

Вероятностная модель многоочагового усталостного повреждения заклепочных соединений авиационных конструкций

С. Р. Игнатович

Национальный авиационный университет, Киев, Украина

ignatovich@nau.edu.ua

Вероятностная модель процесса многоочагового повреждения заклепочных соединений авиационных конструкций базируется на статистическом описании во времени трех факторов усталостного разрушения: времени до образования трещины у отверстий под заклепку; размерной неоднородности дефектов и объединения встречных трещин из соседних отверстий. На основании вероятностных показателей этих факторов определяются временные характеристики работоспособности заклепочного соединения: функция безотказной работы и функция распределения ресурса конструкции. Предельное состояние конструкции – разрушение хотя бы одной перемычки между отверстиями.

Ключевые слова: многоочаговое повреждение, образование усталостных трещин, распределение длины трещин, объединение трещин, надежность и ресурс заклепочного соединения.

Введение. Многоочаговое повреждение (multiple site damage – MSD) авиационных конструкций проявляется, как правило, в заклепочных соединениях и характеризуется образованием усталостных трещин у отверстий под заклепки, их распространением вдоль соединения и объединением трещин, растущих навстречу друг другу из соседних отверстий [1]. Проблема MSD начала интенсивно изучаться с начала 90-х годов после летного происшествия с самолетом B737 в 1988 году [2], а требования к обеспечению летной годности воздушных судов с учетом MSD элементов конструкций приведены в соответствующих нормативных документах [3, 4]. Следует отметить, что особенную актуальность проблема MSD приобретает при оценке работоспособности, назначении периодичности осмотров и прогнозировании остаточной прочности стареющего парка самолетов [5, 6].

Учитывая большое количество заклепочных соединений в конструкциях современных летательных аппаратов, вполне очевидно, что оценка ресурсных показателей, надежности и остаточной прочности таких конструкций должна проводиться в вероятностном аспекте.

В работе [7] предложен подход к построению приближенной модели развития MSD в заклепочных соединениях, основанный на статистическом представлении остаточной прочности авиационной конструкции как функции времени эксплуатации, количества и размеров усталостных трещин, конфигурации их распределения по заклепочному ряду, взаимного влияния трещин при нагружении и др. Рассмотрен упрощенный вариант такой модели, когда все трещины имеют одинаковый размер, а основным повреждающим фактором является неблагоприятная конфигурация их рассредоточения в ряду отверстий под заклепки. Такой подход не противоречит нормативным требованиям [3], согласно которым при отсутствии информации о размерной неоднородности многоочаговых трещин: "... рекомендуется при определении предельного состояния принимать одинаковый размер повреждения в каждом из идентичных очагов". Однако отсутствуют рекомендации по выбору этого размера, что может привести как к занижению, так и завышению ресурсных показателей конструкций.

Случайная природа MSD обусловлена стохастическим рассеиванием времени до образования трещин, случайным характером эксплуатационного нагружения, случайным распространением и объединением трещин. Большинство из этих факторов учитывается при численном моделировании данного вида поврежденности. Для этого, как правило, используется метод Монте-Карло, реализующий различные модели усталостного разрушения заклепочных соединений [8–11]. Результатом численного эксперимента являются статистические оценки характеристик прочности и долговечности конструкции. Это изменение остаточной прочности от времени эксплуатации [8], соотношение между продолжительностью стадий до зарождения трещин и их распространения до критического размера [9, 10], распределение количества полетных циклов до разрушения [9, 11], статистические характеристики поврежденности, необходимые для оценки уровня риска при эксплуатации авиационных конструкций с допустимыми повреждениями [11].

Несмотря на эффективность результатов численного эксперимента, они, как правило, ограничиваются областью значений задаваемых при моделировании параметров и не отражают целостного влияния на процесс MSD определяющих факторов: образование трещин, формирование их размерной неоднородности вследствие случайного зарождения и распространения трещин, явления взаимодействия встречных трещин при их объединении.

С учетом этого цель настоящей работы – разработка обобщенной вероятностной модели MSD, основанной на статистическом описании основных проявлений усталостной поврежденности заклепочных соединений и используемой для определения надежности и вероятностного прогнозирования ресурсных показателей авиационных конструкций с большим количеством концентраторов напряжений.

