

PACS numbers: 46.50.+a, 62.20.de, 62.20.F-, 62.20.mm, 81.40.Jj, 81.40.Lm, 83.10.-y

## Параболическая стадийность кривых деформирования ОЦК-металлов на сжатие

Д. Г. Вербило, А. В. Дроздов\*

*Институт проблем материаловедения им. И. Н. Францевича НАН Украины,  
ул. Академика Кржижановского, 3,  
03680, ГСП, Киев-142, Украина*

*\*Институт проблем прочности имени Г. С. Писаренко НАН Украины,  
ул. Тимирязевская, 2,  
01014 Киев, Украина*

Систематизированы представления разными способами о параболической стадийности кривых деформационного упрочнения. Предложен новый метод определения параболических стадий деформационного упрочнения, основанный на применении сетки квадратичных парабол.

**Ключевые слова:** истинное напряжение, деформация, аналитическое описание кривых деформирования, растяжение, сжатие, тензорезистор.

Систематизовано уявлення про параболическу стадійність кривих деформационного зміцнення, представлених різними способами. Запропоновано новий метод визначення параболических стадій деформационного зміцнення, заснований на застосуванні сітки квадратичних парабол.

**Ключові слова:** істинне напруження, деформація, аналітичне описання кривих деформування, розтяг, стиск, тензорезистор.

Conceptions of parabolic staging of strain-hardening curves presented in different ways are systematized. A new method for determining the parabolic

Corresponding author: Dmytro Grygorovych Verbylo  
E-mail: ver@ipms.kiev.ua

*I. M. Frantsevich Institute for Problems of Materials Sciences, NAS of Ukraine,  
3 Academician Krzhizhanovsky Str., UA-03680 Kyiv-142, Ukraine*

*\*G. S. Pisarenko Institute for Problems of Strength, N.A.S. of Ukraine,  
2 Timiryazevs'ka Str., 01014 Kyiv, Ukraine*

Please cite this article as: D. G. Verbylo and O. V. Drozdov, The Parabolic Staging of B.C.C. Metals' Deformation Curves under Compression, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, 38, No. 7: 953–967 (2016) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.38.07.0953.

stages of strain hardening based on the quadratic-parabolas' mesh is offered.

**Keywords:** true stress, deformation, analytical description of the deformation curves, tensile, compression, strain gage.

(Получено 28 сентября 2015 г.; окончат. вариант — 27 апреля 2016 г.)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Аналитическому описанию кривых деформирования посвящено множество публикаций и предложен ряд аналитических выражений, среди которых наиболее распространённые следующие:

Людвика [1]

$$\sigma = \sigma_0 + K_1 \varepsilon^{n_1}, \quad (1)$$

Холломона [2]

$$\sigma = K_2 \varepsilon^{n_2}, \quad (2)$$

Свифта [3]

$$\sigma = K_3 (\varepsilon + \varepsilon_0)^{n_3}, \quad (3)$$

Белла [4]

$$\sigma = K_4 (\varepsilon - \varepsilon_b)^{1/2}. \quad (4)$$

Следует отметить, что данные формулы описывают только участок однородной деформации кривых на растяжение (от конца площадки текучести до деформации, соответствующей началу образования в образце шейки). Участок шейкообразования представляет собой прямую линию в истинных координатах и характеризуется модулем пластичности [5]. Для сжатия, изгиба и кручения этот вопрос не до конца ещё проработан и, вероятно, этими уравнениями можно описывать всю кривую деформирования до разрушения образца, разумеется, помимо высокопластичных материалов на сжатие.

Диаграммы растяжения металлов и сплавов с сильной температурной зависимостью напряжения течения или после предварительной пластической деформации описываются одним из вариантов уравнения (1), когда  $n_1 = 0,5$  [7]:

$$\sigma = \sigma_0 + K \varepsilon^{1/2}. \quad (5)$$

Как видим, в уравнениях (1)–(5) присутствуют 4 параметра:  $\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0$ ,  $K$  и  $n$ , т.е. задача в общем случае является четырёхпараметриче-

ской и может быть представлена в следующем виде:

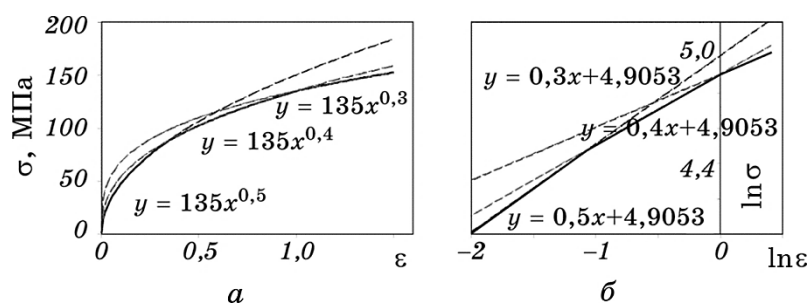
$$\sigma = \sigma_0 + K(\varepsilon - \varepsilon_0)^n. \quad (6)$$

