

## Прогнозирование долговечности титановых и алюминиевых сплавов при фреттинг-усталости по различным критериям роста трещины. Сообщение 1. Экспериментальные и расчетные методики

**А. О. Хоцяновский**

Институт проблем прочности им Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*На основании анализа современных методик исследования фреттинг-усталости и результатов описания многостадийного роста усталостных трещин в зоне фреттинга с позиций механики разрушения усовершенствована расчетно-экспериментальная методика, предложенная ранее автором. Методика позволяет прогнозировать текущие значения угла развития трещины и ее скорость в приповерхностных слоях материала при фреттинге с использованием расчетных коэффициентов интенсивности напряжений  $K_I$  и  $K_{II}$  для контактных и объемных нагрузок, а также экспериментальных диаграмм трещиностойкости по типу  $K_I$  и (или)  $K_{II}$ . Выполнен сравнительный анализ различных методик построения диаграмм трещиностойкости по типу  $K_I$  и  $K_{II}$  и приведены результаты для алюминиевых сплавов АМг6Н, А1 7075-Т6, а также титанового сплава ВТ9. Показано, что в указанных сплавах начальная стадия роста трещины фреттинг-усталости может наблюдаться в плоскости максимальных касательных напряжений по механизму сдвига или в плоскости максимальных растягивающих напряжений по механизму отрыва согласно дупараметрическому критерию Оцуки или эмпирическому критерию Ричарда.*

**Ключевые слова:** фреттинг-усталость, стадии развития трещин, эффективный коэффициент интенсивности напряжений, диаграмма усталостного разрушения, расчет долговечности.

**Введение и постановка задачи.** Анализу фреттинг-усталости с позиций механики разрушения посвящены многие работы [1–33]. В последнее время в исследовании данной проблемы наблюдается ряд методических и мировоззренческих прорывов. Также были разработаны автоматизированные экспериментальные методики, позволяющие более точно контролировать трибологические характеристики и фиксировать кинетику роста усталостных трещин при испытании образцов и конструктивных элементов на фреттинг-усталость. Для описания напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне фреттинга широко используются метод специальных конечных элементов и метод весовых функций, а также специализированные программные комплексы. Подробный анализ последних достижений в этой области приведен в обзорах [1, 2]. Для решения практических задач прогнозирования долговечности и предела выносливости конструкционных материалов и элементов конструкций для конкретных условий фреттинг-усталости представляется целесообразным комбинировать различные подходы и использовать перспективные методические разработки и новые экспериментальные данные с целью модернизации и оптимизации расчетно-экспериментальных методик. Многообразие критериев, определяющих механизмы развития трещин фреттинг-усталости на ранних стадиях, требует оценки их применимости для конкретных материалов и условий фреттинга. В частности, известны экспериментальные и расчетные результаты по фреттинг-усталости, полученные раз-

личными исследователями для алюминиевого сплава Al 7075-T6 [5–14], допускающие различную трактовку с точки зрения стадийности процесса роста трещин в приповерхностных слоях в зоне контакта и способов ее описания с использованием различных критериев развития трещин. В данной работе выполнен сравнительный анализ некоторых из этих методик, а также предложена новая трактовка экспериментальных данных, полученных для алюминиевого сплава Al 7075-T6 с помощью ранее разработанных экспериментальных и расчетных методик, апробированных на этом сплаве [29], алюминиевом сплаве АМг6Н и титановом сплаве ВТ9 [27, 28]. Уточненные экспериментальные и критериальные зависимости в дальнейшем используются для прогнозирования долговечности и прочности плоских и цилиндрических образцов из этих сплавов при фреттинг-усталости.

**1. Экспериментальные методики для исследования зарождения и роста трещин при фреттинг-усталости.** До середины 1990-х годов наиболее известные схемы исследования фреттинг-усталости предусматривали использование обычных плоских образцов для усталостных испытаний с двумя контртелами-накладками в виде “мостика” (рис. 1,а), прижимаемыми заданным усилием к рабочей части образца посредством динамометрических колец [21]. При растяжении–сжатии или изгибе образца вследствие циклической деформации его рабочей части наблюдается скольжение контртел относительно образца и реализуются условия фреттинг-усталости в зоне контакта образца с контртелом, в результате чего разрушение происходит за счет ускоренного роста фреттинг-усталостных трещин на одной из наружных границ контакта контртела с образцом. Далее строятся кривые фреттинг-усталости для постоянного усилия прижатия контртел, которые сравниваются с кривыми усталости для идентичных образцов без накладок.

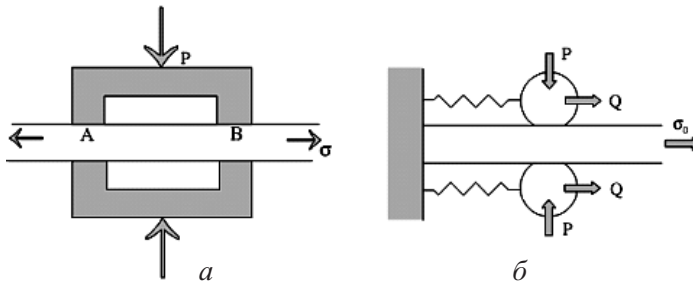


Рис. 1. Схемы испытания на фреттинг-усталость: а – с накладками в виде “мостика” [4, 23]; б – автономная трибосистема с цилиндрическими или сферическими контртелами [2].

Кажущаяся простота экспериментальной методики имеет обратную сторону: условия контакта в “ножках” контртел трудно точно оценить ввиду возможного их изгиба и несимметричности скольжения относительно образца при симметричности нагружения. Для адекватного описания НДС в зоне контакта образца с контртелом требуются дополнительные трибологические испытания (построение зависимости коэффициента трения от усилия прижатия и амплитуды циклического скольжения накладки).

В последнее время многие исследователи [5–10, 14] используют более сложное испытательное оборудование, схематически представленное на

рис. 1,б. Цилиндрические или сферические накладки, закрепленные в направляющих актюатора или поворотных цапфах испытательной установки, прижимаются заданным усилием к поверхностям плоского образца, после чего происходит его нагружение циклическим растяжением–сжатием или изгибом с варьируемыми амплитудой скольжения, нормальной и тангенциальной нагрузками в зоне контакта контртела с образцом с помощью специального приспособления или автономного возбудителя колебаний.

При этом трибологические параметры фиксируются в ходе эксперимента на фреттинг-усталость, а НДС в зоне контакта цилиндр–плоскость или сфера–плоскость описывается с использованием аналитических решений для контактной задачи [15, 16].

Другие экспериментальные методики основаны на воспроизведении геометрии и условий фреттинга реальных конструктивных элементов, в частности, моделировании крепления хвостовика лопатки в диске в виде “ласточкиного хвоста” в установке Руиза [2] (рис. 2,а) и в узле сопряжения деталей авиадвигателя [11] (рис. 2,б).

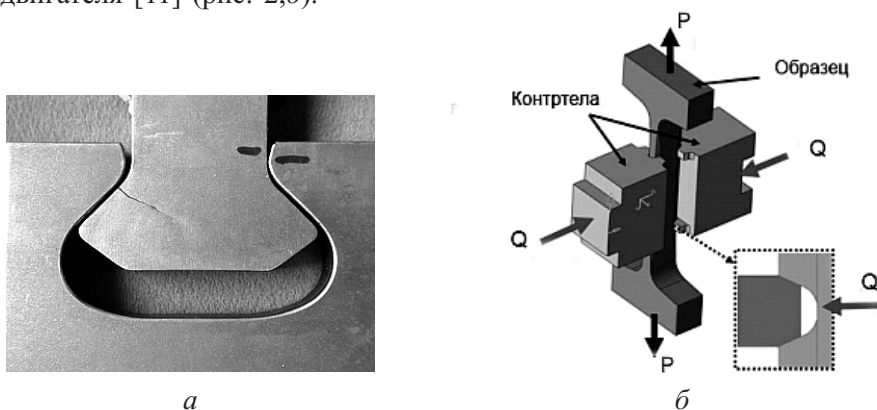


Рис. 2. Схемы для реализации условий фреттинг-усталости в хвостовике лопатки (а) и в узле сопряжения деталей авиадвигателя (б).

Однако наиболее распространенный эксплуатационный случай – фреттинг в цилиндрических валах с напрессованными муфтами или деталями сопряжения не получил широкого отражения в экспериментальных методиках, базирующихся на подходах механики разрушения, в связи со сложностью описания НДС и, в частности, кинетики роста полуэллиптических краевых фреттинг-усталостных трещин в цилиндрических образцах. В работах [30, 31], описывающих комплексные трибосистемы для испытания на фреттинг-усталость цилиндрических валов, результаты трактуются с точки зрения трибофатики (взаимовлияния процессов износа, фреттинг-коррозии и усталостной прочности), что выходит за рамки анализируемых методик прогнозирования долговечности при фреттинг-усталости с позиций механики разрушения. Ранее [26, 27] были воспроизведены условия контакта цилиндрического образца с вогнутыми цилиндрическими контртелами того же диаметра. При этом были разработаны и реализованы экспериментальные и расчетные методики как для плоских образцов из титанового и алюминиевого сплавов [28], так и для цилиндрических образцов из ряда сталей [26] (рис. 3).

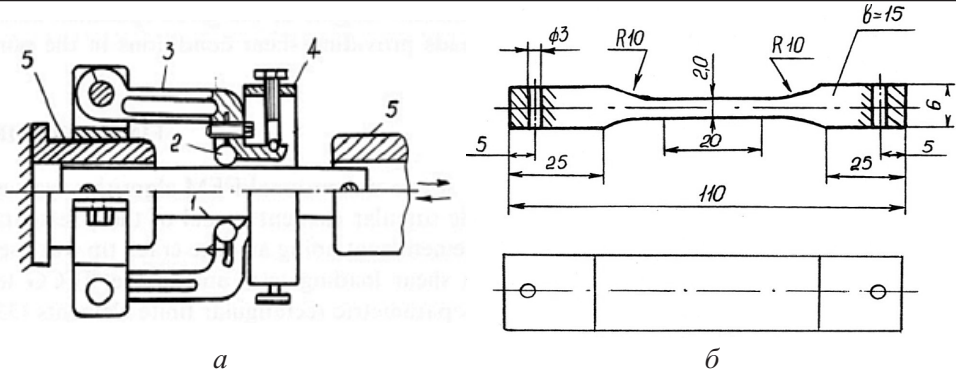


Рис. 3. Схема испытаний на фреттинг-усталость (а) и используемые образцы (б) [27, 28]: 1 – плоский образец; 2 – цилиндрическая накладка; 3 – поворотные цапфы; 4 – калиброванное кольцо с тензодатчиками; 5 – захваты испытательной установки для циклических испытаний.

При оценке экспериментальных результатов по фреттинг-усталости с позиций механики разрушения используются различные решения и аналогии для расчета коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в вершине наклонной и нормальной трещины в зоне фреттинга. Рассмотрим эти решения и аналогии.

## 2. Расчетные методики для описания развития трещин фреттинг-усталости.

2.1. **Основные расчетные формулы и аналогии.** Для описания контактной задачи в зоне фреттинга в основном используются классические формулы Рунге–Джонса [34], предложенные для трещины в полуплоскости, на берегах которой действуют точечные силы: нормальная  $P$  и тангенциальная  $Q$  ( $Q = \mu P$ , где  $\mu$  – коэффициент трения) – рис. 4.

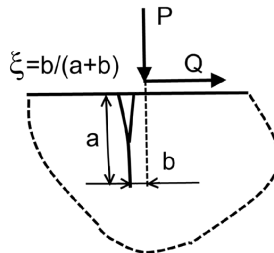


Рис. 4. Схематическое представление трещины глубиной  $a$  на расстоянии  $b$  от края контакта, используемое в расчетах по формулам Рунге–Джонса [34].

