

PACS numbers: 07.60.Ly, 41.50.+h, 42.30.Ms, 61.05.cp, 61.72.Ff, 87.59.-e

Воспроизведение остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе *LLL*-интерферометра

И. М. Фодчук, С. Н. Новиков, И. В. Яремчук

*Черновицкий национальный университет им. Юрия Федьковича,
ул. Коцюбинского, 2,
50002 Черновцы, Украина*

Проведён анализ влияния на формирование муаровой картины величины равномерно распределённых локальных сосредоточенных сил, действующих параллельно вектору дифракции \mathbf{H} на выходную поверхность анализатора *LLL*-интерферометра. Показано, что формирование новых деформационных муаровых полос происходит в переходной по знаку деформационной области вблизи сосредоточенных сил; форма муаровых полос отражает общее поле смещений, образованное рядом сосредоточенных сил; уменьшение обратной величины периода муаровых полос при удалении от ряда из сосредоточенных сил отражает поведение суммарного деформационного поля.

Ключевые слова: *LLL*-интерферометр, муаровые полосы, сосредоточенная сила, деформационное поле.

Проведено аналіз впливу на формування муарової картини величини рівномірно розподілених локальних зосереджених сил, що діють паралельно вектору дифракції \mathbf{H} на вихідну поверхню аналізатора *LLL*-інтерферометра. Показано, що формування нових деформаційних муарових смуг відбувається в перехідній за знаком деформаційній області поблизу зосереджених сил; форма муарових смуг відображає загальне поле зміщень, утворене рядом зосереджених сил; зменшення оберненої величини періоду муарових смуг при віддаленні від ряду із зосереджених сил відображає поведінку сумарного деформаційного поля.

Corresponding author: Igor Mykhaylovych Fodchuk
E-mail: ifodchuk@ukr.net

*Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University,
2 Kotsiubynsky Str., 58012 Chernivtsi, Ukraine*

Please cite this article as: I. M. Fodchuk, S. M. Novikov, and I. V. Yaremchuk, Reconstruction of a Residual Strain Field in a Crystal-Analyser of a *LLL*-Interferometer, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 3: 389–403 (2016) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.38.03.0389.

Ключові слова: *LLL*-інтерферометр, муарові смуги, зосереджена сила, деформаційне поле.

The analysis of influence of magnitude of evenly distributed local concentrated forces, which act parallel to diffraction vector \mathbf{H} on the output surface of analyser of *LLL*-interferometer, on the formation of moiré pattern is performed. As shown, the formation of new deformation moiré fringes occurs in the transition by the sign deformation area near concentrated forces; form of moiré fringes reflects total displacement field formed by the row of concentrated forces; decrease of reciprocal value of period of moiré fringes at a distance from a row of concentrated forces reflects the behaviour of the total deformation field.

Key words: *LLL*-interferometer, moiré image, point force, deformation fringes.

(Получено 30 ноября 2015 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие рентгеновских дифракционных исследований в последние десятилетия определяется двумя важными факторами — применением мощных монохроматических источников излучения, в первую очередь синхротронных, а также использованием для регистрации интенсивности высокоразрешающих *CCD*-детекторов. Такие технические достижения науки позволили значительно развить и усовершенствовать экспериментальные методики рентгеновской дифрактометрии, топографии и многокристальной интерферометрии [1–4].

Методам рентгеновской многокристальной интерферометрии более 50 лет [5, 6] и они до сих пор актуальны, особенно при исследовании слабопоглощающих объектов, биологических и медицинских образцов в фазовой томографии [7, 8], исследовании структурной однородности кристаллов и рекордной точности определения их периодов решётки [9, 10].

Вместе с тем, указанные методы имеют существенный недостаток — неоднозначность в трактовке муаровых изображений деформационных полей от отдельных дефектов и их комплексов. Это обусловлено, так называемой фазовой проблемой, возникающей при интерференции когерентных рентгеновских пучков, которые распространяются в областях кристалла с различными структурными несовершенствами [11, 12]. В то же время, на формирование муаровой картины влияет много других факторов — макро- и микродеформационные поля, обусловленные структурным несовершенством и неоднородностью кристаллических блоков интерферометра и их отклонениями в геометрических характеристиках (нарушение плоскопараллельности пластин, кристаллографической разориентации и т.п.) [13, 14, 15].

Развитие динамической теории рентгеновских волн в настоящее время позволяет провести необходимые численные моделирования муаровых картин с заданным полем деформаций [12, 13]. При таком подходе из анализа экспериментальных муаровых картин можно получить необходимую количественную информацию об источниках остаточных или действующих деформаций и их распределении, а также о характере возможного взаимовлияния [16, 17, 18]. Поэтому, развитие новых теоретических подходов, разработка оригинальных алгоритмов и программного обеспечения для воспроизведения характера остаточного и упругого деформационного поля из анализа муаровых распределений интенсивности в *LLL*-интерферометрии является актуальной задачей.

Целью данной работы является поиск новых подходов и методов решения обратной задачи — воспроизведение возможных источников остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе *LLL*-интерферометра из анализа характера изменения периодов муаровых полос, их формы и распределений интенсивности. Для этого по известному деформационному полю, образованному локальными источниками деформаций, проводится анализ влияния на формирование муаровой картины величины равномерно распределённых локальных сосредоточенных сил, действующих на выходную поверхность анализатора *LLL*-интерферометра, параллельно вектору дифракции \mathbf{H} .

