

Расчетная модель предельного упрочнения материалов при многоциклового усталости и определение ее параметров. Сообщение 2. Расчетное описание кинетики неупругих циклических деформаций

Г. В. Цыбанев, А. И. Новиков

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Описанная ранее авторами модель предельного упрочнения материалов, основанная на учете упрочнения в зоне локализации неупругих деформаций, применяется к оценке их многоциклового долговечности. Разработан метод определения локальной неупругой деформации для простого случая нагружения. Показана перспектива использования модели для разнообразных сложных случаев нагружения.

Ключевые слова: предельное упрочнение материала, долговечность, локальная зона, локальный циклический предел текучести, неупругие деформации.

Введение. Исследования неупругих деформаций металлических материалов различных металлургических классов при циклическом нагружении свидетельствуют о том, что в процессе усталости они изменяются по разным законам. Для большинства материалов кинетика неупругих деформаций заключается в их начальном существенном изменении с дальнейшей стабилизацией и возможным последующим небольшим изменением [1].

Ввиду неомогенности материала в нем всегда имеются некоторые микрзоны, в которых при циклическом нагружении возникают неупругие деформации достаточно большого уровня, несмотря на то что основная его часть деформируется упруго [2].

Многоцикловое деформирование материалов с образованием петель гистерезиса (как проявление микропластических деформаций) происходит при превышении некоторого уровня циклической нагрузки, разного для разных материалов.

Практика исследования большого количества металлических конструкционных материалов показывает, что в основном они являются циклически разупрочняющимися и лишь некоторые из них – упрочняющимися. При этом наиболее полно исследованы стали ферритно-перлитного класса.

Для некоторых сталей ферритно-перлитного класса под воздействием циклического деформирования при постоянных нагрузках на стадии стабилизации неупругих деформаций наблюдается уменьшение их размаха с наработкой, что соответствует увеличению предела текучести, т.е. упрочнению материала [2]. Этот факт был положен в основу предложенной ранее расчетной модели упрочнения материалов [3].

В настоящем сообщении рассматривается возможность аналитического определения кинетики неупругих деформаций на основе расчетной модели упрочнения материалов [3], описывающей протекание процесса многоциклового усталости исходя из характеристик, имеющихся в базе данных [4].

Разработанная модель основана на расчетном методе Афанасьева для построения кривой усталости при использовании статической диаграммы деформирования [5] с применением деформационной схемы упрочнения Орована [6]. Предлагается определять параметры упрочнения материала не на основании статической диаграммы деформирования, а по известным кривым усталости и использовать их для нахождения параметров диаграммы циклического упрочнения, что позволяет устанавливать закономерности протекания локальных неупругих деформаций в процессе усталости материала.

Основные зависимости для определения кинетики неупругого циклического деформирования на основании предложенной модели. Ранее [3] была описана модель, в которой рассматривается циклическое неупругое деформирование материалов в локальной зоне, являющейся потенциальным местом зарождения трещины усталости вследствие предельного упрочнения.

Для получения зависимостей по кинетике неупругого циклического деформирования запишем необходимые соотношения, следующие из модели [3].

Упругая и пластическая составляющие полной деформации на каждом полуцикле могут быть найдены как отношения:

$$\varepsilon_{el,i} = \frac{\sigma_{T,i}}{E}; \quad \varepsilon_{pl,i} = \frac{\sigma_a - \sigma_{T,i}}{E}, \quad (1)$$

где $\varepsilon_{el,i}$, $\varepsilon_{pl,i}$ – значения упругой и пластической деформации в i -м полуцикле нагрузки соответственно; $\sigma_{T,i}$ – локальный циклический предел текучести в i -м полуцикле нагрузки; σ_a – амплитудное напряжение локальной зоны в поверхностном слое при многоцикловом циклическом деформировании; E – модуль продольной упругости; i – индекс, соответствующий полуциклам нагружения ($1 \leq i \leq 2N$).