Для нормальной трещины коэффициенты интенсивности напряжений от точечных погонных усилий  $P$  и  $Q$  составляют:

$$K_{IP} = (-P/\sqrt{\pi a})(1 - \xi^2)(0,824 + 0,063\xi - 0,843\xi^2 + 15,41\xi^3 - 53,38\xi^4 + 59,74\xi^5 - 21,82\xi^6); \quad (1a)$$

$$K_{IQ} = (Q/\sqrt{\pi a})(1 - \xi^2)(1,2949 + 0,0044\xi + 0,1281\xi^2 +$$

$$+ 10,89\xi^3 - 22,14\xi^4 + 10,96\xi^5); \quad (16)$$

$$K_{II P} = (P/\sqrt{\pi a})(1 - \xi^2)(1,294 - 1,184\xi + 5,442\xi^2 - 28,14\xi^3 + \\ + 41,8\xi^4 - 22,38\xi^5 + 3,162\xi^6); \quad (1B)$$

$$K_{II Q} = (Q/\sqrt{\pi a})(1 - \xi^2)(0,824 + 0,063\xi - 0,8430\xi^2 + 15,41\xi^3 - \\ - 53,38\xi^4 + 59,74\xi^5 - 21,82\xi^6), \quad (1Г)$$

где  $\xi = b/(a + b)$ .

Для перехода от точечных сил к распределенным используются следующие схемы суммирования точечных сил  $P$  и  $Q$  по различным законам распределения вдоль линии контакта: равномерная; треугольная и обратная треугольная; параболическая и обратная параболическая и т.д.

Формулы (1) для упругой полуплоскости используются разными исследователями для расчета КИН в плоских образцах с накладками в виде мостика. При этом для упрощения задачи применяются различные допущения.

В работах [21, 23] постулируется начальный рост трещины по нормали к оси нагружения по типу  $K_I$  или ее переход в нормальную плоскость при очень малых длинах трещины, в результате чего ее наклонным участком можно пренебречь. Ввиду неоднозначности влияния  $K_{II}$  на скорость роста усталостной трещины (РУТ) в случае ее развития по типу  $K_I$  постулируется, что оно отсутствует, а учитываются только составляющие  $K_I$  точечных сил  $P$  и  $Q$  согласно формулам (1а) и (1б).

По мере развития расчетных методик для описания КИН в вершинах наклонных трещин фреттинг-усталости используются модифицированные формулы Рукке–Джонса, функции Грина и метод весовых функций, подробно описанные в работах [2, 35].

В расчетах, основанных на применении модифицированных формул Рукке–Джонса, обычно постулируется наличие исходного дефекта размером 2-3 размера зерна материала. Затем с использованием экспериментально измеренных триботехнических параметров (амплитуды скольжения контртела по образцу  $A$ , величины контактной нагрузки  $P$  и коэффициента трения  $\mu$  между контртелом и образцом) и заданной амплитуды циклического напряжения  $\sigma_{цикл}$  задаются граничные условия (в напряжениях) для берегов указанной трещины и вычисляются значения КИН ( $K_I$  и  $K_{II}$ ) для каждой составляющей. Суммарные значения КИН определяются в упругой постановке путем суперпозиции контактных и объемных составляющих.

Поскольку для трещин в зоне фреттинга величина коэффициента интенсивности контактных напряжений обратно пропорциональна квадратному корню длины трещины, даже при малых уровнях контактной нагрузки  $P$  в зоне фреттинга (50...100 МПа) сила трения  $Q = \mu P$  обеспечивает высокий уровень КИН в вершине зародившейся микротрещины и его снижение по

мере роста микротрещины и ее ухода из поверхностного слоя. Ранее [26] формулы (1) и различные схемы распределения контактных нагрузок использовались в расчетной программе для определения КИН в вершине трещины фреттинг-усталости в конструкционных сталях.

В последнее время в качестве альтернативы вышеописанным методикам, базирующимся на формулах Рунге–Джонса, широко используется подход [36, 37], основанный на аналогии между НДС в вершине трещины, растущей у края контакта плоского штампа с полуплоскостью (рис. 5,а), и трещины, растущей в полуплоскости из вершины V-образного надреза (рис. 5,б). Эквивалентность этих задач достигается путем преобразования координат  $\theta \rightarrow \pi - \theta = \varphi$ ;  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

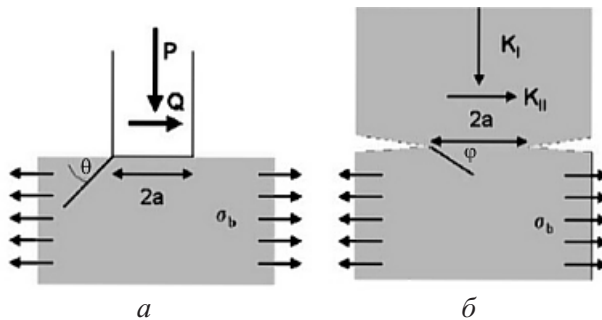


Рис. 5. Эквивалентность контактной задачи с жестким штампом (а) и задачи об образце с двумя краевыми надрезами (б) согласно аналогии [36].

При этом действие нормальных  $P$  и тангенциальных  $Q$  погонных усилий прижатия штампа (контртела) в первой задаче аналогично приложению глобальных коэффициентов интенсивности напряжения  $K_I$  и  $K_{II}$  во второй задаче, где

$$K_I = -\frac{P}{\sqrt{\pi a}}; \quad K_{II} = \frac{Q}{\sqrt{\pi a}}. \quad (2)$$

Как видно из формул (2) и (1а), составляющая  $K_I$  от нормального усилия прижатия  $P$  отрицательна и не изменяется при изменении направления действия объемных сил при циклическом растяжении–сжатии, поскольку усилие прижатия является постоянным. В то же время при циклическом скольжении контртела относительно образца изменяются значение и (или) направление тангенциальных погонных усилий  $Q$ , а следовательно, и составляющая  $K_{II}$  от  $Q$ . При асимметрии цикла объемного нагружения ( $R = -1$ ) размах этой составляющей достигает наибольшего значения (удваивается по сравнению с таковой при пульсирующем цикле нагружения  $R = 0$ ):

$$\Delta K_{II} = \frac{2Q}{\sqrt{\pi a}}. \quad (3)$$

Таким образом, контактная задача сводится к действию глобальных коэффициентов интенсивности напряжения  $K_I$  и  $K_{II}$  на линии контакта плоского штампа (контртела) с телом (плоский образец).



**2.2. Расчет локальных КИН в наклонной трещине в условиях фреттинг-усталости.** На краю контакта предполагается рост малой трещины фреттинг-усталости под некоторым углом  $\varphi$  к плоскости контакта. При этом в зависимости от направления роста этой трещины в ее вершине будут действовать локальные КИН  $k_I$  и  $k_{II}$ . Для перехода от глобальных КИН ( $K_I$  и  $K_{II}$ ) к локальным ( $k_I$  и  $k_{II}$ ) при изменении направления роста трещины на угол  $\varphi$  относительно исходного направления используется система уравнений (4), описывающая НДС в вершине трещины (рис. 6) [38]:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left\{ 5\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \right\} - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left\{ 5\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) - 3\sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \right\}; \\ \sigma_\varphi = \frac{K_I}{4\sqrt{\pi r}} \left\{ 3\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \right\} - \frac{K_{II}}{4\sqrt{\pi r}} \left\{ 3\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) + 3\sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \right\}; \\ \tau_{r\varphi} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left\{ \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \right\} + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - 3\cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \right\}. \end{cases} \quad (4)$$

Согласно [13, 36], локальные коэффициенты интенсивности напряжений  $k_I$  и  $k_{II}$  определяются из следующих формул:

$$\begin{aligned} k_I &= a_{11}(\varphi)K_I + a_{12}(\varphi)K_{II}; \\ k_{II} &= a_{21}(\varphi)K_I + a_{22}(\varphi)K_{II}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{cases} a_{11}(\varphi) = \frac{1}{4} \left( 3\cos\frac{\varphi}{2} + \cos\frac{3\varphi}{2} \right); \\ a_{12}(\varphi) = -\frac{3}{4} \left( \sin\frac{\varphi}{2} + \sin\frac{3\varphi}{2} \right); \\ a_{21}(\varphi) = \frac{1}{4} \left( \sin\frac{\varphi}{2} + \sin\frac{3\varphi}{2} \right); \\ a_{22}(\varphi) = \frac{1}{4} \left( \cos\frac{\varphi}{2} + 3\cos\frac{3\varphi}{2} \right). \end{cases} \quad (6)$$

Согласно расчетам [3], формулы (5) и (6) справедливы только в случаях, когда длина участка наклонной трещины  $a^*$  намного меньше исходной  $a$  (рис. 7). После девиации наклонной трещины в нормальную плоскость значения КИН в вершине ломаной трещины не отличаются от соответствующих значений нормальной трещины той же длины [36], что существенно упрощает дальнейшие расчеты.

Вышеприведенные формулы для расчета КИН  $K_I$  и  $K_{II}$  в вершине трещины фреттинг-усталости, определяемых в упругой постановке путем суперпозиции контактных и объемных составляющих, используются в расчетных методиках с учетом стадийности развития трещин фреттинг-усталости для конкретных материалов и условий нагружения.

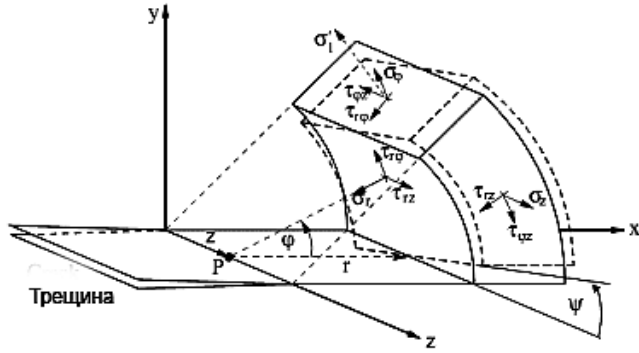


Рис. 6. Описание НДС в вершине трещины в декартовой и цилиндрической системах координат [38] в случае плоской задачи.

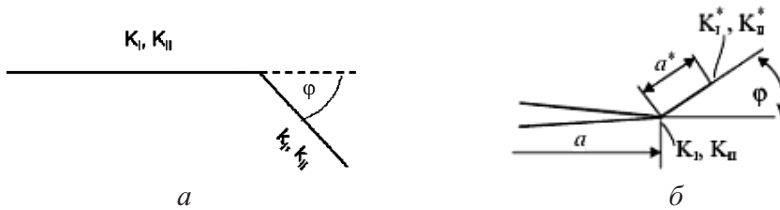


Рис. 7. Глобальные ( $K_I$  и  $K_{II}$ ) и локальные ( $k_I$  и  $k_{II}$ ) коэффициенты интенсивности контактных напряжений в зоне фреттинга для трещины, растущей под углом  $\varphi$  к плоскости контакта, согласно Коннеру [2] (а) и Ричарду [38] (б).

**3. Учет стадийности фреттинг-усталости и использование различных критериев РУТ по смешанной моде в расчетных методиках.** Современные представления о многостадийном характере развития усталостных трещин в условиях фреттинга обобщены в работе [3].

По сравнению с обычной усталостью представленные на рис. 8,а стадии фреттинг-усталости имеют следующие особенности, которые необходимо учитывать при анализе экспериментальных результатов и расчете долговечности.

