

Е.Ф. Перлов

## Некоторые аспекты динамики переходных процессов поворотного рабочего элемента под воздействием упругих сил

Получена математическая модель динамики поворотного рабочего элемента, работающего на высоких скоростях и ускорении, выполняющего высокоточную координатную ориентацию. Математическая модель представлена дифференциальными уравнениями второго порядка, учитывает силы трения и упругости. Поворотный рабочий элемент рассмотрен как звено системы автоматического регулирования.

**Ключевые слова:** поворотный рабочий элемент, динамика, разгон-торможение, дифференциальное уравнение, система автоматического регулирования.

Отримано математичну модель динаміки поворотного робочого елемента, який працює на високих швидкостях та з прискоренням і виконує високоточну координатну орієнтацію. Математична модель представлена диференціальними рівняннями другого порядку і враховує сили тертя та пружності. Поворотний робочий елемент розглянуто як ланку системи автоматичного регулювання.

**Ключові слова:** поворотний робочий елемент, динаміка, розгон-гальмування, диференціальне рівняння, система автоматичного регулювання.

**Введение.** Данная статья – логическое продолжение [1], целью которой было рассмотрение некоторых аспектов динамики переходных процессов поворотного рабочего элемента, действующего без упругих и вязкоупругих сил. В предлагаемой статье схема сил, действующих на поворотный рабочий элемент, дополнена силами упругости.

### Математическая модель переходных процессов

Рассмотрим уравнение движения поворотного рабочего элемента, исходя из силовых воздействий на поворотный рабочий элемент (рис. 1).

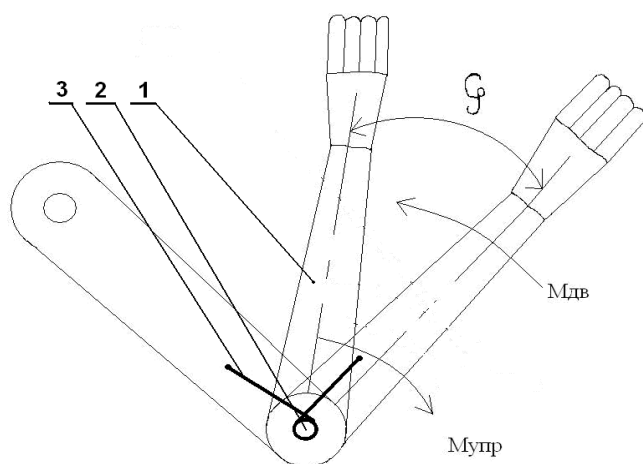


Рис. 1

На рис. 1 показано: 1 – поворотный рабочий элемент, 2 – ось его поворота, 3 – упругий элемент (пружина кручения).

Поворотный рабочий элемент находится под действием создаваемого двигателем крутящего момента  $M_{дв}$  и противодействующих ему момента диссипативных сил (сил трения)  $M_{ст}$  и момента от действия упругого элемента  $M_{упр}$ . Пружина кручения установлена таким образом, что в свободном (не деформированном) состоянии она удерживает рабочий элемент в исходном (нейтральном) положении. Уравнение движения поворотного рабочего элемента таково:

$$I_{\Sigma} \varepsilon = M_{\Sigma}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение поворотного рабочего элемента;  $I_{\Sigma}$  – суммарный приведенный к оси поворота момент инерции поворотного рабочего элемента;  $M_{\Sigma}$  – суммарный крутящий момент, действующий на рабочий элемент, который может быть представлен алгебраической суммой

$$M_{\Sigma} = M_{дв} - M_{ст} - M_{упр}. \quad (2)$$

Отметим также, что

$$M_{упр} = c \zeta, \quad (3)$$

где  $c$  – жесткость пружины кручения,  $\zeta$  – угол поворота рабочего элемента.

Учитывая необходимость создания математической модели поведения поворотного рабочего элемента, а также то, что характеристики двигателей  $M_{дв} = f(\omega)$ , как правило, не имеют четкой математической зависимости, было предложено аппроксимировать характеристику

двигателя в виде уравнения в отрезках [1]. Тогда эта характеристика может быть представлена в виде

$$M_{\text{дв}} = \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right)M_0 = (\omega_0 - \omega)\lambda, \quad (4)$$

где  $M_0$  – пусковой момент двигателя;  $\omega_0$  – угловая скорость холостого хода;

$$\lambda = M_0 / \omega_0 \quad (5)$$

– жесткость характеристики двигателя.

