис. 6, а) приводит к дополнительному росту дисперсии оценки на  $(10 \dots 12)$  дБ.

Кроме дисперсии оценки скорости звука  $\sigma^2(c_2)$ , точность оценивания зависит и от ошибки смещения полученной оценки относительно точного значения. В связи с этим уместно привести графики функции чувствительности (6), которые позволяют определить ошибку смещения оценки скорости звука  $\Delta \hat{c}_2 = c_{20} - c_{2 \max}$ , где  $c_{2 \max}$  определяется из условия  $F(c_{2 \max}) = \max_{c_2} (F(c_2))$ . Таким образом, ошибка смещения находится по величине отклонения точки максимума  $c_{2 \max}$  функции чувствительности от истинного значения  $c_{20}$ . Заметим, что вид функции чувствительности существенно зависит от величины параметра  $\mu_0$ . Можно показать, что при больших  $\mu_0$  функция чувствительности дает несмещенную оценку. Поэтому представленные на рис. 7 пары графиков были получены для реализуемого на практике значения  $\mu_0 = 50$  дБ. Здесь по оси абсцисс отложена величина параметра настройки по скорости звука  $c_2$  в заданных интервалах, включающих истинное значение  $c_{20} = 35$  м/с, а по оси ординат – нормированная на максимум функция чувствительности  $F(c_2)$ .

Из графиков видно, что для всех антенн функция чувствительности имеет максимум в области истинного значения оцениваемой скорости звука, т. е. ошибка смещения отсутствует. Острота максимума возрастает при увеличении количества приемных элементов в антеннах, однако, сам он выра-

жен слабо. Это связано как с отсутствием пространственной когерентности в регистрируемом на приемной антенне сигнале, так и с малой чувствительностью структуры СПМ сигнала в точках приема к вариациям скорости звука в слое неоднородности. Следует также отметить, что структура максимума функции чувствительности несимметрична относительно истинного значения оцениваемого параметра (в частности, правая ветвь функции чувствительности более пологая, чем левая). Это объясняется уже отмечавшейся в работе [4] спецификой зависимости структуры СПМ от вариации такого параметра неоднородности как скорость звука: при его увеличении чувствительность СПМ к его изменениям ослабевает. Это также видно из приведенных на рис. 8 графиков уровней СПМ сигнала  $P_S$  для средней точки наружной стенки трубы, полученных при разных значениях  $c_2$ . Анализ показывает, что, хотя уровни СПМ и возрастают с увеличением параметра неоднородности, однако величина их приращения уменьшается.

Основная причина снижения чувствительности структуры СПМ регистрируемого на поверхности сигнала к вариациям скорости звука в области неоднородности связана с уменьшением волновых размеров артефакта при больших значениях этого параметра. Как было показано выше, один из способов повышения эффективности решения задачи оценивания в данной ситуации состоит в использовании более высокочастотных поддиапазонов частот. Это позволяет не только повысить точность оценивания, но и дает возможность совместного оценивания отличающихся значений скорости звука в разных областях артефакта. Другой путь состоит в использовании схем измерений, которые позволяют повысить чувствительность структуры ВСПМ регистрируемого поля сигнала к вариациям скорости звука в слое неоднородности. Ниже будет показано, что такими свойствами обладают схемы, в которых используется источник ограниченной протяженности. В связи с этим перейдем к рассмотрению такой ситуации.

### 3.1.2. Ограниченный источник

Предположим, что источник имеет ограниченную в осевом направлении трубы протяженность  $\Delta z_q = z_{q2} - z_{q1}$ , которая меньше длины стенки трубы  $L_0$  и, соответственно, протяженности слоя неоднородности. Можно выделить три характерных случая пространственного расположения такого источника – вблизи каждого из торцов трубы или в средней ее части. Исследуем влияние местопо-

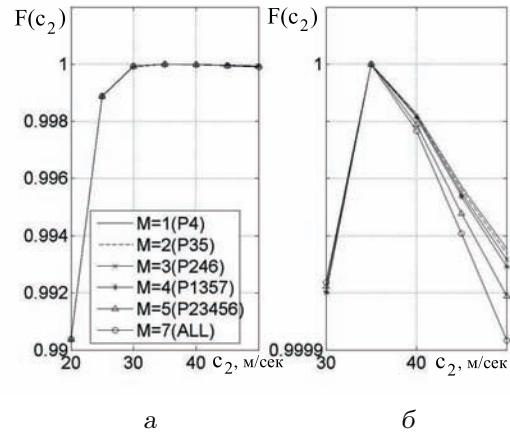


Рис. 7. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  для  $M$ -элементных антенн с минимальным шагом расстановки приемников  $\Delta z = 0.09$  м в полосе [50, 1000] Гц при воздействии протяженного источника сигналов:

а – для всей области изменения параметра  $c_2 = 20 \dots 50$  м/с;  
б – для окрестности истинного значения  $c_{20} = 35$  м/с

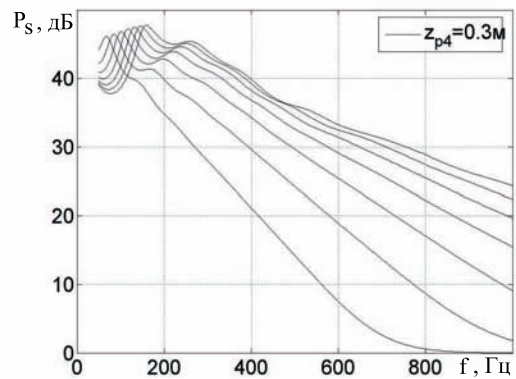


Рис. 8. Частотные зависимости уровней СПМ сигнала в средней точке приема  $z_{p4}$  на поверхности трубы, полученные при значениях параметра неоднородности  $c_2 = 20, 25, 30, 35, 40, 45$  и  $50$  м/с в условиях действия протяженного источника

ложения источника на точность оценивания скорости звука в слое неоднородности.

