

## **Модель для прогнозування втомної довговічності титанових сплавів. Повідомлення 1. Розробка моделі втомної довговічності до ініціювання мікроструктурно короткої тріщини і моделі росту фізично малої та довгої тріщин**

**О. М. Герасимчук, О. В. Кононученко**

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна

*Наведено огляд моделей втомної довговічності на 1- і 2-й стадіях втомного руйнування. На основі модифікації цих моделей запропоновано модель, яка дозволяє за результатами випробувань на короткочасний розтяг і аналізу мікроструктури прогнозувати довговічність до руйнування в умовах багатоциклового одновісного навантаження гладких зразків із титанових сплавів.*

**Ключові слова:** втомна довговічність, мікроструктура, стійкі смуги ковзання, мікроструктурно коротка тріщина, фізично мала та довга тріщини, титанові сплави.

**Вступ.** Згідно із загальноприйнятими уявленнями про закономірності багатоциклового втомного руйнування [1] процес втоми можна розділити на дві стадії: розсіяне втомне пошкодження (стадія 1), під час якого спостерігається значна кількість мікроскопічних осередків пошкодження (локальних пластичних деформацій) і локалізоване втомне пошкодження (стадія 2) у вигляді магістральної втомної тріщини, розвиток якої призводить до остаточного руйнування.

У зв'язку з цим для певного типу металів і сплавів, зокрема титанових сплавів [2–9], стадію 1 можна тлумачити як процес накопичення дислокацій у площинах ковзання найсприятливіше орієнтованих для цього зерен по відношенню до напрямку дії навантаження. У результаті це призводить до утворення уздовж стійких смуг ковзання (ССК) мікроструктурно коротких тріщин (МКТ) розмірами, що не перевищують розміри зерна.

На стадії 2 одна з цих плоских ініційованих МКТ, сприятливо орієнтована відносно сусідніх зерен, продовжує своє розповсюдження у вигляді фізично малої тріщини (ФМТ) глибиною у декілька розмірів зерен [2, 3, 10] шляхом зсуву та нормального відриву на певному перехідному етапі, перетворюючись у магістральну довгу тріщину (ДТ) нормального відриву (у випадку одновісного циклічного навантаження), що призводить до остаточного руйнування від втоми.

Очевидно, що моделі втомної довговічності, які описують поведінку матеріалу на двох стадіях втомного руйнування, повинні базуватись на різних підходах. На сьогодні існує багато досліджень у цьому напрямку. Основним недоліком і, отже, обмеженням у застосуванні для розрахунку моделей довговічності до ініціювання втомної тріщини є те, що вони непридатні для прогнозування розмірів тріщини на цей момент. Відповідно такі розміри повинні слугувати як початкові під час розрахунку за моделями росту тріщини.

Також загально визнано, що мікроструктура відіграє важливу роль у процесах зародження та росту втомних тріщин [5, 8, 11–19].

У зв'язку з вищенаведеним у даній роботі представлено результати досліджень, метою яких було удосконалення моделей ініціювання та росту тріщин, що включають у явному вигляді розміри тріщини та параметри мікроструктури, і за допомогою яких можна було б розраховувати довговічність (криві втоми) до руйнування гладких зразків за умов одновісного циклічного навантаження і нормальної температури. Стисло оглянуто поточний стан моделей ініціювання та росту втомної тріщини в залежності від мікроструктури.

**1. Огляд моделей довговічності до ініціювання втомної тріщини.** За останні три десятиріччя розроблено моделі довговічності до ініціювання втомної тріщини, які включають параметри мікроструктури безпосередньо в явному вигляді. Так, в [9] запропоновано дислокаційні моделі зародження тріщини у смугах ковзання, включеннях та надрізах (концентратори напружень). Припускалось, що втомна тріщина виникає в результаті накопичення дислокаційних диполів (НДД) під час циклічного навантаження. Суть процесу зародження тріщини уздовж ССК за механізмом НДД, який діє у поверхневому зерні, ілюструє рис. 1. Під час циклічного навантаження у сприятливо орієнтованому поверхневому зерні виникає необоротне ковзання, що призводить до руху дислокацій у площині ковзання (на рис. 1 I) та їх скупчення біля границі зерна. При розвантаженні дислокації протилежного знаку активуються у сусідній площині (на рис. 1 II), утворюючи зворотне ковзання і формування вакантних та міжвузлових диполів у кінці подвійного скупчення.

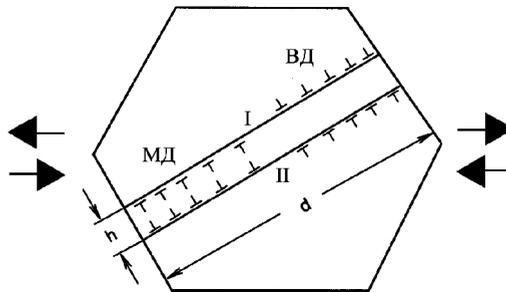


Рис. 1. Схематичне представлення НДД у зерні у результаті необоротного ковзання під час циклічного навантаження [9]. (Стрілками вказано напрямок дії навантаження; МД – міжвузлові диполі; ВД – вакантні диполі.)

Для ініціювання тріщини уздовж смуги ковзання модель НДД має вигляд [9]

$$(\Delta\tau - 2k)N_i^{1/2} = \left[ \frac{8GW_s}{\pi d} \right]^{1/2}, \quad (1)$$

де  $\Delta\tau$  – розмах напружень зсуву;  $k$  – напруження тертя дислокацій, або критичне приведені напруження зсуву;  $G$  – модуль зсуву;  $d$  – розмір зерна;  $W_s$  – питома енергія руйнування на одиницю площини уздовж смуги ковзання.