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Если в одном из компонентов интерферометра (рис. 1) существуют нарушения идеальности кристаллической решётки, то это приведёт к изменению распределения интенсивностей R_0 и R_h пучков в плоскости рассеяния и формированию соответствующей геометрии интерференционной картины в анализаторе интерферометра. Зная разность фаз φ и изменение периодов Λ муаровых полос, можно исследовать влияние тех или иных факторов на формирование волнового поля в анализаторе интерферометра вследствие интерференции когерентных пучков E_{hh} и E_{0h} , т.е. согласно [12, 15, 16]

$$R_h = E_{0h}^I E_{0h}^{I*} = (E_0^{\text{II}} e^{i\varphi_1^{\text{II}}} + E_h^{\text{I}} e^{i\varphi_2^{\text{I}}})(E_0^{\text{II}*} e^{-i\varphi_1^{\text{II}}} + E_h^{\text{I}*} e^{-i\varphi_2^{\text{I}}}), \quad (1)$$

$$R_0 = E_{0h}^{\text{II}} E_{0h}^{\text{II}*} = (E_0^{\text{I}} e^{i\varphi_1^{\text{I}}} + E_h^{\text{II}} e^{i\varphi_2^{\text{II}}})(E_0^{\text{I}*} e^{-i\varphi_1^{\text{I}}} + E_h^{\text{II}*} e^{-i\varphi_2^{\text{II}}}), \quad (2)$$

где

$$E_0^{\text{I}} = E_0^{\text{S}} E_h^{\text{M}} E_0^{\text{A}}, \quad E_h^{\text{I}} = E_h^{\text{S}} E_h^{\text{M}} E_h^{\text{A}}, \quad E_0^{\text{II}} = E_h^{\text{S}} E_0^{\text{M}} E_0^{\text{A}}, \quad E_h^{\text{II}} = E_0^{\text{S}} E_h^{\text{M}} E_h^{\text{A}},$$

$$\varphi_1^{\text{II}} = \varphi_0^{\text{S}} + \varphi_h^{\text{M}} + \varphi_0^{\text{A}}, \quad \varphi_2^{\text{I}} = \varphi_h^{\text{S}} + \varphi_h^{\text{M}} + \varphi_h^{\text{A}}, \quad \varphi_2^{\text{II}} = \varphi_h^{\text{S}} + \varphi_h^{\text{M}} + \varphi_0^{\text{A}}, \quad \varphi_1^{\text{I}} = \varphi_0^{\text{S}} + \varphi_h^{\text{M}} + \varphi_h^{\text{A}}$$

результатирующие волновые поля вдоль направлений I и II после дифракций отражения и преломления (индексы 0 и h соответственно) в пластинах S , M и A LLL -интерферометра (рис. 1). Знак «*» обозначает комплексно сопряжённую величину, $\varphi = \varphi^I - \varphi^{II}$ — разность фаз, набегающую вдоль одного из направлений I или II. Более подробно теоретические основы метода численного расчёта муаровых картин изложены в работах [17, 18].

В общем случае фаза дифрагированного интерференционного пучка связана с фазой структурной амплитуды брэгговских отражений. Если отражающие плоскости деформированы, то эффективная фаза структурной амплитуды локально модифицируется. Когда такая дифрагированная волна в кристалле интерферирует с другой волной, то изменения интенсивности вдоль сечения пучка отображаются в виде муаровой картины [16, 19].

Если допустить что муаровая картина в трёхкристальном LLL -интерферометре возникает вследствие смещений атомных плоскостей U только в кристалле-анализаторе, то фазовый сдвиг φ между дифрагирующими волнами E_{hh} и E_{0h} , обусловленный изменением направления вектора дифракции \mathbf{H} на $\mathbf{H} + \Delta\mathbf{H}$, в этом случае равен [12]

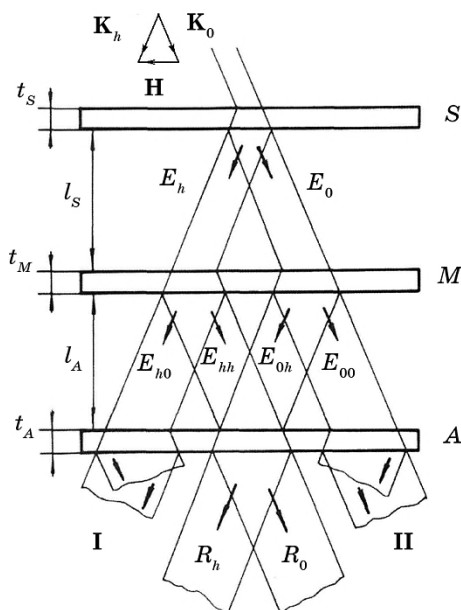


Рис. 1. Схема рентгеновского LLL -интерферометра: S — расщепитель, M — зеркало, A — анализатор.

Fig. 1. Scheme of LLL -interferometer: S —splitter, M —mirror, A —analyser.