Предположим, что источник пространственно ограничен координатами  $z_{q1} = 0$  м и  $z_{q2} = 0.1$  м, т. е. примыкает к акустически мягкому торцу трубы и его размер сравним с длиной волны в самом низкочастотном из заданных выше поддиапазонов. Рассмотрим специфические особенности оценивания, характерные для выбранной модельной ситуации (остальные характеристики аналогичны принятым при анализе задачи с протяженным

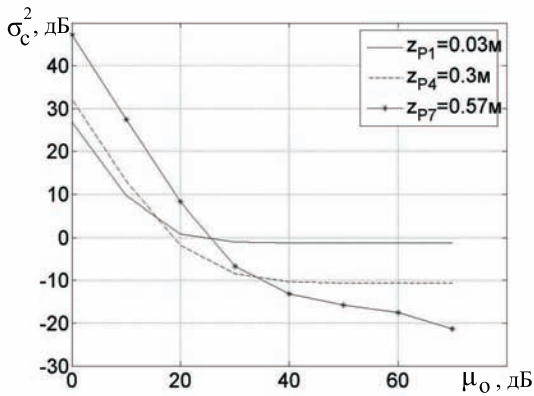


Рис. 9. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха в полосе [50, 250] Гц для одиночных приемников при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м и  $z_{q2}=0.1$  м

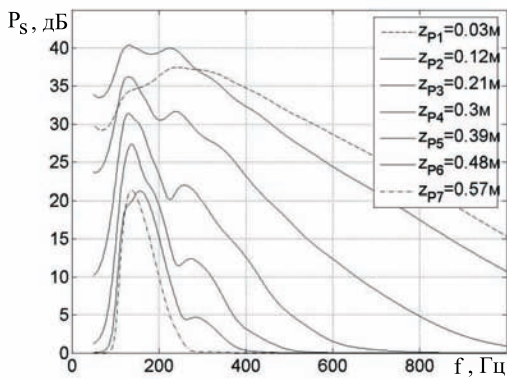


Рис. 10. Частотные зависимости уровней СПМ сигнала в заданных точках приема на поверхности трубы, полученные при значении параметра неоднородности  $c_{20}=35$  м/с при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м и  $z_{q2}=0.1$  м

источником).

На рис. 9 представлена зависимость дисперсии оценки скорости звука от величины  $\mu_0$  для случая использования одиночных приемников, расположенных у торцов трубы и в ее центре. Расчеты выполнены для поддиапазона [50, 250] Гц. Из сравнения с аналогичным рис. 4, полученным для протяженного вдоль всей стенки трубы источника, видно, что в данной ситуации наблюдается обратный порядок взаимного расположения кривых. В частности, при малых значениях  $\mu_0$  дисперсия оценки будет наименьшей для приемника, расположенного вблизи акустически мягкого торца над источником, а при больших  $\mu_0$  – для приемника, удален-

ного от источника, и расположенного вблизи акустически жесткого торца. Кривая дисперсии оценки для центрального приемника сохраняет промежуточное положение. Анализ показывает, что эти особенности связаны с существенными различиями в структуре СПМ сигналов, регистрируемых в указанных точках приема при действии протяженного и ограниченного источников.

Как видно из рис. 10, при удалении точек приема от ограниченного источника наблюдается заметное снижение уровня СПМ и увеличение скорости ее спада с ростом частоты. Это обусловлено частотно зависимым пространственным затуханием сигнала в удаленных от источника точках приема. Кроме того, регистрируемые в более удаленных от источника точках сигналы проходят большие участки пути через слой неоднородности, что приводит к возрастанию относительных изменений СПМ рассеянного ею поля при вариациях параметра неоднородности. Согласно соотношению (9), все это приводит к существенному снижению дисперсии оценки в удаленных от источника точках приема при больших  $\mu_0$ .

Помимо отмеченной особенности, на повышение эффективности оценивания в рассматриваемой ситуации влияет еще один специфический фактор. Он проявляется при использовании двух и более приемников в антеннах, которые достаточно удалены от источника. В частности, на рис. 11 приведены результаты расчета дисперсии оценки скорости звука  $\sigma^2(c_2)$  в полосе частот [50, 1000] Гц для пар соседних приемников, расположенных на разном расстоянии от области действия ограниченного источника. Пары цифр в обозначениях кривых на графиках описывают номера приемников, используемых в соответствующих двухэлементных антеннах.

Как видно, с ростом  $\mu_0$  антенны, составленные из более удаленных от источника пар приемников, обеспечивают снижение дисперсии оценки  $\sigma^2(c_2)$ . При этом следует заметить, что для ближней к источнику пары в области больших  $\mu_0$  наблюдается ограничение величины дисперсии оценки некоторым пороговым уровнем. Как явствует из соотношения (11), это характерно для случая, когда поле сигнала в используемых точках приема некогерентно. В то же время, для остальных пар приемников, более удаленных от источника, наблюдается монотонное снижение дисперсии оценки с ростом параметра  $\mu_0$ . Исходя из соотношения (8), можно сделать вывод о том, что в этих точках приема поле сигнала становится когерентным.

Аналогичная картина наблюдается и для антенн с большим количеством приемников. Соо-

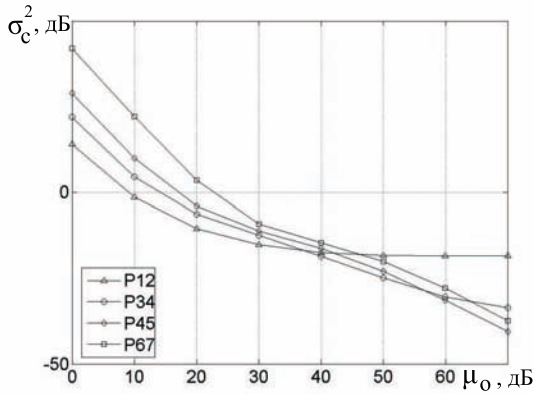


Рис. 11. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха для антенн, составленных из пар соседних приемников с шагом расстановки  $\Delta z = 0.09$  м в полосе [50, 1000] Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м и  $z_{q2} = 0.1$  м

