

## Выбор аналитических методик для определения механических характеристик однонаправленных композиционных материалов на основе стекловолокон

Е. В. Бахтина

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Рассмотрены наиболее используемые методики определения механических характеристик композиционных материалов. Установлена точность методик определения каждой константы ряда однонаправленных композиционных материалов на основе E-стекловолокон и эпоксидного связующего.*

**Ключевые слова:** однонаправленный волокнистый стеклопластик, упругие и прочностные константы, точность аналитического определения.

**Введение.** Волокнистые композиционные материалы (КМ) широко используются в авиационно-космической и ракетной технике, энергетическом турбостроении, автомобильной, горнорудной, металлургической промышленности, строительстве и т.п. Основу однонаправленных КМ составляют армирующие непрерывные волокна, объединенные полимерной матрицей.

Известны три наиболее применяемых метода определения механических свойств КМ: экспериментальный, моделирование механических свойств с помощью метода конечных элементов, аналитический. Самым достоверным из них является экспериментальный [1].

В работах [1–14] проводились исследования по определению механических характеристик с использованием различных экспериментальных методов, конечно-элементного моделирования, а также инженерных зависимостей. Разрабатываются новые методы определения характеристик анизотропных материалов с целью упрощения проведения исследования, сокращения времени, затраченного на решение данного вопроса, а также повышения точности полученных результатов.

Целью данной работы является выбор наиболее точных и наименее сложных подходов к прогнозированию как упругих, так и прочностных характеристик однонаправленных композиционных материалов на основе стекловолокон.

При рассмотрении любой методики полагаем, что имеется однонаправленный волокнистый композит, который моделируется упругим трансверсально-изотропным материалом с плоскостью изотропии, перпендикулярной волокнам, и критерием разрушения Цая–Ву. Такой материал характеризуется пятью независимыми упругими ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{23}$ ,  $\nu_{12}$ ) и пятью прочностными ( $\sigma_{B1}^+$ ,  $\sigma_{B2}^+$ ,  $\sigma_{B1}^-$ ,  $\sigma_{B2}^-$ ,  $\tau_{B12}$ ) характеристиками [6]. Здесь  $E$  и  $G$  – модули Юнга и сдвига соответственно;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\sigma_{Bi}^+$ ,  $\sigma_{Bi}^-$  и  $\tau_{B12}$  – пределы прочности при растяжении, сжатии и сдвиге соответственно;  $i = 1, 2, 3$  (1 – ось анизотропии в направлении армирующих волокон, 2 и 3 – перпендикулярно к оси 1).

Ниже приведены наиболее известные методики для определения механических характеристик КМ.

**Определение упругих характеристик КМ.** *Правило смеси* [8, 15, 16] (далее – ПС). Согласно данному правилу искомая характеристика материала зависит от вклада каждого компонента пропорционально его объемному содержанию в композите:

$$E_1 = E_{1B}V_B + E_{1M}(1-V_B); \quad \frac{1}{E_2} = \frac{V_B}{E_{1B}} + \frac{V_M}{E_{1M}}; \quad \nu_{12} = \nu_B V_B + \nu_M V_M; \quad \frac{1}{G_{12}} = \frac{V_B}{G_B} + \frac{V_M}{G_M},$$

где  $E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}$  – искомые характеристики; индексы “в” и “м” обозначают волокно и матрицу соответственно;  $V_B, V_M$  – объемное содержание армирующего волокна и матрицы соответственно.

Выражение для  $E_1$  справедливо также для методики Хальпина–Цая [17]. Такой же вид имеет предложенная в [18] методика для определения  $E_2$ . Формула справедлива для методик Хальпина–Цая, Барберо, Джонса [19].

*Методика Цая* [6, 20]. Методика подобна ПС, однако имеет поправочный коэффициент  $C$ :

$$E_1 = C(E_{1B}V_B + E_{1M}(1-V_B));$$

$$G_{12} = (1-C)G_M \frac{2G_B - (G_B - G_M)V_M}{2G_B + (G_B - G_M)V_M} + CG_B \frac{(G_B + G_M) - (G_B - G_M)V_M}{(G_B + G_M) + (G_B - G_M)V_M},$$

где  $C \leq 1$ .