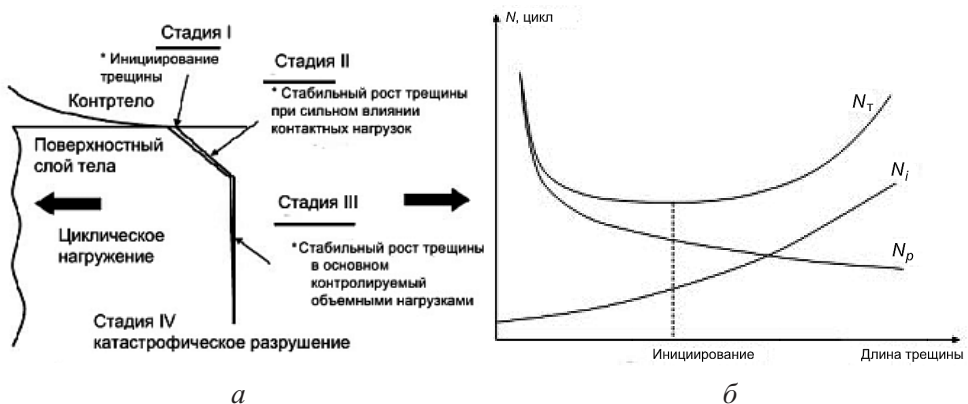


Рис. 8. Схематическое представление различных стадий РУТ при фреттинг-усталости [3] (а) и суммирование долговечностей на стадиях инициирования ( $N_i$ ) и роста трещин ( $N_p$ ) [4] (б).

Поскольку на стадии I градиенты напряжений в зоне фреттинга могут существенно превышать таковые в обычных концентраторах напряжений



(отверстиях или надрезах), имеет место ускоренное инициирование трещины на границе зоны фреттинга. Зарождение и начальный рост трещины ускорятся в результате механического повреждения поверхности в зоне фреттинга и расклинивающего влияния продуктов износа на ее раскрытие.

На стадии II трещина изначально растет под углом к поверхности контакта и по достижении ею длины порядка нескольких десятков или даже сотен микрон переходит в нормальную плоскость к оси нагружения. При этом материал в зоне контакта может подвергаться сложному и непропорциональному нагружению вследствие действия циклических нормальных и тангенциальных нагрузок при относительном проскальзывании, а также нелинейности силы трения в контакте. Даже при постоянной асимметрии цикла нагружения образца локальный коэффициент асимметрии цикла  $R$  в вершине трещины, инициированной в зоне фреттинга, изменяется вследствие вариации его контактных составляющих.

На стадии III по мере удаления вершины трещины от зоны фреттинга влияние контактных составляющих снижается, и текущий уровень объемных циклических нагрузок определяет дальнейший рост трещины до окончательного разрушения (стадия IV) или ее нераспространение (на уровне предела выносливости при конкретных условиях фреттинга).

Для расчета длительности каждой стадии используются различные подходы. В частности, в [4–6] предлагается комбинировать подходы многоцикловой усталости для оценки продолжительности стадии инициирования трещины на стадиях I и II и механики разрушения РУТ на стадии III (рис. 8,а). В работе [3] предлагается экспериментально определять характеристики трещиностойкости ( $C_i, m_i$ ) отдельно для каждой стадии:

$$\frac{dl}{dN} = C_1(\Delta k_1)^{m_1}; \quad \frac{dl}{dN} = C_2(\Delta k_1)^{m_2} \quad (7)$$

и оценивать продолжительность каждой стадии путем подстановки расчетных значений КИН в кривые Париса (7) для конкретной стадии и текущей асимметрии цикла  $R$  и интегрирования этих выражений:

$$N_1 = \int_0^{l_c} \frac{dl}{C_1(\Delta k_1)^{m_1}} \approx \frac{l_c}{C_1(\Delta k_1)^{m_1}}; \quad N_2 = \int_{l_c \sin \phi_{in}}^{l_f} \frac{dl}{C_2(1,12\Delta\sigma_b \sqrt{\pi l})^{m_2}}. \quad (8)$$

Общая долговечность  $N_T$  определяется суммированием продолжительности конкретных стадий:  $N_T = N_1 + N_2$ . При этом особую сложность представляет описание стадии II. Поскольку вопрос о границе между стадиями I и II (длина трещины или смена физического механизма) не является однозначным, используются различные подходы, которые позволяют отнести к стадии инициирования трещины участки РУТ, не описываемые линейной механикой разрушения [4], либо предполагаются смена механизмов РУТ и различные критерии для смешанной моды на стадии II [3]. При этом используются критерии Эрдогана–Си [32], Фатеми–Соси [33], Мак–Диармида [4], SWT-критерий [39], критерий минимальной плотности высвобождения энер-

гии [40], а также новые эмпирические критерии Шольмана [41] и Ричарда [38]. На основании этих критериев определяются направление роста трещины и эквивалентный параметр КИН, который увязывается с диаграммой усталостного разрушения по типу  $K_I$ , и аналогично (7) и (8) выполняется расчет продолжительности стадии II:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K_{eq}); \quad N_c = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{(da/dN)} = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{f(\Delta K_{eq}, R)}. \quad (9)$$

Ранее [26–28] для описания многостадийного процесса развития трещины фреттинг-усталости использовался двухпараметрический критерий Оцуки [42], который рассмотрим подробно вместе с еще одним перспективным эмпирическим критерием Ричарда [38] с точки зрения их применимости к исследуемым сплавам Al 7075-T6, АМг6Н и ВТ9.

*Критерий Ричарда.* В последнее время весьма перспективным считается использование критерия Ричарда [38], предполагающего эквивалентный КИН:

$$K_{eq} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4(\alpha_1 K_{II})^2} \leq K_{Ic}, \quad (10)$$

где  $\alpha_1 = K_{Ic}/K_{IIc}$ .

При  $\alpha_1 = 1,155$  этот критерий описывает предельную кривую максимальных касательных напряжений. В трехмерном случае критерий Ричарда имеет следующий вид:

$$K_{eq} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4(\alpha_1 K_{II})^2 + 4(\alpha_2 K_{III})^2} = K_{Ic}, \quad (11)$$

где  $\alpha_1 = K_{Ic}/K_{IIc}$  и  $\alpha_2 = K_{Ic}/K_{IIIc}$ .

В случае плоской задачи для прогнозирования направления роста трещины используется эмпирическая зависимость

$$\varphi_0 = \mp \left[ 155,5^\circ \frac{|K_{II}|}{|K_I| + |K_{II}|} \right] - 83,4^\circ \left[ \frac{|K_{II}|}{|K_I| + |K_{II}|} \right]^2. \quad (12)$$

При этом направление поворота трещины (знак угла  $\varphi_0$ ) зависит от направления  $K_{II}$  (рис. 9).

*Критерий Оцуки [42] и его использование в предложенной расчетной методике.* Все вышеперечисленные критерии, включая критерий Ричарда, являются однопараметрическими и описывают только стабильный рост трещин, исключая возможность реализации механизма сдвига и неустойчивого роста начальной трещины в поле циклических сжимающих напряжений в плоскости максимальных касательных напряжений. Однако в ряде работ экспериментально доказана возможность реализации этого альтернативного

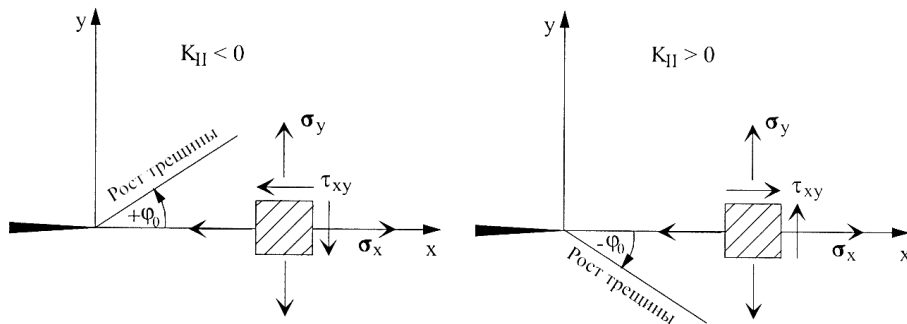


Рис. 9. Изменение направления угла  $\varphi_0$  при смене знака  $K_{II}$  [36].

механизма [42–45]. В связи с этим ранее [26–28] было предложено использовать модель, описывающую рост трещины фреттинг-усталости на стадии II в плоскости максимальных касательных напряжений по механизму сдвига или в плоскости максимальных растягивающих напряжений по механизму отрыва (согласно двухпараметрическому критерию Оцуки [42]). В случае плоской задачи НДС в окрестности вершины трещины, характеризуемой параметрами  $K_I$  и  $K_{II}$ , описывается следующими уравнениями [32]:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \left( 1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta - 2 K_{II} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right]; \\ \sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right]; \\ \tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)]. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь угол  $\theta$  измеряется между продолжением линии трещины и точкой в окрестности вершины трещины, в которой определяется НДС. Как видно, в системе уравнений (13) используется несколько другое представление напряжений, чем в системе (4), однако при этом получены идентичные результаты расчетов.

С использованием системы координат (13) и уравнений (1) было предложено [26–28] для описания начальной стадии РУТ в поле сжимающих напряжений в зоне фреттинга применять параметр  $K_\tau$  (коэффициент интенсивности максимальных касательных напряжений):

$$K_\tau = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)], \quad (14)$$

а для описания стадии роста трещин фреттинг-усталости после достижения текущим значением  $K_\sigma$  порогового значения  $K_{Ith}$  (как это схематично представлено на рис. 10) – параметр  $K_\sigma$  (коэффициент интенсивности максимальных растягивающих напряжений):

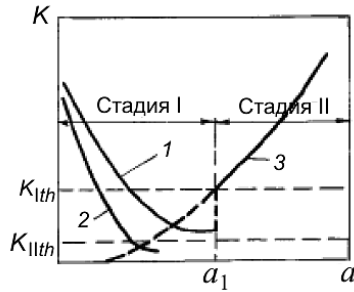


Рис 10. Схема перехода трещины от стадии I развития по механизму сдвига  $K_\tau$  (кривая 1) к стадии II по механизму отрыва  $K_\sigma$  (кривая 3) или остановка трещины на пределе фреттинг-усталости (кривая 2) [26–28].

$$K_\sigma = \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right]. \quad (15)$$

На стадии I (рис. 10) рост трещины фреттинг-усталости контролируется коэффициентом интенсивности максимальных касательных напряжений  $K_\tau$ . Условием развития трещины на данной стадии является  $K_\tau > K_{IIth}$ , при этом  $K_{IIth} = K_{Ith}/\sqrt{3}$  (согласно критерию Мизеса) или  $K_{IIth} = K_{Ith}/\sqrt{2}$  (согласно критерию Треска). Иными словами, наклонная трещина развивается до тех пор, пока величина  $K_\tau$  не достигнет значения  $\min K_\tau = K_{IIth}$ . На стадии II рост трещины контролируется коэффициентом интенсивности максимальных растягивающих напряжений  $K_\sigma$ . Переход от стадии I к стадии II происходит при условии  $K_\sigma > K_{Ith}$ . Если величина  $K_\tau$  снижается до порогового значения ( $K_{IIth} = K_{Ith}/\sqrt{3}$  или  $K_{IIth} = K_{Ith}/\sqrt{2}$ ), а величина  $K_\sigma$  в этот момент еще не достигнет порога  $K_{Ith}$ , то трещина фреттинг-усталости не распространяется. Из условия нераспространения трещины можно оценить предел выносливости при фреттинг-усталости. Текущее напряженное состояние в вершине трещины определяется суммарными значениями  $K_I$  и  $K_{II}$ , которые находят для полуциклов растяжения и сжатия от контактных сил  $P$  и  $Q = \mu P$ , а также объемной циклической нагрузки  $\sigma_a$ .

