

Численное моделирование динамических процессов упругопластического взаимодействия неоднородных пространственных тел на основе полуаналитического метода конечных элементов. Сообщение 2. Исследование динамического деформирования пространственных конструкций сложной формы

В. А. Баженов, А. И. Гуляр, И. И. Солодей¹

Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина

¹ isolodey@gmail.com

На примере расчетов реальных конструкций показаны возможности полуаналитического метода конечных элементов при исследовании переходных процессов пространственного деформирования неоднородных тел вращения и призматических тел сложной формы под действием импульсного нагружения с учетом зон контактного взаимодействия и нелинейной работы материала.

Ключевые слова: динамика, пластические деформации, поверхность контакта, неоднородные призматические тела и тела вращения, полуаналитический метод конечных элементов.

Введение. Ранее [1] на основе полуаналитического метода конечных элементов (ПМКЭ) разработан новый подход к моделированию пространственного контактного взаимодействия систем неоднородных упругопластических тел вращения и шарнирно опертых призматических тел, которые находятся под действием импульсного нагружения. При рассмотрении примеров взаимодействия неосесимметрично нагруженных конструкций и неоднородных тел с плавным и ступенчатым изменением свойств материала вдоль направляющей показаны преимущества предлагаемого численного аппарата. Полученные решения сравниваются с аналитическими и известными численными решениями других авторов. На всем интервале нагружения наблюдается качественное и количественное совпадение результатов. Полученные кривые сходимости по времени и числу неизвестных в дискретных моделях свидетельствуют о более высокой эффективности ПМКЭ по сравнению с методом конечных элементов (МКЭ) для исследуемого класса конструкций.

Возможности ПМКЭ при изучении переходных процессов пространственного деформирования неоднородных тел вращения и призматических тел сложной формы под действием импульсного нагружения с учетом зон контактного взаимодействия и нелинейной работы материала показаны на примере расчетов реальных конструкций.

Расчет плиты перекрытия под действием локального импульсного нагружения. В качестве примера применения ПМКЭ к исследованию динамического поведения призматических конструкций рассматривается задача упругого деформирования неоднородной плиты перекрытия, находящейся под действием локального импульсного нагружения вследствие падения прямоугольного куска бетона размером $0,12 \times 1,2 \times 1,2$ м с высоты 3 м. При взаимодействии допускается проскальзывание без трения и отлипание одной поверхности от другой. Геометрические размеры и размещение глобальных осей координат показаны на рис. 1. На нижней поверхности вдоль цифровых осей (46–49) и осей *A* и *D* (рис. 1) плита опирается на несущие стены, которые служат опорами.

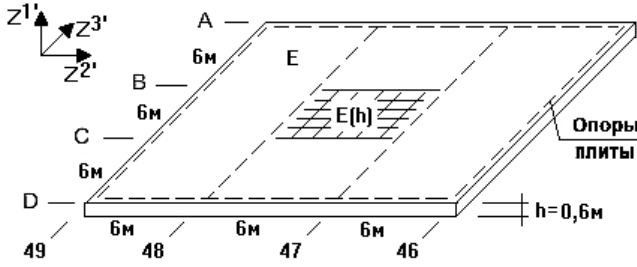


Рис. 1. Схема плиты перекрытия.

Перекрытие изготовлено из бетона марки В30. Коэффициент поперечной деформации ν принимается равным 0,2. Средняя плотность тяжелого бетона $\rho = 2400 \text{ кг/м}^3$. Модуль упругости бетона E природного затвердевания при сжатии и растяжении составляет $32,5 \cdot 10^3 \text{ МПа}$. Параметры прочности R_b и R_{bt} при сжатии и растяжении принимаются равными соответственно 22,22 и 1,818 МПа.

Предполагается, что модуль упругости материала E и параметры прочности R_b , R_{bt} части перекрытия между осями В–С и 47–48 (рис. 1) изменяются по толщине плиты в соответствии с законами, представленными на рис. 2.