Как будет показано ниже, базовой характеристикой вероятностной модели MSD служит статистическое распределение циклической наработки до образования усталостной трещины. Поэтому рассмотрим этот вопрос более подробно.

Образование усталостных трещин в авиационных конструкциях. Согласно принципу допустимого повреждения (damage tolerance) современные подходы к прогнозированию предельного состояния авиационных конструкций и обоснованию оптимальных сроков их контроля в эксплуатации основываются на использовании аналитических закономерностей роста усталостных трещин [12]. При этом необходимо идентифицировать стадию образования (зарождения) трещины в конструкциях, которая характеризуется начальным размером трещины (initial flaw size – IFS) и временем (количеством циклов) до ее образования (time to crack initiation – TTCI).

В настоящее время известны два подхода к трактовке начальной стадии усталостного разрушения авиационных конструкций [13].

Один из них основан на предположении, что в изделии до начала эксплуатации существуют малоразмерные множественные дефекты, обусловленные несовершенством структуры материала и качеством технологии изготовления деталей. Применительно к усталостному разрушению самолетных конструкций, инициируемому из отверстий в заклепочных соединениях, данная концепция получила название эквивалента начального качества (equivalent initial quality – EIQ) [14]. Количественным показателем EIQ является размер исходного дефекта a_i (equivalent initial flaw size – EIFS). Это условные, а не физически выявляемые дефекты, размеры которых (0,004–0,055 мм) определяются обратной экстраполяцией кривых роста трещин и корректируются в соответствии с результатами фрактографических исследований [14].

Статистическая интерпретация модели усталостного разрушения в рамках концепции EIFS базируется на использовании вероятностного распределения $f(a_i)$ [15, 16]. Поскольку получить такое распределение на основании прямых измерений проблематично, предлагается искусственный прием, основанный на обратной экстраполяции кривых роста трещин $a(t)$ до значения $t = 0$. При этом осуществляется

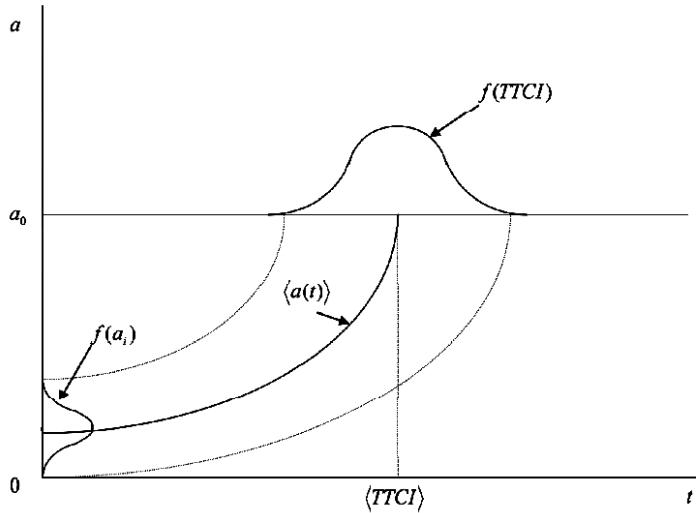


Рис. 1. Схема определения статистического распределения EIFS $f(a_i)$ по распределению $f(TTCI)$ методом обратной экстраполяции зависимости длины трещины a от времени t [13, 17]; $f(\cdot)$ – функция распределения случайной величины; $\langle \cdot \rangle$ – среднее значение случайной величины.

трансформация распределения времени $f(TTCI)$ до образования трещины длиной a_0 (reference crack size) в распределение EIFS (рис. 1) [13, 17].

Полученное распределение EIFS экстраполируется на весь период усталостной повреждаемости и на основании этого определяются параметры распределения долговечности при MSD [13]. Подход, основанный на концепции EIFS, используется также при моделировании MSD методом Монте-Карло [8, 11].

Необходимо отметить искусственность приема обратной экстраполяции кривых роста трещин от миллиметрового размерного уровня (a_0) до микрометрового (a_i). При этом не учитываются особенности поведения малых (коротких) усталостных трещин и трещин в области порогового коэффициента интенсивности напряжений K_{th} .