Коэффициент  $C$  зависит от плотности укладки волокон: при изолированных волокнах с относительно большим объемом матрицы имеем  $C = 0$ , при плотной укладке с низким содержанием связующего –  $C = 1$ , при неравномерной укладке –  $0 < C < 1$ :

$$E_2 = 2(1 - \nu_B + (\nu_B - \nu_M)V_M) \left( (1 - \omega) \frac{K_B(2K_M + G_M) - G_M(K_B - K_M)V_M}{(2K_M + G_M) + 2(K_B - K_M)V_M} + \right.$$

$$\left. + \omega \frac{K_B(2K_M + G_B) - G_B(K_M - K_B)V_M}{(2K_M + G_B) - 2(K_M - K_B)V_M} \right),$$

где

$$K_B = \frac{E_B}{2(1 - \nu_B)}; \quad K_M = \frac{E_M}{2(1 - \nu_M)}; \quad G_B = \frac{E_B}{2(1 + \nu_B)}; \quad G_M = \frac{E_M}{2(1 + \nu_M)};$$

$\omega$  – экспериментальный корректирующий коэффициент, учитывающий соприкосновение волокон,  $0 < \omega < 1$ . В [12] рекомендуется принимать  $\omega = 0,2$ .

*Методика Хилла* [21]. В рамках этой методики предполагается, что для двухфазного волокнистого КМ справедливо следующее соотношение:

$$E_1 = E_V + \frac{4(\nu_V - \nu_M)^2}{(K_V^{-1} - K^{-1})^2} \left( \frac{1}{K_R} - \frac{1}{K_0} \right); \quad \nu_{12} = \nu_V - \frac{\nu_V - \nu_M}{K_V^{-1} - K^{-1}} \left( \frac{1}{K_R} - \frac{1}{K_0} \right),$$

где

$$E_V = E_M(1 - V_B) + E_B V_B; \quad \nu_V = \nu_M(1 - V_B) + \nu_B V_B;$$

$$K_0 = K + \frac{V_B}{(K_V - K)^{-1} + (1 - V_B)(K + G)^{-1}}; \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu_M)};$$

$$K_R^{-1} = K^{-1}(1 - V_B) + K_V^{-1} V_B; \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}; \quad K_V = \frac{E_1}{3(1 - 2\nu_1)}.$$

Методика ССА [6] (composite cylinder assemblage model). Данная методика имеет следующий вид:

$$E_1 = E_{1B}V_B + E_{1M}(1-V_B) - \frac{4E_{1M}E_{1B}(\nu_B - \nu_M)^2 G_M}{\left(\frac{V_M G_M}{K_B + G_B/3}\right) + \left(\frac{V_M G_M}{K_M + G_M/3}\right) + 1}.$$

Часто в приближенных расчетах, где не требуется высокой точности, вкладом матрицы пренебрегают и считают, что  $E_1 = E_{1B}V_B$ :

$$E_2 = 2(1 + \nu_{23})G_{23},$$

где

$$\nu_{23} = \frac{K^* - mG_{23}}{K^* + mG_{23}}; \quad m = 1 + 4K^* \frac{\nu_{12}^2}{E_1};$$

$$G_{23} = \frac{G_M(K_M(G_M + G_B) + 2G_B G_M + K_M(G_B - G_M)V_B)}{K_M(G_M + G_B) + 2G_B G_M + (K_M + 2G_M)(G_B - G_M)V_B};$$

$$K^* = \frac{K_M(K_B + G_M)V_M + K_B(K_M + G_M)V_B}{(K_B + G_M)V_M + (K_M + G_M)V_B};$$

$$K_B = \frac{E_B}{2(1 + \nu_M)(1 - 2\nu_B)}; \quad K_M = \frac{E_M}{2(1 + \nu_M)(1 - 2\nu_M)};$$

$$\nu_{12} = \nu_B V_B + \nu_M V_M + \frac{V_B \nu_M (\nu_B - \nu_M)(2E_B \nu_M^2 + \nu_M E_B - E_B + E_M - \nu_B E_M - 2\nu_B^2 E_M)}{(2\nu_B \nu_M^2 - \nu_M V_B - 1 - V_B)E_B + (2\nu_B^2 - \nu_M^2 V_B + V_B + \nu_B - 1)E_M};$$

$$G_{12} = G_M \left( \frac{G_B(1 + V_B) + G_M V_M}{G_B V_B + G_M(1 + V_B)} \right).$$

