# ПРОЦЕССЫ С ОБОСТРЕНИЕМ И ДРОБЛЕНИЕ МАСШТАБОВ В ПЛАЗМЕННО-ПОЛЕВЫХ СТРУКТУРАХ

С.В. Адаменко

Лаборатория электродинамических исследований «Протон-21», Довженко 14, Киев, Украина. тел./факс: 38- 044-2416763, enr30@enran.com.ua А.В. Пащенко, И.Н. Шаповал <u>ННЦ "Харьковский физико-технический институт", Харьков-61108, Украина,</u> <u>тел./факс: 0572-352598, shiva@vl.kharkov.ua</u>

В.Е. Новиков НТЦ Электрофизической обработки НАНУ, а. я. 61002, Харьков, Украина. nve@vl.kharkov.ua

Проанализировано распространение тепла по электронной системе при воздействии на нее с поверхности потоков энергии и изучены процессы с обострением. При выполнении некоторых условий на потоки электронов и ионов в системе уравнения Максвелла и уравнений среды с цилиндрической и сферической симметрией возникают квазистационарные плазменно-полевые структуры с пространственным масштабом, уменьшающимся от периферии к центру. Такое дробление масштабов приводит к существенному увеличению поля и его неоднородности.

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменно-полевые структуры возникают при воздействии мощных источников энергии на макроскопические плазменные объекты. Примерами подобных физических объектов являются: плазменный фокус, пинчевые плазменные образования, структуры в плазме плазменных размыкателей, солитонные образования в плазме и т.д. При рассмотрении макроскопических потоков в таких системах существенны нелинейные явления, возможны процессы с обострением.

Как известно, одной из важных проблем в физике плазмы является создание экстремально больших коллективных электрических полей в плазме, необходимых для целого ряда приложений. В частности, эта проблема существенна для осуществления коллективных методов ускорения заряженных частиц [1]. Существуют многие методы создания больших коллективных полей в плазме. Обычно они связаны с возбуждением регулярных линейных и нелинейных плазменных колебаний. Целью нашей работы является изучение некоторых новых возможностей получения экстремально высоких полей в плазме, которые возникают в результате развития нелинейных процессов.

Среди нелинейных процессов, приводящих к экстремальным значениям параметров плазмы, основными являются процессы с обострением для термодинамических параметров плазмы [2-3] и образование нелинейных структур [4]. При образовании структур в плазме существенную роль играют электродинамические процессы.

Основной смысл режимов с обострением заключается в том, что поступление энергии и вещества в систему происходит быстрее, чем их диссипация. В результате происходит концентрация энергии и вещества. Для анализа процессов с обострением в плазме необходимо совместно с эволюцией термодинамических параметров (таких как плотность энергии и вещества) рассматривать и эволюцию электродинамических параметров (например, потенциалов полей). Такое описание рассматриваемых процессов и приводит к возникновению плазменнополевых структур, составленных из виртуальных катодов и анодов с пространственным масштабом, уменьшающимся от периферии к центру или оси системы ([5-7]). Такое дробление масштабов приводит к существенному увеличению поля и его неоднородности.

Отметим, что эффекты, связанные с возникновением структур виртуальных электродов, настолько существенны, что уже с середины прошлого века проводятся специальные национальные программы, как для исследования физики процессов, так и для их практического использования. Например, в "ITT Farnsworth Research Corporation, в результате выполнения программы "fuzor", специально открытой в 1966 г. для доказательства существования структуры виртуальных катодов и анодов в плазме, такие структуры были зарегистрированы.

На основе установки "fuzor" был создан источник нейтронов. Стационарная установка при приложенной разности потенциалов в 90 кВ и токе 40 мА давала стабильный и управляемый выход нейтронов 10<sup>10</sup> в секунду в течение более одной минуты [5]. Стало ясно, что ключевым вопросом для таких систем становится не осуществление генерации нейтронов, а физическая основа явления.