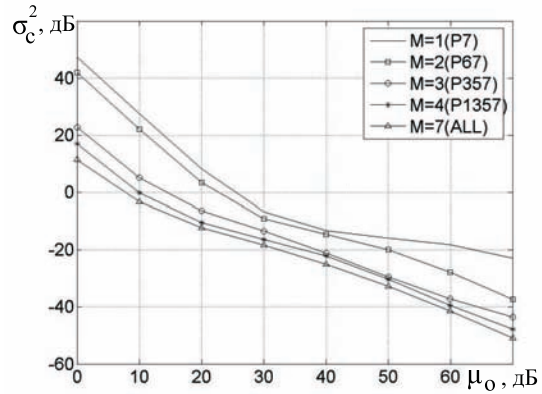


Рис. 12. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха для  $M$ -элементных антенн с минимальным шагом расстановки приемников  $\Delta z = 0.09$  м в полосе [50, 1000] Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м и  $z_{q2} = 0.1$  м

ответствующие зависимости дисперсии оценки скорости звука  $\sigma^2(c_2)$  в полосе частот [50, 1000] Гц для многоэлементных антенн приведены на рис. 12. Сравнительный анализ представленных графиков с рис. 2а (при наличии протяженного источника) подтверждает более высокую эффективность оценивания скорости звука однотипными многоэлементными антеннами в условиях воздействия ограниченного источника сигналов. При этом не только снижается дисперсия оценки, но и повышается избирательность функции чувствительности. Для иллюстрации этого на рис. 13 приведены графики функции чувствительности алгоритма оценивания скорости звука в полосе частот [50, 1000] Гц для одиночных приемников (их координаты указаны в обозначениях соответствующих кривых). Их анализ показывает, что избирательность функции чувствительности повышается с увеличением расстояния между источником и точкой приема. Характерно, что в рассматриваемой ситуации удаленные одиночные приемники обеспечивают более высокую избирательность функций чувствительности даже по сравнению с многоэлементными антеннами в условиях действия протяженного источника (рис. 7). Указанная особенность является следствием повышения чувствительности структуры СПМ сигналов, регистрируемых в удаленных точках приема, к вариациям скорости звука в области артефакта.

Кроме того, использование ограниченного источника приводит к появлению пространственной когерентности поля сигнала в удаленных от источника точках приема. Для оценки степени влия-

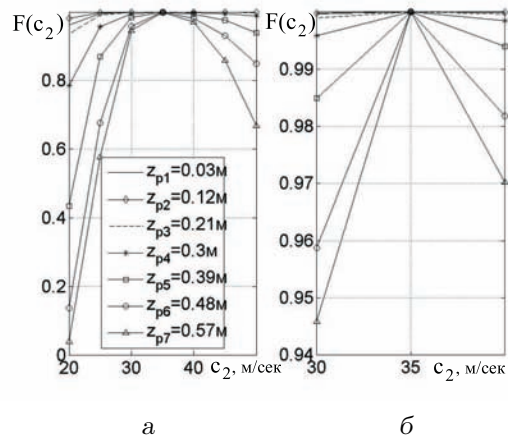


Рис. 13. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  одиночными приемниками в полосе [50, 1000] Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м,  $z_{q2} = 0.1$  м:

а – для всей области изменения параметра  $c_2 = 20 \dots 50$  м/с;  
б – для окрестности истинного значения  $c_{20} = 35$  м/с

ния этого фактора приведены функции чувствительности, полученные для двухэлементных антенн. На рис. 14 рассмотрены пары, составленные из соседних приемников, на рис. 15 – пары, в состав которых обязательно включался первый приемник  $z_{p1} = 0.03$  м, а на рис. 16 – пары, содержащие последний приемник  $z_{p7} = 0.57$  м.

Когерентность сигнала и в этом случае позволяет заметно повысить избирательность функции чувствительности. При этом, также как и для одноэлементных антенн, избирательность возрас-

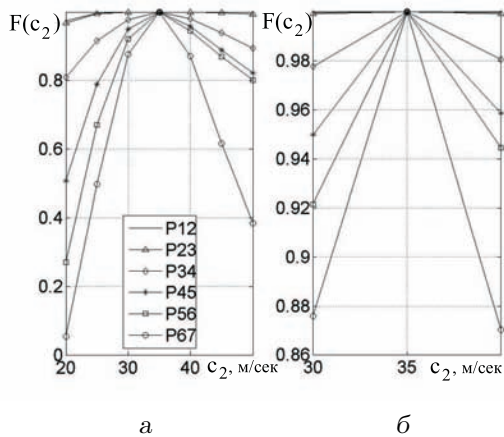


Рис. 14. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  парами соседних приемников в полосе  $[50, 1000]$  Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м,  $z_{q2}=0.1$  м:  
 а – для всей области изменения параметра  $c_2=20 \dots 50$  м/с;  
 б – для окрестности истинного значения  $c_{20}=35$  м/с

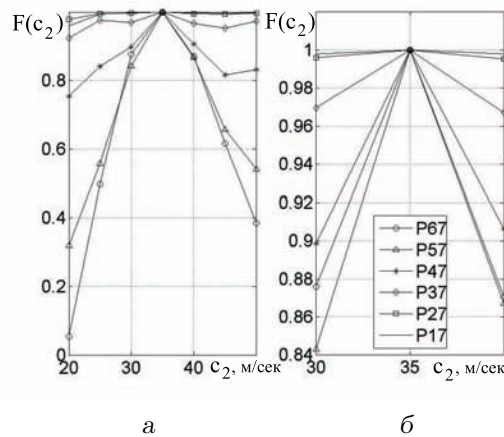


Рис. 16. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  парами с общим последним приемником в полосе  $[50, 1000]$  Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м,  $z_{q2}=0.1$  м:  
 а – для всей области изменения параметра  $c_2=20 \dots 50$  м/с;  
 б – для окрестности истинного значения  $c_{20}=35$  м/с