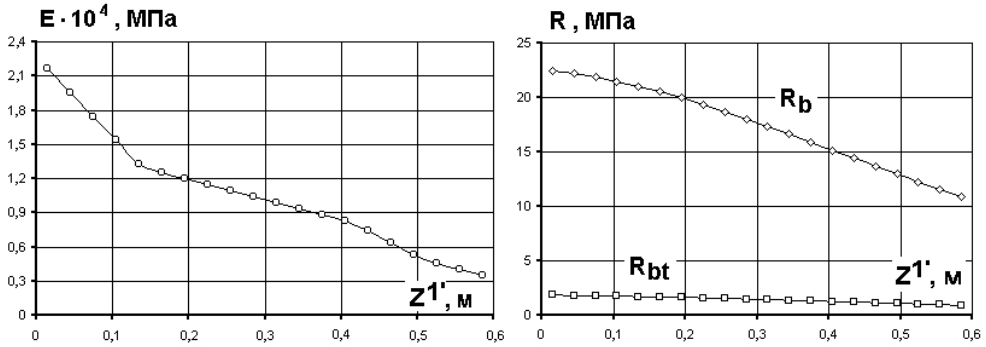


Рис. 2. Законы изменения E , R_b и R_{bt} .

Для дискретизации поперечного сечения плиты и ударной массы (рис. 3) используются однородные и неоднородные призматические конечные элементы. В качестве граничных принимаются условия шарнирного опирания по торцам плиты (на рис. 1 оси D , A) и отсутствие вертикальных смещений на нижней грани вдоль цифровых осей 46–49.

Моделирование нагружения выполняется на основе процесса контактного взаимодействия между плитой и падающей массой. Контактная поверхность аппроксимируется слоем специальных конечных элементов (КЭ), воспринимающих только нормальные к поверхности контакта сжимающие нагрузки. В схеме полуаналитического метода конечных элементов масса представляет собой параллелограмм с поперечными сечениями $0,12 \cdot 1,2 \text{ м}$ в плоскости $Z^1 Z^2$, $0,12 \cdot 18 \text{ м}$ в плоскости $Z^1 Z^3$ и $1,2 \cdot 18 \text{ м}$ в плоскости $Z^2 Z^3$. При этом физико-механические характеристики части массы E и ρ , которая находится в области $Z^3 \in [0, 8,4] \cup [9,6, 18] \text{ м}$, принимаются равными нулю.

Начальная скорость массы \dot{u} в момент удара определяется высотой падения и вычисляется по формуле $\dot{u} = \sqrt{2gH} = 7,67 \text{ м/с}$, где g – ускорение свободного паде-

ния, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; H – высота падения, $H = 3 \text{ м}$. Начальное ускорение равно ускорению свободного падения $\ddot{u} = g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Исследование сходимости решений показывает, что увеличение общего числа узлов дискретной модели с 420 до 775 и членов ряда Фурье с 20 до 30 приводит к изменению максимальных напряжений в пределах 5%. На рис. 3 представлен один из вариантов сеточной модели. Расчет при изменяющемся шаге по времени в интервале $\Delta t = 10^{-6} \dots 10^{-7} \text{ с}$ показывает, что ошибка в определении максимальных напряжений σ^{11} находится в пределах 8%. С уменьшением времени, начиная с $\Delta t = 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}$, максимальные напряжения существенно не изменяются (в пределах 1%). Проведены исследования сходимости результатов в зависимости от точности решения системы уравнений. Так, ошибка в вычислении максимальных напряжений при $\varepsilon = 10^{-3}$ составляет менее 5% по сравнению с таковой при $\varepsilon = 10^{-5}$.