Удосконалену модель було представлено у роботах [5, 6, 8]. Для ініціювання втомної тріщини уздовж ССК в полікристалічних матеріалах у термінах розмаху прикладених напружень  $\Delta\sigma$  вона має такий вигляд [5]:

$$(\Delta\sigma - 2Mk)N_i^\alpha = \left[ \frac{8M^2G^2}{\lambda\pi(1-\mu)} \right]^{1/2} \left( \frac{h}{d} \right) \left( \frac{c}{d} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

де  $M$  – фактор Тейлора,  $M = 1/m_s$ ;  $m_s$  – фактор Шміда;  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\lambda$  – універсальна константа,  $\lambda = 0,005$ ;  $h$  – ширина смуги ковзання;  $c$  – глибина тріщини, або половина довжини тріщини на поверхні.

Використання моделі (2) для розрахунку довговічності  $N_i$  до ініціювання втомної тріщини потребує визначення констант матеріалу  $G$ ,  $\mu$  і розміру зерна  $d$ . Термін  $2Mk$  являє собою, на думку автора моделі (2), границю витривалості, нижче якої ініціювання тріщини не виникає. Ці параметри і границя витривалості повинні запозичуватись з раніше отриманих експериментальних даних або з наведених у літературних джерелах.

Фактор Тейлора взагалі залежить від текстури, але для найсприятливіше орієнтованого зерна дорівнює двом, тобто кути між нормаллю до площини ковзання і віссю навантаження ( $\gamma$ ) та напрямком ковзання і віссю навантаження ( $\varphi$ ) сягають  $45^\circ$ ;  $m_s = \cos\gamma \cos\varphi = 1/2$ .

Експонента  $\alpha$  в загальному випадку лежить в інтервалі 0...1 і залежить від енергії дефекта упаковки та рівня необоротності ковзання. Натомість величина  $\alpha = 0,5$  забезпечує найкращий збіг з експериментальними даними для багатьох металів і сплавів, зокрема для титанових сплавів [5].

У моделі (2) є ще дві невідомі величини:  $c$  – глибина тріщини;  $h$  – ширина смуги ковзання, або ширина тріщини в момент її виникнення як ініційованої тріщини. Параметр  $h$  достеменно невідомий і використовується [5] як підставковий для “підгону” розрахункових результатів до експериментальних, отриманих під час випробувань на втому, які проводились за критерієм руйнування до появи видимої поверхневої тріщини довжиною  $2c$ , вважаючи її ініційованою тріщиною.

На сьогодні удосконалення таких методик, як атомно-силова мікроскопія, дозволяє виявляти тріщини розміром менше ніж 100 нм [5]. Однак цей процес досить складний і не завжди практичний чи необхідний. Окрім того, ідентифікувати тріщину, що зароджується в результаті ковзання в ССК у межах одного зерна, на нашу думку, взагалі неможливо. Хоча деякі автори [8] представляють фотографії ССК в окремому зерні матеріалу (рис. 2), вказуючи на наявність тріщини, що є частиною довжини окремої смуги. Проте після ретельного аналізу рис. 2 це твердження викликає дуже великий сумнів.

У роботі [20] підкреслюється, що точка (момент), в якій смуга ковзання може бути визначена як тріщина, цілком очевидно є питанням суперечливим, тому що існує тимчасова взаємозалежність між тріщиноутворенням у так званому зерні – “джерелі” і зерні, що “руйнується” (рис. 3). Оскільки цей процес виникає зазвичай під поверхнею, послідовність подій не може спостерігатись експериментально. Натомість оптимальна комбінація напруження зсуву для формування ССК та напруження розтягу для відкриття тріщини повинна

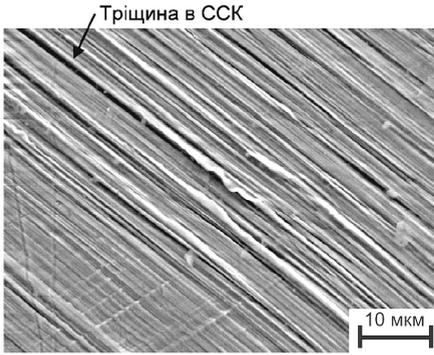


Рис. 2

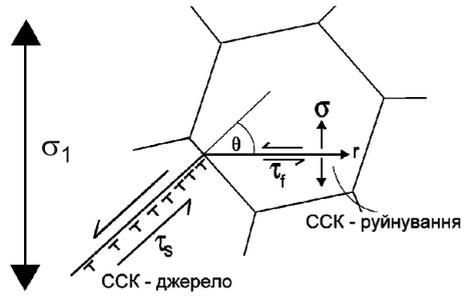


Рис. 3

Рис. 2. “Ініціювання” МКТ у смугі ковзання сплаву Ni200 [8].

Рис. 3. Модель плоского ковзання [20].

наштовхувати на думку, що це є момент виникнення нахиленої під кутом  $\theta$  смуги ковзання у зерні, що руйнується. Ця смуга ковзання формує “перший перелом” лінії тріщини.

З огляду існуючих моделей довговічності до ініціювання втомної тріщини можна зробити висновок, що ці моделі достатньо придатні для опису експериментальних результатів випробувань на втому, але непридатні для їхнього прогнозування.

**2. Огляд моделей росту втомної тріщини.** Існує багато моделей, за якими можна оцінювати довговічність матеріалу до руйнування на стадії росту втомної тріщини. Їх можна розділити на дві групи: перша – моделі, які описують ріст ФМТ, і друга – моделі росту ДТ. Всі вони так чи інакше базуються на інтегруванні відповідного рівняння для швидкості росту тріщини в залежності від того, на якому етапі росту вона знаходиться (ФМТ чи ДТ).

У даній роботі не будемо проводити широкий огляд цих моделей. На наш погляд, представляє інтерес одна з останніх розробок Паріса–Герцберга [21–23], яку й розглянемо нижче.