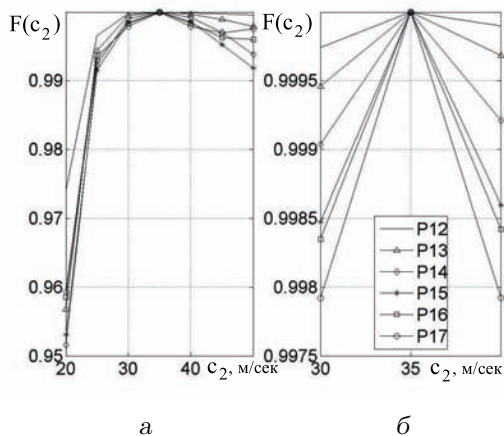


Рис. 15. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  парами с общим первым приемником в полосе  $[50, 1000]$  Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м,  $z_{q2}=0.1$  м:  
 а – для всей области изменения параметра  $c_2=20 \dots 50$  м/с;  
 б – для окрестности истинного значения  $c_{20}=35$  м/с

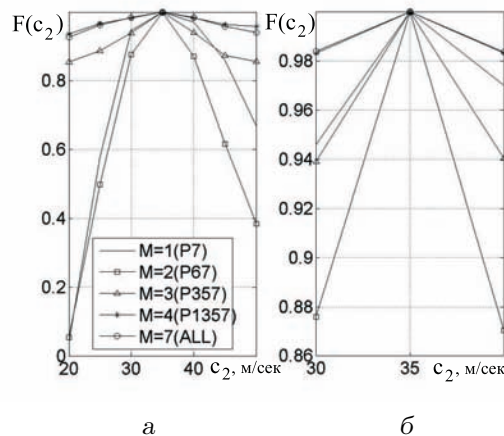


Рис. 17. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  с помощью  $M$ -элементных антенн в полосе частот  $[50, 1000]$  Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м,  $z_{q2}=0.1$  м:  
 а – для всей области изменения параметра  $c_2=20 \dots 50$  м/с;  
 б – для окрестности истинного значения  $c_{20}=35$  м/с

тает при удалении точек приема от источника. Следует однако заметить, что увеличение количества приемников в антенне не обеспечивает адекватного повышения избирательности функции чувствительности алгоритма оценивания. Это связано с неоднородностью уровня СПМ поля сигнала, регистрируемого в удаленных от ограниченно источника точках. На рис. 17 приведены графики функции чувствительности для  $M$ -элементных

антенн. Для корректности сравнения в состав каждой такой антенны включался самый удаленный от источника приемник  $z_{p7}=0.57$  м, который, как было показано выше, обеспечивал самую высокую избирательность среди одиночных приемников. Наибольшей разрешающей способностью в области главного лепестка функции чувствительности обладает двухэлементная антенна. Следует, однако, иметь в виду, что уменьшение числа при-

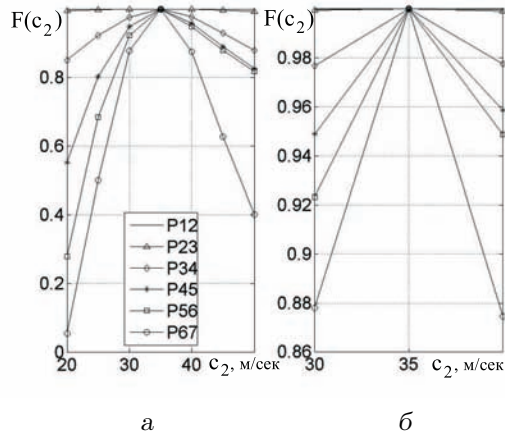


Рис. 18. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  парами соседних приемников в полосе  $[50, 250]$  Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м,  $z_{q2}=0.1$  м:  
 а – для всей области изменения параметра  $c_2=20 \dots 50$  м/с;  
 б – для окрестности истинного значения  $c_{20}=35$  м/с

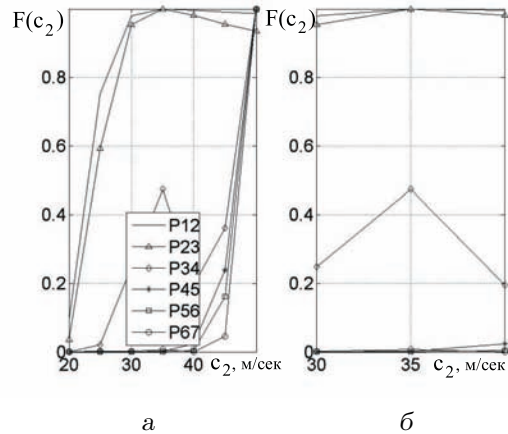


Рис. 19. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  парами соседних приемников в полосе  $[50, 1000]$  Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1}=0$  м,  $z_{q2}=0.1$  м:  
 а – для всей области изменения параметра  $c_2=20 \dots 50$  м/с;  
 б – для окрестности истинного значения  $c_{20}=35$  м/с

емных элементов снижает помехоустойчивость алгоритма оценивания. Особенно важно учитывать это при выборе частотного диапазона обработки регистрируемых сигналов. Как отмечалось выше, алгоритмы оценивания эффективны при больших  $\mu_0$ . Вместе с тем, при фиксированном значении этого параметра эффективность оценивания будет существенно зависеть от структуры СПМ в точках приема. Из рис. 10 видно, что при удалении точек приема от источника уровень СПМ принимаемых сигналов на высоких частотах существенно снижается. Поэтому выбор частотного диапазона должен влиять на структуру функции чувствительности. Ниже представлены результаты ее расчета для ряда двухэлементных антенн в низкочастотном ( $[50, 250]$  Гц, рис. 18) и высокочастотном ( $[750, 1000]$  Гц, рис. 19) поддиапазонах.

Из анализа графиков видно, что для низкочастотного поддиапазона структура функции чувствительности практически совпадает с данными рис. 14, соответствующими обработке сигналов во всем исследуемом диапазоне частот  $\Delta F=[50, 1000]$  Гц. В то же время, в высокочастотном поддиапазоне для удаленных от источника пар приемников наблюдаются существенные ошибки смещения максимума функции чувствительности относительно истинного значения оцениваемого параметра  $c_{20}=35$  м/с (ошибка смещения отсутствует только для двух пар приемников, расположенных вблизи источника). Аналогичная картина наблюдается для антенн, содер-

жащих три и более приемников. Таким образом, для повышения помехоустойчивости оценок в ряде случаев целесообразно использовать многоэлементные антенны, включающие приемник, расположенный вблизи источника сигналов.