Другая концепция (TTCI) основана на регистрации циклической наработки до образования трещины с заданным начальным размером a_0 . Данный размер трещины является детерминированной величиной, а случайной величиной будет время до формирования такой трещины (TTCI). Обозначим функцию и плотность распределения этой случайной величины соответственно $F_i(t)$ и $f_i(t)$, где t – параметр продолжительности циклического нагружения (количество полетных циклов или полетных часов).

Проблемным вопросом концепции TTCI является обоснование размера начальной трещины a_0 . Вполне очевидно, что адекватное распределение времени до формирования такой трещины будет связано с ее длиной. Надежность средств неразрушающего контроля зависит от размера инспектируемых дефектов и, естественно, от условий контроля – в лаборатории при проведении экспериментов или в условиях эксплуатации авиационной техники. Применительно к отверстиям под заклепку в авиационных конструкциях значения a_0 используются в интервале 0,25...1,5 мм [13, 14, 18, 19] (обычно принимают $a_0 = 1,27$ мм [14]).

Согласно экспериментальным данным о разрушении самолетных конструкций случайная величина времени (число циклов) до образования трещины начальной длины a_0 в отверстиях под заклепки описывается двухпараметрическим (реже трехпараметрическим) распределением Вейбулла [4, 6, 15, 16, 20]:

$$F_i(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right], \quad (1)$$

где α – параметр формы; β – параметр масштаба.

Следует отметить, что в ряде случаев для ТТСИ применяется также логарифмически нормальное распределение [13, 17]. В дальнейшем будем использовать распределение (1), которое принято в качестве базового при оценке инициирования MSD и разработке эффективных инспекционных программ для парка самолетов корпорации Boeing [4].

В формуле (1) для алюминиевых сплавов авиационных конструкций обычно принимают $\alpha = 4$ [6, 15]. Есть рекомендации использовать различные значения параметра α в зависимости от рассматриваемого конструктивного элемента самолета и условий его нагружения: от $\alpha = 4$ (для самолета в целом) до $\alpha = 8$ (для критической детали при нагружении от перепада давления) [4].

Значение параметра масштаба β зависит от усталостного ресурса самолета, закладываемого при проектировании для заданного уровня надежности. Например, если проектный ресурс самолета равен 20000 полетов при минимальном уровне надежности 0,95, параметр β выбирается как удвоенное значение проектного ресурса, т.е. $\beta = 40000$ полетов [6].

Вероятностная модель MSD. Рассмотрим элемент обшивки фюзеляжа самолета, который расположен вдоль заклепочного соединения из n заклепок и включает перемычку между двумя соседними отверстиями радиуса r (рис. 2, а). Длина такого элемента L равна расстоянию между заклепками в ряду, а его ширина H ограничивается расстоянием между соседними рядами заклепок.

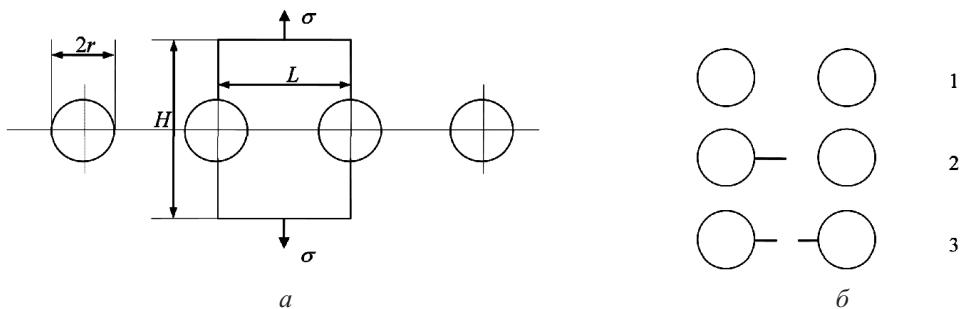


Рис. 2. Схема элемента обшивки между соседними отверстиями под заклепки (а) и возможные состояния его поврежденности (б).

При n заклепках количество таких элементов будет $n-1$, причем перемычка любого из них в момент времени t может находиться в трех возможных состояниях: 1 – трещины отсутствуют; 2 – присутствует одна трещина; 3 – имеются две трещины (рис. 2, б).