В уравнениях (1)–(5) обычно варьируются 2 или 3 параметра. По нашему мнению решить данную задачу в четырёхпараметрическом виде на данном этапе развития компьютерной техники невозможно. В работах Белла и Моисеева с сотрудниками показана стадийность кривых деформирования при  $n = 0,5$ . Тейлор [6] в своей модели деформационного упрочнения показал параболическую зависимость между напряжением и деформацией с показателем  $n = 0,5$ . Объединив представления Белла и Моисеева, а также основываясь на модели Тейлора, попытаемся решить эту задачу в трёхпараметрическом виде с параметрами  $\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0$ ,  $K$  ( $n = 0,5$ ), а также физически обосновать зависимость между структурными перестройками в материале при деформировании и параметрами упрочнения, что и является целью данной работы.

## 2. МОДЕЛИ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ СТАДИЙНОСТИ

Стадийность кривых деформационного упрочнения может быть представлена несколькими способами.

Первый — при использовании уравнения Холломона [2] (рис. 1). Здесь параболы, описывающие три стадии, выходят из начала координат и имеют разные коэффициенты деформационного упрочнения  $K$  (150 и 135) и разные показатели  $n$  (0,5, 0,4, 0,3). При перестройке этих кривых в логарифмических координатах, или, что то же самое, прологарифмировав напряжение и деформацию



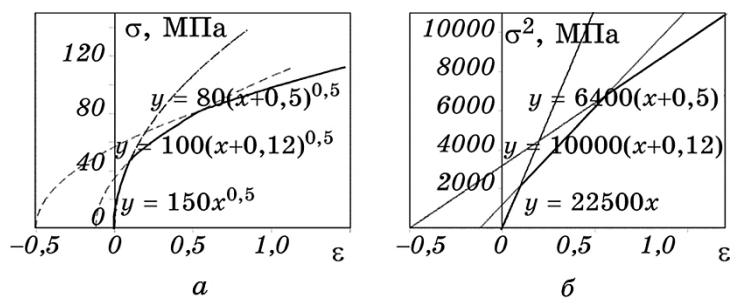
**Рис. 1.** Схема стадийности кривых деформирования при использовании уравнения Холломона [2]. Сплошная ломаная показывает 3 стадии деформирования.

**Fig. 1.** Scheme of stages of deformation curves based on using Hollomon equation [2]. The solid broken line shows three stages of deformation.

(рис. 1, б), параболы становятся прямыми линиями с коэффициентами пропорциональности, равными показателям  $n$  (0,5, 0,4, 0,3). К такому же выводу пришли авторы работы [8]. При этом свободный член  $b$  в уравнениях прямых в случае его потенцирования ( $e^b$ ) равен напряжению при деформации  $\varepsilon = 1$ . При этом  $\ln \varepsilon$  будет равен нулю. Отметим, что уравнение Холломона (2) используется в ГОСТе на сжатие [9], в котором высота образцов определяется в зависимости от показателя  $n$ .

Второй способ представления стадийности кривых деформационного упрочнения — по Беллу [4] (рис. 2). Здесь параболы, описывающие разные стадии имеют разные коэффициенты деформационного упрочнения  $K$  (150, 100 и 80), одинаковые показатели  $n = 0,5$  и разные значения  $\varepsilon_0$  (0, 0,12 и 0,5), т.е. вершины парабол при переходе от стадии к стадии сдвигаются по оси абсцисс. При перестройке этих кривых в квадратичных координатах на оси ординат (рис. 2, б) параболы становятся прямыми линиями. Исследования Белла привели к открытию единства в поведении материала и к выяснению квантованной упорядоченности для параболических функций отклика полностью отождённых кристаллических твёрдых тел. Им установлено, что коэффициенты параболы линейно зависят от температуры и всегда являются значениями дискретного квантового набора. Переходы от одной дискретной формы деформации к другой могут быть, а могут и не иметь места. Такие переходы зависят от чистоты образца, от окружающей температуры и предыстории образца. Когда существуют переходы между стадиями, они встречаются при одном из восьми фиксированных значениях деформации, которые не зависят ни от температуры, ни от чистоты, ни от кристаллической структуры [4].

Работая исключительно с условными координатами, Белл отмечает, что выбор формы представления результатов экспериментов с



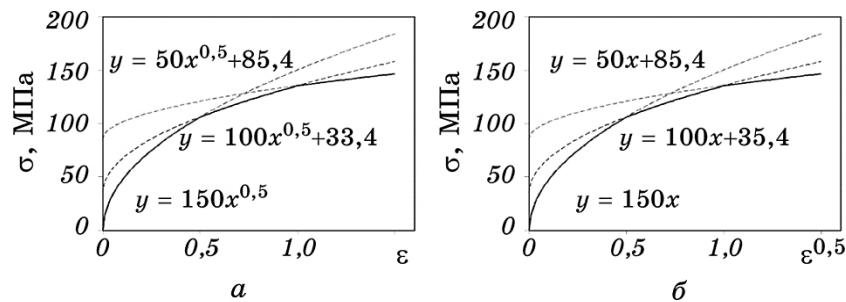
**Рис. 2.** Схема стадийности кривых деформирования по Беллу [4]. Сплошная ломаная состоит из трёх стадий деформирования.