Выше были представлены результаты эффективности оценивания при воздействии источника ограниченной протяженности, расположенного вблизи акустически мягкого торца трубы. Аналогичный анализ был проведен для двух других вариантов пространственного расположения ограниченного по протяженности источника сигналов, а именно, когда он был равноудален от торцов трубы или примыкал к акустически жесткому торцу. Полученные при этом результаты подтвердили выявленную закономерность повышения эффективности оценивания скорости звука при удалении точек приема от источника сигналов. При этом необходимым дополнительным условием ее реализации указанной закономерности остается достаточный уровень отношения сигнал/помеха в точках регистрации сигналов.

### 3.2. Коаксиальная неоднородность ограниченной протяженности

До сих пор мы рассматривали эффективность оценивания параметров в слое неоднородности, протяженность которого определялась размерами трубы. Вместе с тем, на практике протяженность артефакта, как правило, меньше размеров объекта исследования. Поэтому последующий анализ бу-

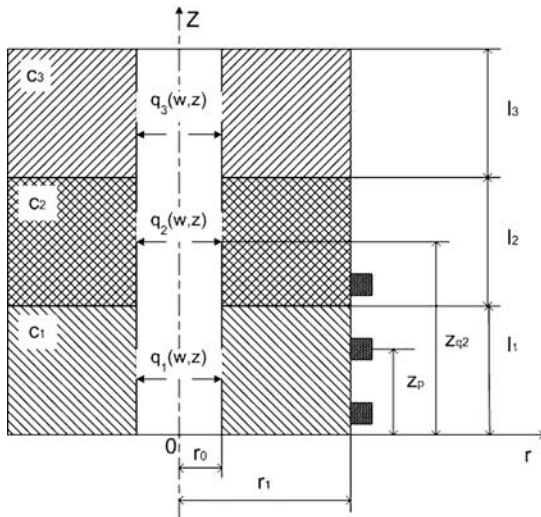


Рис. 20. Модель конечной кусочно-однородной в осевом направлении трубы

дет проведен для модельных ситуаций, которые позволяют учесть влияние на эффективность оценивания ограниченной протяженности области артефакта.

Для решения этой задачи будем использовать модель трехслойной кусочно-однородной трубы, представленную на рис. 20. Детальное аналитическое описание акустического поля для нее представлено в работе [8]. Зададим геометрические и акустические характеристики расчетной модели, выбрав наименее благоприятный случай, когда слой неоднородности удален от торцов трубы и занимает промежуточное положение (на схеме он обозначен двойной штриховкой). Акустические параметры слоя неоднородности и примыкающих к нему слоев те же, что и ранее (см раздел 3.1). Длина трубы  $L_0 = 0.6$  м, причем ее стенка в осевом направлении разделена на три отрезка:  $L_1 = 0.1$  м,  $L_2 = 0.1$  м и  $L_3 = 0.4$  м. Радиусы внутренней и наружной боковых стенок составляют  $r_0 = 0.0085$  м и  $r_1 = 0.15$  м. Координаты точек приема вдоль образующей трубы выберем такими:  $z_{p1} = 0.05$  м,  $z_{p2} = 0.15$  м,  $z_{p3} = 0.25$  м,  $z_{p4} = 0.3$  м,  $z_{p5} = 0.35$  м,  $z_{p6} = 0.45$  м,  $z_{p7} = 0.55$  м.

Выше было показано, что эффективность оценивания акустических параметров слоя неоднородности существенно зависит от протяженности источника сигналов и его положения. Поэтому целесообразно вновь рассмотреть особенности оценивания скорости звука в ограниченном слое неоднородности при воздействии как протяженного, так и ограниченного источников. Следует заметить, что в тех случаях, когда, помимо ограниче-

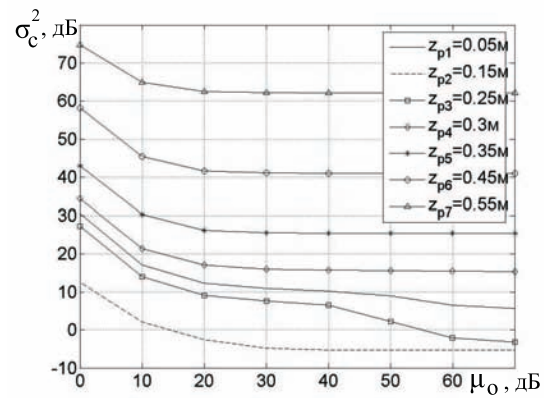


Рис. 21. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха в полосе [50, 1000] Гц для одиночных приемников при воздействии протяженного источника (присутствует ограниченная неоднородность)

ния протяженности источника, имеет место ограничение протяженности слоя неоднородности, возникает дополнительная задача поиска эффективных пространственных схем взаимного расположения источника сигналов и приемников относительно области неоднородности. Исследуем потенциальную эффективность алгоритмов оценивания скорости звука для практически интересных модельных ситуаций.

### 3.2.1. Протяженный источник

Сначала проведем анализ точности оценивания скорости звука в ограниченном слое неоднородности при воздействии протяженного источника на внутренней стенке трубы. Следует отметить, что в рассматриваемой модельной ситуации размеры слоя неоднородности (как по толщине, так и по протяженности) ограничены величиной порядка длины волны для низкочастотного поддиапазона [50, 250] Гц, в котором сосредоточена основная энергия полезного сигнала. В связи с уменьшением волновых размеров неоднородности, по сравнению с ранее исследованной моделью, следует ожидать ослабления возмущений, вносимых ею в структуру регистрируемых сигналов. Это должно привести к соответствующему снижению эффективности оценивания акустических параметров неоднородности.

На рис. 21 представлены оценки дисперсии скорости звука  $\sigma^2(c_2)$  в слое неоднородности при использовании одиночных приемников. Анализ графиков показывает, что минимальные значения  $\sigma^2(c_2)$  наблюдаются для приемника, расположен-

ного на поверхности слоя неоднородности в точке  $z_{p2}=0.15$  м. Следующими по эффективности оценивания будут ближайшие к слою неоднородности приемники с координатами  $z_{p1}=0.05$  м и  $z_{p3}=0.25$  м, но эффективность приемника, расположенного со стороны акустически мягкого торца трубы ( $z_{p1}=0.05$  м) оказывается ниже. Аналогичная картина имеет место для антенн, составленных из пар соседних приемников: наибольшую эффективность оценивания обеспечивают те антенны, в которых приемники расположены либо над слоем неоднородности, либо в непосредственной близости от него. Для иллюстрации этого вывода на рис. 22 представлены оценки  $\sigma^2(c_2)$  для нескольких вариантов таких двухэлементных антенн. На графиках указаны номера приемников, которые объединены в пары.