Предположим, что на начальной стадии MSD данные состояния являются независимыми, т.е. образование трещины в любом из отверстий не зависит от ее наличия с другой стороны этого же отверстия и в соседних отверстиях. Следует отметить, что при обширном развитии MSD принятое предположение становится некорректным, так как из-за наличия большого количества трещин будет уменьшаться несущее сечение обшивки вдоль заклепочного соединения и, как следствие, перераспределяться нагрузка у отверстий.

Таким образом, возможные состояния рассматриваемого элемента образуют полную группу независимых событий, их вероятности обозначим соответственно

$P_0(t)$, $P_1(t)$ и $P_2(t)$. Учитывая, что перемычка содержит два потенциальных источника зарождения трещин, выражим эти вероятности через функцию $F_i(t)$:

$$P_0(t) = [1 - F_i(t)]^2; \quad (2)$$

$$P_1(t) = 2F_i(t)[1 - F_i(t)]; \quad (3)$$

$$P_2(t) = F_i^2(t). \quad (4)$$

Принимаем, что предельное состояние при MSD соответствует разрушению хотя бы одной из перемычек в заклепочном соединении. Это событие может быть достигнуто двумя способами: вследствие распространения одной трещины в перемычке до предельной длины a_* , $a_* \leq L - 2r$ или объединения двух трещин, растущих в перемычке навстречу друг другу.

Вероятность реализации первого способа равна вероятности того, что хотя бы в одном элементе, имеющем на момент времени t одну трещину, ее длина будет больше предельной величины a_* . Определим эту вероятность в предположении, что известна функция распределения длины трещин в момент времени $t - F_a(a; t)$.

Для любого рассматриваемого элемента конструкции, содержащего одну трещину, вероятность того, что ее длина в момент времени t меньше значения a_* , будет равна

$$q_1(a_*; t) = F_a(a_*; t). \quad (5)$$

При достаточно большом n ($n >> 1$) количество таких элементов $n_1(t)$ можно определить из статистической оценки для вероятности $P_1(t)$:

$$n_1(t) = (n-1)P_1(t). \quad (6)$$

Вероятность того, что ни в одном из $n_1(t)$ элементов заклепочного соединения за время t длина трещин не будет выше значения a_* , с учетом (5) и (6) будет равна

$$Q_1(a_*; t) = q_1^{n_1(t)}(a_*; t) = F_a^{(n-1)P_1(t)}(a_*; t). \quad (7)$$

На основании (7) получим выражение для искомой вероятности предельного состояния, когда хотя бы в одной из перемычек заклепочного соединения в момент времени t длина трещины будет превышать критическое значение a_* :

$$\Omega_1(a_*; t) = 1 - Q_1(a_*; t) = 1 - F_a^{(n-1)P_1(t)}(a_*; t). \quad (8)$$

Рассмотрим второй способ реализации предельного состояния – разрушение перемычки вследствие объединения растущих навстречу друг другу трещин.

Пусть для элемента конструкции, содержащего две трещины в перемычке, известна вероятность их объединения $G(t)$ в момент времени t . Количество таких элементов при $n >> 1$ будет приближаться к значению

$$n_2(t) = (n-1)P_2(t). \quad (9)$$

Вероятность того, что ни в одном из $n_2(t)$ элементов заклепочного соединения за время t объединения трещин не произойдет, определяется соотношением

$$Q_2(t) = [1 - G(t)]^{(n-1)P_2(t)}. \quad (10)$$

Аналогично вышеиспользуемому подходу для вероятности реализации предельного состояния заклепочного соединения при объединении трещин хотя бы в одном элементе будем иметь

$$\Omega_2(t) = 1 - [1 - G(t)]^{(n-1)P_2(t)}. \quad (11)$$

Согласно принятому условию предельное состояние заклепочного соединения реализуется при разрушении хотя бы одной поврежденной перемычки либо из-за роста одной трещины до предельного размера a_* , либо из-за объединения распространяющихся навстречу друг другу трещин. Эти события являются независимыми, поэтому с использованием выражений (8) и (11) для вероятности наступления предельного состояния за время t можно записать

$$\Omega_*(t) = \Omega_1(a_*; t) + \Omega_2(t) = 2 - F_a^{(n-1)P_1(t)}(a_*; t) - [1 - G(t)]^{(n-1)P_2(t)}. \quad (12)$$

На основании формулы (12) можно получить ряд представляющих практический интерес результатов.