**Fig. 2.** Scheme of stages of deformation curves according to Bell [4]. The solid broken line shows three stages of deformation.

поликристаллами, разумеется, является произвольным, но удобство представления данных в терминах условного напряжения и условной деформации состоит в том, что при этом функция отклика оказывается также параболической, как и для монокристаллов. Уменьшение площади уже учтено при отыскании определяющего касательного напряжения для монокристалла; благодаря этому оказывается возможным определение отклика для поликристаллов в терминах коэффициента поликристалличности.

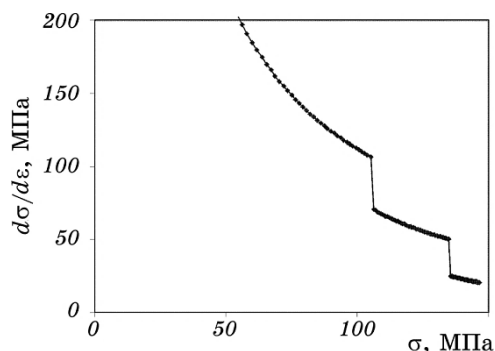
Третий способ представления стадийности кривых деформационного упрочнения — по Моисееву [7] (рис. 3). Здесь параболы, описывающие разные стадии имеют разные коэффициенты деформационного упрочнения  $K$  (150, 100 и 50), одинаковые показатели  $n = 0,5$  и разные значения  $\sigma_0$  (0, 35,4 и 85,4). Для удобства  $\sigma_0$  для первой стадии принято равным нулю, хотя для реальных кривых деформирования оно приблизительно равно пределу упругости. В данном случае вершины парабол при переходе от стадии к стадии сдвигаются по оси ординат. При перестройке этих кривых в корневых координатах по оси абсцисс (рис. 3, б) параболы становятся прямыми линиями. График, похожий на рис. 3, а приведён в работе [8].

По результатам электронно-микроскопических исследований Моисеевым с сотрудниками [7] показано, что стадийность кривых деформирования обусловлена формированием на каждой из стадий характерных дислокационных структур, сменяющих друг друга в процессе деформации в следующей последовательности: относительно равномерное распределение дислокаций, дислокационные клубки (сплетения), ячеистая структура и дислокационные ячеистые структуры возврата. При этом какая именно дислокационная структура в точках переходов между стадиями, не уточняется. Этот вопрос является предметом дальнейших исследований.



**Рис. 3.** Схема стадийности кривых деформирования по Моисееву [7]. Сплошная ломаная линия состоит из трёх стадий деформирования.

**Fig. 3.** Scheme of stages of deformation curves according to Moiseev [7]. The solid broken line shows three stages of deformation.



**Рис. 4.** Схема разрывов на графике производных в случае стадийности по Моисееву (рис. 3).

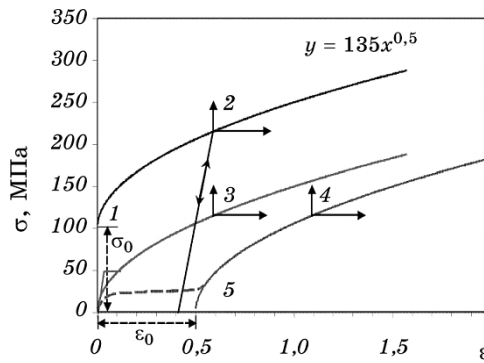
**Fig. 4.** Scheme of discontinuities of derivatives in the case of staging according to Moiseev (see Fig. 3).

Из рисунков 1, а, 2, а и 3, а видно, что сами кривые деформирования должны иметь перегибы в случае, если образуются стадии в каких-либо координатах (рис. 1, б, 2, б и 3, б), чего не наблюдается на реальных кривых деформирования. Также имеются разрывы в графике производных при переходе от стадии к стадии. На рис. 4 приведён пример разрывов в производных между стадиями для случая стадийности по Моисееву. Соответственно можно сделать вывод, что эти вышеизложенные варианты стадийности не совсем корректно описывают кривые деформирования и пригодны для ограниченных классов металлов и сплавов.