Методика Хальпина–Цая [3] описывается следующими зависимостями:

$$E_2 = E_M \frac{1 + \xi_1 \eta_1 V_B}{1 - \eta_1 V_B}; \quad G_{12} = G_M \frac{1 + \xi_2 \eta_2 V_B}{1 - \eta_2 V_B},$$

где

$$\eta_1 = \frac{E_B - E_M}{E_B + \xi_1 E_M}; \quad \xi_1 = 2; \quad \eta_2 = \frac{G_B - G_M}{G_B + \xi_2 G_M}; \quad \xi_2 = 1;$$

$\xi_1 = 2(a/b)$ , при гексагональной укладке волокон коэффициент  $\xi_1$  равен двум,  $a, b$  – коэффициенты.

В связи со сложностью определения  $E_2$  по сравнению с другими упругими характеристиками известно много методик, наиболее используемые из которых приведены в табл. 1.

Также можно воспользоваться методиками Гоух–Тангора, Акасака–Хирано [25], однако они имеют ограничения по минимальному содержанию волокна, при этом влияние матрицы является незначительным.

**Определение  $E_2$  по различным методикам**

Методика	Выражение для $E_2$
Хопкинса–Чамиса [21]	$E_2 = E_M \left( 1 - V_B + \frac{\sqrt{V_B}}{1 - \sqrt{V_B}(1 - E_M/E_B)} \right)$
Кава [22]	$E_2 = \frac{E_B \sqrt{V_B} + (1 - \sqrt{V_B}) E_M}{1 - \sqrt{V_B} + V_B + (\sqrt{V_B} - V_B)(E_M/E_B)}$
Реуса [21]	$E_2 = \frac{E_B E_M}{E_B V_B + E_M (1 - V_B)}$
Алфугова [23]	$E_2 = \frac{E_B E_M}{E_1 (V_B E_M + V_M E_B) - V_B V_M (\nu_M E_B - \nu_B E_M)^2}$
Васильева [24]	$E_2 = \frac{\pi E_M}{2V_B(1 - 2\nu_M \mu_M)}; \quad \mu_M = \frac{\nu_M(1 + \nu_M)}{1 - \nu_M^2}$

Определение  $G_{23}$  с помощью методики ССА было приведено выше. В [26] для описания  $G_{23}$  предложена методика Чамиса [26]:

$$G_{23} = \frac{G_M}{1 - \sqrt{V_B}(1 - G_M/G_{B23})}$$

**Определение прочностных характеристик вдоль и поперек волокон при растяжении, сжатии и сдвиге.** Вопросу определения прочностных характеристик волокнистых однонаправленных КМ посвящено крайне мало работ, где в основном предлагается использовать ПС:

$$\sigma_i^j = \sigma_{iB}^j V_B + \sigma_{iM}^j V_M,$$

где  $i = 1, 2$  (направление армирующих элементов);  $j = +$  (растяжение),  $-$  (сжатие). Для предела прочности при сдвиге имеем

$$\sigma_{сд} = \sigma_M^B V_M.$$

Для определения наиболее точных аналитических методик определения механических характеристик материала с использованием приведенных выше зависимостей выполним расчет механических характеристик однонаправленных композитов и сопоставим полученные данные с известными [13, 21, 27, 28]. С этой целью было выбрано четыре композиционных материала на основе стекловолокон и эпоксидного связующего, которые обозначим так: материал 1, 2, 3 и 4. Для этих материалов известны упругие и прочностные характеристики, а также объемное содержание компонент.

Материал 1 рассчитывали для трех вариантов (1, 2 и 3) при разных значениях объемного содержания волокна и матрицы:  $V_B = 0,55; 0,65$  и  $0,4$ . Исходные данные материалов приведены в табл. 2.