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_0 + 2\pi\mathbf{H}\mathbf{U}(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Если смещение атомных плоскостей не зависит от \mathbf{r} , т.е. $\varphi = \varphi_0$, то муаровая картина, возникающая за счёт фазового объекта, будет иметь вид периодических контуров одинаковой интенсивности, перпендикулярных к вектору $\Delta\mathbf{H}$. Тогда (3) аналогично выражению $\varphi_0 = 2\pi(x - x_0)/\Lambda$ (координата x направлена вдоль вектора \mathbf{H} , а Λ — период фазового муара), для которого различают следующие случаи:

а) дилатационного муара, когда в одно из плеч интерферометра вносится клиновидный объект, или, если в нём имеется изменение периода решётки d на постоянную величину Δd , то согласно [20]:

$$\Lambda = \Lambda_D = \frac{1}{|\Delta\mathbf{H}_D|} = \frac{1}{1/d_1 - 1/d_2} = \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1} \cong \frac{d}{\Delta d/d}, \quad (4a)$$

где $\Delta\mathbf{H}_D$ — проекция $\Delta\mathbf{H}$ на \mathbf{H} ;

б) ротационного муара, когда при постоянном периоде решётки d изменяется только направление \mathbf{H} на угол φ_R :

$$\Lambda = \Lambda_R = \frac{1}{\Delta H_R} = \frac{1}{(1/d) 2 \sin(\varphi_R/2)} = \frac{d}{\varphi_R}; \quad (4б)$$

в) смешанного муара, когда \mathbf{H} изменяется как по величине, так и по направлению:

$$1/\Lambda_M = \sqrt{(1/\Lambda_D)^2 + (1/\Lambda_R)^2}. \quad (4в)$$

Если поле смещений $\mathbf{U}(\mathbf{r})$, обусловленное дефектом, зависит от \mathbf{r} , то локальное изменение вектора $\Delta\mathbf{H}$ задаётся выражением [19]

$$\Delta\mathbf{H} = -\nabla(\mathbf{H}\mathbf{U}). \quad (5)$$

Рентгеновские топографические изображения после прохождения волнами E_{hh} и E_{0h} нарушенной области кристалла определяются эффективными разориентациями атомных плоскостей [21]:

$$\alpha(\mathbf{r}) = 2 \sin \theta |\mathbf{H}| \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} - \text{ctg } \theta \frac{\partial U_x}{\partial z} \right), \quad (6)$$

где z — координата вдоль оси, направленной в кристалл, перпендикулярно к поверхности, ось x — антипараллельна вектору \mathbf{H} , U_x — компонента поля смещений $\mathbf{U}(\mathbf{r})$, возникающего при действии локальной нагрузки, θ — угол Брэгга. Первое слагаемое в формуле (6) характеризует изменение межплоскостного расстояния вдоль вектора \mathbf{H} , второе описывает локальный изгиб отражающих плоско-

стей.

При действии сосредоточенной силы P на полубесконечную среду вдоль координаты z поле атомных смещений описывается соотношением [22]:

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}) = \frac{P_d}{r} \left[\left(\frac{xz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{x}{r+z} \right) \mathbf{i}_x + \left(\frac{yz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{y}{r+z} \right) \mathbf{i}_y + \left(\frac{z^2}{r^2} - 2(1-\nu) \right) \mathbf{i}_z \right], \quad (7)$$

где $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, \mathbf{i}_x , \mathbf{i}_y , \mathbf{i}_z — единичные орты осей координат, ν — коэффициент Пуассона, P_d — значение нагрузки.

Соотношение (7) позволяет подбором величины нагрузки P_d , направления действия и областей размещения локальных сил на поверхности кристалла моделировать поля упругих напряжений и деформаций, которые могут возникать в случае наличия остаточных источников деформаций, например, микроцарапин или дислокационных скоплений.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

На рисунке 2 в приближении падающей плоской монохроматической волны для кристалла Si (отражение (220) $\text{CuK}_{\alpha 1}$ -излучения) представлены рассчитанные муаровые картины для случая действия на выходную плоскость кристалла-анализатора, параллельно вектору \mathbf{H} , семи равномерно расположенных сосредоточенных локальных сил. Муаровые изображения анализировались как без, так и с учётом фазового муара ($\Lambda_D = 1800$ мкм). Величину нагрузки («мощности») P , фигурирующую в подписях к рисункам, в точках приложения силы принимали равной $P = \frac{\sin \theta}{\lambda} \frac{P_d |\mathbf{H}|}{2\pi\mu}$, θ — угол

Брэгга μ — модуль сдвига. Отметим, что при суммарной мощности локальных источников $P_\Sigma = 100$ значение $P_d = 0,08$, что отвечает области слабых деформаций.

Слабыми по величине деформациями будем считать такие, для которых локальная разориентация атомных плоскостей $\delta\alpha(\mathbf{r})$ на единицу длины намного меньше полуширины кривой отражения W , нормированной на значение экстинкционной длины Λ_{ext} [15, 21]

$$\frac{\partial\alpha(\mathbf{r})}{\partial\ell} \ll \frac{W}{\Lambda_{\text{ext}}}. \quad (8)$$

В этом случае амплитуды $E_{0,h}$ волновых полей медленно изменяются и формирование муаровой картины связано, в основном, с их фазовым несоответствием. Это позволяет использовать эйкональное приближение теории Като [23], в которой вектор дифракции \mathbf{H} яв-

ляется функцией пространственных координат и играет роль медленно изменяемого показателя преломления, при этом размер неоднородности L превышает экстинкционную длину Λ_{ext} . Такой подход позволяет выделить в амплитудах E_0 и E_h быстро изменяющиеся фазовые множители [24].

В случае сильных деформаций $|\delta\alpha(\mathbf{r})| > W$ для нахождения комплексных амплитуд E_{hh} и E_{0h} волн используется система уравнений Такаги [25], для решения которой применяются численные методы [21, 26].