Основываясь на представлениях Тейлора, Белла и Моисеева, попробуем описать кривую деформирования с использованием уравнения, объединяющего подходы этих авторов:

$$\sigma = \sigma_0 + K(\varepsilon - \varepsilon_0)^{1/2}. \quad (7)$$

Уравнение (7) является объединением уравнений (4) и (5) и базируется на модели Тейлора. Такое же уравнение использовалось Дударевым [10] для анализа кривых микропластичности. Рассмотрим схематические изображения типичных кривых деформирования, для которых наилучшим образом подходят уравнения Холломоны [2] (кривая 3), Белла [4] (кривая 4) и Моисеева [7] (кривая 2), приведённые на рис. 5. Для кривой 3 характерны низкий предел текучести и наличие площадки текучести. Кривая 4 характерна для деформации монокристаллов (пунктирная кривая 5 соответствует стадии лёгкого скольжения). Кривая 2 характерна для поликристаллов с высоким пределом текучести, в частности, предварительно деформированных.

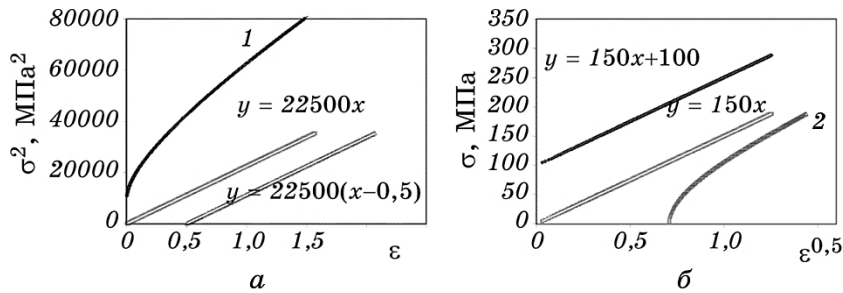


**Рис. 5.** Схематические изображения типичных кривых деформирования, для которых наилучшим образом подходят уравнения Холломона (2) (кривая 0–3), Белла (4) (кривая 5–4) и Моисеева (5) (кривая 1–2).

**Fig. 5.** Schematic representation of typical deformation curves, which are best described by Hollomon equation (2) (curve 0–3), by Bell equation (4) (curve 5–4), and by Moiseev equation (5) (curve 1–2).

После перестроения этих кривых в квадратичных координатах по оси ординат (рис. 6, а) и корневых координатах по оси абсцисс (рис. 6, б) две из трёх парабол становятся прямыми линиями.

Это перестроение объясняет, почему Белл (кривая 4) строил стадийность в квадратичных координатах по оси ординат, а Моисеев (кривая 2) — в корневых координатах по оси абсцисс. Если вершина параболы от стадии к стадии перемещается по оси абсцисс (рис. 2, а), она будет прямой линией в квадратичных координатах по оси ординат, так как  $\sigma_0 = 0$ . Аналогично если вершина параболы от стадии к стадии перемещается по оси ординат (рис. 3, а), она будет прямой линией в корневых координатах по оси абсцисс, так как  $\epsilon_0 =$



**Рис. 6.** Кривые, показанные на рис. 5, но перестроенные в квадратичных координатах по оси ординат (а) и корневых координатах по оси абсцисс (б).

**Fig. 6.** The curves shown in Fig. 5 but redrawn in the quadratic coordinates on the y-axis (a) and in root coordinates on the horizontal axis (b).

$= 0$ . Соответственно парабола 1 на рис. 6, а и парабола 2 на рис. 6, б прямыми линиями не описываются.

При перестроении кривых, изображённых на рис. 5 в логарифмических координатах обязательно нужно вершины парабол переместить в начало координат, т.е. учесть  $\sigma_0$  и  $\varepsilon_0$ . Для кривой 4 (по Беллу) уравнение в логарифмах будет иметь вид:

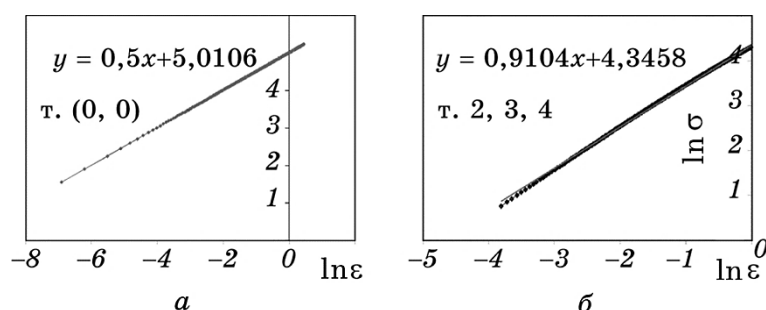
$$\ln \sigma = \ln K + \frac{1}{2} \ln(\varepsilon - \varepsilon_0). \quad (8)$$

Для кривой 2 (по Моисееву) уравнение в логарифмах будет иметь вид:

$$\ln(\sigma - \sigma_0) = \ln K + \frac{1}{2} \ln(\varepsilon). \quad (9)$$

Соответственно переместив параболы на величины  $\sigma_0$  и  $\varepsilon_0$ , в логарифмических координатах мы получим одну прямую для всех трёх парабол (рис. 7, а).