Функция упрочнения принимается в виде степенной зависимости, связанной с пластической деформацией [5] и описывающей повышение локального циклического предела текучести от начального значения $\sigma_{T,0}$ до определенного граничного, при котором наступает предельное состояние рассматриваемой локальной зоны:

$$\sigma_T = \sigma_{T,0} + f(\varepsilon_{pl}) = \sigma_{T,0} + b(\sigma_a - \sigma_T)^{1/a}, \quad (2)$$

где σ_T – текущее значение локального циклического предела текучести; $\sigma_{T,0}$ – начальный локальный циклический предел текучести; $f(\varepsilon_{pl})$ – ядро функции упрочнения; a – показатель политропы, отвечающий за отклонение процесса упрочнения от линейного закона; b – коэффициент пропорциональности, отвечающий за часть упрочнения, приобретенного на данном цикле нагружения.

Значение локального циклического предела текучести на $(i+1)$ -м полуцикле можно записать через рекуррентную зависимость от предыдущего значения, связанную с локальной неупругой деформацией:

$$\sigma_{T,i+1} = \sigma_{T,i} + \frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} \varepsilon_{pl,i}. \quad (3)$$

Частная производная в знаменателе зависимости (3) определяется из зависимости (2) при дифференцировании ее по ε_{pl} и дальнейшей подстановке $(\sigma_a - \sigma_T)$ из (2):

$$\frac{\partial f(\varepsilon_{pl})}{\partial \varepsilon_{pl}} = \frac{b^a (\sigma_T - \sigma_{T,0})^{1-a}}{a + b^a (\sigma_T - \sigma_{T,0})^{1-a}}. \quad (4)$$

Подставив (1) и (4) в (3) с учетом выражения (2), переписанного для i -го полуцикла, получим уравнение для нахождения предела текучести в каждом полуцикле нагружения:

$$\sigma_{T,i+1} = \sigma_{T,i} + \frac{1}{E} \frac{b(\sigma_a - \sigma_{T,i})^{(1-a)/a}}{a + b(\sigma_a - \sigma_{T,i})^{(1-a)/a}} (\sigma_a - \sigma_{T,i})^a. \quad (5)$$

Рекуррентная зависимость (5) действительна при изменении локального циклического предела текучести от его начального значения $\sigma_{T,0}$ до критического $\sigma_{T,cr}$, по достижении которого состояние материала в рассматриваемой зоне становится предельным, что приводит к разрушению.

После определения предела текучести $\sigma_{T,i}$ на каждом полуцикле нагружения можно найти соответствующий каждому циклу нагружения размах неупругой деформации $\Delta \varepsilon_{pl}$, определяемый как сумма неупругих деформаций в двух полуциклах, составляющих один цикл нагружения:

$$\Delta \varepsilon_{pl,j} = \varepsilon_{pl,2j-1} + \varepsilon_{pl,2j}, \quad (6)$$

где j – индекс, соответствующий циклам нагружения ($1 \leq j \leq N$).

Выражение (6) с учетом (1) преобразуется следующим образом:

$$\Delta \varepsilon_{pl,j} = \frac{2\sigma_a - \sigma_{T,2j-1} - \sigma_{T,2j}}{E}. \quad (7)$$

Сравнение экспериментальных данных по кинетике циклического неупругого деформирования с расчетными. Полученные в работах [2, 7] экспериментальные данные по кинетике циклического неупругого деформирования сталей, для которых ранее [3] определены параметры диаграмм циклического упрочнения, сопоставлялись с расчетными, определяемыми с помощью модели.

Для определения расчетной неупругой деформации необходимо по зависимостям (5) и (7) найти значения предела текучести $\sigma_{T,i}$ и пластической деформации $\varepsilon_{pl,i}$ в каждом цикле.

Для ряда материалов по предложенной ранее [3] схеме были получены значения параметров упрочнения a и b , определяющие физико-механические свойства циклического деформирования (таблица).