Форма муаровых распределений интенсивности на рис. 2 зависит от величины нагрузки и от периода фазового муара Λ_D . На взаимодействие фазового и «деформационного» муара существенно влияет величина периода Λ_D . Фазовый муар сужает область визуализации деформационного муара [18].

Интерференция двух когерентных рентгеновских волн в кристалле увеличивает, как лупа, область отображения деформационного поля на рис. 2, *a* (в разы по сравнению с топографическим изображением на рис. 3, *a*), посредством формирования характерной дугообразной (эллипсообразной) системы тёмно-белых по контрасту муаровых полос с переменным периодом.

На интерференционных распределениях интенсивности (рис. 2, без фазового муара) в зависимости от мощности сосредоточенных сил наблюдаются, как правило, две системы муаровых полос. Первая, в случае относительно слабых нагрузок сформирована вблизи сосредоточенных сил, позволяет наблюдать зарождение так называемых деформационных муаровых полос в переходной по знаку области (сжатие–растяжение) (рис. 2, *a*), т.е. отдельные муаровые полосы формируются в тех областях вблизи сосредоточенных сил, где максимальна скорость изменения фазы. При этом формирование системы чёрно-белых муаровых полос вокруг каждой сосредоточенной силы симметрично относительно центральной силы и отражает характер взаимодействия (суперпозиции) их деформационных полей. Это достаточно наглядно следует из формы муарового распределения интенсивности вблизи крайних по обе стороны ряда сосредоточенных сил, которое формируется на относительно больших расстояниях от них. Интересно, что наличие фазового муара (рис. 2, правый ряд) своеобразно влияет на проявление тонкой структуры деформационного муара вблизи сосредоточенной силы. Если на какую-то сосредоточенную силу попадает тёмная или белая полоса фазового муара, то тонкая структура деформационного муара будет с обеих сторон бело-белой или тёмно-тёмной без изменения размеров (рис. 2, *b*). В противном случае сохранится бело-тёмная или наоборот тёмно-белая структура. При этом сформированные муаровые полосы, отдалённые от крайних сосредоточенных сил, фактически будут подавлены фазовым муаром, то есть влияние де-

формационной компоненты значительно меньше фазовой.

В то же время, имеет место значительное смещение (на половину

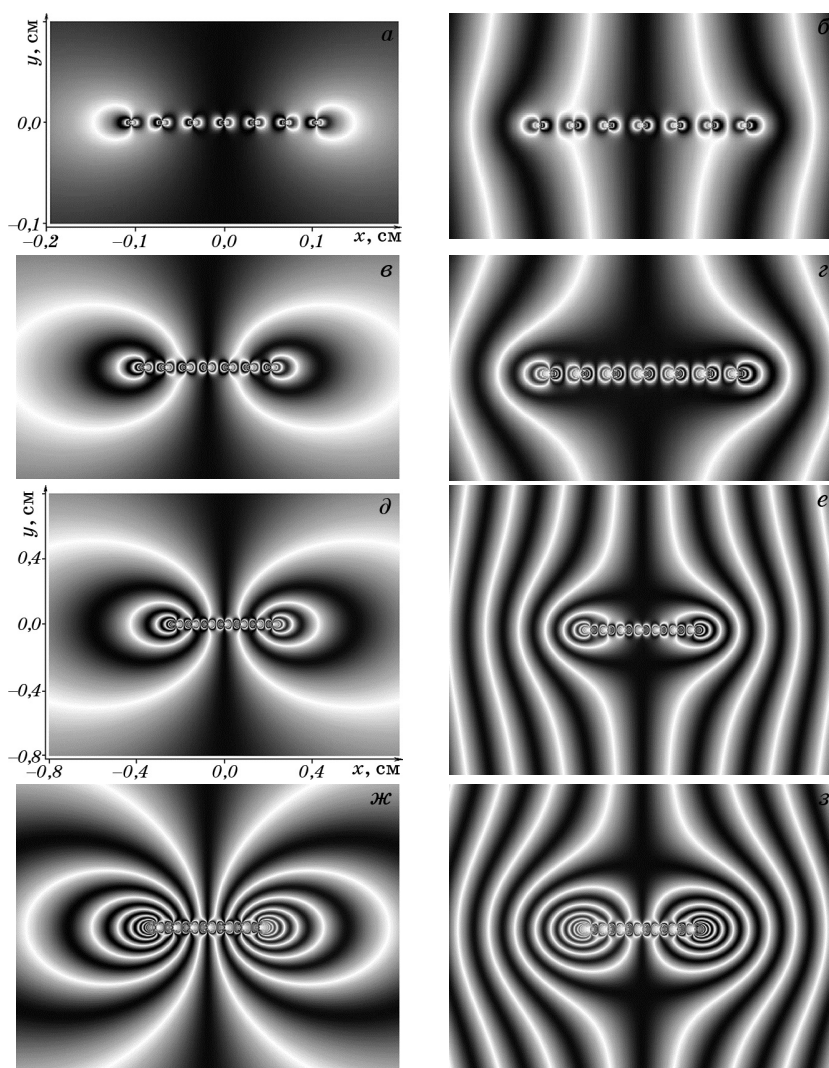


Рис. 2. Рассчитанные муаровые изображения без (*а, в, д, ж*) и с фазовым муаром $\Lambda_D = 1800 \text{ мкм}$ (*б, г, е, з*) для ряда одинаковых локальных сосредоточенных сил. Расстояние между силами 400 мкм . Величина отдельной сосредоточенной нагрузки: $P = 1$ (*а, б*) $P = 3$ (*в, г*) $P = 5$ (*д, е*), $P = 10$ (*ж, з*). Si, отражение (220), CuK_α -излучение.