На рис. 4 схематично наведено кінетичні діаграми утомного руйнування (КДУР) у логарифмічних координатах, що представляють закон поширення ФМТ від  $a_0$  до  $a_i$  і ДТ від  $a_i$  до  $a$ . У [21] встановлено, що для опису швидкості  $da/dN$  росту малих втомних тріщин є справедливим закон

$$\frac{da}{dN} = b \left( \frac{\Delta K_{eff}}{E\sqrt{b}} \right)^3, \quad (3)$$

де  $E$  – модуль пружності;  $b$  – вектор Бюргерса.

Тобто координатами точки перелому діаграми є

$$\frac{da}{dN} = b \quad \text{та} \quad \frac{\Delta K_{th\,eff}}{E\sqrt{b}} = 1, \quad (4)$$

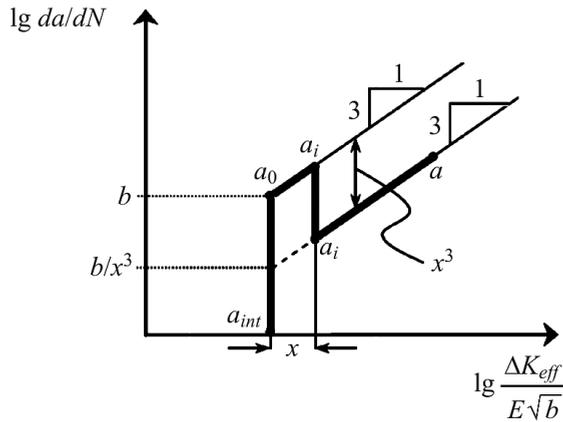


Рис. 4. Кінетичні діаграми утомного руйнування у логарифмічних координатах для ФМТ і ДТ [22].

де  $\Delta K_{th\,eff}$  – ефективний розмах порогового коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН).

Згідно із загальноприйнятими уявленнями про поведінку втомних тріщин установлено [24, 25], що швидкість росту фізично малих тріщин вища, аніж довгих, за однакової номінальної рушійної сили тріщини. Отже, в [21–23] пропонується розраховувати довговічність на стадії росту тріщини як суму довговічностей  $N_{ФМТ}$  та  $N_{ДТ}$ . Тобто довговічність росту ФМТ  $N_{ФМТ}$  розраховується у результаті інтегрування рівняння (3) від глибини ініційованої тріщини  $a_0$  до глибини так званої “перехідної” (від стадії 1 до стадії 2 втомного руйнування) тріщини  $a_i$ , довговічність росту ДТ  $N_{ДТ}$  – інтегруванням аналогічного кубічного рівняння, але з іншим розмахом порогового КІН  $\Delta K_{th} = E\sqrt{b}X$  (рис. 4). Тобто швидкість росту тріщини зменшується на коефіцієнт  $X^3$  в інтервалі від глибини перехідної тріщини  $a_i$ , яка вже в цьому інтервалі вважається довгою, до кінцевої глибини  $a$ , яка приймається як критерій руйнування від втоми. При цьому поточний  $\Delta K$  визначається як

$$\Delta K = Y_1 \Delta \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (5)$$

де  $Y_1$  – геометричний фактор, який залежить від форми і розмірів тріщини та умов навантаження. Коефіцієнт  $X$ , як стверджується в [22], максимально дорівнює трьом для низьких ( $R \leq 0$ ) коефіцієнтів асиметрії циклу навантаження, в той час як для високих коефіцієнтів ( $R \geq 0,7$ ) маємо  $X = 1$ .

На перший погляд, розглянута модель для оцінки довговічності під час росту фізично малої і довгої тріщин представляє інтерес, оскільки потребує наявності двох констант матеріалу: модуля пружності  $E$  і характеристики мікроструктури – вектора Бюргерса  $b$ .

Однак межі інтервалу ФМТ конкретно не встановлено. Тобто величини  $a_0$  і  $a_i$  вибирались довільно, без урахування мікроструктури матеріалу, точніше, “підганялись” під експериментальні результати. Отже, для опису поведінки втомної тріщини на етапі її росту така модель є прийнятною, але непридатною для прогнозування.

**3. Розробка моделі для прогнозування втомної довговічності.** Виходячи з викладеного в попередніх розділах, пропонується для розрахунку повної довговічності  $N_{total}$  до руйнування від втоми застосовувати модель у вигляді

$$N_{total} = N_d + N_{d \rightarrow l_i} + N_{l_i \rightarrow l_t}, \quad (6)$$

де  $N_d$  – кількість циклів навантаження до ініціювання мікроструктурно короткої тріщини глибиною, що дорівнює лінійному розміру мікроструктурного елемента, відповідального за втомну міцність (такий загальний термін вживається замість “розмір зерна”, оскільки для двофазних сплавів, зокрема для титанових, які мають різноманітну мікроструктуру, слабкою ланкою можуть бути різні мікроструктурні елементи [18, 19]);  $N_{d \rightarrow l_i}$  – кількість циклів навантаження під час росту фізично малої тріщини від  $d$  до  $l_i$  – перехідної тріщини (визначення величини  $l_i$  буде розглядитися у розд. 3.2);  $N_{l_i \rightarrow l_t}$  – кількість циклів навантаження під час росту довгої тріщини від  $l_i$  до  $l_t$ . Величина  $l_t$  може вибиратись у залежності від типу матеріалу (від 0,5 мм до товщини перерізу зразка, наприклад, 5 мм).

**3.1. Розрахунок довговічності  $N_d$  до ініціювання втомної тріщини.**

Як було зазначено у розд. 1, для розрахунку довговічності до ініціювання тріщини найбільший інтерес має рівняння (2), що містить параметри тріщини: довжину (глибину)  $c$  і ширину (відстань між берегами тріщини)  $h$ , які достеменно невідомі. Далі буде показано, як позбутися цієї невизначеності або, іншими словами, як розрахувати таку характеристику опору матеріалу втомі, як довговічність, без жодних результатів випробувань цього матеріалу на втому.