Физические процессы, сопровождающиеся режимами с обострением и дроблением масштабов, могут быть реализованы в диодах с игольчатыми электродами [9]. Для исследования особенностей динамики пучков заряженных частиц в диодах с острийными электродами нами разработаны специальные численные и численно-аналитические методы исследования [10-12]. В настоящей работе приведены некоторые результаты применения этих методов для анализа процессов в диодах с острийными электродами.

Далее рассмотрена структура полей и плотностей в приосевой области (для систем с цилиндрической и сферической симметриями), следуя методу анализа структуры полей и плотностей заряженных частиц, развитому для плоской геометрии в работе [8].

## 2. ЭВОЛЮЦИЯ ПЛОТНОСТИ ВЕЩЕСТВА АНОДА ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ЕГО ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

Рассмотрим физические процессы в цилиндрическом аноде диода при приложении к его катод-анодному промежутку высоковольтного импульсного напряжения наносекундной длительности. Характерные зависимости разности потенциалов в катоданодном промежутке и тока через диод от времени изображены на рис. 1.



Puc.1. Импульсы напряжения и тока в зависимости от времени

При фокусировке электронного пучка вблизи анода возникает потенциальная яма для ионов, в которую ионы и затягиваются, образуя плотный плазменный сгусток. Плотность ионов в сгустке порядка плотности сфокусировавшихся электронов пучка. При повышении тока в системе происходит фокусировка пучка и стягивание его к оси.

Электронный пучок, влетающий в анод и прианодную плазму вместе с ионами отдачи, вызывает давление на анод (см. рис. 2). За время импульса на поверхность анодной иглы падает достаточное количество энергии, чтобы осуществить испарение верхнего слоя материала и создать давление порядка нескольких мегабар на поверхности.



Рис. 2. Импульс потока мощности на боковой поверхности анода в зависимости от времени

Это давление, прежде всего из-за скорости процесса, передается электронной подсистеме. В электронной подсистеме возбуждается электроннозвуковая волна, эволюционирующая по мере движения к центру в ударную электронно-звуковую волну. Импульс потока мощности на боковую поверхность анода в зависимости от времени является источником в уравнениях для электронной температуры.

Система уравнений, описывающая эти процессы, состоит в простейшем изотропном случае из уравнения сохранения энергии для электронной подсистемы:

$$\rho C_{v} \frac{\partial T_{e}}{\partial t} = - div W_{e} - v_{ei} (T_{e} - T_{i}) + Q_{beam} , \quad (1)$$

уравнения для релаксации теплового потока по электронной подсистеме

$$\tau \frac{\partial W_e}{\partial t} + W_e = -\kappa_e \operatorname{grad} T_e , \qquad (2)$$

где  $\tau = \tau_0 T^{a_1} \rho^{b_1}$  – время релаксации теплового потока, равное по порядку величины времени свободного пробега частицы;  $\kappa = \kappa_0 T^a \rho^b$  – коэффициент теплопроводности;  $\rho$  – плотность вещества;  $v_s$  – скорость звука;  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения;  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $C_v$  – теплоемкость вещества. Показатели степени в зависимостях коэффициентов переноса от температуры определяются состоянием вещества. Для случая плазмы  $b = b_1 = 0$ , a = 5/2,  $a_1 = 3/2$ .

Передача энергии от электронной подсистемы к ионной обеспечивается высокой частотой электронионных столкновений. Для ионной подсистемы высокая электронная температура и плотность энергии электронной подсистемы в области анодного керна является источником, и в результате ионная температура описывается уравнениями:

$$W_i = -\kappa_i \operatorname{grad} T_i; \tag{3}$$

$$\rho_i C_v \frac{\partial T_i}{\partial t} = - div W_i + v_{ei} (T_e - T_i).$$
(4)

Уравнения сохранения энергии и уравнение релаксации потока энергии будем анализировать в цилиндрической системе координат с учетом только динамики в радиальном направлении. Справедливость этого подхода обеспечивается тем, что поперечные размеры системы много меньше продольных, и импульс давления квазиоднороден вдоль поверхности анода.