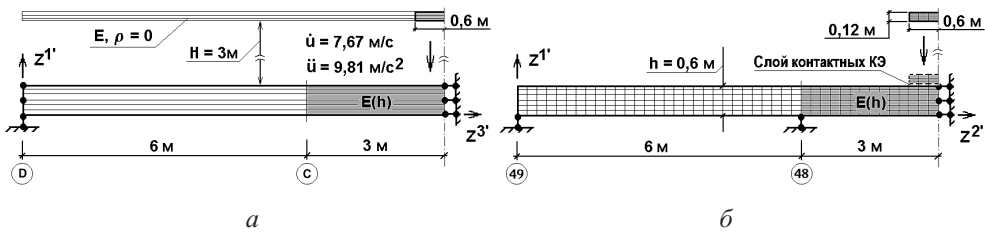


Рис. 3. Срединное сечение плиты в плоскостях $Z^1 Z^3$ (а) и $Z^1 Z^2$ (б).

Рассматривалось напряженно-деформированное состояние конструкции от момента удара до отскока ударника при $t = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$. На рис. 4 представлено изменение напряжений σ^{11} во времени по толщине перекрытия в точках $Z^2 = 8,95 \text{ м}$, $Z^3 = 9 \text{ м}$.

Значения полученных напряжений выше таковых параметра прочности R_b (рис. 2). Поэтому для окончательного определения несущей способности объекта необходимо выполнить расчет с учетом разрушения с позиций теории железобетона. На рис. 5 показано изменение напряжений во времени на поверхности контакта плиты и ударника.

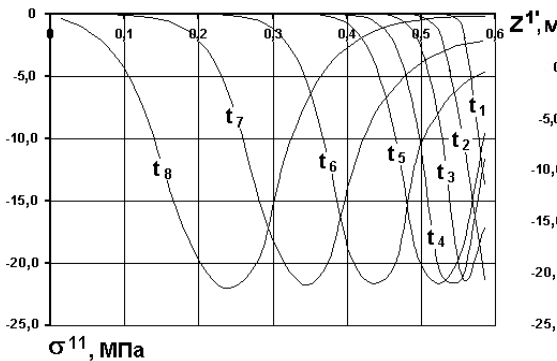


Рис. 4

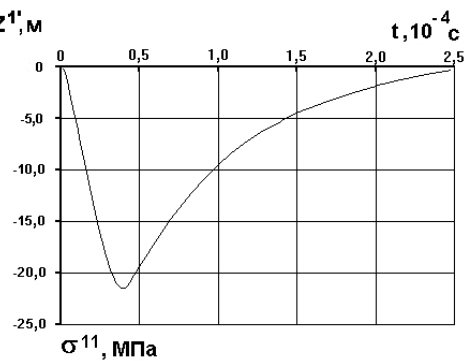


Рис. 5

Рис. 4. Распределение напряжений по толщине перекрытия для различных моментов времени: $t_1 = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $t_2 = 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $t_3 = 0,6 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $t_4 = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $t_5 = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $t_6 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $t_7 = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ с}$; $t_8 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$.

Рис. 5. Изменение напряжений во времени на поверхности контакта плиты и ударника.

Таким образом, при решении подобного класса задач необходимо рассмотреть реальный процесс взаимодействия между ударником и конструкцией с использованием аппарата моделирования условий контакта на поверхности тел. С другой стороны, интенсивный волновой процесс, распространяющийся по толщине конструкции вследствие удара с уровнем напряжений, близких к пределу прочности, приводит к необходимости решения задачи в пространственной постановке.

Исследование напряженно-деформированного состояния деталей опорного соединения. Возможность применения подхода к расчету существенно неоднородных тел вращения, включая граничный случай тел с вырезами при наличии развитых зон контакта, показана на примере динамического взаимодействия сложной системы циклически-симметричных деталей опорного соединения (рис. 6).