При этом угол отклонения трещины  $\theta$  от исходного положения в случае ее роста по механизму отрыва в плоскости максимальных растягивающих напряжений определяется идентично известному критерию Эрдогана–Си [32] с помощью следующей формулы:

$$\operatorname{tg}(\theta/2) = (1 - \sqrt{(8(K_{II})/K_I)^2 + 1}) / (4K_{II}/K_I), \quad (16)$$

в случае роста трещины по механизму сдвига в плоскости максимальных касательных напряжений его можно определить в неявном виде путем подстановки в уравнение

$$K_I/K_{II} = \operatorname{tg}(\theta/2)(1 + 6/(1 - 2\operatorname{tg}^2(\theta/2))). \quad (17)$$

Зависимости (16) и (17) представлены на рис. 11 вместе с расчетно-экспериментальными результатами, полученными для ряда конструкционных сталей [26], титанового сплава ВТ9 и алюминиевого сплава АМг6Н [27, 28], которые хорошо описываются критерием Оцуки [42].

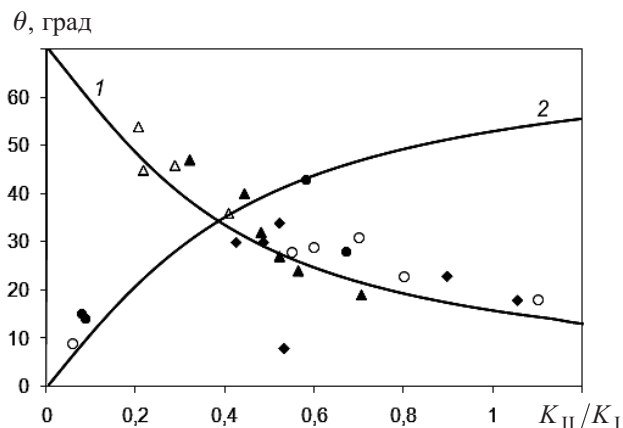


Рис. 11. Экспериментальные (точки) и расчетные (линии) зависимости угла отклонения трещины  $\theta$  от нормали – отношение  $K_{II}/K_I$ : 1 – по механизму сдвига  $K_\tau$  (формула (17); 2 – по механизму отрыва  $K_\sigma$  (формула (16));  $\circ$  – сталь 15кп [26];  $\bullet$  – сплав ВТ9 [27];  $\blacklozenge$  – сплав АМг6Н [28];  $\triangle$  – сталь S45C [22];  $\blacktriangle$  – сталь SUP9 [22].

Перспективность использования критерия Оцуки [42] применительно к трещинам фреттинг-усталости подтвердили исследования [43], где с использованием метода конечных элементов и метода весовых функций были получены решения для  $K_\tau$  в вершине наклонной трещины. Берега трещины нагружались по однородному, линейному или параболическому законам. Для гипотетических исходных трещин, наклоненных к поверхности образца под углом  $\theta$ , прогнозируется направление дальнейшего отклонения трещины под углом  $\varphi$  от текущего по критерию  $K_\tau$ , при этом для различных значений исходного угла  $\theta$  проверяется текущее отношение  $K_\tau/K_\sigma$ .

*Проверка применимости критериев Оцуки и Ричарда к сплавам Al 7075-T6, ВТ9 и АМг6Н.* Для сравнительной оценки критериев Оцуки и Ричарда применительно к исследуемым материалам будем использовать одну систему координат для измерения отклонения угла трещины, для чего переведем соответствующие критериальные зависимости (14)–(17) из системы координат (13) в систему координат (4). Это позволяет использовать преимущества подхода [36, 37], которые состоят в том, что, используя формулы (2), можно однозначно рассчитать глобальные параметры  $K_I$  и  $K_{II}$  в фиктивной трещине на границе контакта, причем отношение  $K_{II}/K_I$  равно коэффициенту трения  $\mu$ . Таким образом, исходное направление трещины будет совпадать с поверхностью контакта, т.е.  $\theta = \varphi$ . Тогда формулы (16) и (17) в системе координат (4) преобразуются следующим образом:

$$\operatorname{tg}(\varphi/2) = (1 - \sqrt{8\mu^2 + 1})/4\mu \quad \text{для РУТ по типу } K_\sigma; \quad (18)$$

$$1/\mu = \operatorname{tg}(\varphi/2)(1+6/(1-2\operatorname{tg}^2(\varphi/2))) \quad \text{для РУТ по типу } K_T. \quad (19)$$

Аналогично уравнение (12) примет вид

$$\varphi = \mp[155,5^\circ/(1+1/\mu)] - 83,4^\circ/(1+1/\mu)^2. \quad (20)$$

При этом знак угла отклонения  $\varphi$  определяется согласно рис. 9. При изменении направления тангенциальной силы в полуциклах растяжения–сжатия знак коэффициента трения  $\mu$  изменяется на противоположный, что следует учитывать при расчете угла  $\varphi$  по формулам (18)–(20). Учитывая неявный вид уравнения (19) относительно  $\varphi$ , построим критериальные кривые  $\varphi - \mu$  по формулам (18)–(20) для возможного диапазона изменений коэффициента трения  $0 \leq \mu \leq 1,2$  и проверим, насколько соответствуют этим зависимостям экспериментальные данные, приведенные в различных литературных источниках.

В [13, 14] для сплава Al 7075-T6 выполнен детальный анализ кинетики изменения угла наклона трещины фреттинг-усталости к поверхности контакта и проверена применимость к этому сплаву критериев, описанных в [32, 33, 39, 40]. Исследование проводилось на плоских образцах (толщина 6,5 мм, ширина 20 мм), испытанных на циклическое растяжение–сжатие с частотой 10 Гц при  $R = 0,1$  в условиях фреттинга в контакте с плоским контртелом из стали EN24 длиной 2 мм. Механические свойства данного алюминиевого сплава: модуль упругости  $E = 69$  ГПа; предел выносливости  $\sigma_{ц} = 522$  МПа; предел прочности  $\sigma_{в} = 575$  МПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . Реализованы три уровня амплитуды объемного циклического напряжения и три уровня нормального контактного напряжения (табл. 1). Экспериментальные зависимости  $\varphi - \mu$  были получены для девяти испытанных образцов (табл. 1). На рис. 12 представлена микрография образца № 6 (согласно нумерации в табл. 1) с геометрией распространения трещины.



Рис. 12. Наклонная трещина фреттинг-усталости в сплаве Al 7075-T6 ( $\sigma_a = 300$  МПа,  $\sigma_{ц} = 90$  МПа,  $\mu = 0,37$ ) [13].

Как видно из данных табл. 1 и рис. 13, имеет место тесная корреляция между расчетными и экспериментальными значениями углов ( $-3...10\%$ ), причем погрешность в среднем в три раза ниже, чем в случае применения критериев [33, 39, 40], применимость которых была проверена авторами работы [13].



Т а б л и ц а 1

Сравнение экспериментальных значений угла наклона трещины в образцах из сплава Al 7075-T6 для  $R = 0,1$  с расчетными согласно уравнению (19) и критерию [40]

№ образца	$\mu$	Амплитуда циклического напряжения $\sigma_a$ , МПа	Напряжение прижатия накладки $\sigma_{II}$ , МПа	$\frac{K_{II}}{K_I}$ [13]	$\varphi$ , град	Погрешность расчета $\varphi$ по формуле (19)	Погрешность расчета $\varphi$ по [40]
1	0,51	290	45	0,51	$\frac{29,0}{33,5}$ (28,0)	-3,45	15,52
2	0,41	290	60	0,41	$\frac{31,0}{37,0}$ (33,0)	6,45	19,35
3	0,32	290	90	0,32	$\frac{38,0}{41,0}$ (38,5)	1,32	7,89
4	0,59	300	45	0,59	$\frac{23,0}{30,5}$ (25,0)	8,70	32,61
5	0,52	300	60	0,52	$\frac{28,0}{33,0}$ (27,5)	-1,79	17,86
6	0,37	300	90	0,37	$\frac{35,0}{38,0}$ (35,0)	0	8,57
7	0,61	325	45	0,61	$\frac{22,0}{30,0}$ (24,3)	10,45	36,36
8	0,54	325	60	0,54	$\frac{26,0}{32,5}$ (26,8)	3,08	25,00
9	0,41	325	90	0,41	$\frac{34,0}{37,5}$ (33,0)	-2,94	10,29

**Примечание.** Над чертой приведены экспериментальные значения угла отклонения трещины, под чертой – расчетные по критерию [40], в скобках – по формуле (19).

Рассмотрим также аналогичные данные исследований [7] сплава Al 7075-T651, химсостав и механические свойства которого близки к сплаву Al 7075-T6 ( $E = 71$  ГПа;  $\sigma_b = 572$  МПа;  $\nu = 0,33$ ). Были реализованы условия фреттинг-усталости в контакте плоского образца из сплава Al 7075-T651 с цилиндрическим контртелом из сплава Al 7075-T6, аналогичные показанным на схеме на рис. 3. Однако вместо объемного циклического нагружения плоского образца задавалось его циклическое перемещение, обеспечивающее заданную относительную амплитуду скольжения образца относительно контртела. При этом проводятся измерения коэффициента трения и наблюдения за ростом наклонной трещины в зоне фреттинга. Для одинаковых контактных условий ( $P = 440$  Н/мм и  $Q = 380$  Н/мм) фиксировались траектории роста трещины, представленные на рис. 14.

Как видно из осредненных экспериментальных значений, трещина растет под углом  $\theta_1 = 35^\circ$  к нормали (или под углом  $\varphi = 55^\circ$  к поверхности контак-

та), достигая длины 100 мкм, после чего угол наклона изменяется на  $\theta_2 = 15^\circ$  к нормали (или  $\varphi = 75^\circ$ ). Рассчитаем коэффициент трения  $\mu = 380/440 = 0,87$ . Согласно формуле (19) и диаграмме для РУТ по типу  $K_T$  (рис. 13), рост по механизму сдвига в этих условиях должен происходить под углом к поверхности контакта  $\varphi = 18^\circ$ , а по механизму отрыва (формула (18)) – под углом  $\varphi = 55^\circ$ , т.е. совпадает с экспериментальным значением (рис. 13). По формуле (20) для  $\mu = 0,87$  получим расчетный угол  $\varphi = 54^\circ$  к поверхности контакта.

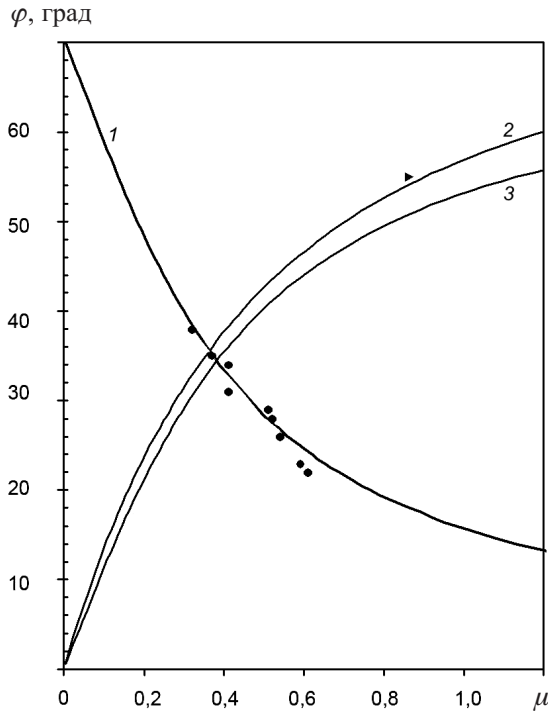


Рис. 13. Расчетные зависимости угла отклонения  $\varphi$  исходной трещины фреттинг-усталости от коэффициента трения  $\mu$  согласно уравнениям (18)–(20) и экспериментальные значения для сплава Al 7075 [13]: 1 – по (19); 2 – по (18); 3 – по (20); ● – сплав Al 7075-T6 [13]; ► – сплав Al 7075-T651.