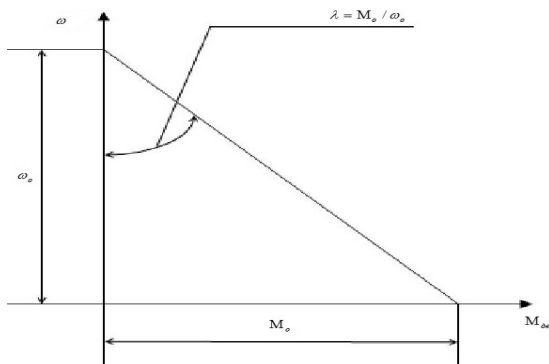


Рис. 2

Учитывая (2) – (5), уравнение движения поворотного элемента можно записать в виде

$$I_{\Sigma}\ddot{\zeta} + \lambda\dot{\zeta} + c\zeta = M_0 - M_{\text{ср}}. \quad (6)$$

Получено неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, общее решение которого имеет вид

$$\zeta = K_1 e^{p_1 t} + K_2 e^{p_2 t} + \zeta_K, \quad (7)$$

где

$$p_1 = \sigma + \Omega; \quad p_2 = \sigma - \Omega \quad (8)$$

– корни характеристического уравнения, полученного на основании (6);

$\zeta_K = \frac{1}{c}(M_0 - M_{\text{ср}})$  – частное решение уравнения (7);

$K_1, K_2$  – постоянные, определяемые из начальных условий (НУ);

$$\sigma = -\frac{\lambda}{2I_{\Sigma}} \quad (9)$$

– постоянная затухания [2];

$$\Omega = \frac{\sqrt{D}}{2I_{\Sigma}} \quad (10)$$

– собственная круговая частота поворотного рабочего элемента [2];

$$D = \lambda^2 - 4I_{\Sigma}c \quad (11)$$

– дискриминант характеристического уравнения.

Решение уравнения (7) может быть тройственным в зависимости от дискриминанта  $D$  и соответственно режимы разгона и торможения будут различными.

*Случай 1.  $D > 0$ .*

В этом случае корни  $p_1$  и  $p_2$  – действительные отрицательные числа. Решение уравнения (7) при  $D > 0$  может быть получено после определения постоянных  $K_1$  и  $K_2$ , которые могут быть найдены из НУ для режимов разгона и торможения.

$$\zeta = K_1 e^{p_1 t} + K_2 e^{p_2 t}, \quad (11)$$

где  $K_1, K_2$  – постоянные, определяемые из начальных условий (НУ).

**Режим разгона:**

НУ: при  $t = 0, \zeta = 0; \dot{\zeta} = \dot{\zeta}_{\text{max}} = \omega_0$ .

Из (7) получим:

$$K_1 = -(K_2 + \zeta_K). \quad (12)$$

Дифференцируем (7):

$$\dot{\zeta} = p_1 K_1 e^{p_1 t} + p_2 K_2 e^{p_2 t}. \quad (13)$$

С учетом (12) и НУ для уравнения (13) получим постоянные  $K_1$  и  $K_2$ :

$$K_1 = \frac{\omega_0 + p_2 \zeta_K}{2\Omega} = \frac{\omega_0 + p_2 \zeta_K}{p_1 - p_2}; \quad (14)$$

$$K_2 = -\frac{\omega_0 + p_1 \zeta_K}{2\Omega} = -\frac{\omega_0 + p_1 \zeta_K}{p_1 - p_2}.$$

Тогда уравнение (7) движения поворотного элемента в режиме разгона с учетом (14), будет иметь вид

$$\zeta = \zeta_K \left[ 1 - \left( \frac{N}{\zeta_K} + \frac{p_1}{2\Omega} \right) e^{p_2 t} + \left( \frac{N}{\zeta_K} + \frac{p_2}{2\Omega} \right) e^{p_1 t} \right], \quad (15)$$

где  $N = \omega_0 / 2\Omega$ .