**Значения параметров a и b для выбранных материалов
и координаты характерных точек кривых усталости по полному разрушению [3]**

Сталь	$N_k \cdot 10^{-4}$, цикл	σ_k , МПа	N_0 , цикл	σ_{-1} , МПа	a	b	Литературный источник
45(I)	5	320	$1,0 \cdot 10^6$	270	1,79	0,47	[2]
15кп	5	205	$4,0 \cdot 10^6$	157	1,33	0,14	[2]
45(II)	5	265	$0,8 \cdot 10^6$	210	1,57	0,29	[7]
1X13	5	335	$1,0 \cdot 10^7$	270	1,83	0,55	[7]

Приняв, как и в [3], что $\sigma_{T,0} = 0,5\sigma_{-1}$, а изменение величины σ_T по зависимости (5) происходит до $n = N$, можно построить графики изменения размаха неупругой деформации от числа циклов нагружения для выбранных материалов (рис. 1).

На рис. 1 графики кривых для низких амплитуд нагружения показаны не полностью из-за высоких значений по долговечности, а также с целью удобства сравнения и представления результатов. Несмотря на это, отметим, что при больших наработках (не приведены на рис. 1) наблюдается хорошее соответствие между расчетной и экспериментальной кинетикой циклических неупругих деформаций. Заметим, что расчетные данные меньше экспериментальных при похожей кинетике упрочнения.

Из рис. 1 видно, что расчетные зависимости монотонны и отображают разработанную модель: происходит стабильное снижение неупругой деформации на всех уровнях амплитуд напряжений. В то же время характер экспериментальных кривых немонотонный в начальный и конечный моменты нагружения. Такое существенное расхождение между расчетными и экспериментальными кривыми можно считать закономерным. Обусловлено оно протеканием конкурирующих процессов упрочнения и разупрочнения в объеме всей рабочей части образца при проведении эксперимента с измерением циклических неупругих деформаций. В этой связи описанный процесс отличается от расчетного, в котором предусматривается протекание только упрочнения в самых слабых элементах структуры в поверхностном слое материала, т.е. в локальном объеме материала, которое и приводит к усталостному разрушению [2, 7]. Особенно отмеченное различие между расчетными и экспериментальными кривыми изменения неупругих деформаций наблюдается в начальный период наработки и при высоких напряжениях.

В соответствии с [8] начальное скольжение и упрочнение материала начинаются в самых слабых единицах структуры, которые и приводят в последующем к зарождению и росту магистральной трещины. Поэтому указанные различия между расчетными и экспериментальными кривыми с увеличением числа циклов нагружения можно считать логичными и закономерными.

Анализируя рис. 1, можно выделить закономерности изменения неупругой деформации при исчерпании ресурса образца. Весьма показательным для трактовки правильности модели является близость расчетных значений не-