Як видно з (6), було зроблено припущення, що  $c = d$ , тобто у випадку, коли втомна тріщина зароджується уздовж смуги ковзання, момент її появи як тріщини або, іншими словами, момент, коли смугу ковзання можна назвати тріщиною, настає під час переходу в сусіднє зерно. Обґрунтувати таке припущення можна за допомогою експериментальних даних, отриманих із використанням новітніх металографічних методик аналізу поверхонь втомного руйнування, який показує, що за умов багатоциклової втоми, зокрема для титанових сплавів, поверхні руйнування зерен в осередку зародження тріщини є гладкими (фасетної морфології) [26]. Це свідчить про те, що ці поверхні утворювалися миттєво, без поступового просування фронту тріщини через тіло зерна. Отже, за  $c = d$  рівняння (5) можна записати для умов симетричного циклу навантаження у термінах амплітуди напружень  $\sigma_a$ :

$$N_d = \frac{2M^2 G^2}{\lambda \pi (1 - \mu) (\sigma_a - \sigma_{-1})^2} \frac{h^2}{d^2}. \quad (7)$$

Визначити величину параметра  $h$  можна з наступних міркувань. Якщо уявити тріщину у вигляді вирізу напівеліптичної форми в напівнескінченній площині, то напруження в точці  $A$  (рис. 5) можна виразити згідно з формулою

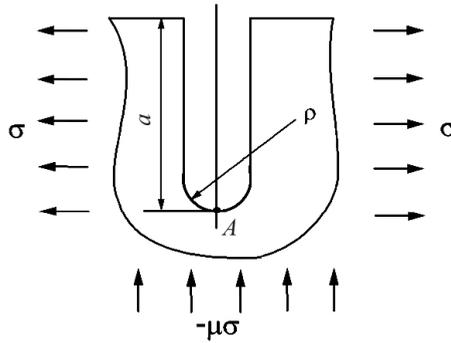


Рис. 5. Напівнескінченна площина з напівеліптичним вирізом під дією напружень розтягу  $\sigma$  на нескінченності.

Петерсона для теоретичного коефіцієнта концентрації напружень у вигляді [27]

$$\sigma_{\max} = \sigma(1 + \mu + 2\sqrt{a/\rho}), \quad (8)$$

де  $a$  – велика піввісь еліпса;  $\rho$  – радіус кривизни еліпса в точці  $A$ .

З іншого боку, тобто з позицій механіки руйнування, під час наближення радіуса  $\rho$  вершини надрізу (на рис. 5 точка  $A$ ) до нуля є правдивим рівняння [27]

$$K_I = \lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\pi\rho} \sigma_{\max} / 2, \quad (9)$$

де  $K_I$  – КІН за нормального відриву (за модою I).

Підставимо (8) в (9) і отримаємо рівняння

$$K_I = \frac{\sigma}{2}(1 + \mu + 2\sqrt{a/\rho})\sqrt{\pi\rho}. \quad (10)$$

Розв'яжемо рівняння (10) відносно  $\rho$  і після елементарних перетворень запишемо

$$\rho = \frac{1}{(1 + \mu)^2} \left( \frac{2K_I}{\sigma\sqrt{\pi}} - 2\sqrt{a} \right)^2. \quad (11)$$

Прийmemo  $h = 2\rho$  і  $a = d$  і отримаємо формулу для визначення ширини ініційованої тріщини:

$$h = \frac{8}{(1 + \mu)^2} \left( \frac{K}{\sigma\sqrt{\pi}} - \sqrt{d} \right)^2. \quad (12)$$

Насправді, в першому від поверхні зразка зерні ССК, в якій зароджується тріщина, знаходиться під кутом  $\theta_0$  до напрямку дії амплітуди нормального напруження  $\sigma_a$  (рис. 6). Тому в момент утворення тріщини, тобто в точці її переходу на границі між першим і другим зерном, мають

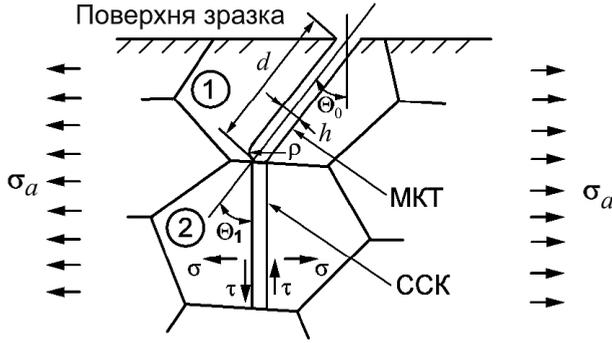


Рис. 6. Модель зародження тріщини.

місце локальні КІН  $K_1$  та  $K_2$  за модами I (відрив) і II (поперечний зсув) відповідно (рис. 6). Отже, еквівалентний КІН необхідно визначати за формулою

$$K = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}. \quad (13)$$

Локальні КІН  $K_1$  і  $K_2$  в момент переходу тріщини з першого зерна у сусіднє в результаті розорієнтування  $\theta_1$  можна розрахувати за формулами Суреша [28]:

$$\frac{K_1}{K_I} = \cos^2 \theta_0 \cos^3 \frac{\theta_1}{2} + 3 \sin \theta_0 \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \theta_1; \quad (14)$$

$$\frac{K_2}{K_I} = \cos^2 \theta_0 \sin^3 \frac{\theta_1}{2} \cos^2 \frac{\theta_1}{2} - \sin \theta_0 \cos \theta_0 \cos \frac{\theta_1}{2} \left(1 - 3 \sin^2 \frac{\theta_1}{2}\right), \quad (15)$$

де  $K_I$  – номінальний КІН за модою I.