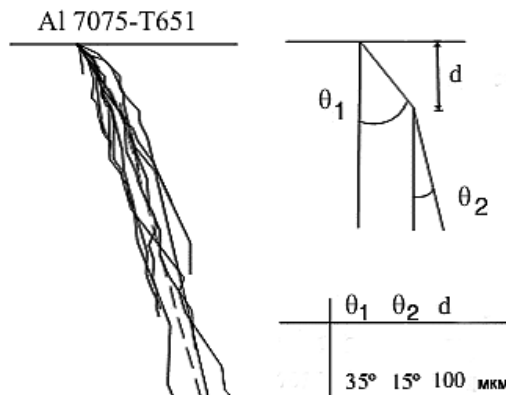


Рис. 14. Экспериментальные траектории РУТ при фреттинг-усталости сплава Al 7075-T651 для значений  $P = 440$  Н/мм и  $Q = 380$  Н/мм [7].

Таким образом, для аналогичных материалов и условий фреттинг-усталости получим:

1) в диапазоне изменения коэффициента трения  $\mu$  от 0,4 до 0,6 начальный рост трещины происходит в плоскости максимальных касательных напряжений под углом 25...35° к поверхности (согласно данным [13]);

2) при значении коэффициента трения  $\mu = 0,87$  наблюдается начальный рост трещины в плоскости максимальных растягивающих напряжений под углом 55° к поверхности контакта (согласно данным [7]).

Применимость критерия Оцуки к сплавам ВТ9 и АМг6Н была обоснована в работах [27, 28]; рис. 11 иллюстрирует тесную корреляцию экспериментальных точек как по типу  $K_\tau$ , так и по типу  $K_\sigma$ . Поскольку критериальная зависимость по типу  $K_\sigma$  практически не отличается от эмпирической зависимости (12), можно утверждать, что для этих сплавов критерий Ричарда удовлетворительно описывает траекторию роста трещин по механизму отрыва.

На основании вышеизложенного можно сделать промежуточные выводы по применимости двухпараметрического критерия Оцуки к сплавам ВТ9, АМг6Н и А1 7075-T6 с точки зрения прогнозирования направления распространения наклонной трещины фреттинг-усталости на стадии II. По формулам (16), (17) или (18), (19) можно прогнозировать альтернативные исходные углы наклона трещины фреттинг-усталости. Как известно, долговечность каждой стадии РУТ в рамках многостадийного подхода можно рассчитать путем интегрирования уравнений (7)–(9) или пошаговых вычислений приращений КИН, длины трещины и наработки, в то время как для оценки длительности стадии РУТ по типу  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  необходимо располагать параметрами диаграммы трещиностойкости по типу  $K_I$  и  $K_{II}$  соответственно. Преимущество критерия Ричарда состоит в следующем. При фреттинг-усталости для оценки продолжительности стадий II и III по критерию Ричарда можно использовать экспериментальную диаграмму трещиностойкости скорость РУТ –  $K_I$  для конкретной асимметрии цикла  $R$ . Оценив по формулам (1) и (2) значения  $K_I$  и  $K_{II}$ , можно прогнозировать направление трещины (12), затем по формулам (5) и (6) рассчитать локальные коэффициенты интенсивности напряжений  $k_I$  и  $k_{II}$  в вершине наклонной трещины, а для малого приращения длины трещины  $\Delta a$  определить соответствующую наработку  $\Delta N$  с использованием уравнения (9) – диаграммы трещиностойкости и эквивалентного КИН из уравнения (10). Однако для конкретных материалов следует оценить значение параметров эквивалентного КИН в уравнении (10). Поэтому для проверки применимости данных критериев к оценке скорости РУТ в исследуемых сплавах потребовалось реализовать следующие вспомогательные экспериментальные методики испытаний на трещиностойкость.

*Методики и результаты испытаний на трещиностойкость по типу  $K_I$ . Сплавы ВТ9 и АМг6Н.* С использованием плоских образцов с краевым надрезом, испытываемых на растяжение–сжатие, в работах [26, 27] для сплавов ВТ9 и АМг6Н получены диаграммы РУТ при различных значениях коэффициента асимметрии цикла  $R$  (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

Характеристики трещиностойкости исследованных сплавов по типу  $K_I$

Сплав	$R$	$\Delta K_{Ith},$ МПа $\sqrt{м}$	$K_{Ith}^{max},$ МПа $\sqrt{м}$	$n$	$C$
ВТ9	0	2,70	2,70	2,73	$1,20 \cdot 10^{-10}$
	-0,5	2,95	1,97	2,50	$5,13 \cdot 10^{-11}$
	-1	3,30	1,65	2,96	$7,14 \cdot 10^{-12}$
АМг6Н	0	4,30	4,30	4,47	$3,34 \cdot 10^{-12}$
	-1	7,64	3,82	5,60	$2,16 \cdot 10^{-13}$

Сплав Al 7075-T6. Ранее [29] для сплава Al 7075-T7531 был построен ряд диаграмм РУТ по типу  $K_I$  для четырех различных значений коэффициента асимметрии цикла  $R$  и шести значений  $K_{max}$  по методике  $K_{max} = const$  и  $R = const$  с использованием компактных образцов (рис. 15). Кроме того, на основании подхода Элбера и наилучшей аппроксимации полученных кривых была построена единая кривая РУТ в координатах скорость РУТ – эффективный размах КИН ( $K_{max} - K_{op}$ ), где параметр  $K_{op}$  определяется из эмпирической зависимости [29]

$$K_{op} = (0,455 + 0,321R + 0,208R^2)K_{max}. \quad (21)$$

Для данного материала имеем пороговое значение  $(K_{max} - K_{op})_{th} = \Delta K_T = 1,05 \text{ МПа}\sqrt{м}$ .

Экспериментальные диаграммы РУТ по типу  $K_I$  для сплава Al 7075-T6 ранее были получены многими исследователями [4, 5, 9, 13] с различными аналитическими аппроксимациями, в частности следующей:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^n - \Delta K_{th}^n). \quad (22)$$

В работе [5] для  $R = 0$  получены следующие коэффициенты уравнения (22):  $C = 8,83 \cdot 10^{-11}$ ;  $n = 3,3219$ ;  $K_{th} = 2,2 \text{ МПа}\sqrt{м}$ . В [13] для почти идентичного сплава Al 7075-T651 имеем  $C = 4,83 \cdot 10^{-11}$ ;  $n = 3,517$ . Полученные результаты хорошо согласуются между собой. Отметим, что данные, приведенные в табл. 2, также описывают параметры уравнения (22).

Методики и результаты испытаний на трещиностойкость по типу  $K_{II}$ . Поскольку рост усталостных трещин по типу  $K_{II}$  является нестабильным и согласно [46, 47] возможен либо в поле сжимающих напряжений (как в случае фреттинг-усталости), либо при очень высоких значениях КИН, были изучены существующие схемы нагружения, позволяющие реализовать условия чистого сдвига в вершине трещины. Базовой служила схема четырехточечного изгиба (рис. 16,а), используемая в работах [45–49]. При этом схема была адаптирована для испытания образцов с краевой трещиной той же

конфигурации, что и для испытаний по типу  $K_I$ , а для передачи знакопеременных нагрузок и реализации значений  $R \leq 0$  использовались система поворотных рычагов и прижимающие устройства, представленные на рис. 16,б, обеспечивающие распределение напряжений (рис. 16,в).

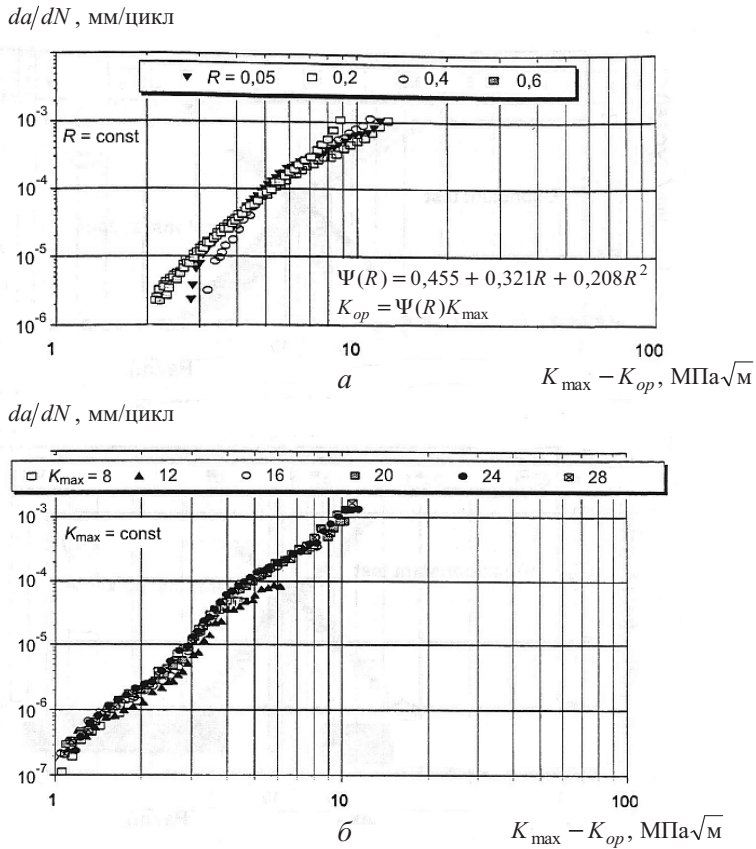


Рис. 15. Кинетика РУТ в плоских образцах с краевым надрезом из сплава Al 7075-T7531 по методикам  $R = \text{const}$  (а) и  $K_{max} = \text{const}$  [29] (б).

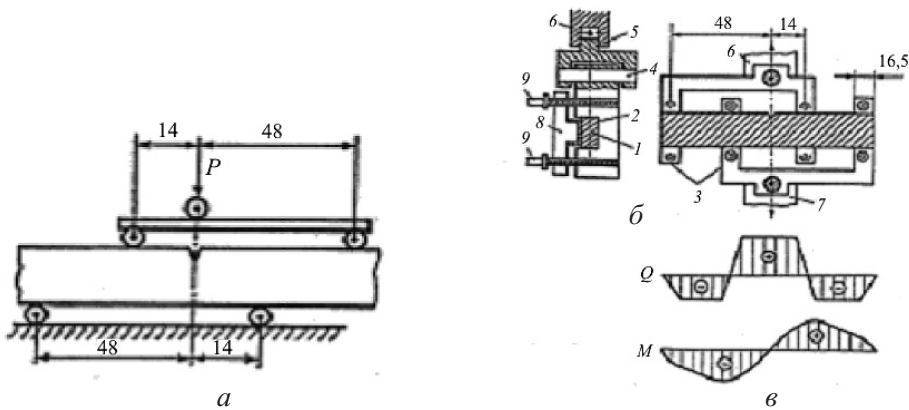


Рис. 16. Схема чистого сдвига при четырехточечном изгибе плоского образца с краевым надрезом: а – для испытаний при  $R > 0$ ; б – предложенная схема при  $R < 0$ ; в – эпюры касательных и изгибных напряжений на линии трещины.