Уравнения для электронной подсистемы приобретают вид:

$$\tau \frac{\partial W}{\partial t} + W + \kappa \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \qquad (5)$$

$$\rho C_{v} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{W}{r} = Q$$
(6)

Для упрощения анализа этих уравнений в цилиндрической системе координат введем замены переменных

$$P(x,t) = rW(r,t)$$
,  $T(r,t) = T(x,t)$ ,

$$r/r_0 = e^{-x}$$
. (7)

В новых переменных имеем

$$\tau \frac{\partial P}{\partial t} + P - \kappa \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$
(8)

$$\rho C_{v} \frac{\partial T}{\partial t} - e^{2x} \frac{\partial P}{\partial x} = Q$$
(9)

Введем безразмерные величины для основных физических параметров. Поток будем измерять в единицах максимального потока электронного пуч-

ка 
$$P_0 = \frac{10^7 I_{\text{max}}(a) U_{\text{max}}(v)}{2\pi r_0(cm)}$$
, температуру – в ха-

рактерных термоядерных величинах  $T_0 = 10^{9} K$ , длины в радиусах анода, а время - во временах

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{c_s},$$

где *С*<sub>s</sub> – скорость звука. Безразмерные величины далее будем обозначать так же, как и размерные. Тогла

$$\frac{\partial P}{\partial t} = k_1 T \frac{\partial T}{\partial x} - k_3 \frac{P}{T^{3/2}}, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k_2 e^{2x} \frac{\partial P}{\partial x} , \qquad (11)$$

где

где 
$$k_1 = \frac{\kappa_0 T_0^2 \tau_*}{\tau_0 P_0}, k_2 = \frac{P_0}{\rho C_v T_0 \tau_*},$$
$$k_3 = \frac{\tau_*}{\tau} = \frac{\tau_*}{\tau_0 T_0^{3/2}}.$$

В начале процесса, когда только начинает расти поток мощности пучка, слагаемое с производной от потока по времени очень мало, и работает традиционное приближение.

Следует отметить, что при малых темпах роста потока мощности это приближение нелинейного уравнения теплопроводности остается справедливым в течение всего процесса.



Рис.3. Решение нелинейного уравнения теплопроводности для начального гауссова распределения температуры

Само уравнение теплопроводности в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_2 k_1}{k_3} e^{2x} \frac{\partial}{\partial x} \left( T^{5/2} \frac{\partial T}{\partial x} \right).$$
(12)

Это уравнение, несмотря на свою видимую простоту, содержит многие физические эффекты. Его решение локализуется (см. рис. 3). На рисунке изображено решение нелинейного уравнения теплопроводности для гауссового импульса возмущения. В этом же направлении действует и неоднородность совместно с нелинейностью.

Когда темп роста плотности потока энергии пучка велик, слагаемые с производными оказываются определяющими, и мы имеем нелинейную систему уравнений в следующем виде:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = k_1 T \frac{\partial T}{\partial x}, \qquad \frac{\partial T}{\partial t} = k_2 e^{2x} \frac{\partial P}{\partial x}.$$
(13)

Из этой системы уравнений можно получить уравнение гиперболического типа для температуры :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \frac{k_2 k_1}{2} e^{2x} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$
(14)

Это уравнение может быть решено методом разделения переменных. Запишем температуру в виде:

$$T(x,t) = u(t)v(x).$$
<sup>(15)</sup>

Подставляя в уравнение и разделяя переменные, получим уравнения для функций u(t) и v(x):

$$\frac{d^{2}u}{dt^{2}} = su^{2}; \quad \frac{k_{1}k_{2}}{2}e^{2x}\frac{d^{2}v^{2}}{dx^{2}} = sv. \quad (16)$$

$$T(x,t) \approx 0.26(s^{4}(t^{2} + 2tt_{0} + t_{0}^{2}))^{1/5}*$$

$$* \frac{1}{s}\sqrt{36v_{0}^{2} + 3Q_{0}x + 18\frac{sv_{0}}{k}x^{2} - 3\frac{s(4v_{0}^{2} - Q_{0})}{kv_{0}}x^{3}}.$$

$$(17)$$

По этому решению легко восстанавливается выражение плотности потока мощности.