Із використанням фактора Тейлора для першого зерна  $M = 1/\cos^2 \theta_0$  формули (14), (15) можна записати у вигляді

$$\frac{K_1}{K_I} = \frac{S_1}{M}; \quad (16)$$

$$\frac{K_2}{K_I} = \frac{S_2}{M}, \quad (17)$$

де

$$S_1 = \cos^3 \frac{\theta_1}{2} + 3 \sin \frac{\theta_1}{2} \cos^2 \frac{\theta_1}{2}; \quad (18)$$

$$S_2 = \sin \frac{\theta_1}{2} \cos^2 \frac{\theta_1}{2} - \cos \frac{\theta_1}{2} \left(1 - 3 \sin^2 \frac{\theta_1}{2}\right). \quad (19)$$

Еквівалентний КІН визначимо за допомогою (13), (16)–(19):

$$K = \frac{K_I}{M} \sqrt{S_1^2 + S_2^2}, \quad (20)$$

де

$$K_I = \sigma Y \sqrt{\pi d}. \quad (21)$$

Тоді отримаємо

$$K = \frac{\sigma Y}{M} \sqrt{\pi d} \sqrt{S_1^2 + S_2^2}, \quad (22)$$

де  $Y$  – геометричний фактор для крайової наскрізної тріщини, перпендикулярної до напрямку дії навантаження,  $Y = 1,122$  [27].

Підставимо (22) в (12) і отримаємо вираз для відношення  $h/d$ , яке необхідно підставити в (7) для розрахунку довговічності:

$$h/d = 8[(\xi Y - 1)/(1 + \mu)]^2, \quad (23)$$

де  $\xi$  – параметр розорієнтування (введений нами термін),

$$\xi = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} / M. \quad (24)$$

Для різних кутів  $\theta_1$  (0, 45 і 90°) було розраховано  $h/d$  за формулами (23) і (24), підставляючи при цьому  $\mu = 0,3$  та  $M = 2$  (для найсприятливіше орієнтованого зерна, в якому зароджується МКТ). При цьому відношення  $h/d$  дорівнюють приблизно 0,06; 0,12 та 0,20 відповідно, тобто відрізняються майже в три рази. Це означає, що довговічність до ініціювання МКТ в результаті можливого розорієнтування сусідніх зерен згідно з (7) може відрізнятися на порядок.

Отже, для розрахунку довговічності до ініціювання втомної тріщини потрібно знати ще й характеристики текстури матеріалу, такі як переважна направленість кристалів по відношенню до напрямку дії навантаження та її інтенсивність. Іншими словами, потрібно мати криву розподілу зерен за фактором Тейлора або фактором Шміда.

Для розрахунку границі витривалості можна використати залежність  $\sigma_{-1}$  від розміру зерна  $d$ , отриману в роботі [18]:

$$\sigma_{-1} = A + B \arctg \left[ \frac{1}{B} \left( \frac{E}{Y \sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{b}{d} - A} \right) \right], \quad (25)$$

де  $A = (\sigma_f + \sigma_p)/2$ ;  $B = (\sigma_p - \sigma_f)/\pi$ ;  $\sigma_f$  – напруження внутрішнього тертя в зерні,  $\sigma_f \cong MG \cdot 10^{-3}$ ;  $\sigma_p$  – границя пропорційності, значення необхідно брати з результатів випробувань на короткочасний розтяг ( $\sigma_p$  не залежить від розміру зерна [18]).

3.2. **Розрахунок довговічності під час росту втомної тріщини.** Для розрахунку довговічності на стадії росту тріщини можна використати модель Паріса–Герцберга [21–23], яка була описана в розд. 2, але з деякими суттєвими змінами та уточненнями. Автори моделі [21–23] припускали, що розмір перехідної тріщини  $l_i$  є сталою величиною, незалежною від рівня навантаження  $\Delta\sigma$ , і розраховували його так [22]:

$$l_i = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{Y\Delta\sigma_e} \right)^2 \quad (26)$$

( $\Delta\sigma_e$  – границя витривалості). Тобто, приймали, що величина  $l_i$  дорівнює глибині тріщини, що відповідає границі витривалості. На нашу думку, це не відповідає дійсності. Ми припускаємо, що зі збільшенням рівня навантаження величина  $l_i$  повинна зменшуватись згідно з модифікованою діаграмою Кітагави–Такагаші [29] (на рис. 7 ділянка  $AB$ ), і у формулі (26) границю витривалості  $\Delta\sigma_e$  необхідно замінити  $\Delta\sigma$ , що відповідає поточному рівню навантаження.

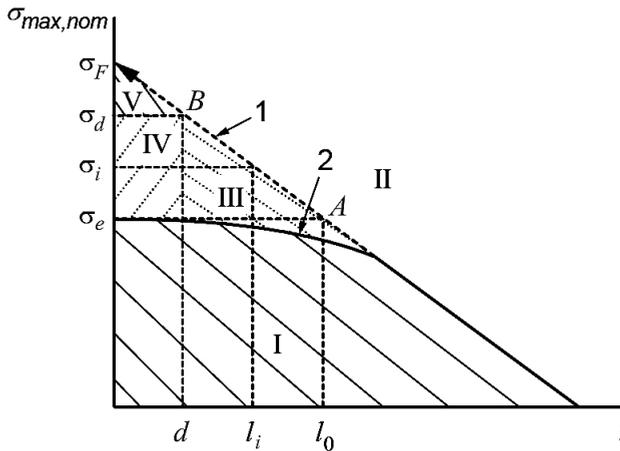


Рис. 7. Інтерпретація модифікованої діаграми Кітагави–Такагаші у логарифмічних координатах  $\sigma_{\max, \text{nom}}$  (максимальне напруження циклу) –  $l$  (довжина тріщини):  $l - \sigma_{\max, th} = K_{\max, th} / (Y\sqrt{\pi}l)$  [30];  $2 - \sigma_{\max, th} = K_{\max, th} / (Y\sqrt{\pi}(l + l_0))$  [31]. ( $\sigma_e$  – границя витривалості;  $\sigma_F$  – істинне напруження руйнування під час короточасного розтягу;  $\sigma_d$  – напруження, за якого відбувається зміна механізмів зародження МКТ;  $I$  – область існування тріщин, що не розповсюджуються;  $II$  – область розповсюдження ДТ;  $III$  – область розповсюдження ФМТ;  $IV$  і  $V$  – області розповсюдження МКТ за різними механізмами).