Если мы посмотрим на квадратичные параболы не из вершины, а, скажем из точек 2, 3, 4 (рис. 5), перемещая в эти точки новые координаты, квадратичные параболы окажутся с намного бóльшим показателем степени  $n = 0,91$  и значительным проигрышем в схожести (рис. 6, б). Видно, что зависимость, представленная маркерами, прямой линией не является. Точка 2 (рис. 5) может быть получена, скажем, предварительным деформированием. В случае если мы не знаем кривую предварительного деформирования, нахождение координат вершины является очень непростой задачей. Ещё сложнее найти координаты вершины, если в точке 2 начинается но-



**Рис. 7.** Параболы, изображённые на рис. 5, но перестроенные в логарифмических координатах. Перенос в точке  $(0, 0)$  (а). Взгляд на эти же параболы из точек 2, 3, 4 (б).

**Fig. 7.** The parabolas shown in Fig. 5 but redrawn in the logarithmic coordinates. The transfer at point  $(0, 0)$  (a). Looking on these parabolas from the points 2, 3, 4 (b).



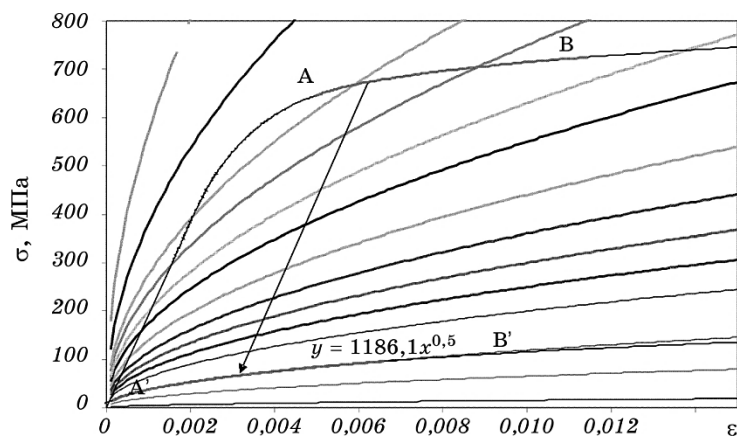
вая стадия деформационного упрочнения.

Приходим к выводу, что, несомненно, очень важным моментом является определение координат вершин парабол для всех стадий реальных кривых деформирования. Логарифмирование кривых деформирования может привести к неудовлетворительному результату, если мы не знаем координаты вершин парабол, как показано выше.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБСУЖДЕНИЕ

Нами предлагается новая методология описания кривых деформирования квадратичными параболой. На рисунке 8 представлена серия парабол с показателем  $n = 0,5$  и разными коэффициентами  $K$ , изменяющимися от 1,5 до 180. На неё нанесена кривая деформирования на сжатие стали 20ХА, предварительно деформированной прокаткой до 20%. Испытания проводились на испытательной машине CERAMTEST производства СКТБ ИПП НАН Украины [11] с компьютерной записью диаграммы. Эта машина была дооснащена тензостанцией, что позволило измерять деформацию на сжатие с помощью тензорезисторов FLA-3-11-1L японской фирмы Токуо Sokky Keikujo Co., Ltd. с точностью до  $10^{-5}$ .

Часть кривой АВ плоскопараллельным переносом переносилась в положение А'В' таким образом, чтобы она максимально совпала с одной из парабол параболической сетки. При этом параболы сетки, набранные в электронном виде, могут сами сдвигаться нужным образом. Фактически эти кривые могут двигаться друг навстречу дру-



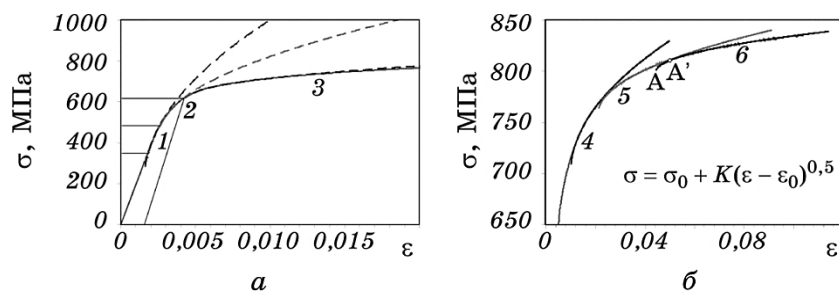
**Рис. 8.** Сетка парабол с разными коэффициентами деформационного упрочнения.

**Fig. 8.** The grid of parabolas with different coefficients of strain hardening.

гу для достижения наилучшего совпадения. На рисунке 8 кривая  $A'B'$  идеально совпала с параболой, имеющей коэффициент деформационного упрочнения, равный 1186 МПа. Правее точки  $B'$  наблюдается отклонение кривой деформирования от данной параболы. Поэтому точка  $B'$  и является началом следующей стадии. В результате плоскопараллельного переноса определяются соответствующие  $\sigma_0$  и  $\varepsilon_0$ . Для стадии, изображённой на рис. 8, они равны 629 МПа и 0,0048078 соответственно. Эти значения и являются неизвестными параметрами, входящими в уравнение (7).