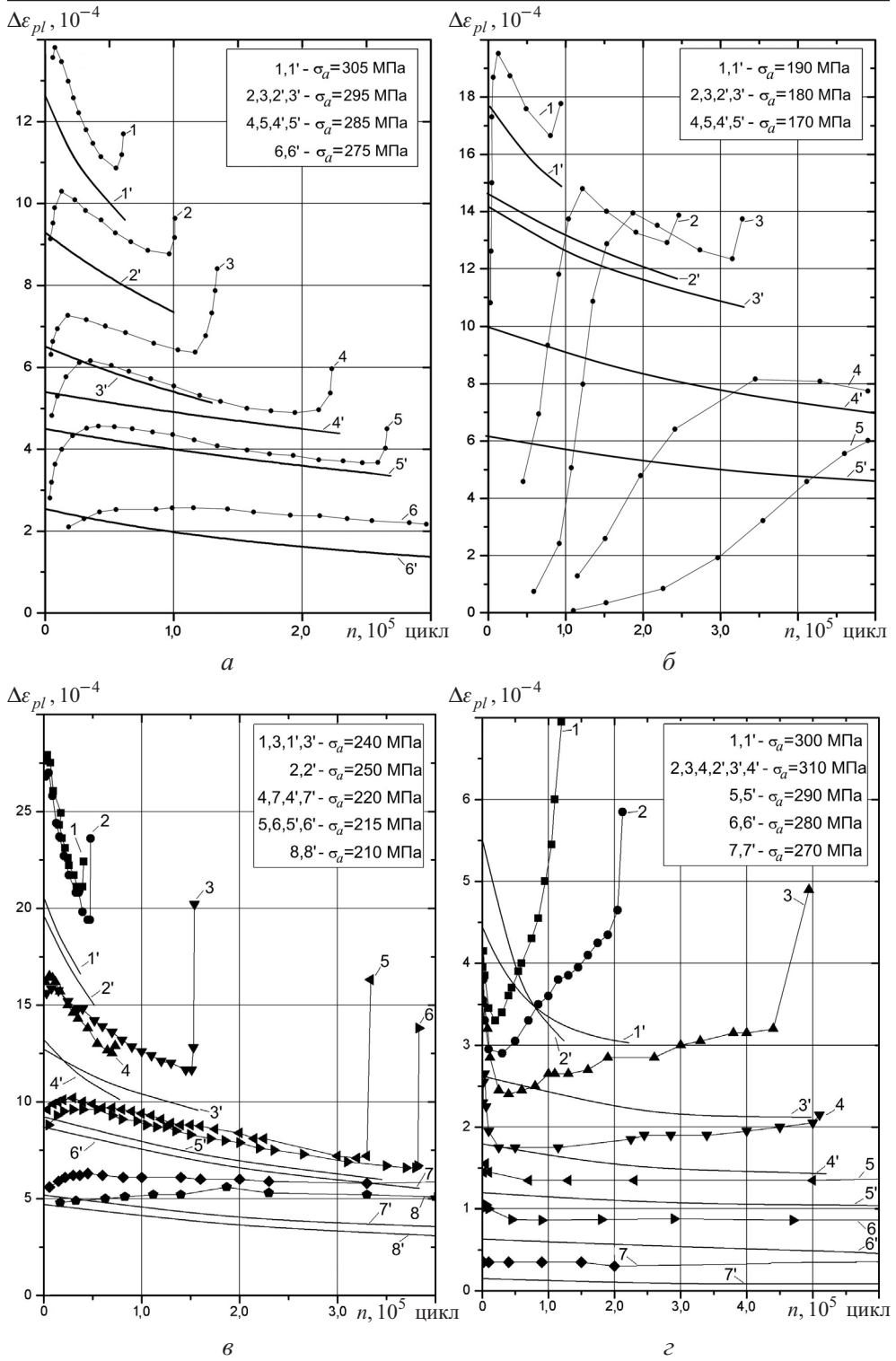


Рис. 1. Расчетное (цифры со штрихом) и экспериментальное (цифры без штрихов) [2, 7] изменение размаха неупругой деформации за цикл в зависимости от числа циклов нагружения для сталей 45(I) – *a*, 15кп – *б*, 45(II) – *в* и 1X13 – *г* при разных σ_a .

упругой деформации к экспериментальным на участке их плавного изменения (рис. 1), что свидетельствует о корректности допущений при построении модели. Можно предположить, что близость рассчитанных значений к экспериментальным $\Delta \epsilon_{pl}$ соответствует более однородным структурам – это ферритно-перлитные стали 45 и 15кп, где локальный уровень неупругих деформаций отражает их общий уровень.

Для ферритно-мартенситной стали 1Х13 как материала с менее однородной структурой различие между расчетной и экспериментальной $\Delta \epsilon_{pl}$, особенно для высоких амплитуд напряжений, существенно. В таком случае $\Delta \epsilon_{pl}$ при наработке, равной половине долговечности (используются как характеристики неупругости материалов при оценке их долговечности по деформационным критериям), имеют близкие значения (на рис. 1,2 область пересечения кривых 1 и 1', 2 и 2'). При более низких значениях напряжений, когда характер изменения кинетических кривых неупругого деформирования монотонный, соответствие между экспериментальными и расчетными значениями удовлетворительное.