Fig. 2. Calculated moiré images without (*a, в, д, ж*) and with phase moiré with $\Lambda_D = 1800 \text{ }\mu\text{m}$ (*б, г, е, з*) for the row of equal local concentrated forces. Distance between the forces is $400 \text{ }\mu\text{m}$. The value of each local load: $P = 1$ (*a, б*) $P = 3$ (*в, г*) $P = 5$ (*д, е*), $P = 10$ (*ж, з*). Si, (220) reflection, CuK_α -radiation.

периода) фазовой муаровой полосы вблизи крайних сосредоточенных сил. Это позволяет оценить их мощность при сопоставлении соответствующих фазовых соотношений.

Вторая система муаровых полос возникает при определённых значениях суммарной мощности сосредоточенных сил на значительном расстоянии от ряда, в частности при $P = 3$ и $P = 5$, т.е. когда деформационная компонента значительно превышает фазовую ($\varphi_d > \varphi_\phi$). На рисунках 2, *в* и *д* наглядно показано возникновение новых деформационных муаровых полос в области сжатия-растяжения деформационного поля сосредоточенных сил на следующих по порядку от крайних в ряду сосредоточенных сил.

Наличие фазового муара привело к изменению (кроме центральной сосредоточенной силы) чередования контраста в системе светло-тёмных полос (рис. 2, *в*). Если условно принять за правило считать отсчёт чередования контраста от края ряда к центру, то произошла смена с бело-чёрного на чёрно-белый контраст. Заметим,

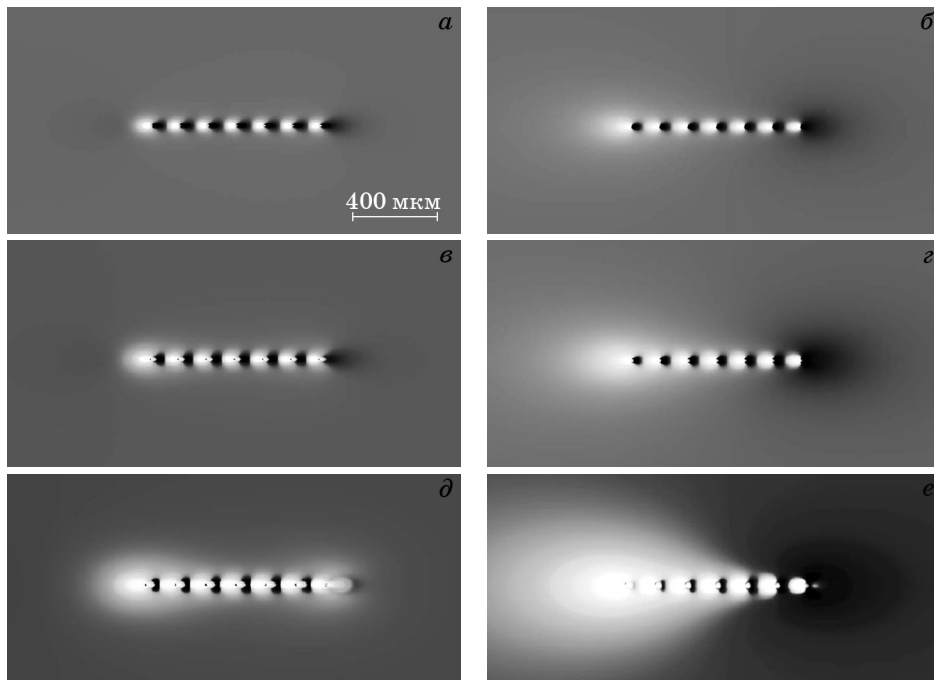


Рис. 3. Топографические распределения интенсивности от ряда сосредоточенных сил в пучке R_h (*a*, *в*) и R_0 (*б*, *з*) *LLL*-интерферометра. Величина отдельной сосредоточенной нагрузки: $P = 1$ (*a*, *б*), $P = 5$ (*в*, *з*), $P = 10$ (*д*, *е*).

Fig. 3. Topographic intensity distributions of the row of concentrated forces in R_h (*a*, *в*) and R_0 (*б*, *з*) beams of *LLL*-interferometer. The value of each local load: $P = 1$ (*a*, *б*), $P = 5$ (*в*, *з*), $P = 10$ (*д*, *е*).

что для всех остальных случаев (различных по величине P) центральная область всегда будет, согласно принятому правилу, белой.

Увеличение мощности сосредоточенных сил до $P = 10$ (рис. 2, ж, з) демонстрирует динамику возникновения новых муаровых полос вблизи двух соседних сосредоточенных сил в переходных по знаку областях деформации.

При этом центральная тёмная фазовая муаровая полоса разделяется по обе стороны ряда и охватывает его с обеих сторон (рис. 2, з). Наблюдается значительное смещение на несколько периодов фазового муара центральных (светлых) фазовых муаровых полос по обе стороны ряда сосредоточенных сил.

Наличие фазового муара является своеобразным зондом, с помощью которого можно оценить по изменению периодов $\Lambda_D(x)$ деформационных или фазовых муаровых полос не только мощность крайних в ряду сосредоточенных сил, но и определить характер падения суммарного деформационного поля.