Для данной схемы была предложена конечноэлементная модель [28], позволившая учитывать влияние жестких закреплений участков образца в поворотных рычагах на  $K$ -тарировку:

$$K_{II} = \frac{Q}{t} \sqrt{\frac{\lambda}{b}} (1,549 - 4,809\lambda + 16,061\lambda^2 - 10,244\lambda^3 + 0,222\lambda^4). \quad (23)$$

Подробное описание данной методики приведено ранее [28]. В качестве альтернативы можно использовать усовершенствованную схему Оцуки [50] (рис. 17,а) позволяющую реализовать сжимающие поля напряжений в зоне трещины, имитирующие условия фреттинга и препятствующие девиации трещины из плоскости максимальных касательных напряжений в плоскость максимальных растягивающих напряжений. Еще одна известная схема Мураками [51, 52] (рис. 17,б) имеет тот недостаток, что в результате смыкания берегов трещины определяемые значения КИН в несколько раз превышают соответствующие значения, полученные по другим методикам, в частности [50]. Еще одна альтернативная схема испытания образца с надрезом при смешанном нагружении представлена на рис. 17,в и будет проанализирована ниже.

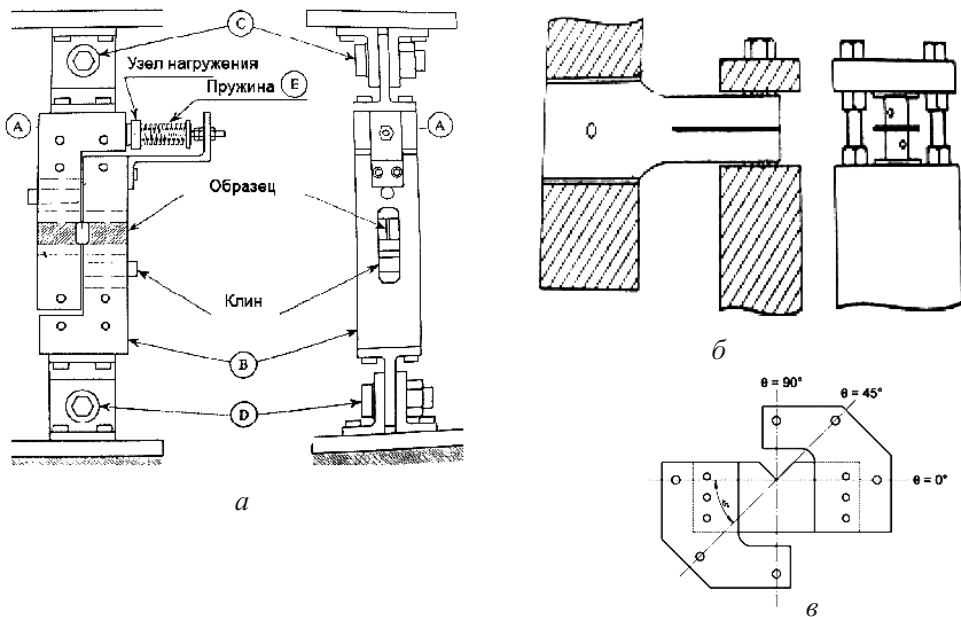


Рис. 17. Схемы для испытаний по типу  $K_{II}$ : а – усовершенствованная схема Оцуки [50]; б – схема Мураками [51, 52]; в – смешанное нагружение [53]).

При испытании на трещиностойкость по типу  $K_{II}$  сплавов ВТ9 и АМг6Н использовались образцы с надрезом, имеющие усталостные трещины длиной 3-4 мм, выращенные по типу  $K_I$ . Методика испытаний описана в работах [27, 28]. В большинстве образцов после непродолжительного роста трещины по типу  $K_{II}$  имела место ее бифуркация под углом 30...50°, что соответствует



направлению максимальных растягивающих напряжений (рис. 18,а). В случае отсутствия исходной трещины (рост из надреза) подобная девиация происходит немедленно (рис. 18,б). На рис. 19 представлены экспериментальные кривые РУТ по типу  $K_I$  и  $K_{II}$ , параметры которых описаны соответственно в табл. 2 и 3.

Т а б л и ц а 3

Характеристики трещиностойкости исследованных сплавов по типу  $K_{II}$

Сплав	$R$	$\Delta K_{IIth}$ , МПа $\sqrt{м}$	$K_{IIth}^{max}$ , МПа $\sqrt{м}$	$n$	$C$
ВТ9	0	1,86	1,860	2,86	$1,38 \cdot 10^{-10}$
	-1	2,17	1,085	2,86	$4,33 \cdot 10^{-11}$
АМг6Н	0	2,94	2,940	4,09	$2,57 \cdot 10^{-12}$
	-1	5,40	2,700	4,31	$4,80 \cdot 10^{-12}$

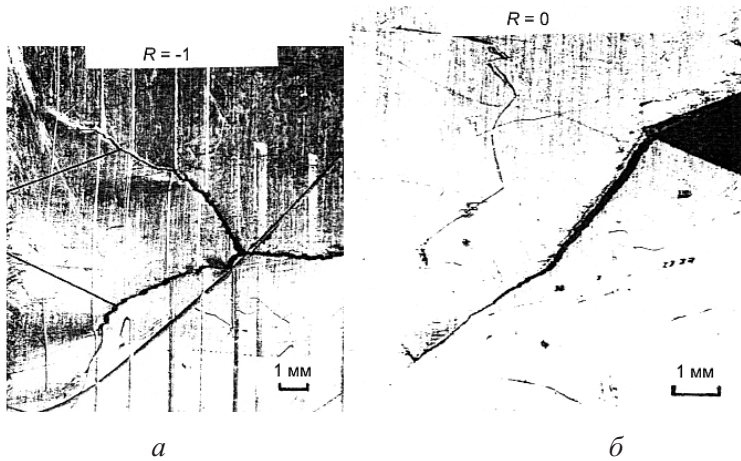


Рис. 18. Случаи девиации трещины в плоскость максимальных растягивающих напряжений при испытании на четырехточечный изгиб образцов с надрезом из АМг6Н.

В табл. 4 приведены пороговые значения КИН по типу  $K_I$  и  $K_{II}$  и соотношения между ними, находящиеся в пределах 1,42...1,53, что более соответствует критерию Треска ( $K_{IIth} = K_{Ith}/\sqrt{2}$ ), чем критерию Мизеса ( $K_{IIth} = K_{Ith}/\sqrt{3}$ ).

В табл. 5 представлены результаты аппроксимации уравнений кривых РУТ по типу  $K_I$  и  $K_{II}$  для сплавов ВТ9 и АМг6Н с помощью эквивалентного КИН согласно уравнению (10). Для ВТ9 получена тесная корреляция для  $\alpha = 1,73$  при  $R = -1$  и  $\alpha = 1,18$  при  $R = 0$ . Для сплава АМг6Н, в отличие от сплава ВТ9, оптимальные значения  $\alpha = 1,15$  при  $R = -1$  и  $\alpha = 0,85$  при  $R = 0$  обеспечивают невысокую корреляцию, что не гарантирует точность расчета скорости РУТ в случае использования критерия Ричарда.

Т а б л и ц а 4

**Пороговые значения коэффициентов интенсивности напряжений**

Сплав	$R$	$K_{Ith}$ , МПа $\sqrt{м}$	$K_{IIth}$ , МПа $\sqrt{м}$	$K_{th}/K_{\tau th}$
ВТ9	0	2,70	1,86	1,45
	-1	1,65	1,08	1,53
АМг6Н	0	4,30	2,94	1,46
	-1	3,82	2,70	1,42

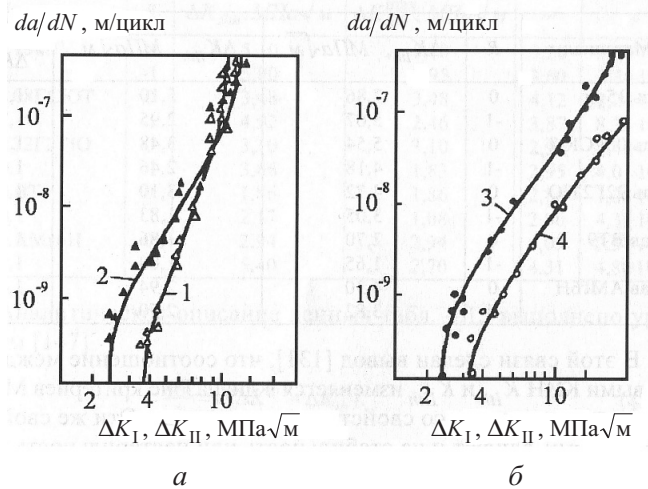


Рис. 19. Экспериментальные кривые РУТ по типу  $K_I$  и  $K_{II}$ , полученные на образцах с краевой трещиной при  $R = -1$ :  $a$  – сплав АМг6Н (1 – по типу  $K_I$ ; 2 – по типу  $K_{II}$ );  $b$  – сплав ВТ9 (3 – по типу  $K_{II}$ ; 4 – по типу  $K_I$ ).

В десяти образцах из сплава Al 7075-T7351, испытанных по упрощенной схеме (рис. 16,а), девиация трещины в плоскость максимальных растягивающих напряжений наблюдалась во всех случаях при значениях  $K_{II} < 10$  МПа $\sqrt{м}$ . На рис. 20 показан полученный участок РУТ по типу  $K_{II}$  при  $R = 0,6$  с последующей девиацией. Это согласуется с результатами Оцуки [48] и объясняется нестабильностью РУТ по типу  $K_{II}$  в этом материале, что требует использования усовершенствованной схемы, приведенной в работе [50]. С другой стороны, рассматривая аналогию [36] не только с расчетной, но и с экспериментальной точки зрения, оказывается, что если при реализации контактной схемы (рис. 5,а) в конкретных материалах (например, сплавах АМг6Н и Al 7075-T6) имеет место рост трещин по механизму сдвига (по типу  $K_{II}$ ), то это можно реализовать и в “аналогичной” схеме нагружения (рис. 5,б). Последняя весьма напоминает оптимизированную схему Оцуки [50] для определения характеристик трещиностойкости по типу  $K_{II}$ , где прикладываются сжимающие объемные нагрузки, параллельные линии исходной трещины (рис. 17,а), но предполагается наличие двух симметричных надрезов. В результате выращивания исходной трещины в одном надрезу путем изгиба можно создать необходимые условия, аналогичные конкретным условиям фреттинга.