Пояснимо це твердження з точки зору фізики процесу таким чином. Зі збільшенням амплітуди навантаження процесу, пов'язані з ефектом закриття тріщини, протікають інтенсивніше. Отже, момент, коли цей ефект стабілізується, настає швидше, тобто за меншої глибини ФМТ, яку вже можна вважати як ДТ.

На рис. 7 представлено інтерпретацію модифікованої діаграми Кітагави–Такагаші. Крива  $1$  дозволяє встановити глибину ФМТ  $l_i$  на рівнях напру-

жень, вищих за границю витривалості  $\sigma_e$  і менших за рівень  $\sigma_d$ , що визначає напруження, за якого відбувається зміна механізмів утворення МКТ. Тобто нижче  $\sigma_d$  МКТ глибиною, яка дорівнює лінійному розміру зерна  $d$ , виникає миттєво уздовж однієї ССК, як це було зазначено вище. А за напружень, вищих за  $\sigma_d$ , внаслідок утворення сітки смуг ковзання вона просувається через тіло першого зерна східчато у результаті двійникування, переходячи з однієї ССК в іншу, розташовану під кутом до першої. Цей процес показано на рис. 8 для монокристалу Ti-5Al [32].

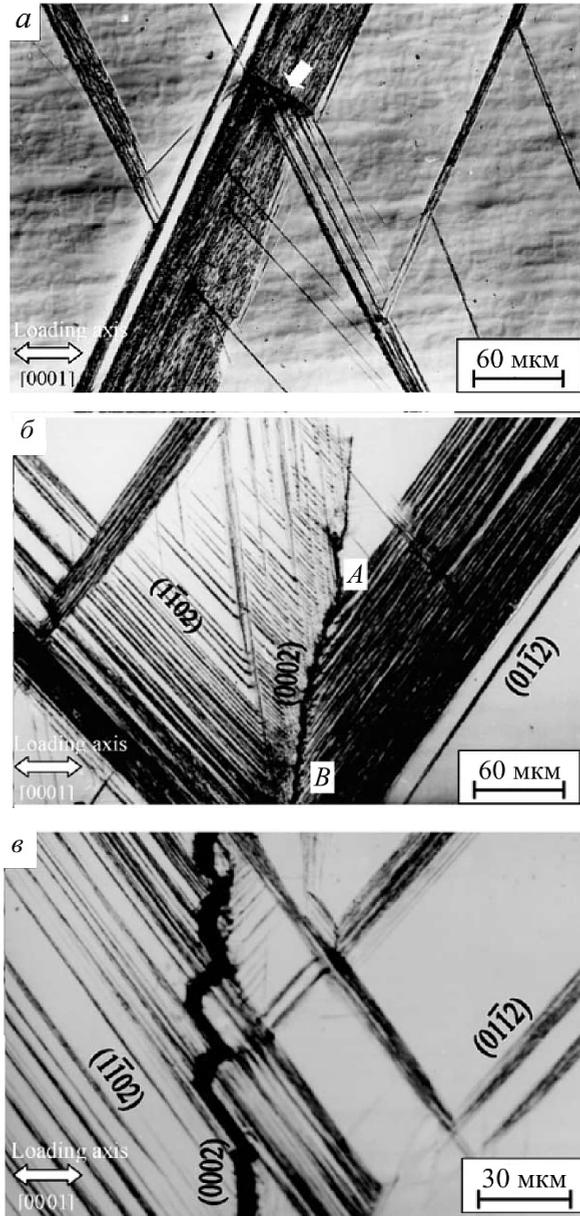


Рис. 8. Перетин двійників і тріщиноутворення між різними типами останніх у монокристалі Ti-5Al: а – тріщиноутворення у місці контакту двійників; б – тріщина, утворена вздовж контактної поверхні двох груп двійників; в – тріщина сколу, що взаємодіє з двійниками [32].

Таким чином, напруження  $\sigma_d$  можна вважати граничним між мало- та багатоцикловою втомою. Звичайно, тут висловлено гіпотезу, і це питання потребує подальшого детального дослідження.

Розмах порогового КІН  $\Delta K_{th}$ , як відомо, можна виразити через ефективний розмах порогового КІН  $\Delta K_{th\,eff}$  [18]:

$$\Delta K_{th} = U^{-1} \Delta K_{th\,eff}, \quad (27)$$

де  $U$  – коефіцієнт закриття тріщини,  $U \leq 1$ .

У роботах [17, 18] було показано, що  $U$  можна виразити так:

$$U = \sqrt{d/l_0}, \quad (28)$$

де  $l_0$  – розмір (глибина) втомної тріщини, що відповідає границі витривалості, який, в свою чергу, вираховується як [18]

$$l_0 = \frac{E^2 b}{\sigma_{-1}^2} \quad (29)$$

( $\sigma_{-1}$  розраховується за формулою (25)).