Вероятность безотказной работы. Как отмечалось выше, заклепочное соединение, состоящее из n заклепок в ряду, включает $n-1$ перемычек между отверстиями. Вероятность разрушения перемычки задается функцией (12) при условии, что она до этого была повреждена (имеет одну или две трещины). Вероятность повреждения равна $1 - P_0(t)$. Следовательно, для вероятности $P_*(t)$ события, что любая случайным образом выбранная из совокупности $n-1$ перемычки к моменту времени t разрушена, можно записать

$$P_*(t) = [1 - P_0(t)]\Omega_*(t). \quad (13)$$

Тогда вероятность безотказной работы (надежности) заклепочного соединения $R(t)$ – вероятность такого события, когда за время t ни одна из перемычек между отверстиями не будет разрушена, определится из выражения

$$R(t) = [1 - P_*(t)]^{n-1} = [1 - \Omega_*(t) + \Omega_*(t)P_0(t)]^{n-1}. \quad (14)$$

Распределение ресурса. Ресурс конструкции T по определению – это время эксплуатации до предельного состояния. Предельное состояние для функции $\Omega_*(t)$ задано условием разрушения хотя бы одной перемычки между отверстиями. В общем случае количество таких разрушенных перемычек $n_*(t)$ в момент времени t может быть $n_*(t) \geq 1$, поэтому для прогнозирования ресурса необходимо конкретизировать условие наступления предельного состояния в зависимости от значения $n_*(t)$.

Определим вероятность $P_{n-1}^{n_*}(t)$ того, что к моменту времени t из совокупности $n-1$ перемычек окажется не более n_* разрушенных. Такая вероятность будет

$$P_{n-1}^{n_*}(t) = \sum_{i=0}^{n_*} C_{n-1}^i P_*^i(t) [1 - P_*(t)]^{n-1-i}, \quad (15)$$

где C_{n-1}^i – биномиальные коэффициенты.

Отметим, что при $n_* = 0$ (все перемычки целы) из (15) следует выражение (14).

Естественно предположить, что в заклепочном соединении не должно допускаться много разрушенных перемычек. Тогда при малом значении n_* и достаточно большом $n-1$ ($n_* << n-1$) распределение количества разрушенных перемычек (15) асимптотически описывается законом Пуассона:

$$P_{n-1}^{n_*}(t) = \sum_{i=0}^{n_*} \frac{\eta^i(t)}{i!} e^{-\eta(t)}, \quad (16)$$

где $\eta(t)$ – среднее значение n_* , которое задается соотношением

$$\eta(t) = (n-1)P_*(t). \quad (17)$$

Пусть для рассматриваемого заклепочного соединения заранее оговорено, что предельное состояние реализуется при разрушении только одной перемычки: $n_* = 1$. В этом случае функция распределения ресурса $F_T(T)$ определится из условия $F_T(T) = \Pr\{n_*(T) > 1\}$, где $\Pr\{\cdot\}$ – оператор вероятности. На основании (16) получим

$$F_T(T) = 1 - \sum_{i=0}^1 \eta^i(T) e^{-\lambda(T)} = 1 - [1 + \eta(T)] e^{-\eta(T)}, \quad (18)$$

где параметр $\eta(T)$ определяется с помощью соотношений (13) и (17):

$$\eta(T) = (n-1)[1 - P_0(T)]\Omega_*(T). \quad (19)$$

Следует отметить, что распределение ресурса заклепочного соединения (18) связано с функцией его надежности $R(t)$. Так, из (14) получим

$$P_*(t) = 1 - R^{1/n-1}(t). \quad (20)$$

Тогда параметр распределения ресурса $\eta(T)$ согласно формуле (17) будет

$$\eta(T) = (n-1)[1 - R^{1/n-1}(T)]. \quad (21)$$

Для численной иллюстрации работоспособности предложенной модели MSD зададимся рядом заклепок в количестве $n = 50$ с размерными параметрами (рис. 1,*a*) $r = 2$ мм и $L = 20$ мм.