Прочностные характеристики составляющих композита таковы: для материала 1 –  $\sigma_M^+ = 70$  МПа,  $\sigma_B^+ = 1900$  МПа,  $\sigma_M^- = 120$  МПа,  $\sigma_B^- = 1500$  МПа; для материала 3 и 4 –  $\sigma_M^+ = 80$  МПа,  $\sigma_B^+ = 2150$  МПа,  $\sigma_M^- = 120$  МПа,  $\sigma_B^- = 1450$  МПа.

Т а б л и ц а 2

**Основные характеристики армирующих элементов и матрицы КМ для поверочных расчетов**

Материал	$E_B$ , ГПа	$E_M$ , ГПа	$V_B$	$V_M$	$\nu_B$	$\nu_M$	$\rho_{B^*}$ , кг/м <sup>3</sup>	$\rho_{M^*}$ , кг/м <sup>3</sup>
1 (вариант 1)	73,00	3,20	0,550	0,450	0,20	0,30	2550	1100
1 (вариант 2)	73,00	3,20	0,650	0,350	0,20	0,30	2550	1100
1 (вариант 3)	73,00	3,20	0,400	0,600	0,20	0,30	2550	1100
2	72,52	3,20	0,476	0,524	0,28	0,33	2000	1100
3	80,00	3,35	0,620	0,380	0,20	0,35	–	–
4	74,00	3,35	0,600	0,400	0,20	0,35	–	–

Т а б л и ц а 3

**Механические характеристики КМ, используемые для расчетов**

Материал	$E_1$ , ГПа	$E_2$ , ГПа	$\nu_{12}$	$G_{12}$ , ГПа	$\sigma_1^+$ , МПа	$\sigma_1^-$ , МПа	$\sigma_2^+$ , МПа	$\sigma_2^-$ , МПа	$\tau_{12}$ , МПа
1 (вариант 1)	39,00	8,6	0,280	3,800	1080	620	39,0	128	89,0
1 (вариант 2)	48,00	15,3	0,320	5,100	1297	820	27,8	150	39,2
1 (вариант 3)	30,90	8,3	0,330	2,800	798	480	27,0	140	36,8
2	36,60	5,4	0,300	4,085	–	–	–	–	–
3	53,48	17,7	0,278	5,830	1140	570	35,0	114	72,0
4	45,60	16,2	0,278	5,830	1280	800	40,0	145	73,0

Т а б л и ц а 4

**Расчетные значения модуля упругости  $E_1$  (ГПа) в направлении оси армирования КМ**

Материал	Методика			
	ПС	Хилла	Цая (при $C = 1$ )	ССА
1 (вариант 1)	$\frac{41,590}{8,66}$	$\frac{41,483}{6,00}$	$\frac{41,59}{6,60}$	$\frac{41,600}{6,60}$
1 (вариант 2)	$\frac{48,570}{1,19}$	$\frac{48,460}{0,90}$	$\frac{48,570}{1,19}$	$\frac{48,579}{1,20}$
1 (вариант 3)	$\frac{31,120}{0,71}$	$\frac{31,013}{0,36}$	$\frac{31,120}{0,71}$	$\frac{31,113}{0,72}$
2	$\frac{36,196}{1,10}$	$\frac{36,172}{1,10}$	$\frac{36,196}{1,10}$	$\frac{36,890}{0,70}$
3	$\frac{50,873}{4,87}$	$\frac{50,538}{5,50}$	$\frac{50,873}{4,87}$	$\frac{50,890}{4,80}$
4	$\frac{45,740}{0,31}$	$\frac{45,405}{0,40}$	$\frac{45,740}{0,31}$	$\frac{45,762}{0,35}$

**Примечание.** Здесь и в табл. 5–8: над чертой приведены расчетные значения, под чертой – погрешность (в %) между расчетными и экспериментальными данными.