Т а б л и ц а 5

**Наилучшая корреляция между диаграммами РУТ по типу  $K_I$  и  $K_{II}$  для сплавов ВТ9 и АМГ6Н**

$K_I$ или $K_{II}$ , МПа $\sqrt{м}$	$da/dN$ , м/цикл по формуле (10)	$da/dN$ , м/цикл по типу $K_{II}$	$da/dN$ , м/цикл по типу $K_I$	$\Delta$ , %
1	2	3	4	5
ВТ9 ( $R = -1$ ; $\alpha = 1,73$ )				
2	$9,03 \cdot 10^{-10}$	$9,48 \cdot 10^{-10}$	$1,53 \cdot 10^{-10}$	-4
3	$2,15 \cdot 10^{-9}$	$2,23 \cdot 10^{-9}$	$4,01 \cdot 10^{-10}$	-5
4	$4,21 \cdot 10^{-9}$	$4,27 \cdot 10^{-9}$	$8,05 \cdot 10^{-10}$	-3
5	$7,24 \cdot 10^{-9}$	$7,22 \cdot 10^{-9}$	$1,40 \cdot 10^{-9}$	-1
6	$1,14 \cdot 10^{-8}$	$1,13 \cdot 10^{-8}$	$2,23 \cdot 10^{-9}$	0
7	$1,70 \cdot 10^{-8}$	$1,65 \cdot 10^{-8}$	$3,33 \cdot 10^{-9}$	2
8	$2,42 \cdot 10^{-8}$	$2,32 \cdot 10^{-8}$	$4,74 \cdot 10^{-9}$	3
9	$3,30 \cdot 10^{-8}$	$3,13 \cdot 10^{-8}$	$6,48 \cdot 10^{-9}$	4
10	$4,37 \cdot 10^{-8}$	$4,11 \cdot 10^{-8}$	$8,60 \cdot 10^{-9}$	5
11	$5,66 \cdot 10^{-8}$	$5,28 \cdot 10^{-8}$	$1,11 \cdot 10^{-8}$	6
12	$1,10 \cdot 10^{-7}$	$1,00 \cdot 10^{-7}$	$2,16 \cdot 10^{-8}$	7
15	$2,57 \cdot 10^{-7}$	$2,28 \cdot 10^{-7}$	$5,06 \cdot 10^{-8}$	10
20	$4,97 \cdot 10^{-7}$	$4,31 \cdot 10^{-7}$	$9,81 \cdot 10^{-8}$	13
ВТ9 ( $R = 0$ ; $\alpha = 1,18$ )				
3	$1,98 \cdot 10^{-9}$	$2,38 \cdot 10^{-9}$	$1,00 \cdot 10^{-11}$	-17
3,5	$3,96 \cdot 10^{-9}$	$4,15 \cdot 10^{-9}$	$1,86 \cdot 10^{-9}$	-5
4	$6,49 \cdot 10^{-9}$	$6,46 \cdot 10^{-9}$	$3,48 \cdot 10^{-9}$	1
6	$2,33 \cdot 10^{-8}$	$2,24 \cdot 10^{-8}$	$1,42 \cdot 10^{-8}$	4
7	$3,64 \cdot 10^{-8}$	$3,52 \cdot 10^{-8}$	$2,25 \cdot 10^{-8}$	3
8	$5,33 \cdot 10^{-8}$	$5,20 \cdot 10^{-8}$	$3,32 \cdot 10^{-8}$	2
9	$7,41 \cdot 10^{-8}$	$7,31 \cdot 10^{-8}$	$4,65 \cdot 10^{-8}$	1
10	$9,94 \cdot 10^{-8}$	$9,92 \cdot 10^{-8}$	$6,26 \cdot 10^{-8}$	0
12	$1,65 \cdot 10^{-7}$	$1,68 \cdot 10^{-7}$	$1,04 \cdot 10^{-7}$	-2
15	$3,04 \cdot 10^{-7}$	$3,18 \cdot 10^{-7}$	$1,93 \cdot 10^{-7}$	-4
20	$6,70 \cdot 10^{-7}$	$7,25 \cdot 10^{-7}$	$4,26 \cdot 10^{-7}$	-8
25	$1,23 \cdot 10^{-6}$	$1,37 \cdot 10^{-6}$	$7,84 \cdot 10^{-7}$	-10
30	$2,03 \cdot 10^{-6}$	$2,31 \cdot 10^{-6}$	$1,29 \cdot 10^{-6}$	-12

1	2	3	4	5
AMr6H ( $R = -1$ ; $\alpha = 1,15$ )				
4	$7,19 \cdot 10^{-10}$	$1,54 \cdot 10^{-9}$	$1,15 \cdot 10^{-10}$	-53
5	$3,48 \cdot 10^{-9}$	$4,59 \cdot 10^{-9}$	$1,38 \cdot 10^{-9}$	-24
6	$1,04 \cdot 10^{-8}$	$1,05 \cdot 10^{-8}$	$4,53 \cdot 10^{-9}$	-1
7	$2,51 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$	$1,13 \cdot 10^{-8}$	21
8	$5,35 \cdot 10^{-8}$	$3,71 \cdot 10^{-8}$	$2,43 \cdot 10^{-8}$	44
9	$1,04 \cdot 10^{-7}$	$6,19 \cdot 10^{-8}$	$4,73 \cdot 10^{-8}$	68
10	$1,88 \cdot 10^{-7}$	$9,77 \cdot 10^{-8}$	$8,56 \cdot 10^{-8}$	92
11	$3,20 \cdot 10^{-7}$	$1,47 \cdot 10^{-7}$	$1,46 \cdot 10^{-7}$	117
12	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$2,15 \cdot 10^{-7}$	$2,38 \cdot 10^{-7}$	143
15	$1,82 \cdot 10^{-6}$	$5,62 \cdot 10^{-7}$	$8,32 \cdot 10^{-7}$	224
20	$9,12 \cdot 10^{-6}$	$1,94 \cdot 10^{-6}$	$4,17 \cdot 10^{-6}$	369
25	$3,18 \cdot 10^{-5}$	$5,09 \cdot 10^{-6}$	$1,46 \cdot 10^{-5}$	526
30	$8,84 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-5}$	$4,04 \cdot 10^{-5}$	692
AMr6H ( $R = 0$ ; $\alpha = 0,85$ )				
4	$2,97 \cdot 10^{-10}$	$1,97 \cdot 10^{-9}$	$3,03 \cdot 10^{-9}$	-85
5	$1,03 \cdot 10^{-9}$	$2,53 \cdot 10^{-9}$	$4,54 \cdot 10^{-9}$	-59
6	$2,60 \cdot 10^{-9}$	$3,70 \cdot 10^{-9}$	$7,78 \cdot 10^{-9}$	-30
7	$7,41 \cdot 10^{-9}$	$7,14 \cdot 10^{-9}$	$1,77 \cdot 10^{-8}$	4
8	$1,53 \cdot 10^{-8}$	$1,25 \cdot 10^{-8}$	$3,41 \cdot 10^{-8}$	23
9	$2,75 \cdot 10^{-8}$	$2,03 \cdot 10^{-8}$	$5,93 \cdot 10^{-8}$	35
10	$4,54 \cdot 10^{-8}$	$3,14 \cdot 10^{-8}$	$9,63 \cdot 10^{-8}$	45
11	$7,07 \cdot 10^{-8}$	$4,65 \cdot 10^{-8}$	$1,49 \cdot 10^{-7}$	52
12	$1,05 \cdot 10^{-7}$	$6,64 \cdot 10^{-8}$	$2,20 \cdot 10^{-7}$	59
15	$2,90 \cdot 10^{-7}$	$1,66 \cdot 10^{-7}$	$6,02 \cdot 10^{-7}$	75
20	$1,05 \cdot 10^{-6}$	$5,38 \cdot 10^{-7}$	$2,18 \cdot 10^{-6}$	96
25	$2,86 \cdot 10^{-6}$	$1,34 \cdot 10^{-6}$	$5,92 \cdot 10^{-6}$	113
30	$6,47 \cdot 10^{-6}$	$2,83 \cdot 10^{-6}$	$1,34 \cdot 10^{-5}$	129

**Примечание.**  $\Delta$  – отклонение скорости РУТ, определенной согласно (10), от экспериментальных значений (столбец 3).

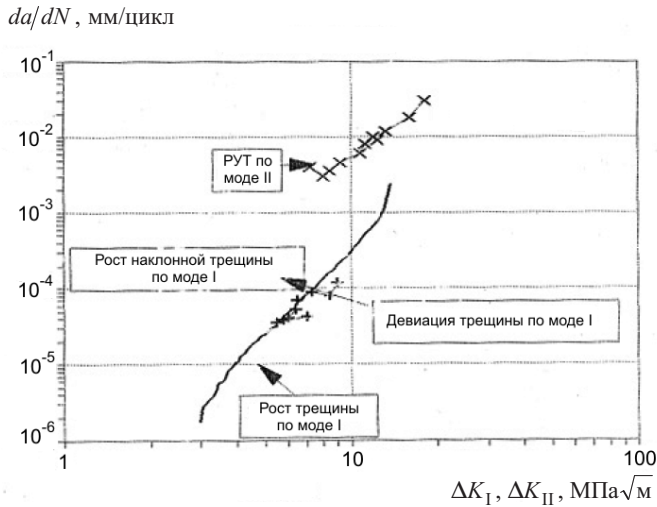


Рис. 20. Экспериментальные кривые РУТ по типу  $K_I$  и  $K_{II}$ , полученные на образцах из сплава Al 7075-T7531 с краевой трещиной при  $R = 0,6$ .

В работе [53] были проведены испытания образцов из сплава Al 7075-T6 с надрезом при смешанном нагружении по схеме (рис. 17,в), обеспечивающей растяжение–сжатие с помощью жесткого приспособления, позволяющего прикладывать усилия растяжения–сжатия под углами 0, 45 и 90° к оси образца. После выращивания исходной трещины отрыва (нулевой угол) место приложения силы изменяли на 45° (смешанное нагружение) или 90° (чистый сдвиг). Согласно полученным результатам [53], критерий Ричарда и критерий минимальной плотности высвобождения энергии [40] одинаково хорошо описывают закономерности РУТ по смешанной моде для алюминиевого сплава Al 7075-T6 как по ориентации трещины (формула (12)), так и по скоростям РУТ (формула (9)). При этом наилучшая корреляция достигается при значении  $\alpha_1 = \sqrt{1,5} = 1,225$ . Тогда уравнение (10) преобразуется следующим образом:

$$\Delta K_{eq} = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta K_I^2 + 6\Delta K_{II}^2}. \quad (24)$$

Таким образом, при использовании критерия Ричарда исходное уравнение (10) принимает следующий вид:  $K_{eq} = K_I$  в плоскости максимальных растягивающих напряжений ( $K_{II} = 0$ ) и  $K_{eq} = \alpha_1 K_{II}$  в плоскости максимальных касательных напряжений ( $K_I < 0$  или  $K_I = 0$ ). При этом для сплава ВТ9 имеем  $\alpha_1 = 1,73$  при  $R = -1$  и  $\alpha_1 = 1,18$  при  $R = 0$ , для сплава АМг6Н –  $\alpha_1 = 1,15$  при  $R = -1$  и  $\alpha_1 = 0,85$  при  $R = 0$ , для Al 7075-T6 –  $\alpha_1 = 1,225$  при  $R = 0$ .

## Выводы

1. Показано, что в сплавах ВТ9, АМг6Н и Al 7075-T6 начальная стадия роста трещины фреттинг-усталости может реализоваться в плоскости максимальных касательных напряжений по механизму сдвига или в плоскости

максимальных растягивающих напряжений по механизму отрыва, которые можно описать двухпараметрическим критерием Оцуки или эмпирическим критерием Ричарда.

2. Для оценки исходного направления РУТ при фреттинг-усталости удобно использовать критериальную зависимость коэффициент трения  $\mu$  – угол девиации  $\varphi$ . По достижении наклонной трещиной глубины порядка 100...150 мкм следует учитывать составляющую объемной нагрузки и рассчитать новое направление ее роста.

3. Для расчета продолжительности начальной стадии при использовании критерия Оцуки необходимо рассчитывать параметры  $K_\tau$  и (или)  $K_\sigma$  и применять соответствующие экспериментальные уравнения РУТ по типу  $K_{II}$  или  $K_I$ , а при использовании критерия Ричарда – эквивалентное значение КИН и уравнение РУТ по типу  $K_I$ .

4. Вышеописанные положения учтены при разработке расчетно-экспериментальной методики при прогнозировании долговечности материалов для других конфигураций образцов и условий фреттинга, которые будут отражены в сообщении 2.

## Резюме

На основі аналізу сучасних методик дослідження фреттинг-втоми та результатів опису багатостадійного росту втомних тріщин у зоні фреттинга з позицій механіки руйнування удосконалено розрахунково-експериментальну методику, раніше запропоновану автором. Методика дозволяє прогнозувати поточні значення кута та швидкості розвитку тріщини у приповерхневих шарах матеріалу в умовах фреттинга з використанням розрахункових коефіцієнтів інтенсивності напружень  $K_I$ ,  $K_{II}$  для контактних і об'ємних навантажень та експериментальних діаграм тріщиностійкості за типом  $K_I$  та (чи)  $K_{II}$ . Виконано порівняльний аналіз різних методик побудови діаграм тріщиностійкості за типом  $K_I$  і  $K_{II}$ , наведено результати для алюмінієвих сплавів АМг6Н, АІ 7075-Т6 та титанового сплаву ВТ9. Проілюстровано, що для цих сплавів початкова стадія росту тріщини фреттинг-втоми може мати місце у площині максимальних дотичних напружень за механізмом зсуву або у площині максимальних напружень розтягу за механізмом відриву згідно з двопараметричним критерієм Оцуки або емпіричним критерієм Річарда.