Уравнение (15) можно представить как сумму двух экспонент:  $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2$ ,

где  $\zeta_1 = \zeta_K (1 - E e^{p_2 t}); \zeta_2 = F \zeta_K e^{p_1 t};$

$$E = \frac{N}{\zeta_K} + \frac{p_1}{2\Omega} = \frac{N}{\zeta_K} + \frac{p_1}{p_1 - p_2};$$

$$F = \frac{N}{\zeta_K} + \frac{p_2}{2\Omega} = \frac{N}{\zeta_K} + \frac{p_2}{p_1 - p_2}.$$

Учитывая, что  $N$  и  $\zeta_K$  – действительные положительные величины, а  $p_1$  и  $p_2$  – отрицательные, причем  $|p_1| < |p_2|$ , следует  $E > F$ .

На рис. 3 изображен график движения поворотного рабочего элемента в режиме разгона.

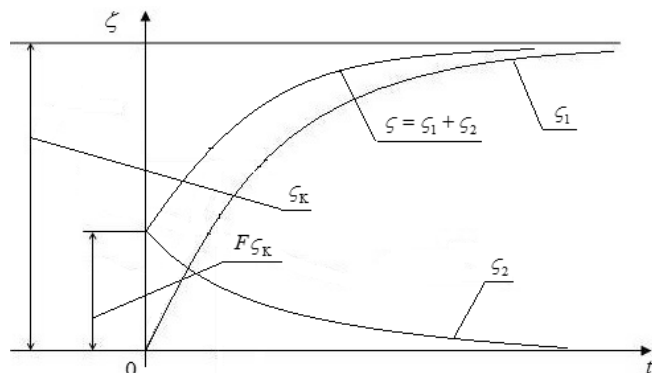


Рис. 3

Как видно из рис. 3, характер движения поворотного рабочего элемента в режиме разгона носит характер восходящей экспоненты, монотонно приближающейся к пределу – величине  $\zeta_K$ , что будет достигнуто тем скорее, чем больше диссипативные силы.

### Режим торможения

НУ: при  $t = 0$ ;  $\zeta = \zeta_{\max}$ ;  $\dot{\zeta} = 0$ .

НУ введем в (7) и (13) и получим систему

двух уравнений 
$$\begin{cases} \zeta_{\max} = K_1 + K_2 + \zeta_K \\ 0 = p_1 K_1 + p_2 K_2 \end{cases}$$
, откуда

следует

$$K_1 = -\frac{p_2}{2\Omega}(\zeta_{\max} - \zeta_K) = -\frac{p_2}{p_1 - p_2}(\zeta_{\max} - \zeta_K);$$

$$K_2 = \frac{p_1}{2\Omega}(\zeta_{\max} - \zeta_K) = \frac{p_1}{p_1 - p_2}(\zeta_{\max} - \zeta_K).$$

Подставим  $K_1$  и  $K_2$  в (11) и после преобразования получим:

$$\zeta = \frac{p_1}{2\Omega}(\zeta_{\max} - \zeta_K)e^{p_2 t} (1 - \gamma e^{2\Omega t}) + \zeta_K,$$

где  $\gamma = p_2/p_1$ , или без преобразований, –

$$\zeta = -\frac{p_2}{p_1 - p_2}(\zeta_{\max} - \zeta_K)e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_1 - p_2}(\zeta_{\max} - \zeta_K)e^{p_2 t} + \zeta_K.$$

Последнее выражение для  $\zeta(t)$  более удобно для графического представления кривой торможения, так как эта кривая – результат от сложения двух экспонент:

$$\zeta_1 = -\frac{p_2}{p_1 - p_2}(\zeta_{\max} - \zeta_K)e^{p_1 t} \quad \text{и}$$

$$\zeta_2 = \frac{p_1}{p_1 - p_2}(\zeta_{\max} - \zeta_K)e^{p_2 t}.$$

Движение рабочего элемента носит затухающий экспоненциальный характер (рис. 4). Такой характер движения есть следствием того, что оба корня отрицательны и с этими знаками входят в степени экспонент.

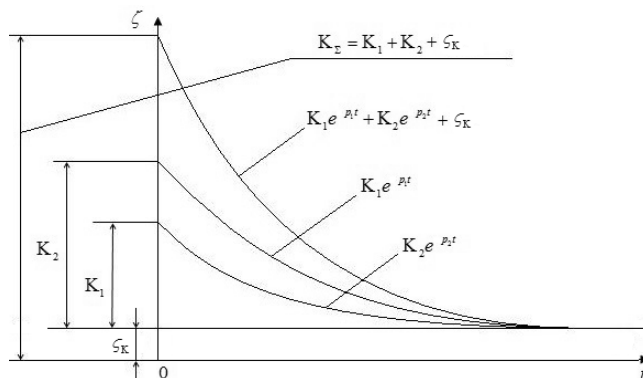


Рис. 4

Случай 2.  $D = 0$ .