При эволюции температуры достигается предел сублимации на некотором радиусе *r*, и при дальнейшей эволюции внутри этой области распространяется ударная волна по сублимированному веществу. Температура вещества и его плотность могут быть выражены аналогичными соотношениями (но с заменой электронных характерных времен и коэффициентов теплопроводности на соответствующие величины для вещества).

В результате решения приведенной выше системы уравнений можно получить динамику радиуса этого плазменного керна. Зависимость его величины от времени показана на рис. 4. Поток сильно концентрируется у оси системы, вблизи которой существует и область с высокой температурой килоэлектронвольтного диапазона.

Разогрев электронной подсистемы в области керна анода, как указывалось уже выше, является источником энергии для ионной подсистемы анода.



Рис.4. Зависимость радиуса сублимации от времени

Дальнейшая эволюция плазменного керна связана с развитием неустойчивости, приводящей к пространственной неоднородности возникшего плазменного образования. На нелинейной стадии возникают плазменно-полевые структуры.

### 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИ-ЧЕСКИХ СТРУКТУР

Для структуры полей в плазменно-пучковых системах существенным являются особенности совместной динамики электронных и ионных потоков. Например, в [11] показано существенное влияние на структуру полей гидродинамического потока ионов, взаимодействующего с электронным релятивистским потоком, который имел хаотическую (температурную) компоненту. Во многих случаях, например, плазменно-пучковых разрядах, необходимо в рассматривать температурные компоненты как у электронов, так и у ионов. От того, какой вклад в динамику заряженных частиц более существенен гидродинамический и/или кинетический, зависит тип возникающей плазменно-полевой структуры. В частности, при учете макроскопических параметров (температура, ток, давление и.т.д.) могут иметь место системы двойных слоев: ионно-звуковой, электронно-звуковой или магнитно-звуковой природы [7-8]. В некоторых случаях эти двойные слои могут

представлять собой систему виртуальных электродов, образующихся на фоне режимов с обострением.

При образовании нелинейных структур в рассматриваемой здесь электродинамической системе важную роль играют не только электрические явления, но и магнитные. Протекание тока достаточно большой величины приводит, в общем случае, к сложной трехмерной динамике, которая в простейших случаях проявляется в пинчевании и образовании вихревых структур. Эти процессы оказывают влияние и на фазовые переходы в веществе анода. В настоящей работе мы приводим результаты только динамики в радиальном направлении, что позволяет в уравнениях движения не учитывать магнитную составляющую силы и продемонстрировать наиболее ясно возникновение структур и больших полей в плазме.

Таким образом, будем рассматривать область, занятую плазмой, образовавшейся в центре анода, с потоками электронов и ионов. Рассмотрим ионный пучок с тепловой компонентой и электронный пучок без температурных добавок. Квазистационарные состояния плазмы описываются системой уравнений, состоящей в гидродинамическом приближении из уравнений непрерывности

$$div(n_e v_e) = 0, \quad div(n_i v_i) = 0 \tag{18}$$

и уравнения движения для электронов и ионов. Эти уравнения движения при рассмотрении только радиальных движений можно один раз проинтегрировать и получить уравнения сохранения энергии:

$$\frac{m_e}{2}v_e^2 - e\varphi = \frac{m_e}{2}v_0^2; \quad \frac{m_i}{2}v_i^2 + Ze\varphi = T_i.$$
(19)

Система замыкается уравнением для полей в виде уравнения Пуассона:

$$\Delta \varphi = 4\pi \ e \left( n_e - Z \, n_i \right) \,. \tag{20}$$

Наибольший интерес представляют плазменные образования с высокой симметрией.