Благодаря использованию тензорезисторов, на кривой деформирования удалось выявить 6 стадий. Три из них соответствуют области микропластичности (рис. 9, а). И ещё три стадии — области макропластичности (рис. 9, б). В результате такого вычислительного эксперимента удалось выявить поразительный факт — координаты  $\sigma_0$  и  $\varepsilon_0$  для каждой следующей стадии практически совпадают с координатами начала очередной стадии. Скажем, для описания стадии 6 (рис. 9, б) уравнение описывающей параболы будет  $\sigma = 799 + 151,3(\varepsilon - 0,04425)^{1/2}$ . Здесь  $\sigma_0 = 799$  и  $\varepsilon_0 = 0,04425$  — координаты вершины описывающей 6-ю стадию параболы (точка А на рис. 9, б). Точка  $A'$  начала 6-й стадии имеет координаты  $\sigma_0 = 812$  и  $\varepsilon = 0,051$ , т.е. находится практически рядом. Вершина параболы, описывающей третью стадию, вообще совпала с её началом (рис. 9, а). Этот вывод о необходимости переноса координат к началу следующей стадии предвидел Моисеев в своей работе [12].

Ещё раз отметим важность рассмотрения параболы из её вершины: при взгляде на параболу из её вершины (точка А на рис. 9, б), её уравнение будет  $\sigma = 799 + 151,3(\varepsilon - 0,04425)^{0,5}$ , а если сместить координаты в точку начала шестой стадии  $A'$ , и обработать в логарифмических координатах, то уравнение кардинально меняется —  $\sigma = 812 + 241,17(\varepsilon - 0,051)^{0,77}$ , т.е. показатель степени становится



**Рис. 9.** Стадии деформационного упрочнения: микропластичность 1–3 (а) и макропластичность 4–6 для деформирования сжатием (б).

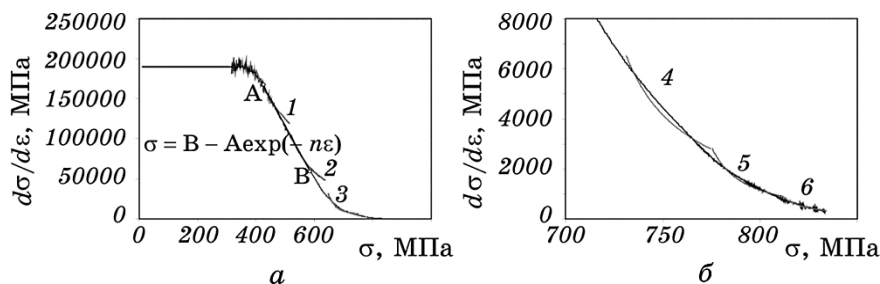
**Fig. 9.** The stages of strain hardening: microplasticity 1–3 (a) and macroplasticity 4–6 for compression tests (b).

значительно завышенным, а также значительно снижается степень достоверности аппроксимации.

Физически наличие участка AA' может быть объяснено следующим образом. Стадийность кривых деформирования обусловлена формированием на каждой из стадий характерных дислокационных структур, которые сменяют друг друга не скачкообразно в одной точке, а достаточно плавно. Например, под конец стадии, имеющей дислокационные клубки (сплетения) дислокаций, в некоторых зёрнах (объёмах) поликристалла зарождается ячеистая структура дислокаций, но превалирующим является поведение кривой, характерное для дислокационных сплетений. По мере увеличения количества зёрен, имеющих ячеистую структуру дислокаций, превалирующей становится кривая, характерная для ячеистой структуры, т.е. мнимый участок AA' соответствует поведению отдельных зёрен материала, уже имеющих новый (следующий) тип дислокационной структуры. Для подтверждения обоснованности этой теории необходимы дополнительные электронно-микроскопические исследования.

Согласно Дудареву [10], истинный предел упругости — это напряжение, при котором обнаруживаются первые признаки скольжения в отдельных зёрнах. Дударев истинный предел упругости отождествляет с пределом пропорциональности. В нашем случае, — это начало первой стадии, — 350 МПа. Макроскопический предел упругости поликристалла — это напряжение, при котором появляются одна или несколько групп рядом расположенных пластически деформированных зёрен, т.е. начинается их кооперативная пластическая деформация. Согласно Дудареву [10], макроскопический предел упругости определяется в точке перехода от первой ко второй стадии микропластической деформации. В нашем случае эта величина составляет 515 МПа (рис. 9, а). Напряжение, при котором завершается формирование полосы Людерса–Чернова, называется физическим пределом текучести. Описывая стадии микропластичности параболami  $\sigma \propto (\varepsilon - \varepsilon'')^{1/2}$ , Дударев [10] установил, что физический предел текучести определяется в точке перехода от 2-й к 3-й стадии микропластичности. В нашем случае эта величина равна 640 МПа. При этом пластическая (остаточная) деформация  $\varepsilon = 0,15\%$ , что хорошо согласовывается с общепринятыми представлениями.