Т а б л и ц а 5

Расчетные значения модуля упругости  $E_2$  (ГПа) в направлении, перпендикулярном оси армирования КМ

Материал	Методика						
	ПС	Хальпина–Цая	Цая	Хопкинса–Чамиса	ССА	Васильева	Реуса
1 (вариант 1)	$\frac{6,749}{21,0}$	$\frac{6,090}{29,0}$	$\frac{6,119}{28,00}$	$\frac{9,598}{11,61}$	$\frac{9,89}{15,0}$	$\frac{12,200}{41}$	$\frac{6,749}{21,0}$
1 (вариант 2)	$\frac{8,454}{44,0}$	$\frac{7,990}{47,0}$	$\frac{7,602}{50,00}$	$\frac{12,380}{19,00}$	$\frac{13,83}{9,6}$	$\frac{16,700}{17}$	$\frac{8,454}{44,0}$
1 (вариант 3)	$\frac{5,181}{37,0}$	$\frac{4,203}{40,9}$	$\frac{4,618}{44,00}$	$\frac{8,300}{15,20}$	$\frac{6,62}{20,3}$	$\frac{10,400}{25}$	$\frac{5,181}{37,0}$
2	$\frac{5,871}{8,7}$	$\frac{5,048}{6,6}$	$\frac{4,898}{9,28}$	$\frac{8,160}{51,00}$	$\frac{8,13}{50,0}$	$\frac{13,440}{148}$	$\frac{5,871}{8,7}$
3	$\frac{8,251}{53,0}$	$\frac{7,770}{56,0}$	$\frac{7,687}{56,00}$	$\frac{12,014}{32,00}$	$\frac{13,56}{23,3}$	$\frac{13,610}{23}$	$\frac{8,251}{53,0}$
4	$\frac{7,842}{51,0}$	$\frac{7,235}{55,0}$	$\frac{9,302}{54,00}$	$\frac{11,302}{30,00}$	$\frac{12,47}{23,0}$	$\frac{14,068}{13}$	$\frac{7,842}{51,0}$

Т а б л и ц а 6

Расчетные значения модуля сдвига  $G_{12}$  (ГПа) КМ

Материал	Методика			
	ПС	Хальпина–Цая	Цая	ССА
1 (вариант 1)	$\frac{2,606}{31,0}$	$\frac{3,762}{1,00}$	$\frac{4,239}{16,10}$	$\frac{3,764}{0,9}$
1 (вариант 2)	$\frac{3,270}{35,8}$	$\frac{4,911}{3,77}$	$\frac{5,802}{13,77}$	$\frac{4,914}{3,6}$
1 (вариант 3)	$\frac{4,997}{78,0}$	$\frac{2,667}{4,70}$	$\frac{2,871}{2,56}$	$\frac{2,669}{4,6}$
2	$\frac{2,290}{43,0}$	$\frac{2,201}{46,00}$	$\frac{3,520}{13,80}$	$\frac{3,072}{24,0}$
3	$\frac{3,078}{47,0}$	$\frac{1,984}{-}$	$\frac{5,289}{9,27}$	$\frac{4,604}{21,0}$
4	$\frac{2,925}{49,0}$	$\frac{2,030}{-}$	$\frac{4,960}{14,80}$	$\frac{4,317}{25,0}$

Известные из независимых источников характеристики композитов, по которым будет определяться точность той или иной методики, приведены в табл. 3.

В табл. 4–8 представлены результаты расчета каждой характеристики отдельно с указанием величины отклонения от приведенных в литературных источниках экспериментальных данных.

**Заключение.** Поскольку расчеты проводились на материалах с односторонними армирующими элементами (стекловолокна), полученные выводы будут справедливыми для КМ на основе E-стекловолокон.

Т а б л и ц а 7

**Расчетные значения коэффициента Пуассона  $\nu_{12}$  КМ**

Материал	Методика		
	ПС	Хилла	ССА
1 (вариант 1)	$\frac{0,2450}{16,00}$	$\frac{0,190}{31,0}$	$\frac{0,236}{15,0}$
1 (вариант 2)	$\frac{0,2350}{41,00}$	$\frac{0,190}{39,0}$	$\frac{0,227}{29,0}$
1 (вариант 3)	$\frac{0,2600}{18,00}$	$\frac{0,190}{39,0}$	$\frac{0,251}{21,0}$
2	$\frac{0,3038}{1,26}$	$\frac{0,330}{10,0}$	$\frac{0,302}{0,6}$
3	$\frac{0,2570}{7,50}$	$\frac{0,186}{32,0}$	$\frac{0,248}{10,0}$
4	$\frac{0,2600}{6,40}$	$\frac{0,185}{33,0}$	$\frac{0,250}{10,0}$