Подобные результаты для циклически малопластичных материалов, для которых экспериментально не обнаружены неупругие деформации при нижнем пределе их измерения $1 \cdot 10^{-5}$ мм/мм, свидетельствуют, что получаемый расчетный уровень $\Delta \epsilon_{pl}$ на порядок ниже, чем для пластичных материалов.

На рис. 2 схематически представлены кривые упрочнения и кинетики неупругой циклической деформации с характерными участками, соответствующими изменению процесса деформирования. На обобщенной экспериментальной кривой изменения неупругой деформации в зависимости от числа циклов нагружения можно выделить три характерных участка: *OA* – участок стабилизации неупругих деформаций (конкурирующие процессы упрочнения и разупрочнения); *AB* – участок монотонного снижения уровня пластических деформаций (стадия упрочнения); *BC* – участок резкого увеличения неупругих деформаций (долом, связанный с ростом макротрещины).

Экспериментальные кривые отражают суммарный процесс неупругого деформирования рабочей части образца, в которой в начальный момент нагружения происходят процессы стабилизации деформирования в объемах с упрочнением и разупрочнением материала (на рис. 2 участки *OA*). В зависимости от преобладающих процессов начальный участок может отражать как увеличение, так и уменьшение неупругой деформации, чем и объясняется различие между рассчитанными по модели и экспериментальными кривыми. Из экспериментов также следует, что наблюдаемый участок увеличения неупругой деформации в конечный момент нагружения связан с ростом макротрещины (на рис. 2 участки *BC*).

Было также замечено, что при построении кривой упрочнения по зависимостям (5), (7) для локальной зоны, в которой имеет место неупругое циклическое деформирование, расчетная долговечность образцов выше, чем соответствующая ей экспериментальная, вследствие того что по достижении предельного состояния увеличение предела текучести в аналитическом выражении модели происходит крайне медленно (на рис. 2 участки *BC**). Как видно из проведенных экспериментов [9], конечная стадия циклического нагружения перед разрушением образца характеризуется резким увеличением

уровня пластических деформаций, что соответствует росту макротрещины (на рис. 2 участки BC), т.е. расчетная долговечность, полученная по выкладкам, основанным на предложенной модели, выше экспериментальной на 15...40%. Вследствие этого в расчетах снижен уровень критического значения локального циклического предела текучести, при котором наступает предельное состояние материалов, на $(1 - m)\%$ базового значения (m – величина, определенная из условия одновременного достижения предельного состояния расчетной и экспериментальной кривыми упрочнения при исследуемых долговечностях). Для материалов, приведенных в таблице, величина m составляет 5%.

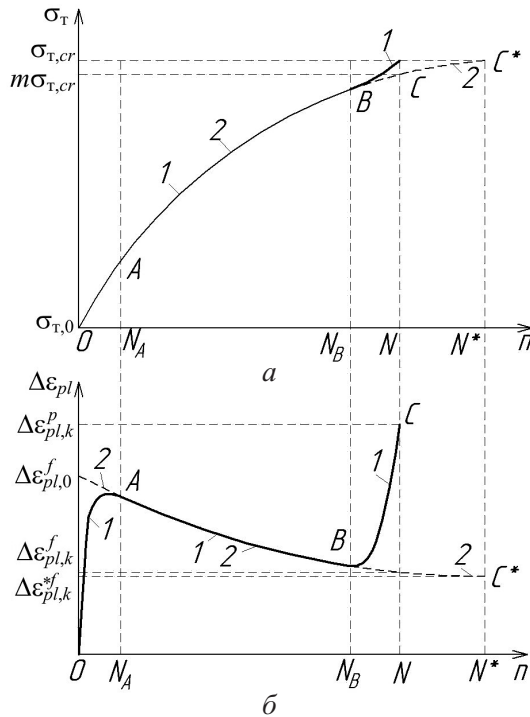


Рис. 2. Схематическое представление кривых упрочнения (а) и кинетики циклической неупругой деформации (б) с отмеченными характерными участками (1 – эксперимент, 2 – расчет по (5), (7)). (N_A , N_B – числа циклов нагружения, соответствующие переходным процессам в материале, т.е. началу и концу стадии упрочнения; N , N^* – экспериментальная и рассчитанная по модели ((5), (7)) долговечности соответственно.)