Для проверки правильности описания кривых деформирования параболическими стадиями, воспользуемся методологией, предложенной Коксом [13] и Цехетбауэром [14]. Для этого кривые, приведённые на рис. 9, а, б, были перестроены в координатах  $d\sigma/d\varepsilon - \sigma$ . Результаты такого перестроения представлены на рис. 10 для стадии микропластичности (а) и макропластичности (б). Обращает на себя внимание значительно лучшая сходимость парабол с основной



**Рис. 10.** Стадии деформационного упрочнения, перестроенные в координатах  $d\sigma/d\varepsilon$ - $\sigma$ : микропластичность — 1–3 (а), макропластичность — 4–6 (б).

**Fig. 10.** The stages of strain hardening redrawn in the coordinates  $d\sigma/d\varepsilon$ - $\sigma$ : microplasticity—1–3 (а), macroplasticity—4–6 (б).

кривой по сравнению с результатами, изображёнными на рис. 4, т.е. новая методология построения параболической стадийности позволяет значительно более точно описывать кривые деформирования.

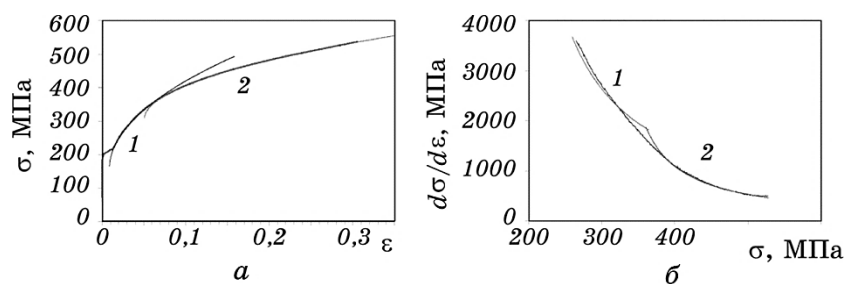
Обращает на себя внимание абсолютно прямолинейный участок АВ на рис. 10. В работе [15] нами показано, что, решив дифференциальное уравнение, составленное по уравнению прямой АВ, мы получаем уравнение Воце [16]:

$$\sigma = B - A \exp(-n\varepsilon). \quad (10)$$

Это уравнение наиболее идеально подходит для микропластичности. Из этого факта, а также из всей данной статьи в целом можно также сделать вывод о том, что каждый экспериментатор, занимавшийся ранее аналитическим описанием кривых деформирования, внёс свою неопределимую лепту в решение и физическое обоснование такой сложной задачи.

Также проведён эксперимент на сжатие простого поликристалла — армко-железа. Так как тензорезисторы имеют ограничения в измеряемой деформации 10%, испытание армко-железа проводили без тензорезисторов для получения полной кривой деформирования до 30% деформации. После обработки полученной кривой была определена пластическая деформация, а значения напряжений и деформаций были пересчитаны в истинные значения.

На рисунке 11, а представлена кривая деформирования армко-железа в истинных координатах. Согласно методике, приведённой на рис. 8, на этой кривой было определено 2 стадии деформационного упрочнения. Обращает на себя внимание, что вторая стадия является очень продолжительной по деформации — около 25%. На рисунке 11, б представлена кривая деформирования армко-железа



**Рис. 11.** Кривая деформирования армко-железа в истинных координатах (а) и в координатах  $d\sigma/d\varepsilon-\sigma$  (б).

**Fig. 11.** ARMCO iron deformation curve in true coordinates (a) and in coordinates  $d\sigma/d\varepsilon-\sigma$  (b).

в координатах  $d\sigma/d\varepsilon-\sigma$ . Так же, как и на рис. 10, б, наблюдается хорошее совпадение параболических аппроксимаций с основной кривой.

#### 4. ВЫВОДЫ

1. Теория параболической стадийности кривых деформирования поликристаллов, в создание которой свой большой вклад внесли представители украинской школы В. И. Трефилов и В. Ф. Моисеев, расширена на случай испытания на сжатие.

2. Разработан новый метод определения параболических стадий деформационного упрочнения, основанный на применении сетки квадратичных парабол.

3. Посредством объединения представлений Белла и Моисеева, а также на основе модели Тейлора была решена задача определения стадий кривых деформирования в трёхпараметрическом виде  $\sigma = \sigma_0 + K(\varepsilon - \varepsilon_0)^{1/2}$ .

4. Показана необходимость переноса координат практически к началу очередной стадии деформирования, предсказанная в своё время В. Ф. Моисеевым.

5. Предложен физический подход для объяснения плавного перехода между стадиями параболического упрочнения.