1. *Nowell D., Dini D., and Hills D. A.* Recent developments in the understanding of fretting fatigue // *Eng. Fract. Mech.* – 2006. – **73**. – P. 207 – 222.
2. *Conner B. P., Lindley T. C., Nicholas T., and Suresh S.* Application of a fracture mechanics based life prediction method for contact fatigue // *Int. J. Fatigue.* – 2004. – **26**. – P. 511 – 520.
3. *Chambon L. and Journet B.* Modeling of fretting fatigue in a fracture-mechanics framework // *Tribology Int.* – 2006. – **39**. – P. 1220 – 1226.
4. *Navarro C., Munoz S., and Dominguez J.* On the use of multiaxial fatigue criteria for fretting fatigue life assessment // *Int. J. Fatigue.* – 2008. – **30**. – P. 32 – 44.



5. *Munoz S., Navarro C., and Dominguez J.* Application of fracture mechanics to estimate fretting fatigue endurance curves // *Eng. Fract. Mech.* – 2007. – **74**. – P. 2168 – 2186.
6. *Navarro C., Munoz S., and Dominguez J.* Propagation in fretting fatigue from a surface defect // *Tribology Int.* – 2006. – **39**. – P. 1149 – 1157.
7. *Munoz S., Proudhon H., Dominguez J., and Fouvry S.* Prediction of the crack extension under fretting wear loading conditions // *Int. J. Fatigue.* – 2006. – **28**. – P. 1769 – 1779.
8. *Wittkowski B. U., Birch P. R., Dominguez J., and Suresh S.* An experimental investigation of fretting fatigue with spherical contact in 7075T6 aluminum alloy / C. B. Elliot, D. W. Hoepner, and V. Chandrasekaran (Eds.). *Fretting Fatigue: Current Technology and Practices.* – ASTM STP 1367. – 1999. – P. 213 – 227.
9. *Rossino L. S., Castro F. C., Bose Filho W. W., and Araujo J. A.* Issues on the mean stress effect in fretting fatigue of a 7050-T7451 Al alloy posed by new experimental data // *Int. J. Fatigue.* – 2009. – **31**. – P. 2041 – 2048.
10. *Lamacq V., Dubourg M.-C., and Vincent L.* Crack path prediction under fretting fatigue – a theoretical and experimental approach // *J. Tribol.* – 1996. – **118**. – P. 711 – 720.
11. *Giummarra C. and Brockenbrough J. R.* Fretting fatigue analysis using a fracture mechanics based small crack growth prediction method // *Tribology Int.* – 2006. – **39**. – P. 1166 – 1171.
12. *Houghton D., Wavish P. M., Williams E. J., and Leen S. B.* Multiaxial fretting fatigue testing and prediction for splined couplings // *Int. J. Fatigue.* – 2009. – **31**. – P. 1805 – 1815.
13. *Jacob M. S. D., Arora P. R., Saleem M., et al.* Fretting fatigue crack initiation: An experimental and theoretical study // *Ibid.* – 2007. – **29**. – P. 1328 – 1338.
14. *Arora P. R., Jacob M. S. D., Sapuan S. N., et al.* Experimental evaluation of fretting fatigue test apparatus // *Ibid.* – 2007. – **29**. – P. 941 – 952.
15. *Nowell D. and Araujo J. A.* The effect of rapidly varying contact stress fields on fretting fatigue // *Ibid.* – 2002. – **24**, No. 7. – P. 763 – 775.
16. *Hattori T., Nakamura M., Sakata H., and Watanabe T.* Fretting fatigue analysis using fracture mechanics // *JMSE Int. J. Ser. 1.* – 1988. – **31**, No. 1. – P. 100 – 107.
17. *Hattori T., Nakamura M., and Watanabe T.* Simulation of fretting-fatigue life by using stress-singularity parameters and fracture mechanics // *Tribology Int.* – 2003. – **36**. – P. 87 – 97.
18. *Fellows L. J., Nowell D., and Hills D. A.* Analysis of crack initiation and propagation in fretting fatigue: the effective initial flaw size methodology // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1997. – **20**, No. 1. – P. 61 – 70.
19. *Lykins C. D., Mall S., and Jain V.* An evaluation of parameters for predicting fretting fatigue crack initiation // *Int. J. Fatigue.* – 2000. – **22**. – P. 703 – 716.
20. *Nicholas T., Hutson A., John R., and Olson S.* A fracture mechanics assessment for fretting fatigue // *Ibid.* – 2003. – **25**. – P. 1069 – 1077.

21. *Edwards P. R.* Application of fracture mechanics to predicting fretting fatigue / R. B. Waterhouse (Ed.). Fretting Fatigue. – London: Applied Science, 1985. – P. 67 – 97.
22. *Tanaka K., Mutoh Y., Sakoda S., et al.* Fretting fatigue in 0.55 C spring steel and 0.45 C carbon steel // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1985. – **8**, No. 2. – P. 129 – 142.
23. *Nix K. J. and Lindley T. C.* The application of fracture mechanics to fretting fatigue // Ibid. – P. 143 – 160.
24. *Garcia D. B. and Grandt A. F.* Application of a total life prediction model for fretting fatigue in Ti–6Al–4V // Int. J. Fatigue. – 2007. – **29**. – P. 1311 – 1318.
25. *Lenets Y. N. and Bellows R. S.* Crack propagation life prediction for Ti–6Al–4V based on striation spacing measurements // Ibid. – 2000. – **22**. – P. 521 – 529.
26. *Трощенко В. Т., Цыбанев Г. В., Хоцяновский А. О.* Долговечность сталей при фреттинг-усталости // Пробл. прочности. – 1988. – № 6. – С. 3 – 8.
27. *Хоцяновский А. О.* Прогнозирование долговечности конструкционных сталей и сплавов при фреттинг-усталости на стадии развития усталостной трещины: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1990. – 24 с.
28. *Troshchenko V. T., Tsybanev G. V., and Khotsyanovsky A. O.* Two-parameter model of fretting fatigue crack growth // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1994. – **17**, No. 1. – P. 15 – 23.
29. *Marci G. and Khotsyanovsky A. O.* Testing procedures for fatigue crack propagation and the  $\Delta K_{eff}$ -concept // Strength Mater. – 1995. – **27**, No. 7. – P. 363 – 378.
30. *Сосновский Л. А.* Экспериментальные основы трибофатики. Сообщ. 1 // Пробл. прочности. – 1997. – № 3. – С. 74 – 82.
31. *Сосновский Л. А.* Трибофатика: износоусталостные повреждения в проблемах ресурса и безопасности машин / Л. А. Сосновский, Н. А. Махутов. – М.; Гомель: ФЦНТП “Безопасность”, НПО “Трибофатика”, 2000. – 304 с.
32. *Erdogan F. and Sih G. C.* On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear // J. Basic Eng. – 1963. – **85**. – P. 519 – 525.
33. *Fatemi A. and Socie D.* A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out of phase loading // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1988. – **11**, No 3. – P. 149 – 165.
34. *Rooke D. P. and Jones D. A.* Stress Intensity Factors in Fretting Fatigue. – RAE Technical Report 77181. – Farnborough, 1977.
35. *Rooke D. P., Rayaprolu D. B., and Aliabadi M. H.* Crack-line and edge Green’s functions for stress intensity factors of inclined edge cracks // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1992. – **15**, No. 5. – P. 441 – 461.
36. *Giannakopoulos A. E., Lindley T. C., and Suresh S.* Aspects of the equivalence between contact mechanics and fracture mechanics: theoretical connections and a life-prediction methodology for fretting fatigue // Acta Mater. – 1998. – **46**, No. 9. – P. 2955 – 2968.
37. *Giannakopoulos A. E., Venkatesh T. A., Lindley T. C., and Suresh S.* The role of adhesion in contact fatigue // Ibid. – 1999. – **47**, No. 18. – P. 4635 – 4664.

38. *Richard H. A., Fulland M., and Sander M.* Theoretical crack path prediction // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2005. – **28**. – P. 3 – 12.
39. *Smith K. N., Watson P., and Topper T. H.* A stress-strain function for the fatigue of metals // *J. Mater., JMLSA.* – 1970. – **5**. – P. 767 – 778.
40. *Sih G. C.* Strain-energy-density factor applied to mixed-mode crack problems // *Int. J. Fract.* – 1974. – **10**. – P. 305 – 321.
41. *Schollmann M., Fulland M., and Richard H. A.* Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3D structures // *Eng. Fract. Mech.* – 2003. – **70**. – P. 249 – 268.
42. *Otsuka A., Tohdo K., Sakakibori K., and Yoshida T.* Mode II fatigue crack growth mechanism and its dependency on material in aluminium alloys // *J. Jap. Soc. Eng.* – 1985. – **34**, No. 387. – P. 1174 – 1182.
43. *Benuzzi D., Bormetti E., Donzella G.* Modelli numerici per lo studio della propagazione di cricche superficiali da rolling contact fatigue in presenza di fluido // XXX Convegno Nazionale AIAS – Alghero (SS). – 12–15 Settembre 2001.
44. *Kaneta M., Seutsugu M., and Murakami K.* Mechanism of surface crack growth in lubricated rolling/sliding contacts // *Trans. ASME: J. Appl. Mech.* – 1986. – **153**. – P. 1615 – 1635.
45. *Roberts R. and Kibler J.* Mode II fatigue crack propagation // *J. Basic Eng.* – 1971. – **93**. – P. 671 – 680.
46. *Liu H. W.* Shear fatigue crack growth: a literature survey // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1985. – **8**. – P. 295 – 315.
47. *Wang M. O., Hu R. H., Qian C. F., and Li J. C. M.* Fatigue crack growth under Mode II loading // *Ibid.* – 1995. – **18**. – P. 1443 – 1454.
48. *Otsuka A., Sugawara H., and Shomura M.* A test method for Mode II fatigue crack growth relating to a model for rolling contact fatigue // *Ibid.* – 1996. – **19**, No. 10. – P. 1265 – 1275.
49. *Cotterell B. and Rice J. R.* Slightly curved or kinked cracks // *Int. J. Fract.* – 1980. – **16**. – P. 155 – 169.
50. *Otsuka A., Fujii Y., and Maeda K.* A new testing method to obtain mode II fatigue crack growth characteristics of hard materials // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2004. – **27**. – P. 203 – 212.
51. *Murakami Y., Hamada S., Sugino K., and Takao K.* New measurement method of Mode II threshold stress intensity range  $\Delta K_{th}$  and its application // *J. Soc. Mat. Sci.* – 1994. – **43**, No. 493. – P. 264 – 270.
52. *Murakami Y., Fukuhara T., and Hamada S.* Measurement of Mode II threshold stress intensity range  $\Delta K_{IIth}$  // *Ibid.* – 1994. – **51**, No. 8. – P. 918 – 925.
53. *Benedetti M., Beghini M., Fontanari V., and Monelli B.* Fatigue cracks emanating from sharp notches in high-strength aluminium alloys: the effect of loading direction, kinking, notch geometry and microstructure // *Int. J. Fatigue.* – 2009. – **31**. – P. 1996 – 2005.

Поступила 08. 02. 2010