В этом случае  $p_1 = p_2 = \sigma$ , а общее решение уравнения (7) имеет вид [2]:

$$\zeta = (K_1 + K_2 t)e^{\sigma t} + \zeta_K = K_1 e^{\sigma t} + t K_2 e^{\sigma t} + \zeta_K. \quad (17)$$

Из НУ (при  $t = 0$ ,  $\zeta = \zeta_{\max}$ ,  $\dot{\zeta} = 0$ ), выполнив вычисления, аналогичные изложенным, получим для режима торможения

$$\begin{cases} \zeta_{\max} = K_1 e^{\sigma t} + t K_2 e^{\sigma t} + \zeta_K \\ 0 = \sigma K_1 e^{\sigma t} + K_2 e^{\sigma t} + \sigma t K_2 e^{\sigma t} \end{cases}$$

откуда следует:

$$K_1 = \zeta_{\max} - \zeta_K, \quad K_2 = -(\zeta_{\max} - \zeta_K)\sigma,$$

а общее решение уравнения (7) в этом случае будет иметь вид

$$\zeta = (\zeta_{\max} - \zeta_K)e^{\sigma t} - \sigma t (\zeta_{\max} - \zeta_K)e^{\sigma t} + \zeta_K. \quad (18)$$

График движения рабочего элемента представлен на рис. 5. Как видно из (18) и рис. 5, результирующая кривая 4 для режима торможения – алгебраическая сумма двух слагаемых, из которых второе – произведение кривых 1 и 2 (кривая 3 на рис. 5).

Исследуя (17) на экстремальность, получим выражение:  $e^{\sigma t} (K_2 t^2 + K_1 t - K_2) = 0$ , из которо-

го следует, что результирующая кривая имеет два экстремума: отрицательный и положительный. Это означает, что поворотный рабочий элемент может выполнить выбег, после чего совершает возврат и постепенное затухание.

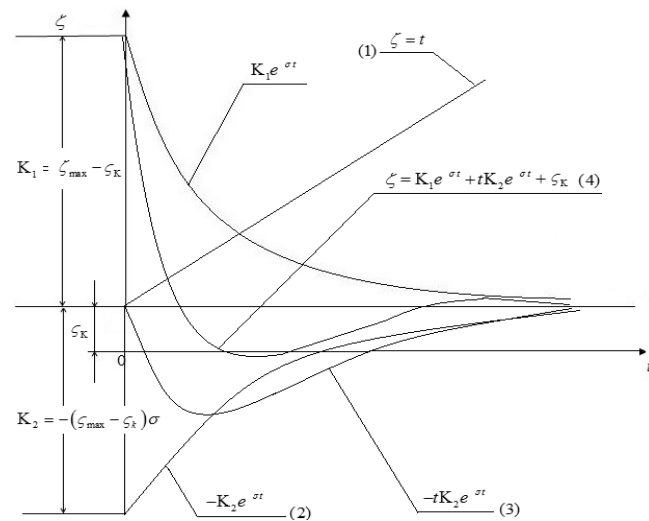


Рис. 5

Случай 3.  $D < 0$ .

В данном случае корни  $p_1$  и  $p_2$  характеристического уравнения будут комплексными. Решение однородного дифференциального уравнения (7) (при  $M_0 - M_{cr} = 0$ ) можно представить [2] либо в развернутом виде:

$$\zeta = e^{\sigma t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t), \quad (19)$$

либо в виде свертки, что значительно удобнее

$$\zeta = K e^{\sigma t} \sin(\omega t + \alpha). \quad (20)$$

Из НУ при  $t = 0$ ;  $\zeta = \zeta_{\max}$ ;  $\dot{\zeta} = 0$  следует:

$$K = \zeta_{\max}.$$

Движение поворотного рабочего элемента имеет вид затухающих гармонических колебаний с декрементом затухания  $e^{\sigma t}$  (рис. 6, кривая 1), частотой  $\omega = \Omega$  в соответствии с (9), (10) и  $\alpha = 0$ .