На топографических распределениях интенсивности рентгеновских волн от ряда сосредоточенных сил на рис. 3 наблюдаем обычную картину двухлепестковых чёрно-белых изображений вдоль вектора дифракции, которые формируются отдельно в окрестности каждой сосредоточенной силы. Расстояние между силами значительное (400 мкм), и поэтому при незначительной нагрузке ($P = 1$) общее упругое поле воспринимается как суперпозиция дискретных сосредоточенных сил. При этом топографическое изображение на рис. 3 находится в полном соответствии с функцией локальных раזורиентаций на рис. 4, в. Для значительных деформаций ($|\delta\alpha(\mathbf{r})| > 2W$), когда фаза и амплитуды преломлённой и дифрагированной волн, интерферирующих в анализаторе LLL -интерферометра, сильно изменяются, нарушается условие их когерентности. В этом случае центральная часть муаровой картины (рис. 2, ж) является результатом суперпозиции интенсивностей соответствующих волн. Следует заметить, что топографическое изображение на рис. 3, д дополняет муаровую картину.

Для количественной оценки изменения периодов деформационных муаровых полос в зависимости от мощности сосредоточенных сил, а также влияния на их изменение фазового муара на рис. 5 построены профили интенсивности $R(x, y)$, полученные из муаровых картин на рис. 2, ж и рис. 2, з вдоль ряда сосредоточенных сил параллельно вектору \mathbf{H} и усреднённые в пределах области $y_0 = \pm 30$ мкм.

Поскольку обратная величина периода муаровых полос отражает относительное изменение периода решётки (или деформацию — $\varepsilon(x)/d = 1/\Lambda(x)$), то имеет смысл провести сопоставление в соответствующих масштабах $\varepsilon(x)$ и зависимостей $U_x(x)$, $\partial U_x(x)/\partial x$ и $\alpha(x)$ (рис. 5).

Анализ таких зависимостей на рис. 5 показывает, что лучшее ка-

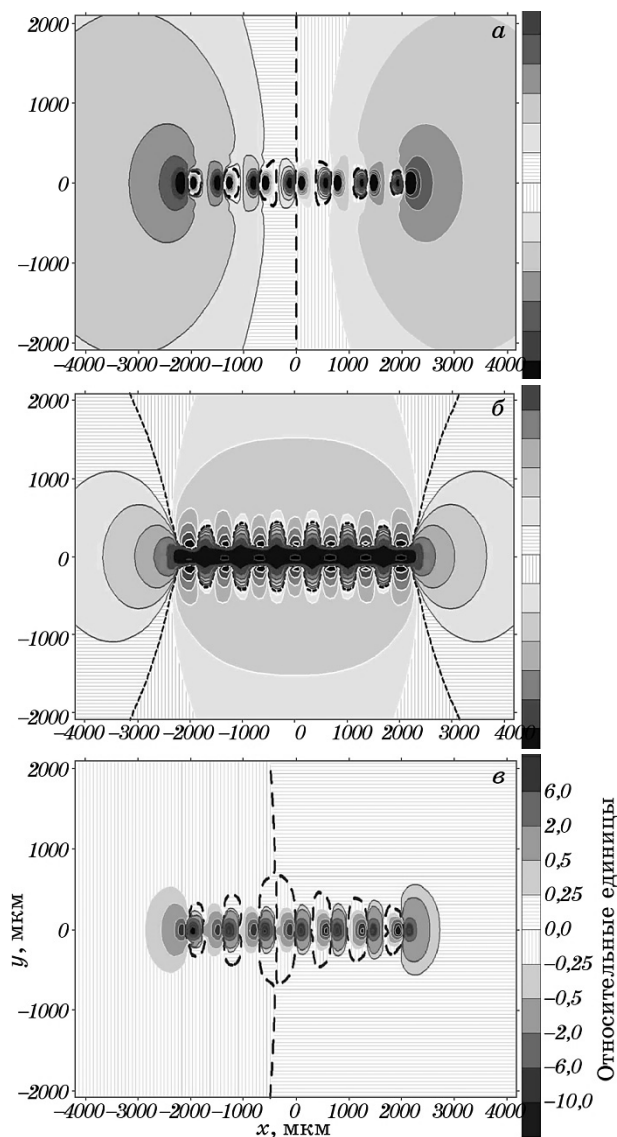


Рис. 4. Компонента поля смещения от ряда сосредоточенных сил U_x (а), компонента деформации dU_x/dx (б), функция локальных разориентаций $\alpha(x, y)$ (в) на выходной плоскости кристалла-анализатора LLL -интерферометра.

Fig. 4. Displacement field component of a row of concentrated forces U_x (а), the component of deformation dU_x/dx (б), local misorientation function $\alpha(x, y)$ (в) on the output plane of crystal-analyser of LLL -interferometer.

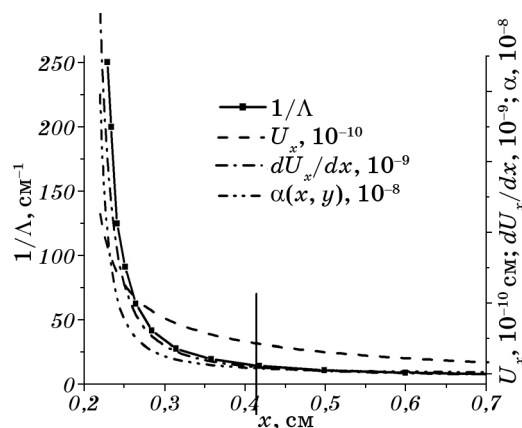


Рис. 5. Зависимости изменения вдоль оси Ox усреднённых в области $y_0 = \pm 30$ мкм значений: $1/\Lambda$ (Λ — период муаровых полос), U_x — компоненты поля смещения ряда сосредоточенных сил, компоненты деформации dU_x/dx , функции локальных разориентаций $\alpha(x, y)$. Сплошная линия разделяет области проявления деформационного и фазового муара.