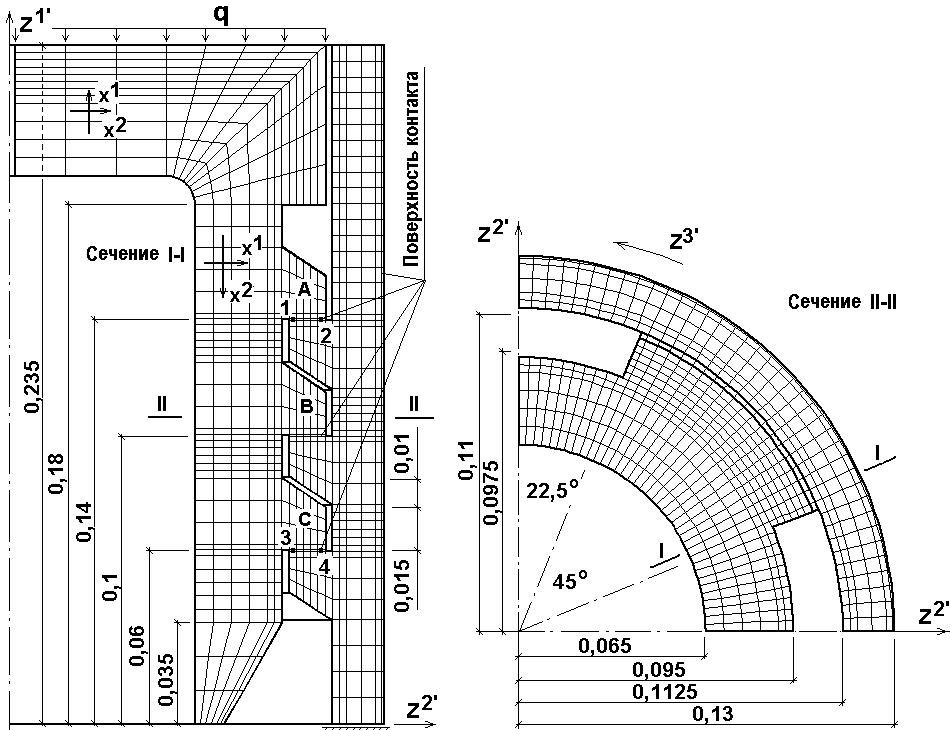


Рис. 6. Опорное соединение.

Объект исследования представляет собой два вложенных массивных цилиндра с четырьмя рядами опорных секторных выступов. Боковой поверхностью внешний цилиндр контактирует с жесткой стенкой обоймы. Допускается проскальзывание без трения. На нижней кромке встречной детали принято отсутствие перемещений вдоль направляющей цилиндра. На верхнем торце крышки внутренней детали приспособление нагружено равномерно распределенным осевым импульсным давлением. Скорость увеличения и длительность действия давления позволяют прилагать его мгновенно с интенсивностью $q_a = 0,739 \cdot 10^8$ Па и удерживать на интервале времени $t \in [0; 2,4 \cdot 10^{-4}]$ с. Модуль упругости материала $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, плотность $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, предел текучести $\tau_s = 2,7 \cdot 10^8$ Па.

Анализ отдельных элементов [2, 3] показал существенную неравномерность нагруженности выступов вдоль кольцевой координаты, что требует пространственного моделирования соединения как циклически-симметричной конструкции. Расчет,

выполненный на основе осесимметричной расчетной схемы, при условной замене секторных выступов однородными кольцевыми элементами эквивалентной жесткости приводит к заниженным значениям максимальных напряжений. В то же время даже в рамках двухмерной постановки возникает необходимость расчета соединения в целом, не разделяя его на отдельные элементы. В указанных работах также отмечается необходимость расчета с учетом пластических свойств материала.

В поперечном сечении конструкция аппроксимируется набором однородных и неоднородных кольцевых КЭ. В области вырезов модуль упругости, плотность и коэффициент Пуассона принимаются равными нулю. Моделирование контактного взаимодействия между выступами проводится с помощью специальных контактных конечных элементов. Исследование сходимости решений показывает, что с увеличением числа узлов сеточной области с 500 до 940 и числа членов ряда Фурье с 12 до 20 расхождение между максимальными напряжениями не превышает 5%. Вдоль окружной координаты удерживается 20 членов ряда Фурье, в сечении конструкции используется сетка размером 20×47 элементов, шаг во времени $\Delta t = 3 \cdot 10^{-6}$ с. Для обеспечения необходимой точности решения системы уравнений достаточно использовать значение $\varepsilon = 10^{-3}$.