Частное решение  $\bar{\zeta}$  уравнения (6) получим с помощью интеграла Дюамеля [2]

$$\begin{aligned} \bar{\zeta} &= \frac{1}{\omega} \left( \int_0^t e^{\sigma(t-\tau)} \sin(t-\tau) d\tau \right) \frac{M_0 - M_{cr}}{I_{\Sigma}} = \\ &= \frac{M_{cr} e^{\sigma t}}{\omega I_{\Sigma}} \left[ \int_0^t e^{\sigma \tau} \sin \omega t \cos \omega t d\tau - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^t e^{\sigma \tau} \cos \omega t \sin \omega t d\tau \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(M_0 - M_{cr} e^{\sigma t})}{\omega I_{\Sigma}} \left\{ \sin \omega t \left[ \frac{e^{\sigma t}}{n^2 + \omega^2} (n \cos \omega t + \omega \sin \omega t) \right]'_0 - \right. \\ &\quad \left. - \cos \omega t \left[ \frac{e^{\sigma t}}{n^2 + \omega^2} (n \sin \omega t - \omega \cos \omega t) \right]'_0 \right\}. \end{aligned}$$

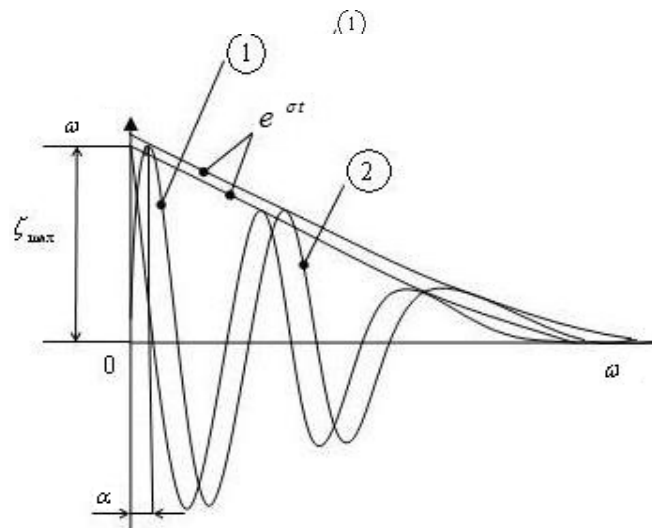


Рис. 6

Далее, после преобразований, получим:

$$\bar{\zeta} = \Psi \left[ 1 - e^{\sigma t} \left( \frac{n}{\omega} \sin \omega t + \cos \omega t \right) \right], \quad (21)$$

где

$$\Psi = \frac{M_0 - M_{cr}}{(\sigma^2 + \omega^2) I_{\Sigma}}; n = \frac{\lambda}{2 I_{\Sigma}}; \omega = \sqrt{K^2 - n^2}; K^2 = \frac{e}{I_{\Sigma}}.$$

Общее решение уравнения (5) можно представить как в развернутом виде

$$\zeta = e^{\sigma t} \left[ (A - \Psi \frac{n}{\omega}) \sin \omega t + (B - \Psi) \cos \omega t \right] + \Psi, \quad (22)$$

так и в виде свертки, причем свободный член  $\Psi$  следует интерпретировать как дополнительное смещение начальной фазы

$$\zeta = \varphi e^{\sigma t} \sin(\omega t + \beta_1 + \beta_2), \quad (23)$$

где

$$\varphi = \sqrt{A^2 + B^2 - 2A\Psi \frac{n}{\omega} + 2B\Psi - \Psi^2 n^2 / \omega^2 - \Psi^2}; \quad (24)$$

$$\beta_1 = \arctg \frac{B\omega - \Psi\omega}{A\omega - \Psi\sigma}; \quad (25)$$

$$\beta_2 = \arcsin(\Psi / \varphi); \quad (26)$$

$A$  и  $B$  – коэффициенты, получаемые из НУ.

Из НУ при  $t=0$ ,  $\zeta = \zeta_{\max}$ ,  $\dot{\zeta} = 0$  получим  $A = \omega_0 / \omega$ ,  $B = 0$  и тогда уравнение (23) примет вид

$$\zeta = \exp(\sigma t) \varphi \sin[\omega t - \arctg \frac{\psi \omega}{\omega_0 + \psi \sigma} + \arcsin(\psi / \varphi)], \quad (27)$$

где 
$$\varphi = \frac{\omega_0}{\omega} \sqrt{1 - \frac{2\psi\sigma}{\omega_0}}.$$