Функция распределения количества полетных циклов N до образования трещины у отверстия под заклепку $F_a(N)$ рассчитывается по формуле (1) с параметрами $\alpha = 4$ и $\beta = 40000$ (для проектного ресурса 20000 полетных циклов) [6]. Зависимости вероятностей (2)–(4) от количества полетных циклов приведены на рис. 3.

Полагаем, что распределение длины трещин в заклепочном соединении описывается показательным законом с линейной зависимостью среднего значения длины от циклической наработки $m_a(N)$. Тогда после количества полетных циклов N вероятность наличия трещины, длина которой не выше значения a_* , будет

$$F_a(a_*; N) = 1 - \exp\left[-\frac{a_*}{m_a(N)}\right], \quad (22)$$

где предельная длина трещины a_* равна расстоянию между соседними отверстиями, $a_* = L - 2r = 16$ мм; параметр $m_a(N)$, измеряемый в мм, задается зависимостью

$$m_a(N) = -0,67 + 1,67 \cdot 10^{-4} N. \quad (23)$$

На рис. 3 (кривая 4) показано изменение функции (22) в зависимости от количества полетных циклов.

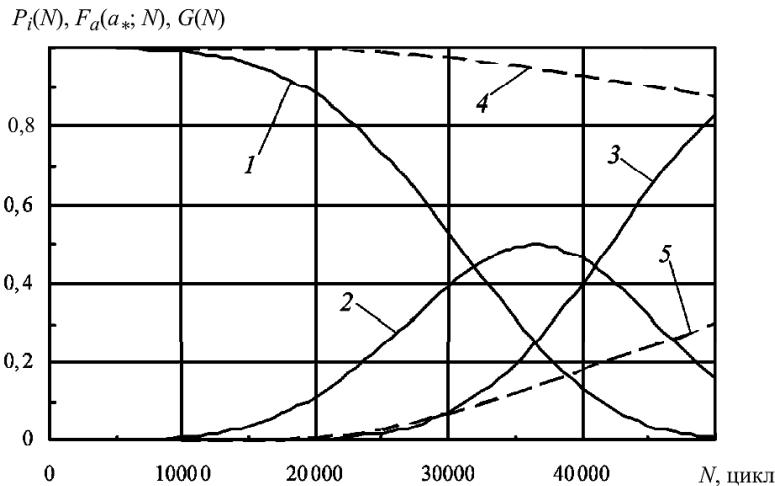


Рис. 3. Примерный расчет изменения вероятностных показателей MSD заклепочного соединения в зависимости от количества полетных циклов: 1 – $P_0(t)$, трещины нет; 2 – $P_1(t)$, наличие одной трещины; 3 – $P_2(t)$, наличие двух трещин; 4 – $F_d(a_*; N)$, наличие трещины длиной меньше значения a_* ; 5 – $G(N)$, объединение встречных трещин из соседних отверстий.

Выражение для вероятности объединения встречных трещин $G(N)$ можно определить на основании методики, изложенной ранее [21]. Для трещин, длина которых распределена по показательному закону, имеем

$$G(N) = [1 + a_* \lambda_p(N)] \exp[-a_* \lambda_p(N)], \quad (24)$$

где λ_p – параметр распределения длины трещин с учетом размеров зон пластической деформации у их вершин.

Данный параметр задается выражением [21]

$$\lambda_p(N) = \frac{2}{(1 + \beta_\sigma) m_a(N)}, \quad (25)$$

где β_σ – коэффициент, который определяет относительный размер зоны пластической деформации и зависит от прикладываемых напряжений и предела текучести материала (в расчетах принималось $\beta_\sigma = 0,7$).

График функции $G(N)$, рассчитанной по формуле (24) с учетом зависимостей (23) и (25), показан на рис. 3 кривой 5.

На основании полученных для вероятностных показателей MSD зависимостей (рис. 3) рассчитываются функции надежности и ресурса рассматриваемого заклепочного соединения (рис. 4).