В силу пространственной неоднородности уровня поля, рассеянного ограниченными по протяженности артефактами, следует ожидать, что для многоэлементных антенн эффективность оценивания будет зависеть не столько от количества приемников, сколько от их расстановки. При этом основную роль будут играть приемники, расположенные вблизи слоя неоднородности. Подтверждением этого могут служить графики оценок  $\sigma^2(c_2)$  для ряда вариантов  $M$ -элементных антенн, приведенные на рис. 23. Чтобы обеспечить корректность сравнения, в состав всех антенн включен приемник, расположенный над слоем неоднородности в точке  $z_{p2}=0.15$  м, который, как было показано выше, имеет наибольшую эффективность. Номера приемников, включенных в состав антенн, указаны на графиках.

Сопоставление рис. 21–23 показывает, что эффективность одноэлементной антенны, приемник которой расположен над слоем неоднородности, сравнима с эффективностью трехэлементной антенны, в которой кроме него задействованы два других приемника, расположенных над третьим слоем, но удаленных от слоя неоднородности (ср. варианты P2 и P246). Более того, данная трехэлементная антенна проигрывает двухэлементной, в которой использован приемник, также расположенный над третьим слоем, но рядом с границей неоднородности (ср. варианты P23 и P246). В свою очередь, указанная двухэлементная антенна незначительно уступает по эффективности пятиэлементной (ср. варианты P23 и P23456), а последняя проигрывает трехэлементной, составленной из тройки соседних приемников, расположенных над слоем и симметрично относительно его границ (ср. варианты P123 и P23456). Выявленные особенности влияния расстановки приемников

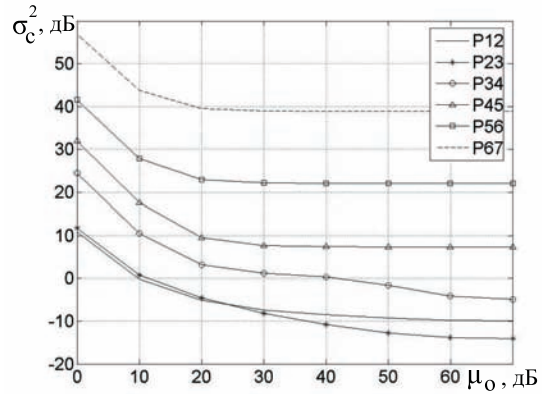


Рис. 22. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха в полосе частот [50, 1000] Гц для антенн из пар соседних приемников при воздействии протяженного источника (присутствует ограниченная неоднородность)

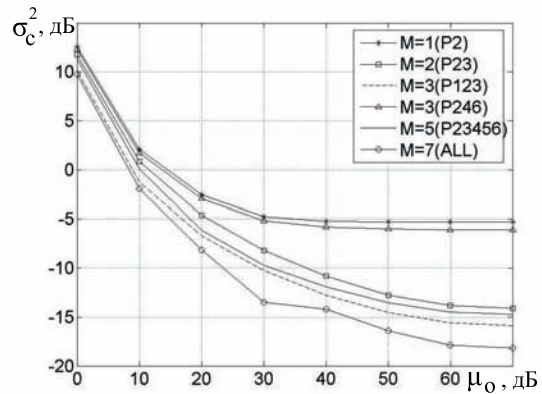


Рис. 23. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха в полосе частот [50, 1000] Гц для  $M$ -элементных антенн при воздействии протяженного источника (присутствует ограниченная неоднородность)

на точность оценивания акустических параметров в ограниченном по протяженности слое неоднородности обусловлены двумя факторами:

- 1) влиянием затухания на уровень сигнала, рассеянного неоднородностью;
- 2) мешающим действием прямого поля от источника, которое не несет информации об акустических параметрах слоя неоднородности.

Кроме исследования дисперсии оценки, был проведен детальный анализ поведения функции чувствительности. В результате показано, что при воздействии распределенного источника сигналов имеет место низкая избирательность по оценива-



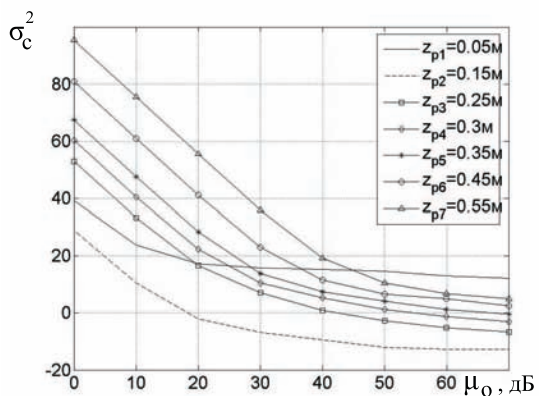


Рис. 24. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от величины отношения сигнал/помеха в полосе частот [50, 1000] Гц для одиночных приемников в условиях воздействия источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м и  $z_{q2} = 0.1$  м (присутствует ограниченная неоднородность)

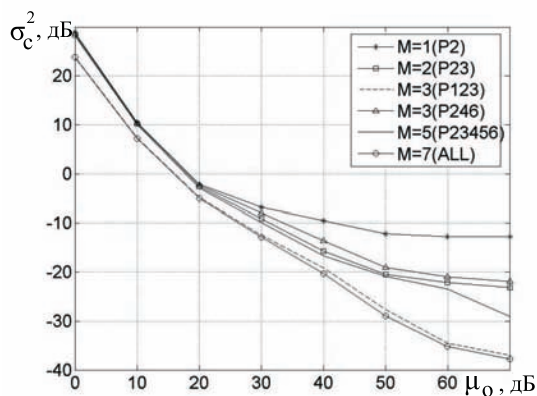


Рис. 26. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха в полосе частот [50, 1000] Гц для  $M$ -элементных антенн при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м и  $z_{q2} = 0.1$  м (присутствует ограниченная неоднородность)