Т а б л и ц а 8

**Расчетные значения пределов прочности при растяжении, сжатии в направлении оси армирования и поперек, а также предельные напряжения при сдвиге КМ**

Материал	$\sigma_1^+$ , МПа	$\sigma_1^-$ , МПа	$\sigma_2^+$ , МПа	$\sigma_2^-$ , МПа	$\tau_{12}$ , МПа
1 (вариант 1)	$\frac{1076,0}{-}$	$\frac{879}{-}$	$\frac{31,5}{-}$	$\frac{158}{-}$	$\frac{83}{-}$
1 (вариант 2)	$\frac{1259,0}{2,89}$	$\frac{1017}{24,0}$	$\frac{24,5}{12,5}$	$\frac{158}{5,0}$	$\frac{96}{-}$
1 (вариант 3)	$\frac{802,0}{0,50}$	$\frac{672}{-}$	$\frac{42,0}{-}$	$\frac{158}{12,0}$	$\frac{64}{-}$
3	$\frac{1360,3}{9,60}$	$\frac{944}{-}$	$\frac{30,4}{13,0}$	$\frac{158}{-}$	$\frac{89}{24}$
4	$\frac{1322,0}{3,28}$	$\frac{918}{14,7}$	$\frac{32,0}{20,0}$	$\frac{160}{8,9}$	$\frac{87}{19}$

Наиболее точными методиками для определения  $E_1$  являются методика Хилла, согласно которой погрешность составляет 0,4...6%, и более простое ПС с погрешностью 0,31...6,6%. При расчете  $E_2$  для материала с содержанием волокон меньше 50% наибольшую точность дает методика Хальпина–Цая, при этом погрешность составляет 6,6%. Следует отметить, что в [6] для КМ с содержанием волокон 37% более точной методикой считают методику Цая (в приведенных выше расчетах погрешность составляет 9,28%), для материала с содержанием волокон выше 60% наиболее точные результаты получены при использовании методики Васильева с погрешностью 7...25%.

При определении  $\nu_{12}$  наиболее точными являются методика ССА, согласно которой погрешность составляет 0,6...29%, и ПС при погрешности 1,26...41%.

Для расчета  $G_{12}$  наиболее точной оказалась методика Цая при погрешности 2,56...16,1%.

При расчете прочностных характеристик погрешность в среднем колеблется от 0,5 до 13% и только при определении сжимающих напряжений вдоль оси армирования имеет место большая погрешность (24...65%). Использование ПС и методики Цая для определения  $E_1$ ,  $\nu_{12}$  для КМ в целом согласуется с выводами, полученными в [29].

## Резюме

Наведено найбільш відомі методики визначення механічних характеристик композитних матеріалів. Стосовно ряду однонаправлених композитів на основі Е-скловолокна і епоксидного зв'язуючого визначено точність методик визначення кожної константи.