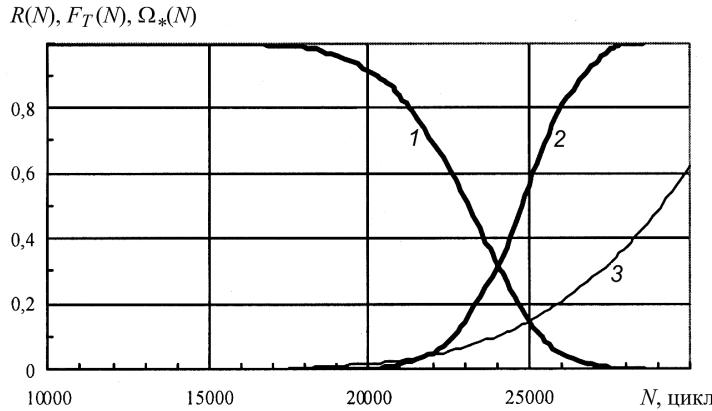


Рис. 4. Изменение надежности заклепочного соединения $R(N)$ – кривая 1, функции распределения ресурса $F_T(N)$ – кривая 2 и вероятности разрушении хотя бы одной поврежденной перемычки $\Omega_*(N)$ – кривая 3 от количества полетных циклов.

Зависимость вероятности разрушении хотя бы одной из поврежденных перемычек от количества полетных циклов $\Omega_*(N)$ определялась по формуле (12) (на рис. 4 кривая 3). Вероятность безотказной работы заклепочного соединения (функция надежности) $R(N)$ и функция распределения ресурса такого соединения $F_T(N)$ рассчитаны соответственно по формулам (14) и (18).

Вероятностные показатели надежности и ресурса заклепочного соединения (рис. 4) дают возможность решать целый ряд практически важных задач. Например, функцию $R(N)$ можно трактовать как изменение остаточной прочности заклепочного соединения и на основании ее изменения в зависимости от циклической наработки назначать периодичность контроля конструкции на наличие и развитие повреждений (особенно после 18000 полетов). Функция распределения ресурса $F_T(N)$ позволяет осуществлять обоснованное прогнозирование наработки до предельного состояния заклепочного соединения с учетом значения вероятности его реализации. Это определение основных числовых характеристик ресурса (среднее значение, дисперсия), а также назначение гамма-процентного ресурса.

Выводы

1. Для численной оценки надежности и ресурса заклепочных соединений авиационных конструкций при MSD необходимо располагать статистическими распределениями трех случайных величин: времени (количество полетных циклов) до образования усталостной трещины в отверстии под заклепку (функция распределения $F_i(t)$); длины трещин в фиксированный момент времени эксплуатации (функция распределения $F_a(a; t)$); времени до объединения трещин, растущих из соседних отверстий навстречу друг другу (функция распределения $G(t)$).

2. Наиболее информативной для авиационных конструкций является методология определения функции распределения $F_i(t)$. Следует ожидать, что данная функция является основополагающей, так как распределение длины трещин, описываемое функцией $F_a(a; t)$, в большей степени определяется случаем временем их образования. В свою очередь, случайное объединение встречных трещин (функция $G(t)$) объективно зависит от статистической неоднородности их размеров в фиксированный момент времени t .

3. Реализация методики численной оценки надежности и ресурса заклепочных соединений возможна при наличии адекватных статистических моделей, которые обосновывают функции $F_a(a; t)$ и $G(t)$.

Резюме

Ймовірнісна модель процесу багатоосередкованого пошкодження заклепочних з'єднань авіаційних конструкцій базується на статистичному опису у часі трьох факторів утомного руйнування: часу до виникнення тріщини біля отвору під заклепку; розмірної неоднорідності дефектів та об'єднання зустрічних тріщин із сусідніх отворів. На основі ймовірнісних показників цих факторів визначаються часові характеристики роботоздатності заклепочного з'єднання: функція безвідмовної роботи та функція розподілу ресурсу конструкції. Границний стан конструкції – руйнування хоча б однієї перемички між отворами.