Таким образом, можно констатировать, что выражение (27), дополненное начальным смещением фазы колебаний на величину угла  $\alpha$  будет выглядеть так:

$$\alpha = \arcsin \psi / \varphi - \arctg \frac{\psi \omega}{\omega_0 + \psi \sigma} \quad (28)$$

и примет вид, аналогичный (20):

$$\zeta = K \exp(\sigma t) \varphi \sin(\omega t + \alpha). \quad (29)$$

Движение поворотного рабочего элемента отражает кривая 2 (см. рис. 6), где начальное смещение  $\alpha$  можно представить как

$$\alpha = \omega t_{\text{нач}}, \quad (30)$$

где  $t_{\text{нач}}$  – время начального отсчета колебательного процесса.

### Поворотный рабочий элемент как звено системы автоматического регулирования

Запишем уравнение (6) в операторной форме [1]:

$$(T_1^2 \rho^2 + T_2 \rho + 1) \Delta \zeta_{\text{вых}} = L \Delta \zeta_{\text{вх}}, \quad (31)$$

где  $\rho$  – оператор дифференцирования;  $T_1 = \frac{I_{\Sigma}}{c}$  –

постоянная времени рабочего элемента;  $T_2 = \frac{\lambda}{c}$  –

постоянная времени упругого элемента;  $L = \frac{M_{\text{кр}}}{c}$

– коэффициент передачи крутящего момента;

$\zeta_{\text{вых}}$ ,  $\zeta_{\text{вх}}$  – соответственно – амплитуды выходной и входной величин (угла поворота).

Тогда согласно [3] передаточная функция поворотного рабочего элемента как звена системы автоматического регулирования (САР) примет вид

$$W(\rho) = \frac{L}{T_1^2 \rho^2 + T_2 \rho + 1}. \quad (32)$$

Корни характеристического уравнения этого звена таковы:

$$\rho_1, \rho_2 = -\frac{T_2}{2T_1^2} \pm \sqrt{\left(\frac{T_2}{2T_1^2}\right)^2 - \frac{1}{T_1^2}}. \quad (33)$$

Если  $\left(\frac{T_2}{2T_1^2}\right)^2 > \frac{1}{T_1^2}$ , то корни – отрицатель-

ные и вещественные. Тогда дифференциальное уравнение (31) можно представить в следующем виде:

$$\left(-\frac{\rho}{\rho_1} + 1\right) \left(-\frac{\rho}{\rho_2} + 1\right) \Delta \zeta_{\text{вых}} = L \zeta_{\text{вх}}, \quad (34)$$

где согласно алгебраическим основам квадратных уравнений [2]

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{1}{\rho_2} = T_1^2 \quad \text{и} \quad -\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) = T_2. \quad (35)$$

В этом случае звено второго порядка можно заменить двумя последовательно включенными инерционными звеньями

$$W_1(\rho) = \frac{L_1}{T_1 \rho + 1} \quad \text{и} \quad W_2(\rho) = \frac{L_2}{T_2 \rho + 1},$$

где  $L_1$  и  $L_2$  – коэффициенты передачи соответственно первого и второго инерционных звеньев.

Структурная схема САР, состоящая из двух инерционных звеньев, представлена на рис. 7.

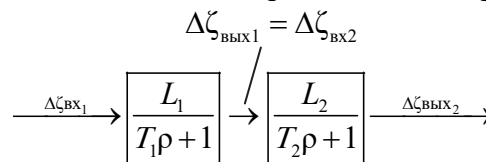


Рис. 7

Если  $\left(\frac{T_2}{2T_1}\right)^2 < \frac{1}{T_1^2}$ , то корни – комплексные,

и такое звено нельзя разложить на простейшие.

Звено в этом случае – колебательное и может быть представлено рис. 8.

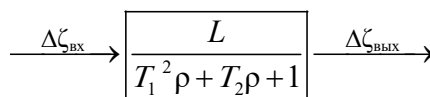


Рис. 8

Решение дифференциального уравнения при единичном изменении входной величины в этом случае имеет вид:

$$\Delta \zeta_{\text{вых}} = (\Delta \zeta_{\text{вх}})_{\text{уст}} + D \sin(\Omega t + \psi) e^{-\alpha},$$

где  $\Omega = \sqrt{\frac{1}{T^2} - \left(\frac{T_2}{2T_1}\right)^2}$  – круговая частота ра-

бочего элемента;  $(\Delta\xi_{\text{вых}})_{\text{уст}}$  – установившееся угловое положение рабочего элемента;  $D$  – начальная (максимальная) амплитуда колебаний;

$\alpha = \frac{T_2}{2T_1^2}$  – коэффициент затухания.