Fig. 5. Dependences of changes along Ox axis averaged within the region $y_0 = \pm 30$ μm of next values: $1/\Lambda$ (Λ — moiré fringes period), U_x — displacement field component of a row of concentrated forces, the component of deformation dU_x/dx , and local misorientation function $\alpha(x, y)$. Solid line separates the field of display of deformation and structural moiré.

чественное соответствие характеру убывания обратной величины периода муаровых полос $1/\Lambda(x)$, или же $\varepsilon(x)$, даёт зависимость $\partial U_x(x)/\partial x$. При этом зависимости $1/\Lambda(x)$ муаровых полос при наличии и в отсутствие фазового муара фактически являются взаимодополняющими.

Таким образом, проведённое моделирование муаровых картин в случае действия сосредоточенных сил на выходную поверхность кристалла анализатора LLL -интерферометра позволило установить следующее: формирование новых деформационных муаровых полос происходит в переходной по знаку деформационной области вблизи сосредоточенных сил; форма муаровых полос отражает общее поле смещений $U(\mathbf{r})$, образованное рядом сосредоточенных сил; уменьшение обратной величины периода муаровых полос $\Lambda(x)$ при удалении от крайней сосредоточенной силы отражает зависимость $\partial U_x(x)/\partial x$, которая имеет гиперболический характер убывания.

4. ВЫВОДЫ

1. На интерференционных распределениях интенсивности в зави-

симости от мощности сосредоточенных сил наблюдаются, как правило, две системы деформационных муаровых полос, которые формируются в переходных по знаку областях (сжатие–растяжение). Первая система муаровых полос локализована вблизи действия сосредоточенных сил, где максимальная скорость изменения фазы (деформации). Вторая система возникает на значительном удалении от ряда сосредоточенных сил при определённых значениях их суммарной мощности.

2. Наличие фазового муара приводит к изменению (кроме центральной сосредоточенной силы) чередования контраста в системе светлo-тёмных полос интенсивности, который, в то же время, является своеобразным зондом, с помощью которого можно оценить не только мощность крайних сосредоточенных сил по изменению периодов муаровых полос, но и определить характер убывания суммарного деформационного поля.

3. Уменьшение обратной величины периода муаровых полос $\Lambda(x)$ при удалении от крайней сосредоточенной силы в ряду отражает зависимость суммарного деформационного поля $\partial U_x(x)/\partial x$ и имеет гиперболический характер убывания.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. L. Brügemann and E. K. E. Gerndt, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, **531**, Nos. 1–2: 292 (2004).
2. V. Holy, U. Pietsch, and T. Baumbach, *High-Resolution X-Ray Scattering: From Thin Films to Lateral Nanostructures* (New York: Springer-Verlag: 2004).
3. A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva, and B. Lengeler, *Phys. Rev. Lett.*, **103**, No. 6: 064801 (2009).
4. S. Kneip, C. McGuffey, J. L. Martins, S. F. Martins, C. Bellei, V. Chvykov, F. Dollar, R. Fonseca, C. Huntington, G. Kalintchenko, A. Maksimchuk, S. P. D. Mangles, T. Matsuoaka, S. R. Nagel, C. A. J. Palmer, J. Schreiber, K. T. Phuoc, A. G. R. Thomas, V. Yanovsky, L. O. Silva, K. Krushelnick, and Z. Najmudin, *Nature Phys.*, **6**, No. 12: 980 (2010).
5. U. Bonse and M. Hart, *Appl. Phys. Lett.*, **6**, No. 8: 155 (1965).
6. В. В. Лидер, *Успехи физических наук*, **184**, № 11: 1217 (2014).
7. A. Momose, W. Yashiro, H. Maikusa, and Yo. Takeda, *Optics Express*, **17**, No. 15: 12540 (2009).
8. P. C. Diemoz, M. Endrizzi, C. E. Zapata, A. Bravin, R. D. Speller, I. K. Robinson, and A. Olivo, *J. Instrumentation*, **8**, No. 6: C06002 (2013).
9. P. Becker, *Rep. Prog. Phys.*, **64**: 1945 (2001).
10. L. Ferroglio, G. Mana, and E. Massa, *Optics Express*, **16**, No. 21: 16877 (2008).
11. З. Г. Пинскер, *Рентгеновская кристаллооптика* (Москва: Наука: 1982).
12. И. М. Фодчук, Н. Д. Раранский, Я. М. Струк, И. В. Фесив, *Металлофиз. новейшие технол.*, **24**, № 5: 617 (2002).
13. A. Authier, S. Lagomarsino, and B. K. Tanner, *X-Ray and Neutron Dynamical Diffraction: Theory and Applications* (Boston, MA: Springer: 1997).