1. Schijve J. Multiple-site damage in aircraft fuselage structures // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1995. – **18**, No. 3. – P. 329 – 344.
2. Hendricks W. R. The Aloha airlines accident – a new era for aging aircraft // Structural Integrity of Aging Airplanes / S. N. Atluri, S. G. Sampath, and P. Tong (Eds.). – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1991. – P. 153 – 166.
3. Метод определения соответствия к АП 25.571. Обеспечение безопасности конструкции по условиям прочности при длительной эксплуатации. – М.: Минтранс, 1996. – 29 с.
4. Recommendations for Regulatory Action to Prevent Widespread Fatigue Damage in the Commercial Airplane Fleet: a Report of the AAWG (Final Report) // Airworthiness Assurance Working Group, 1999. – 162 p.
5. Boller C. Structural health management of ageing aircraft and other infrastructure // Structural Health Monitoring. – Bangalore, India: Institute of Smart Structures and Systems (ISSS), 2002. – P. 1 – 59.
6. Rambalakos A. and Deodatis G. Non-periodic inspection of aging aircraft structures // Proc. 9th Joint FAA/DoD/NASA Conf. on Aging Aircraft (March 6–9, 2006, Atlanta, USA, GA). – 2006. – P. 1 – 18.
7. Pavelko V. and Timoshchenko J. Model of the multi-site fatigue damage in the thin-walled structure // Proc. 5th Int. Conf. “Reliability and Statistics in Transportation and Communication” (Part 2) (Oct. 13 – 14, 2005, Riga, Latvia). – Riga, 2005. – P. 327 – 334.
8. Wang H. L. and Grandt A. F. Monte Carlo analysis of widespread fatigue damage in lap joints // Analysis of Widespread Fatigue Damage in Aerospace Structures (Final Report for Air Force Office of Scientific Research) / Prep. by A. F. Grandt, Jr., T. N. Farris, and B. H. Hillberry / Purdue University. – 1999. – P. 25.
9. Proppe C. Probabilistic analysis of multi-site damage in aircraft fuselages // Comp. Mech. – 2003. – **30**, No. 4. – P. 323 – 329.
10. Garcia A. N. and Irving P. E. Lap joint MSD assessment using a probabilistic model // Proc. 11th Int. Conf. on Fracture “Aeronautics & Aerospace” (March 20–25, 2005, Turin, Italy). – 2005. – P. 74 – 79.
11. Cavallini G. and Lazzari R. A probabilistic approach to fatigue risk assessment in aerospace components // Eng. Fract. Mech. – 2007. – **74**, Issue 18. – P. 2964 – 2970.
12. Goranson U. G. Damage Tolerance. Facts and Fiction / Keynote Presentation in Int. Conf. on Damage Tolerance of Aircraft Structure (25 Sept. 2007, Delft, The Netherlands). – 2007. – 58 p.
13. Kim J. H., Zi G., Van S.-N., et al. Fatigue life prediction of multiple site damage based on probabilistic equivalent initial flaw model // Struct. Eng. Mech. – 2011. – **38**, No. 4. – P. 443 – 457.

14. *Handbook for Damage Tolerant Design. Section 3.2. Equivalent Initial Quality.* – 2010. – Р. 3.2.1 – 3.2.11.
15. *Durability Methods Development / Technical Report AFFDL-TR-79-3118. Vol. V: Durability Analysis Methodology Development / J. N. Yang, S. D. Manning, and W. R. Garver / Structural and Design Department, GDC, Fort Worth, Texas, US.* – 1979. – Р. 96.
16. *Yang J. N. Statistical estimation of economic life for aircraft structures // J. Aircraft.* – 1980. – № 17, No. 7. – Р. 528 – 535.
17. *Tong Y. C. Literature Review on Aircraft Structural Risk and Reliability Analysis (Technical Report) / Aeronautical and Maritime Research Laboratory. DSTO-TR-1110.* – 2001. – Р. 48.
18. *Joint Service Specification Guide for Aircraft Structures (JSSG-2006) / Department of Defense USA,* 1998.
19. *Handbook for Damage Tolerant Design. Section 1.3. Summary of Damage Tolerance Design Guidelines.* – 2010. – Р. 1.3.1 – 1.3.35.
20. *White P. Review of Methods and Approaches for the Structural Risk Assessment of Aircraft (Technical Report) / Defense Science and Technology Organisation. DSTO-TR-1916.* – 2006. – Р. 65.
21. *Игнатович С. Р., Кучер А. Г., Якушенко А. С., Баимта А. В. Моделирование объединения рассеянных поверхностных трещин. Сообщ. 1. Вероятностная модель объединения трещин // Пробл. прочности.* – 2004. – № 2. – С. 21 – 32.

Поступила 02. 04. 2013