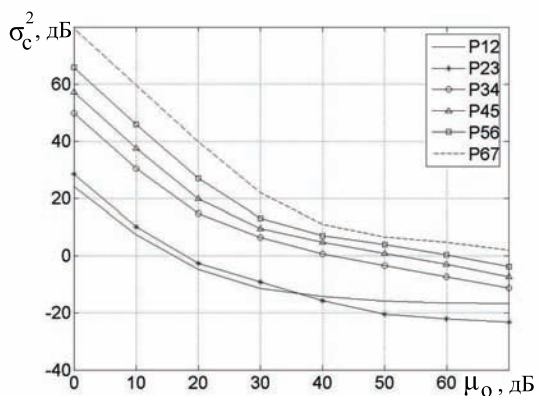


Рис. 25. Зависимость дисперсии оценки скорости звука от отношения сигнал/помеха в полосе частот [50, 1000] Гц для антенн, составленных из пар соседних приемников при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м и  $z_{q2} = 0.1$  м (присутствует ограниченная неоднородность)

емому параметру. При этом эффективность оценивания снижается как при уменьшении толщины слоя, так и при уменьшении протяженности источника. Поэтому эффективное оценивание в рассматриваемых условиях возможно только при очень больших значениях параметра  $\mu_0$ .

### 3.2.2. Ограниченный источник вблизи акустически мягкого торца трубы

Перейдем к анализу эффективности оценок в случае действия источника ограниченной протяженности. Предположим, что источник располо-

жен на внутренней стенке первого куса рассматриваемой трубы и ограничен координатами  $z_{q1} = 0$  м,  $z_{q2} = 0.1$  м, т. е. расположен между акустически мягким торцом трубы и границей смежного слоя неоднородности.

На рис. 24 представлены зависимости дисперсии оценки скорости звука  $\sigma^2(c_2)$  в среднем слое неоднородности при использовании одиночных приемников. Анализ показывает, что и в этой ситуации дисперсия оценки минимальна для приемника, расположенного над слоем неоднородности ( $z_{p2} = 0.15$  м). Вместе с тем, имеют место существенные различия в эффективности оценивания с помощью приемников, примыкающих к смежным границам слоя неоднородности. В частности, эффективность приемника расположенного над первым слоем ( $z_{p1} = 0.05$  м), в пределах которого действует источник, существенно ниже, чем у приемника, расположенного на том же расстоянии от границы слоя неоднородности, но над третьим слоем, где отсутствует источник ( $z_{p3} = 0.25$  м). Это связано с мешающим действием в первом слое прямого поля источника сигнала, которое маскирует изменения, вызванные компонентой рассеянного поля неоднородности. Поэтому в точке приема над третьим слоем, где маскирующее действие прямого поля источника отсутствует, обеспечивается более высокая эффективность оценивания. В то же время, по мере удаления от границы неоднородности точек приема, расположенных на поверхности третьего слоя, наблюдается снижение эффективности оценивания, что связано с затуханием возмущенного неоднородностью сигнала.

Тем не менее, даже в этих удаленных точках эффективность оценивания при больших  $\mu_0 \geq 50$  дБ оказывается выше, чем для близко расположенной к границе слоя неоднородности точки приема ( $z_{p1} = 0.05$  м), лежащей на поверхности слоя с источником сигнала.

Аналогичная картина наблюдается для многоэлементных антенн. Наиболее эффективны антенны, составленные из приемников, расположенных над слоем неоднородности или близких к нему. В качестве иллюстрации на рис. 25 даны оценки  $\sigma^2(c_2)$  для двухэлементных антенн, составленных из пар соседних приемников, а на рис. 26 – аналогичные оценки для ряда вариантов  $M$ -элементных антенн, содержащих приемник над слоем неоднородности.

Как явствует из графиков, для двухэлементных антенн эффективны пары, в которых один приемник расположен над слоем неоднородности, а второй – над одним из смежных слоев. При этом для больших  $\mu_0 \geq 40$  дБ целесообразно использовать второй приемник над слоем без источника сигнала (пара P23). Для  $M$ -элементных антенн оказывается, что уже при использовании антенны, составленной из трех соседних приемников, ближайших к слою неоднородности (группа P123), получаем оценку, сравнимую по эффективности с оценкой для антенны, содержащей все  $M = 7$  приемников (группа ALL).

Сравнение результатов оценивания скорости звука в слое ограниченной протяженности с оценками для слоя неоднородности, протяженного вдоль всей длины стенки трубы, показывает, что ограничение размеров слоя неоднородности приводит к росту дисперсии оценки и снижает избирательность по оцениваемому параметру. Для иллюстрации этого вывода на рис. 27 и 28 представлены графики функции чувствительности для антенн, соответствующих рис. 24 и 26.

Анализ представленных зависимостей показывает, что для антенн, содержащих приемник, расположенный над слоем неоднородности, при заданных условиях отсутствуют ошибки смещения. Вместе с тем, избирательность по оцениваемому параметру при локализованном артефакте заметно снижается по сравнению со случаем слоя неоднородности, протяженного вдоль всей стенки трубы (ср. с рис. 17). Кроме того, расчеты показывают заметный рост дисперсии оценки для односторонних антенн при ограничении размеров слоя неоднородности. В частности, для антенн из одиночных приемников могут отсутствовать ошибки смещения (см. рис. 27). В то же время, при использовании удаленных от слоя неоднородности приемников наблюдается существенный