6. Определены истинный и макроскопический пределы упругости, а также физический предел текучести непосредственно из кривой деформирования.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. Ludwik, *Elements der Technologischen Mechanik* (Berlin: Springer: 1909).
2. J. H. Hollomon, *Trans. AIME*, **162**: 268 (1945).

3. H. W. Swift, *J. Mech. Phys. Solids*, **1**: 1 (1952).
4. Дж. Ф. Белл, *Экспериментальные основы механики деформируемых твёрдых тел. Часть II. Конечные деформации* (Москва: Наука: 1984).
5. Н. А. Шапошников, *Механические испытания металлов* (Москва–Ленинград: Машгиз: 1954).
6. G. I. Taylor, *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, **145**: 362 (1934).
7. В. И. Трефилов, В. Ф. Моисеев, Э. П. Печковский и др., *Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических металлов* (Ред. В. И. Трефилов) (Киев: Наукова думка: 1989).
8. И. Н. Христенко, Ю. С. Томенко, *Проблемы прочности*, № 10: 51 (1981).
9. *Расчёты и испытания на прочность. Метод испытания на сжатие*. ГОСТ 25.503-97 (принят Межгосударственным Советом по стандартизации, метрологии и сертификации 21.11.1997, Минск).
10. Е. Ф. Дударев, *Микропластическая деформация и предел текучести поликристаллов* (Томск: Изд-во Томского ун-та: 1988).
11. [http://www.sdtb.kiev.ua/sdtb\\_ceram1\\_ru.htm](http://www.sdtb.kiev.ua/sdtb_ceram1_ru.htm)
12. В. Ф. Моисеев, *Металлофиз. новейшие технол.*, **23**, № 3: 387 (2001).
13. U. F. Kocks and H. Mecking, *Prog. Mater. Sci.*, **48**: 171 (2003).
14. M. J. Zehetbauer, *Investigation and Applications of Severe Plastic Deformation* (Eds. T. C. Love and R. Z. Valiev) (Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers: 2000), p. 81.
15. Д. Г. Вербило, *Электронная микроскопия и прочность материалов. Серия «Физическое материаловедение, структура и свойства материалов»*, вып. **18**: 104 (2012).
16. E. Voce, *J. Inst. Metals*, **74**, No. 7: 537 (1948).

## REFERENCES

1. P. Ludwik, *Elements der Technologischen Mechanik* (Berlin: Springer: 1909).
2. J. H. Hollomon, *Trans. AIME*, **162**: 268 (1945).
3. H. W. Swift, *J. Mech. Phys. Solids*, **1**: 1 (1952).
4. J. F. Bell, *Экспериментальные основы механики деформируемых твёрдых тел. Часть II. Конечные деформации* [Experimental Bases of Mechanics of Deformed Solids. Part 2. Finite Strains] (Moscow: Nauka: 1984) (Russian translation).
5. N. A. Shaposhnikov, *Механические Испытания Металлов* [Mechanical Testing of Metals] (Moscow–Leningrad: Mashgiz: 1954) (in Russian).
6. G. I. Taylor, *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, **145**: 362 (1934).
7. V. I. Trefilov, V. F. Moiseev, E. P. Pechkovskiy et al., *Деформационное Упрочнение и Разрушение Поликристаллических Металлов* [Work Hardening and Fracture of Polycrystalline Metals] (Ed. V. I. Trefilov) (Kiev: Naukova Dumka: 1989) (in Russian).
8. I. N. Khristenko and Yu. S. Tomenko, *Проблемы Прочности* [Problems of Strength], No. 10: 51 (1981) (in Russian).
9. *Расчёты и Испытания на Прочность. Метод Испытания на Сжатие*. GOST 25.503-97 (accepted by Mezghosudarstvennyy Sovet po standartizatsii, metrologii i sertifikatsii 21.11.1997, Minsk) (in Russian).
10. E. F. Dudarev, *Микропластическая Деформация и Предел Текучести*

- Polikristallov* [Microplastic Strain and Yield Strength of Polycrystals] (Tomsk: Tomsk Univ.: 1988) (in Russian).
11. [http://www.sdtb.kiev.ua/sdtb\\_ceram1\\_ru.htm](http://www.sdtb.kiev.ua/sdtb_ceram1_ru.htm) (in Russian).
  12. V. F. Moiseev, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **23**, No. 3: 387 (2001) (in Russian).
  13. U. F. Kocks and H. Mecking, *Prog. Mater. Sci.*, **48**: 171 (2003).
  14. M. J. Zehetbauer, *Investigation and Applications of Severe Plastic Deformation* (Eds. T. C. Love and R. Z. Valiev) (Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers: 2000), p. 81.
  15. D. G. Verbylo, *Elektronnaya Mikroskopiya i Prochnost Materialov. Seriya 'Fizicheskoe Materialovedenie, Struktura i Svoystva Materialov'*, **18**: 104 (2012) (in Russian).
  16. E. Voce, *J. Inst. Metals*, **74**, No. 7: 537 (1948).