На первом этапе исследования обоснована необходимость изучения конструкции как системы пространственных неоднородных тел при сравнении полученных результатов с данными расчета отдельной детали. Для этого, как и ранее [3], рассмотрено статическое деформирование внутренней детали. В качестве кинематических граничных условий принято отсутствие вертикальных перемещений нижних кромок выступов. Контролировались максимальные осевые напряжения $\sigma^{1'1'}$ на нижних кромках выступов. Если проинтегрировать напряжения по площади контактной поверхности, видно, что при расчете отдельной детали наибольшая часть общей нагрузки R (вклад в суммарную реакцию конструкции) приходится на выступ A (рис. 6), тогда как при рассмотрении системы тел нагрузка распределяется между выступами достаточно равномерно, и максимальные напряжения уменьшаются почти в 2,8 раза (таблица).

Распределение суммарной реакции R конструкции по выступам соединения

Выступ (рис. 6)	$\sigma^{1'1'}_{\max}$, МПа	$R \cdot 10^2$, кН
A	$\frac{-1290}{-460}$	$\frac{-13,37}{-9,79}$
B	$\frac{-829}{-398}$	$\frac{-8,37}{-8,66}$
C	$\frac{-638}{-421}$	$\frac{-6,34}{-9,61}$
Σ	–	$\frac{-28,08}{-28,06}$

Примечание. Над чертой приведены данные для отдельной детали, под чертой – для системы тел.

Особенностью конструктивной схемы объекта является наличие заранее неизвестных зон контактного взаимодействия. Это имеет принципиальное значение для боковой поверхности внешнего цилиндра, находящегося в условиях одностороннего контакта с жесткой стенкой обоймы. Решение подобного класса задач представляет

значительные математические трудности, и во многих случаях используются идеализированные типы граничных условий (свободный край и отсутствие перемещений вдоль радиуса цилиндра). Было проведено сравнение решений, полученных для идеализированных и действительных условий контакта на боковой поверхности цилиндра. С этой целью вся боковая поверхность внешней детали аппроксимировалась специальными контактными КЭ.

Анализ напряженно-деформированного состояния объекта показывает, что максимально нагруженными являются угловые зоны, где конструктивно соединяются секторные выступы с телом цилиндра. На рис. 7 представлена эволюция максимальных осевых напряжений $\sigma^{1'1'}$ в точке 2 наиболее нагруженного верхнего выступа A сечения $I-I$ (рис. 6).