14. Н. Д. Раранский, В. П. Шафранюк, И. М. Фодчук, *Металлофизика*, **7**, № 5: 63 (1985).
15. I. M. Fodchuk and M. D. Raransky, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**: A55 (2003).
16. И. М. Фодчук, М. Д. Раранский, Я. М. Струк, И. В. Фесив, *УФЖ*, **47**, № 11: 1057 (2002).
17. I. M. Fodchuk, S. M. Novikov, and A. Ya. Struk, *Proc. SPIE*, **8338**: 83381B-1 (2011).
18. И. М. Фодчук, С. Н. Новиков, Я. М. Струк, И. В. Фесив, *Металлофиз. новейшие технол.*, **3**, № 5: 711 (2013).
19. M. Hart, *Philos. Mag.*, **26**, No. 4: 821 (1972).
20. R. D. Deslettes and A. Henins, *Phys. Rev. Lett.*, **31**, No. 16: 972 (1973).
21. A. Authier, *Dynamical Theory of X-Ray Diffraction* (New York: Oxford University Press: 2001).
22. А. Ляв, *Математическая теория упругости* (Москва: Физматгиз: 1936).
23. N. Kato, *Acta Crystallogr.*, **16**, No. 4: 122 (1963).
24. В. Л. Инденбом, Ф. Н. Чуховский, *Успехи физических наук*, **6**: 238 (1972).
25. S. Takagi, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **26**, No. 5: 1239 (1969).
26. Y. Epelboin, *J. Appl. Crystallogr.*, **7**, No. 3: 372 (1974).

REFERENCES

1. L. Brügemann and E. K. E. Gerndt, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, **531**, Nos. 1–2: 292 (2004).
2. V. Holy, U. Pietsch, and T. Baumbach, *High-Resolution X-Ray Scattering: From Thin Films to Lateral Nanostructures* (New York: Springer-Verlag: 2004).
3. A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva, and B. Lengeler, *Phys. Rev. Lett.*, **103**, No. 6: 064801 (2009).
4. S. Kneip, C. McGuffey, J. L. Martins, S. F. Martins, C. Bellei, V. Chvykov, F. Dollar, R. Fonseca, C. Huntington, G. Kalintchenko, A. Maksimchuk, S. P. D. Mangles, T. Matsuoka, S. R. Nagel, C. A. J. Palmer, J. Schreiber, K. T. Phuoc, A. G. R. Thomas, V. Yanovsky, L. O. Silva, K. Krushelnick, and Z. Najmudin, *Nature Phys.*, **6**, No. 12: 980 (2010).
5. U. Bonse and M. Hart, *Appl. Phys. Lett.*, **6**, No. 8: 155 (1965).
6. V. V. Lider, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, **184**, No. 11: 1217 (2014) (in Russian).
7. A. Momose, W. Yashiro, H. Maikusa, and Yo. Takeda, *Optics Express*, **17**, No. 15: 12540 (2009).
8. P. C. Diemoz, M. Endrizzi, C. E. Zapata, A. Bravin, R. D. Speller, I. K. Robinson, and A. Olivo, *J. Instrumentation*, **8**, No. 6: C06002 (2013).
9. P. Becker, *Rep. Prog. Phys.*, **64**: 1945 (2001).
10. L. Ferroglio, G. Mana, and E. Massa, *Optics Express*, **16**, No. 21: 16877 (2008).
11. S. G. Pinsker, *Rentgenovskaya Kristallografika [X-Ray Crystal Optics]* (Moscow: Nauka: 1982) (in Russian).
12. И. М. Фодчук, М. Д. Раранский, Я. М. Струк, и И. В. Фесив, *Металлофиз. Новейшие Технол.*, **24**, No. 5: 617 (2002) (in Russian).
13. A. Authier, S. Lagomarsino, and B. K. Tanner, *X-Ray and Neutron Dynamical Diffraction: Theory and Applications* (Boston, MA: Springer: 1997).
14. N. D. Raransky, V. P. Shafraniuk, and I. M. Fodchuk, *Metallofizika*, **7**, No. 5:

- 63 (1985) (in Russian).
15. I. M. Fodchuk and M. D. Raransky, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **36**: A55 (2003).
 16. I. M. Fodchuk, N. D. Raransky, Ja. M. Struk, and I. V. Fesiv, *Ukr. Fiz. Zhurn.*, **47**, No. 11: 1057 (2002) (in Ukrainian).
 17. I. M. Fodchuk, S. M. Novikov, and A. Ya. Struk, *Proc. SPIE*, **8338**: 83381B-1 (2011).
 18. I. M. Fodchuk, S. N. Novikov, Ya. M. Struk, and I. V. Fesiv, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **3**, No. 5: 711 (2013) (in Russian).
 19. M. Hart, *Philos. Mag.*, **26**, No. 4: 821 (1972).
 20. R. D. Deslettes and A. Henins, *Phys. Rev. Lett.*, **31**, No. 16: 972 (1973).
 21. A. Authier, *Dynamical Theory of X-Ray Diffraction* (New York: Oxford University Press: 2001).
 22. A. Lyav, *Matematicheskaya Teoriya Uprugosti* [Mathematical Theory of Elasticity] (Moscow: Fizmatgiz: 1936) (in Russian).
 23. N. Kato, *Acta Crystallogr.*, **16**, No. 4: 122 (1963).
 24. V. L. Indenbom and F. N. Chukhovskii, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, **6**, 238 (1972) (in Russian).
 25. S. Takagi, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **26**, No. 5: 1239 (1969).
 26. Y. Epelboin, *J. Appl. Crystallogr.*, **7**, No. 3: 372 (1974).