1. *Yidris N., Zahari R., Majid D. L., et al.* Crush simulation of woven C-glass/epoxy unmanned Ariel vehicle fuselage section // IJMME. – 2010. – No. 2. – P. 260 – 267.
2. *Miyagawa H., Sato Ch., Mase T., et al.* Transverse elastic modulus of carbon fibers measured by Raman spectroscopy // Mater. Sci. Eng. A. – 2005. – **412**. – P. 88 – 92.
3. *Athereya S. R., Ma L., Barpanda D., et al.* Constitutive property estimation of stitched composites for engineering applications – a hybrid approach // Automotive Composites Conference & Exhibition (Sep. 15–16, 2010). – Society of Plastics Engineers. – Troy. – Michigan, USA.
4. *Сагдеева Ю. А.* Метод численного определения осредненных характеристик композитов на основе вейвлет-преобразования и метода конечных элементов. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Казань, 2007. – 23 с.
5. *Obrien T. K., Chawan A. D., and DeMarco K.* Influence of specimen preparation and specimen size on composite transverse tensile strength and scatter // NASA/TM-2001-211030, ARL-TR-2540, 2001.
6. *Khelifa M. Z., Abdullateef M. S., and Al-Shukri H. M.* Mechanical properties comparison of four models, failure theories study and estimation of thermal expansion coefficients for artificial E-glass polyester composite // Eng. Technol. J. – 2011. – **29**, No. 2. – P. 278 – 294.
7. *Hussain S. A., Sidda Reddy B., and Nageswara Reddy V.* Prediction of elastic properties of FRP composite lamina for longitudinal loading // ARPN J. Eng. Appl. Sci. – 2008. – **3**, No. 6. – P. 70 – 75.
8. *Composites and Their Properties* / Ed. Ning Hu. – Ch. 17. – InTech Published, 2012.
9. *Yang Q.-Sh. and Qin Q.-H.* Modeling the effective elasto-plastic properties of unidirectional composites reinforced by fibre bundless under transverse tension and shear loading // Mater. Sci. Eng. A. – 2003. – **344**. – P. 140 – 145.
10. *Maligno A. R.* Finite Element Investigations on the Microstructure of Composite Materials. – Ph.D. Thesis. – University of Nottingham, 2008.
11. *Pardini L. C. and Gregori M. L.* Modeling elastic and thermal properties of 2.5D carbon fiber and carbon/SiC hybrid matrix composites by homogenization method // J. Aerosp. Technol. Manag. – 2010. – **2**, No. 2. – P. 183 – 194.
12. *Hamed A. F., Hamdan M. M., Sahari B. B., and Sapuan S. M.* Exspermental characterization of filament wound glass/epoxy composite materials // ARPN J. Eng. Appl. Sci. – 2008. – **3**, No. 4. – P. 76 – 87.
13. *Bledzki A. K., Kessler A., Rikards R., and Chate A.* Determination of elastic constants of glass/epoxy unidirectional laminates by the vibration testing of plates // Compos. Sci. Techol. – 1999. – **59**. – P. 2015 – 2024.



14. Кучер М. К., Заразовський М. М. Оцінка мікромеханічних моделей прогнозування ефективних констант пружності волокнистих композитів // Вестн. машиностроения. – 2010. – **58**. – С. 24 – 29.
15. Куимова Е. В., Труфанов Н. А. Численное прогнозирование эффективных термовязкоупругих характеристик однонаправленного волокнистого композита с вязкоупругими компонентами // Вестн. СамГУ. Естественная серия. – 2009. – **70**, № 4. – С. 129 – 148.
16. Harris B. Engineering Composite Materials. – London: The Institute of Materials, 1999. – 317 p.
17. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Сравнительный анализ структурных моделей механического поведения волокнистых сред с сопоставлением расчетных характеристик армированных композитов с экспериментальными данными // Конструкции из композиционных материалов. – 2005. – № 2. – С. 70 – 83.
18. Композиционные материалы. Справочник / Под ред. Д. М. Карпиноса. – Киев: Наук. думка, 1985. – 592 с.
19. Barbero E. J. Introduction to Composite Materials Design. – CRC Press, 2010. – 520 p.
20. Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – М.: ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского, 1973. – Вып. 1. – 26 с.
21. Huang Z.-M. Simulation of the mechanical properties of fibrous composites by the bridging micromechanics model // Compos. – 2001. – **32**, Pt. A. – P. 143 – 172.
22. Kaw A. K. Mechanics of Composite Materials. – New York, 2006. – 496 p.
23. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М., 1984. – 264 с.
24. Vasiliev V. V. and Morozov E. V. Advanced Mechanics of Composite Materials. – Elsevier, 2007. – 504 p.
25. Kormanikova E. Optimizacia navrhovania laminativych senvicovych konstrukcnych prvkov // Technicka Univerzita v Kosiciach, Stavebna Fakulta. – 2010. – S. 46.
26. Jones R. M. Mechanics of Composite Materials. – Taylor & Francis, 1998. – 538 p.
27. Tong L., Mouzitz A. P., and Bannister M. K. 3D Fibre Reinforced Polymer Composites. – Elsevier, 2002. – 242 p.
28. Naik N. K. and Bulliraju Nemani. Initiation of damage in composite plates under transverse central static loading // Compos. Struct. – 2001. – **52**, Issue 2. – P. 167 – 172.
29. Разрушение разномасштабных объектов при взрыве / Под ред. А. Г. Иванова. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001. – 482 с.

Поступила 12. 03. 2013