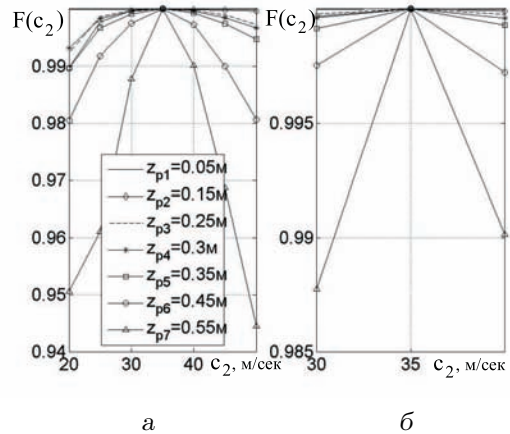


Рис. 27. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  одиночными приемниками в полосе [50, 1000] Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м,  $z_{q2} = 0.1$  м: (присутствует ограниченная неоднородность)  
а – для всей области изменения параметра  $c_{20} = 20 \dots 50$  м/с;  
б – для окрестности истинного значения  $c_{20} = 35$  м/с

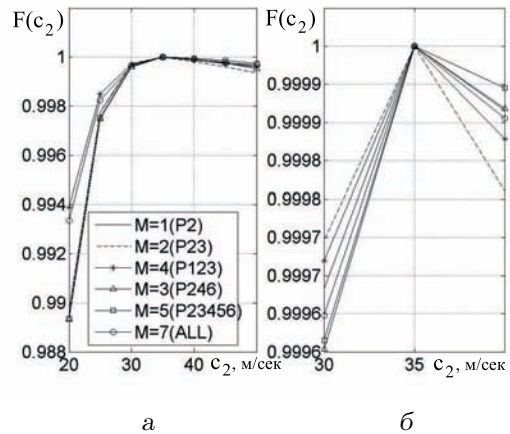


Рис. 28. Нормированная функция чувствительности оценки параметра неоднородности  $c_{20}$  с помощью  $M$ -элементных антенн в полосе [50, 1000] Гц при воздействии источника, ограниченного координатами  $z_{q1} = 0$  м,  $z_{q2} = 0.1$  м: (присутствует ограниченная неоднородность)  
а – для всей области изменения параметра  $c_{20} = 20 \dots 50$  м/с;  
б – для окрестности истинного значения  $c_{20} = 35$  м/с

рост дисперсии оценки (см. рис. 24), что приводит к существенному росту общей ошибки измерений скорости звука  $c_{20}$  для них.

Следовательно, рациональными являются схемы расстановки, при которых приемники расположены над слоем неоднородности или рядом с границей слоя, над областью, в которой нет источни-

ка сигналов. Что касается требований к источнику сигналов, то более эффективными являются схемы измерений, использующие источники сигналов ограниченной протяженности. Таким образом, представленные результаты показывают, что для эффективного оценивания акустических параметров артефактов объектов необходимо оптимизировать процедуру измерения за счет рационального выбора характеристик источника, рабочего диапазона частот, количества приемников и схемы их расположения.

## ВЫВОДЫ

В случае использования когерентного источника сигналов и многоэлементной приемной антенны дисперсия оценки обратно пропорциональна первой степени отношения сигнал/помеха при его больших значениях и квадрату – при малых. В остальных ситуациях дисперсия оценки достигает некоторого порогового уровня, определяемого структурой СПМ и ее первой производной по оцениваемому параметру.

Для протяженного однородного по пространству некогерентного источника сигналов дисперсия оценки акустических параметров артефактов обратно пропорциональна количеству приемников антенны. При больших отношениях сигнал/помеха дисперсия оценки для приемника, расположенного вблизи акустически мягкого торца трубы, ниже, чем для приемника, находящегося вблизи акустически жесткого торца. Дисперсия оценки уменьшается при расширении информативной полосы частот сигнала и повышении частоты ее поддиапазонов и обратно пропорциональна количеству секций полезного сигнала, используемых в процедуре оценивания.

Если протяженность источника меньше протяженности артефакта, то для оценки акустических параметров более эффективны антенны, составленные из приемников, расположенных над артефактом и удаленные от источника сигналов.

При оценивании акустических параметров в условиях ограниченной протяженности как источника сигналов, так и артефакта более эффективны антенны, составленные из приемников, расположенных над областью артефакта или вблизи его границ. Если ограниченный по протяженности источник сигналов расположен вне ограниченной артефактом области, то из пары приемников, нахо-

дящихся вблизи смежных границ артефакта, более эффективен тот, который более удален от источника.

В области больших отношений сигнал/помеха функция чувствительности обеспечивает несмещенную оценку акустических параметров артефактов. Избирательность функции чувствительности снижается при увеличении пространственной протяженности источника сигналов.

Представленные результаты исследований потенциальных возможностей неинвазивного оценивания акустических параметров артефактов объектов могут быть использованы для построения эффективных пространственно-распределенных измерительных систем.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы глубоко признательны академику НАН Украины проф. В. Т. Гринченко за постоянное внимание и поддержку данного направления исследований.

1. Kraman S. S. Speed of low-frequency sound through the lungs of normal men // *J. Appl. Physiol.*– 1983.– **55**.– P. 1862–1867.
2. Rice D. A. Sound speed in pulmonary parenchyma // *J. Appl. Physiol.*– 1983.– **55**.– P. 304–308.
3. Rice D. A. Sound speed in the upper airways // *J. Appl. Physiol.*– 1983.– **55**.– P. 326–336.
4. Крижановский В. В. Статистическая оценка акустических параметров респираторного тракта человека // *Акуст. вісн.*– 1998.– **1**, № 1.– С. 40–51.
5. Леман Э. Проверка статистических гипотез.– М.: Наука, 1970.– 408 с.
6. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляций: том 1.– М.: Сов. радио, 1972.– 744 с.
7. Гринченко В. Т., Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Модельные оценки потенциальной эффективности обнаружения коаксиальных неоднородностей внутри стенки конечной цилиндрической трубы // *Акуст. вісн.*– 2004.– **7**, № 2.– С. 42–54.
8. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Звуковое поле в кусочно-однородном цилиндре, возбуждаемое осесимметричной случайной нагрузкой на границе // *Акуст. вісн.*– 2001.– **4**, № 4.– С. 36–50.
9. Corcos G. M. The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows // *J. Fluid. Mech.*– 1964.– **18**.– P. 353–378.
10. Крижановский В. В. Модельные исследования спектрально-корреляционных характеристик шумов дыхания в респираторном тракте человека // *Акуст. вісн.*– 1998.– **1**, № 4.– С. 33–46.