Переходная функция колебательного звена показана на рис. 9

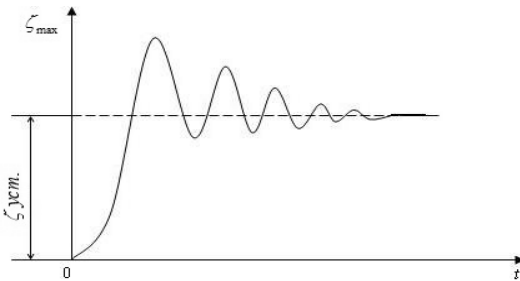


Рис. 9

При  $\xi_{\text{уст}} = 0$  вид переходного процесса на рис. 9 совпадает с изображением на рис. 6.

Заменив оператор  $p$  на  $j\omega$ , получим:

• амплитудно-частотную характеристику (рис. 10, а)

$$|W(j\omega)| = \frac{L}{\sqrt{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + (T_2 \omega)^2}}; \quad (36)$$

• фазо-частотную характеристику (рис. 10, б)

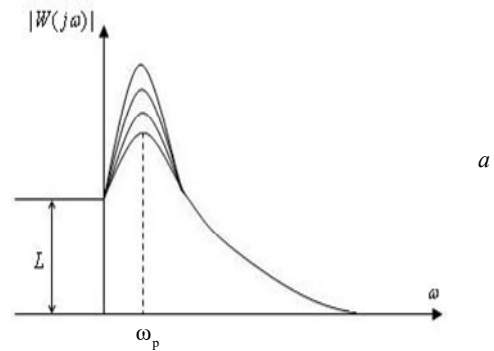
$$\zeta = -\arctg \frac{T_2 \omega}{1 - (T_1 \omega)^2}; \quad (37)$$

• амплитудно-фазовую частотную характеристику (см. рис. 10, в)

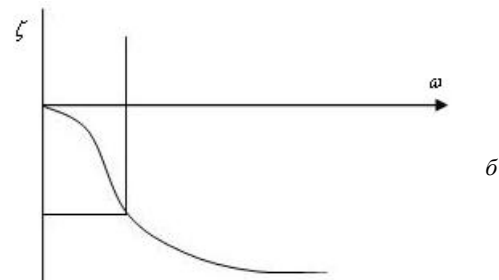
$$W(j\omega) = \frac{K_1}{(1 - T_1^2 \omega^2) + jT_2 \omega}. \quad (38)$$

Графически все указанные характеристики представлены на рис. 10. Отметим, что амплитудно-частотная характеристика имеет экстремум-максимум. Максимального значения функция  $|W(j\omega)|$  достигает при частоте резонанса  $\omega_p$ , которую можно определить, взяв производную от  $|W(j\omega)|$  и приравняв ее нулю, в частности производную от знаменателя:  $-2(1 - T_1^2 \omega_p^2)2T_1^2 \omega_p + 2T_2^2 \omega_p = 0$ , отсюда:

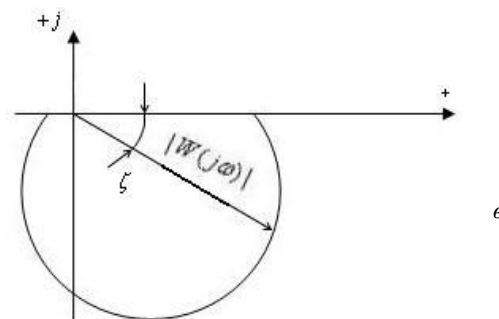
$$\omega_p^2 = \frac{1}{T_1^2} \left(1 - \frac{T_2^2}{2T_1^2}\right). \quad (39)$$



а



б



в

Рис. 10

Тогда значение  $|W(j\omega)|$  при частоте  $\omega_p$  согласно (36) и (39) определится выражением

$$|W(j\omega)|_{\text{max}} = \frac{K}{\frac{T_2}{T_1} \sqrt{1 - \frac{T_2^2}{4T_1^2}}}.$$

При  $\frac{T_2}{T_1} \rightarrow 0$   $\omega_p = \frac{1}{T_1}$  и тогда  $|W(j\omega)|_{\text{max}} \cong \frac{K}{T_2 / T_1} \rightarrow \infty$ .