Заключение. По предложенной ранее модели предельного упрочнения материала для области многоциклового усталости, основанной на математическом описании Афанасьева и схеме упрочнения Орована, определена кинетика локального циклического неупругого деформирования материала по кривой усталости с использованием предположений, внесенных авторами. С помощью модели предельного упрочнения материалов проведено сравнение расчетной кинетики циклического неупругого деформирования с экспериментальной, что свидетельствует о возможности ее использования для качественного и количественного описания неупругого деформирования материалов в процессе усталости.

Неоспоримым аспектом модели является то, что для нахождения параметров упрочнения и кинетики неупругих деформаций локальной зоны необходимо задаться обычно известными следующими характеристиками: σ_{-1} – предел выносливости при симметричном цикле; $N = f(\sigma)$ – кривая усталости; σ_b – предел статической прочности; E – модуль упругости первого рода.

Учитывая также преимущества применения деформационных моделей по сравнению с силовыми в качестве описания усталостной долговечности материалов [9], в дальнейшем характеристики неупругости, получаемые по разработанной модели, будут использоваться в программе расчета долговечности элементов конструкций в упругопластической постановке для нахождения напряженно-деформированного состояния в зонах повышенных напряжений при наличии переменных циклических амплитудных и средних напряжений, а также градиента напряжений. Таким образом, предполагается проводить расчет долговечности элементов конструкций по критерию достижения предельного упрочнения при наличии различных конструкционных и эксплуатационных факторов.

Резюме

За допомогою описаної раніше авторами моделі граничного зміцнення матеріалів, що базується на урахуванні зміцнення в зоні локалізації непружних деформацій, оцінюється їх багаточиклова довговічність. Розроблено метод визначення локальної непружної деформації для простого випадку навантаження. Показана перспектива використання моделі для різноманітних складних випадків навантаження.

1. Троценко В. Т. Усталость и неупругость металлов. – Киев: Наук. думка, 1971. – 267 с.
2. Троценко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. – Киев: Наук. думка, 1979. – 172 с.
3. Цыбанев Г. В., Новиков А. И. Расчетная модель предельного упрочнения материалов при многоциклового усталости и определение ее параметров. Сообщ. 1. Описание модели // Пробл. прочности. – 2010. – № 6. – С. 122 – 136.
4. Троценко В. Т., Лепихин П. П., Хамаза Л. А., Бабич Ю. Н. Автоматизированный банк данных “Прочность материалов” // Там же. – 2009. – № 3. – С. 5 – 13.
5. Афанасьев Н. Н. Статистическая теория усталостной прочности металлов. – Киев: Из-во АН УССР, 1953. – 128 с.
6. Orowan E. Theory of the fatigue of metals // Proc. Roy. Soc. London A. – 1939. – 171, No. 944. – P. 79 – 106.
7. Коваль Ю. И. Кинетика изменений неупругих деформаций в сталях 45 и 1Х13 при стационарном и программном нагружении // Пробл. прочности. – 1974. – № 3. – С. 14 – 18.

8. *Иванова В. С., Терентьев В. Ф.* Природа усталости металлов. – М.: Металлургия, 1975. – 456 с.
9. *Троценко В. Т., Коваль Ю. И., Цыбанев Г. В.* Исследование связи усталостной долговечности металлов с уровнем циклических неупругих деформаций // Пробл. прочности. – 1977. – № 11. – С. 9 – 14.

Поступила 24. 12. 2008