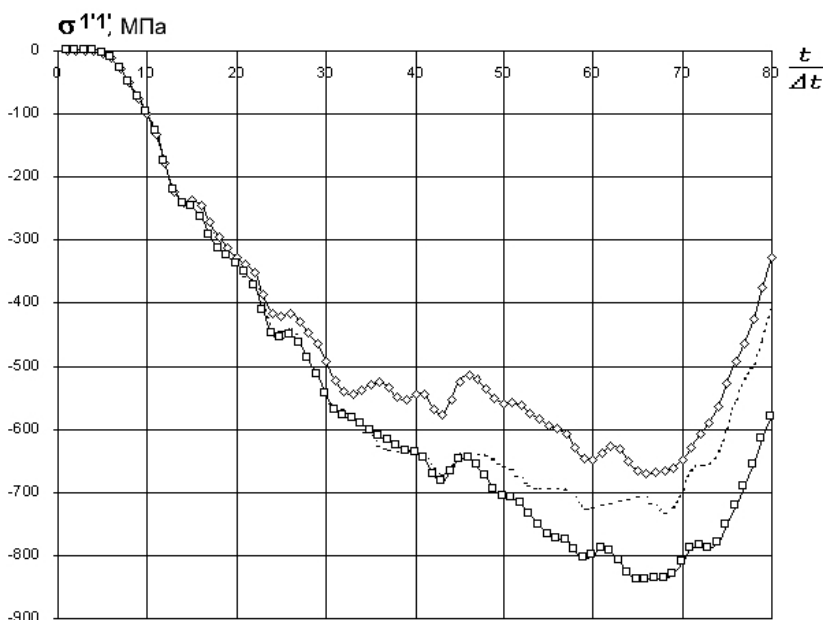


Рис. 7. Эволюция максимальных осевых напряжений в точке 2 верхнего выступа A сечения $I-I$. (Здесь и на рис. 8: \diamond – при закреплённой от радиальных перемещений поверхности внешней детали; \square – при отсутствии закреплений; штриховая линия – колебания максимальных осевых напряжений при решении задачи с учетом одностороннего контакта.)

На рис. 8 показаны эпюры осевых напряжений в области максимальных значений на первом A и третьем C выступах вдоль контактных поверхностей $1-2$ и $3-4$ в момент времени $t = 16,8 \cdot 10^{-5}$ с. Эпюры напряжений имеют характерную двугорбую форму. Видно, что при изменении граничных условий максимальные напряжения на всех выступах изменяются не только количественно (25...30%), но и качественно. Так, максимальные напряжения на нижнем выступе C переместились от внутренней детали к внешней (рис. 8).

Для модели с учетом условий контакта со стенкой обоймы показаны эпюры максимальных осевых напряжений вдоль кольцевой координаты на первом A и третьем C выступах (рис. 9).

Полученные на основе упругого решения интенсивности напряжений в области выступов достигают величин, которые выше предела текучести материала. На начальных этапах деформирования возникают волны напряжений вдоль оси Z' в стволе внутренней детали, уровень которых значительно меньше предела текучести.

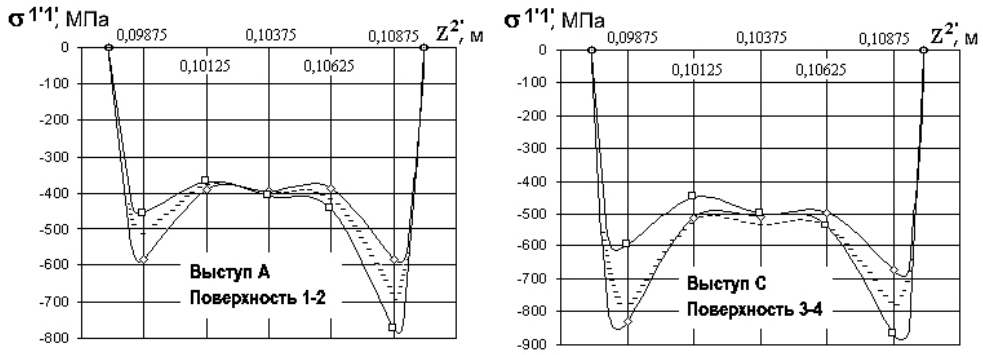


Рис. 8. Эпюры осевых напряжений на выступах А и С в сечении I-I.

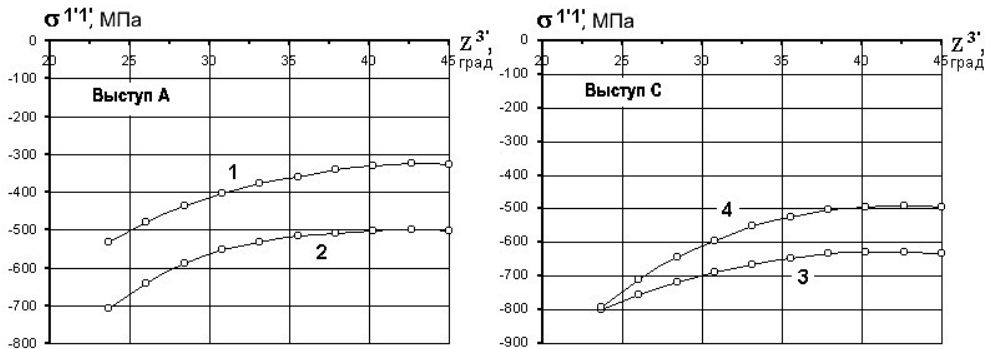


Рис. 9. Эпюры максимальных осевых напряжений вдоль кольцевой координаты на выступах А и С в контрольных точках 1-4.