Отже, з урахуванням (27) і (28) формулу (26) для розрахунку розміру перехідної втомної тріщини  $l_i$  можна записати у наступному вигляді:

$$l_i = \frac{E^2 b}{\pi d Y^2 (\Delta \sigma)^2} l_0. \quad (30)$$

У процесі росту перехідної тріщини від  $d$  до  $l_i$  у результаті збільшення ефекту закриття тріщини коефіцієнт  $U$  (28) буде зменшуватись поступово від одиниці до  $\sqrt{d/l_i}$ . Відповідно до вищесказаного рівняння (3) для швидкості росту ФМТ потрібно переписати так:

$$\frac{dl}{dN} = b \left( \frac{\Delta K}{E \sqrt{b} \sqrt{l/d}} \right)^3. \quad (31)$$

Після інтегрування (31) з урахуванням (5) отримаємо формулу для розрахунку довговічності на етапі росту ФМТ за симетричного циклу навантаження:

$$N_{d \rightarrow l_i} = \frac{E^3 \sqrt{b}}{(\sigma_a Y_1 \sqrt{\pi d})^3} (l_i - d). \quad (32)$$

Далі для розрахунку довговічності  $N_{l_i \rightarrow l_i}$  на етапі росту ДТ потрібно проінтегрувати аналогічне (3) кубічне рівняння, що описує пряму  $l$ , яка

зміщена згідно зі схемою, показаною на рис. 9, паралельно прямій 1 вниз на величину  $(\sqrt{l_0/d})^3$  (пряма 2), а саме:

$$\frac{dl}{dN} = b \left( \frac{\Delta K}{E\sqrt{b}\sqrt{l_0/d}} \right)^3. \quad (33)$$

Після інтегрування (33) від  $l_i$  до  $l_t$  для симетричного циклу навантаження отримаємо

$$N_{l_i \rightarrow l_t} = \frac{2E^3 \sqrt{b} (\sqrt{l_0/d})^3}{(\sigma_a Y_i \sqrt{\pi})^3} \left( \frac{1}{\sqrt{l_i}} - \frac{1}{\sqrt{l_t}} \right). \quad (34)$$

Взагалі, як показують результати досліджень тріщиностійкості за циклічного навантаження сплавів різного типу [21], КДУР (на рис. 9 1, 2) не є паралельними і повинні сходиться у точці, що відповідає в'язкості руйнування, тобто показник степеня у рівнянні (33) буде дещо більший за три (крива 3).

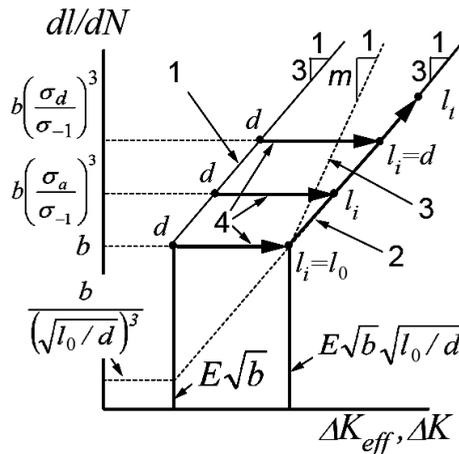


Рис. 9. Схематичне зображення КДУР для розрахунку довговічності на стадіях росту ФМТ (від  $d$  до  $l_i$ ) і ДТ (від  $l_i$  до  $l_t$ ): 1 – за рівнянням (3); 2 – за (33); 3 – дійсна КДУР ( $m > 3$ ); 4 – за (31);  $d \leq l_i \leq l_0$  відповідає  $\sigma_d \geq \sigma_a \geq \sigma_{-1}$ . (Припускається, що для  $R \leq 0$  маємо  $\Delta K = K_{\max}$ .)

Але у нашому випадку, оскільки ми оперуємо відносно малими тріщинами та ще й в умовах багатоциклової втоми, тобто відносно низьких рівнів номінальних напружень (нижче границі текучості), такою непаралельністю можна знехтувати. Окрім того, як буде показано у повідомленні 2, частка довговічності, що припадає на стадію росту ФМТ і ДТ, значно менша, ніж довговічність до ініціювання МКТ майже у всьому діапазоні амплітуд напружень, або вони сумірні за високих рівнів напружень. Тому вищевказане припущення можна вважати виправданим, що й буде показано в результаті порівняння з розрахунком довговічності росту тріщини за дійсними КДУР, побудованими на основі експериментальних даних.

## Висновки

1. Запропоновано формулу для розрахунку ширини ініційованої тріщини на основі порівняння коефіцієнтів інтенсивності напружень і концентрації напружень у вістрі такої тріщини. Показано, що ця величина залежить від розорієнтування сусідніх зерен, в які далі вглиб буде розповсюджуватись ініційована в першому від поверхні зразка зерні тріщина. У залежності від цього розорієнтування довговічність до ініціювання тріщини може відрізнятись на порядок.

2. На базі удосконалення моделі Паріса–Герцберга запропоновано механістичну модель для розрахунку числа циклів під час росту ФМТ і ДТ. Відмінність між ними полягає в тому, що, по-перше, описана модель враховує залежність порогового КІН від розміру ФМТ, по-друге, глибина останньої зменшується зі збільшенням прикладеного напруження згідно з рівнянням Кітагави–Такагаші.

3. Для наповнення запропонованих моделей достатньо провести випробування на короткочасний розтяг і проаналізувати мікроструктуру.

## Резюме

Представлен обзор моделей усталостной долговечности на 1- и 2-й стадиях усталостного разрушения. На основании модификации этих моделей разработана модель, позволяющая по результатам испытаний на кратковременное растяжение и анализа микроструктуры прогнозировать долговечность до разрушения гладких образцов из титановых сплавов при многоцикловом одноосном нагружении.