В этом случае кривая амплитудно-частотной характеристики при  $\omega_p = 1/T_1$  имеет пик, уходящий в бесконечность. Из этого следует вывод, что для относительно колебательного звена необходимо проявлять осторожность, чтобы при частотах, близких к значению  $1/T_1$  (резонанс) нарастание амплитуды колебаний не достигала значительных величин.

**Заключение.** В результате рассмотрения поворотного рабочего элемента (рабочего органа робота, исполнительного элемента манипулятора и других элементов), на который воздействует сила упругого элемента, получено:

- характеристику двигателя  $M_{дв} = f(\omega)$ , которая, как правило, не имеет четко выраженной математической зависимости, представленной в виде наклонной прямой *в отрезках*, что позволило получить неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка и рассмотреть действие поворотного рабочего элемента в переходных режимах разгона/торможения;

- характер переходных процессов разгона/торможения зависит от параметров (коэффициентов) указанного дифференциального уравнения, в частности от корней его характеристического уравнения – корни могут быть как действительными отрицательными числами и тогда переходные процессы разгона/торможения поворотного рабочего элемента носят характер возрастающих (разгон) и убывающих (торможение) экспонент, так и комплексными и тогда переходные процессы носят характер затухающих (определен декремент затухания) гармонических колебаний;

- поворотный рабочий элемент рассмотрен как автономное звено САР: показано, что в зависимости от корней характеристического уравнения это звено может быть представлено либо

как два последовательно включенных инерционных звена (действительные корни), либо как колебательное звено (комплексные корни); приведены частотные характеристики колебательного звена;

- получена возможность не только оценить достигаемый результат, но и активно его изменения, для чего имеется достаточно широкий арсенал средств – параметры приводного двигателя (крутящий момент, частота вращения), параметры поворотного рабочего элемента (масса, момент инерции, конструкция), параметр упругого элемента (жесткость его характеристики). Анализ показал, что при частотах, близких к значению  $1/T_1$ , система может войти в резонанс, в результате чего амплитуда колебаний может достигать значительных величин.

1. Гриценко В.И., Родионов А.А., Перлов Е.Ф. Некоторые аспекты динамики переходных процессов поворотного рабочего элемента, действующего без упругих и вязкоупругих сил // УСиМ. – 2012. – № 5. – С. 36–45.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров – М.: Наука – 1981, – 720 с.
3. Солодовников В.В., Плотников В.А., Яковлев А.В. Основы теории и элементы системы автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.

Поступила 18.10.2016

Тел. для справок: +38 044 526-0688 (Киев)

© Е.Ф. Перлов, 2016

UDC 007.72; 531.395; 531.553; 621.51/54

Ye.F. Perlov

## Some Aspects of the Dynamics of the Transient Rotary Operating Element Under the Influence of the Elastic Forces

**Key words:** rotary working element, dynamic, acceleration-deceleration, differential equation, automatic control system.

**Background.** It is vitally necessary to create the mathematical model of the dynamic behavior of the rotary operating element, which is under the influence of inertial forces, the forces of friction and elastic forces in transient regimes of acceleration and deceleration for using the model in robotics, manipulators, etc.

**Statement.** Due to the mathematical model results of the rotary operating element, working, as a rule, with high angular and linear velocities and accelerations, performing herewith high-precision coordinate orientation, there is the possibility to examine the dynamics of its behavior (movement) in acceleration and deceleration modes. This moving may be realized either by an exponential law, or under the law of damped harmonic oscillations. Except stated, the rotary working element is considered as a link of the automatic control system (ACS). In this case, the rotary working element can be represented either by the 2<sup>nd</sup> order link and this link can be replaced by two series-connected inertial links or as an oscillating link.

**Research methodology.** These results are achieved due to the resulting inhomogeneous differential equation of 2<sup>nd</sup> order. Depending on the structure of the characteristic equation roots (real or complex roots), transients can be carried out either by an exponential law (real roots), or under the law of damped harmonic oscillations (complex roots). Moreover, the rotary operating element is considered as a link of ACS, that has been made possible by the resulting differential equation, which is presented in a symbolic way by which amplitude-frequency, phase-frequency and amplitude-phase characteristics of the rotary operating element are obtained as a link of the ACS.

**Conclusion.** At the end of the article there are conclusions that enable the practical use of the results.