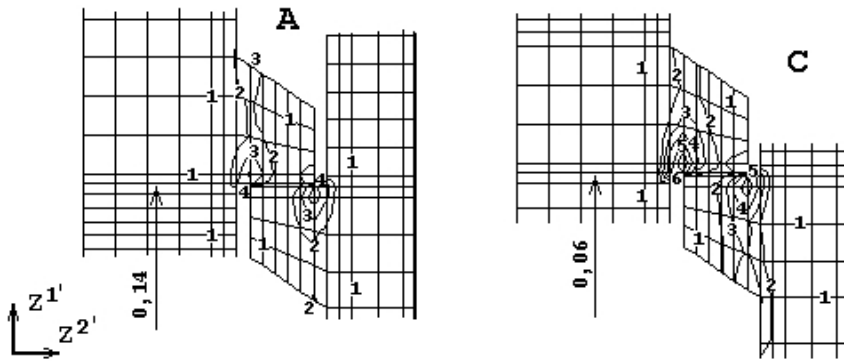


Рис. 10. Интенсивности пластических деформаций в сечении I-I: 1 - 0; 2 - 0,09%; 3 - 0,19%; 4 - 0,28%; 5 - 0,37%; 6 - 0,47%.

Пластические деформации появляются в процессе колебания всей детали в момент времени $t = 6,6 \cdot 10^{-5}$ с, развиваются до $t = 29,1 \cdot 10^{-5}$ с и носят локальный характер (области выступов).

Зоны нелинейной работы материала представлены на выступах в виде изолиний в момент времени $t = 29,1 \cdot 10^{-5}$ с (рис. 10). Их распределение вдоль окружной координаты Z^3 для того же момента времени в контрольных точках 1-4 представлено на рис. 11. Наибольшее развитие пластических деформаций в кольцевом направлении

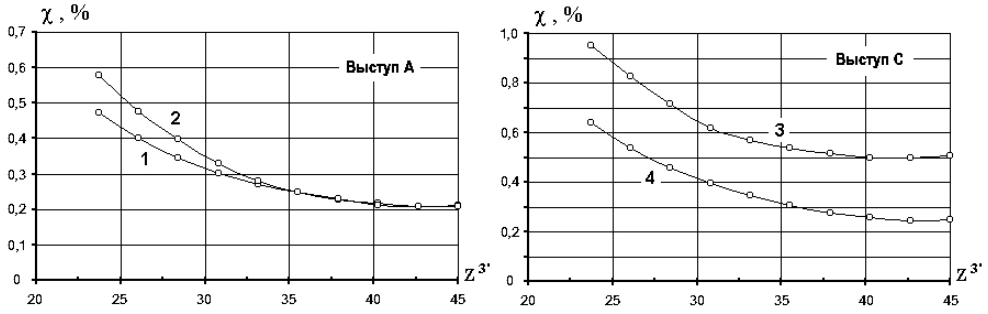


Рис. 11. Распределение интенсивностей пластических деформаций в контрольных точках 1–4 в момент времени $t = 29,1 \cdot 10^{-5}$ с.