1. *Прочность материалов и конструкций* / Под ред. В. Т. Трощенко – Киев: Ин-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2009. – Т. 2. Усталость металлов. Влияние состояния поверхности и контактного взаимодействия / В. Т. Трощенко, Г. В. Цыбанев, Б. А. Грязнов, Ю. С. Налимов. – 664 с.
2. *Klesnil M. and Lukas P. Fatigue of Metallic Materials.* – New York: Elsevier, 1980. – 239 p.
3. *Miller K. J. The behaviour of short fatigue cracks and their initiation. Pt. II. A general summary* // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1987. – **10**. – P. 93 – 113.
4. *Davidson D. L. and Chan K. S. Crystallography of fatigue crack initiation in Astroloy at ambient temperature* // *Acta Met.* – 1989. – **37**, No. 4. – P. 1089 – 1097.
5. *Chan K. S. A microstructure-based fatigue-crack-initiation model* // *Met. Mater. Trans.* – 2003. – **34A**. – P. 43 – 58.
6. *Chan K. S. Variability of large-crack fatigue-crack-growth thresholds in structural alloys* // *Ibid.* – 2004. – **35A**. – P. 3721 – 3735.
7. *Lütjering G. and Williams J. C. Titanium.* – Berlin; New York: Springer, 2003. – 379 p.

8. *Chan K. S.* Roles of microstructure in fatigue crack initiation // *Int. J. Fatigue.* – 2010. – **32**. – P. 1428 – 1447.
9. *Tanaka K. and Mura T.* A dislocation model for fatigue crack initiation // *Trans. ASME, J. Appl. Mech.* – 1981. – **48**. – P. 97 – 103.
10. *Miller K. J.* The two thresholds of fatigue behaviour // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1993. – **16**, No. 9. – P. 931 – 939.
11. *Navarro A. and de los Rios E. R.* A model for short fatigue crack propagation with an interpretation of the short-long crack // *Ibid.* – 1987. – **10**, No. 2. – P. 169 – 186.
12. *Turnbull A. and de los Rios E. R.* Predicting fatigue life in commercially pure aluminum using a short crack growth model // *Ibid.* – 1995. – **18**, No. 12. – P. 1469 – 1481.
13. *Andersson J.* The influence of grain size variation on metal fatigue // *Int. J. Fatigue.* – 2005. – **27**. – P. 847 – 852.
14. *Park J. S., Kim S. J., Kim K. H., et al.* A microstructural model for predicting high cycle fatigue life of steels // *Ibid.* – P. 1115 – 1123.
15. *Wilkinson A. J.* Modelling the effects of texture on the statistics of stage I fatigue crack growth // *Philos. Mag. A.* – 2001. – **81**. – P. 841 – 855.
16. *Düber O., Künkler B., Krupp U., et al.* Experimental characterization and two-dimensional simulation of short-crack propagation in an austenitic-ferritic duplex steel // *Int. J. Fatigue.* – 2006. – **28**. – P. 983 – 992.
17. *Трощенко В. Т., Грязнов Б. А., Налимов Ю. С. и др.* Сопротивление усталости и циклическая трещиностойкость титанового сплава ВТ3-1 в различных структурных состояниях. Сообщ. 1. Методики исследования и экспериментальные результаты // *Пробл. прочности.* – 1995. – № 5-6. – С. 3 – 11.
18. *Герасимчук О. М.* Узагальнена залежність границі витривалості від розміру зерна матеріалу // *Там же.* – 2011. – № 2. – С. 128 – 144.
19. *Герасимчук О. М., Налимов Ю. С., Марковський П. Є. та ін.* Вплив мікроструктури титанових сплавів на характеристики опору втомі // *Там же.* – № 3. – С. 67 – 82.
20. *Bache M. R.* A review of dwell sensitive fatigue in titanium alloys: the role of microstructure, texture and operating conditions // *Int. J. Fatigue.* – 2003. – **25**. – P. 1079 – 1087.
21. *Hertzberg R. W.* A simple calculation of  $da/dN - \Delta K$  data in the near threshold regime and above // *Int. J. Fract.* – 1993. – **64**. – P. R53 – R58.
22. *Marines-Garcia I., Paris P. C., Tada H., and Bathias C.* Fatigue crack growth from small to long cracks in VHCF with surface initiations // *Int. J. Fatigue.* – 2007. – **29**. – P. 2072 – 2078.
23. *Bathias C. and Paris P. C.* Gigacycle fatigue of metallic aircraft components // *Ibid.* – 2010. – **32**, No. 6. – P. 894 – 897.
24. *Standard Test Method for Measurements of Fatigue Crack Growth Rates* // ASTM STP E647-00, 2000.

25. *Guide to Methods for Assessing the Acceptability of Flaws in Metallic Structures* // British Standard. – 2005. – BS 7910.
26. *Bantounas I., Dye D., and Lindley T. C.* The effect of grain orientation on fracture morphology during high-cycle fatigue of Ti–6Al–4V // *Acta Mater.* – 2009. – **57**. – P. 3584 – 3595.
27. *Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие: В 4 т. / Под ред. В. В. Панасюка.* – Киев: Наук. думка, 1988. – Т. 2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / М. П. Саврук. – 620 с.
28. *Surech S.* Crack deflection implications for the growth of long and short fatigue cracks // *Met. Trans.* – 1983. – **14A**, No. 11. – P. 1375 – 1387.
29. *Sadanada K., Sarkar S., Kujawski D., and Vasudevan A. K.* A two-parameter analysis of  $S$ – $N$  fatigue life using  $\Delta\sigma$  and  $\sigma_{\max}$  // *Int. J. Fatigue.* – 2009. – **31**. – P. 1648 – 1659.
30. *Kitagawa H. and Takahashi S.* Applicability of fracture mechanics to very small cracks or the cracks in the early stage // *Proc. of the Second Int. Conf. Mechanical Behavior of Materials (Metals Park, OH).* – ASM. – 1976. – P. 627 – 631.
31. *El Haddad M. M., Smith K. N., and Topper T. U.* Fatigue crack propagation of short cracks // *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.* – 1979. – **101**, No. 1. – P. 42 – 46.
32. *Xiao L.* Twinning behavior in the Ti–5 at.% Al single crystals during cyclic loading along [0001] // *Mater. Sci. Eng. A.* – 2005. – **394**. – P. 168 – 175.

Поступила 21. 12. 2011