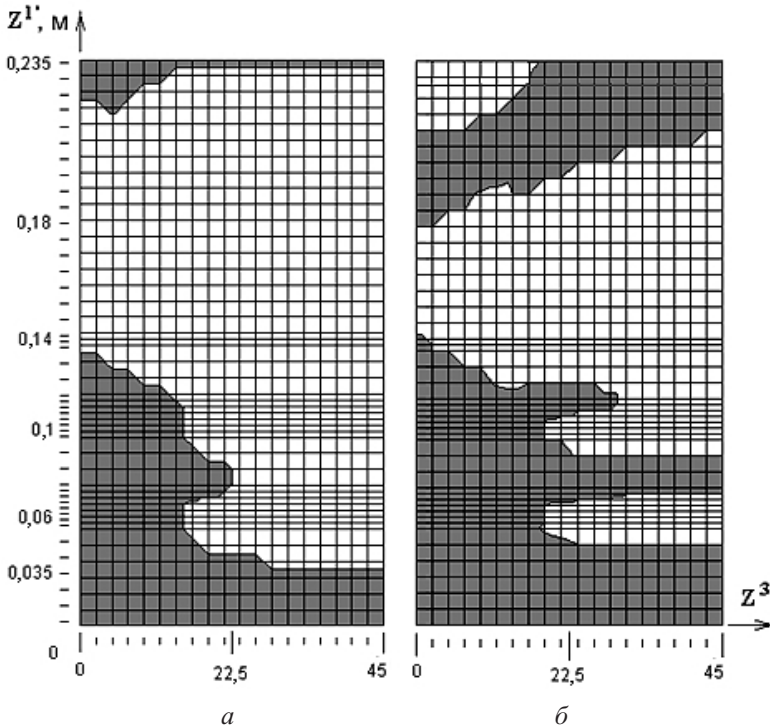


Рис. 12. Зона контактных напряжений на внешней поверхности встречной детали $Z^2 = 0,13$ м при упругом решении (а) и с учетом пластичности (б).

отмечается возле границ выступов, где их интенсивность $\chi = 0,95\%$ (выступ С). Учет нелинейной работы материала в некоторой степени влияет на конфигурацию зон контактного взаимодействия.

На рис. 12 представлены зоны контактных напряжений на внешней поверхности встречной детали для $t = 16,8 \cdot 10^{-5}$ с ($t/\Delta t = 56$). Их распределение согласуется с поведением максимальных напряжений для контактной задачи (рис. 7, 8), а именно: в области верхнего выступа А распределение ближе к решению для свободного края, поскольку там цилиндр полностью отстает от жесткой обоймы. И наоборот, для нижнего выступа С сохраняются условия закрепления узлов внешней поверхности в радиальном направлении, что приводит к сходимости решения контактной задачи к модели с отсутствием перемещений вдоль радиуса цилиндра.

Таким образом, установлено, что при расчете модели конструкции как системы взаимодействующих тел существенно изменяется характер напряженно-деформированного состояния элементов опорного соединения по отношению к результатам отдельного анализа. Оценку прочности подобного класса объектов необходимо выполнять с учетом контактного взаимодействия с внешними ограничителями.

Резюме

На прикладі розрахунків реальних конструкцій показано можливості напіваналітичного методу скінченних елементів при дослідженні перехідних процесів просторового деформування неоднорідних тіл обертання та призматичних тіл складної форми під дією імпульсного навантаження з урахуванням зон контактної взаємодії і нелінійної роботи матеріалу.

1. *Баженов В. А., Гуляр А. И., Солодей И. И.* Численное моделирование динамических процессов упругопластического взаимодействия неоднородных пространственных тел на основе полуаналитического метода конечных элементов. Сообщ. 1. Расчетные соотношения полуаналитического метода конечных элементов и алгоритмы исследования переходных процессов динамического деформирования неоднородных призматических тел и тел вращения // Пробл. прочности. – 2013. – № 5. – С. 13 – 27.
2. *Баженов В. А., Гуляр А. И., Сахаров А. С., Топор А. Г.* Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел. – Киев: Випол, 1993. – 376 с.
3. *Сахаров А. С., Гуляр А. И., Топор А. Г.* Анализ напряженно-деформированного состояния тел вращения с вырезами, нарушающими осевую симметрию // Пробл. прочности. – 1986. – № 6. – С. 69 – 73.

Поступила 22. 02. 2012