#### 3.1. ДРОБЛЕНИЕ МАСШТАБОВ В ЭЛЕКТРОН-ИОННОЙ СИСТЕМЕ

Ниже рассмотрим случаи цилиндрической симметрии. В этом случае система уравнений (18-20) упрощается и приводится к одному уравнению для потенциала:

$$\frac{d}{dr} \mathop{\mathbb{X}}_{\mathfrak{H}} r \frac{d\Psi}{dr} \mathop{\mathbb{U}}_{\mathfrak{H}} = \frac{\beta_{e}}{\sqrt{1+\Psi}} - \frac{\beta_{i}}{\sqrt{1-\eta}\Psi}, \qquad (21)$$

THE 
$$\Psi = \frac{2e\varphi}{m_e v_{e0}^2}$$
,  $\eta = \frac{Zm_e v_{e0}^2}{m_i v_{i0}^2}$ ,  $\beta_e = \frac{2eI_e}{m_e v_{e0}^2 I_a v_{e0}}$ 

$$\beta_i = \frac{2eI_i}{m_i v_{i0}^2 l_a v_{i0}}$$
,  $I_e, I_i$  – электронный и ионный ток,

#### $l_a$ – длина анода.

В этом уравнении существуют колебательные решения. При определенных соотношениях энергии и токов в электронном и ионном компонентах колебательные решения представляют собой систему виртуальных электродов [11]. Типичное решение уравнения (21), имеющее колебательный характер, приведено на рис. 5.



Рис.5. Структура потенциала в относительных единицах в цилиндрической области плазмы с виртуальными электродами



Рис.6. Структура потенциала в относительных единицах в сферической области плазмы с виртуальными электродами

#### 3.2. ОСОБЕННОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ СИМ-МЕТРИИ

В образованиях со сферической симметрией уравнения (18-20) имеются особенности, приводящие к более резкому, чем в цилиндрическом случае, уменьшению масштаба потенциала вблизи центра.

Нелинейное уравнение для потенциала в этом случае имеет вид:

$$\frac{d}{dr} \overset{\mathsf{W}}{\underset{\mathsf{M}}{3}} r^2 \frac{d\Psi}{dr} \overset{\mathsf{U}}{\underset{\mathsf{W}}{=}} = \frac{\beta_e}{\sqrt{1+\Psi}} - \frac{\beta_i}{\sqrt{1-\eta \Psi}} \,. \tag{22}$$

Решение уравнение при тех же параметрах, как и решение на Рис.5, изображено на рис. 6.

Для центральной области  $r\approx 0$  и  $\Psi\approx -1+y$  это уравнение приводится к уравнению Эмдена-Фаулера

$$\frac{d}{dr} \underset{\mathsf{M}}{\overset{\mathsf{M}}{}} r^2 \frac{dy}{dr} \underset{\mathsf{M}}{\overset{\mathsf{U}}{}} = \beta_e y(r)^{-1/2} , \qquad (23)$$

которое может быть проанализировано очень подробно [13]. Асимптотика при  $r \to 0$  имеет вид  $y(r) = ar^b$ . Согласно общим теоремам, приведенным в [13], характерные масштабы колебаний при приближении к центру уменьшаются. Структура виртуальных электродов (см. рис. 6) обладает свойствами подобия (образует фрактальную структуру).



Рис. 7. Зависимость характерного масштаба структуры (а) и электрического поля (b) от радиуса

На рис. 7а изображена зависимость характерного масштаба структуры от радиуса, а на рис. 7b изображена зависимость электрического поля от радиуса.



Рис.8. Структура плотности ионов и электронов в относительных единицах в сферической области плазмы с виртуальными электродами

За счет уменьшения масштабов и увеличения амплитуды колебаний при приближении к оси системы, электрические поля в плазме могут достигать очень больших величин. Плотность электронного и ионного компонента также образует структуру с уменьшающимся к центру масштабом. Структуры электронного, ионного компонента и потенциала несколько сдвинуты относительно друг друга по фазе. Как видно из рис. 8, плотность ионного компонента возрастает вблизи оси более чем на два порядка, а амплитуда поля почти на четыре порядка по сравнению с плотностью и полями на периферии.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены некоторые особенности возникновения и эволюции плазмы в аноде диода с острийными электродами. Проанализировано распространение тепла по электронной системе при воздействии на нее с поверхности потоков энергии и изучены процессы с обострением.

Показано, что при выполнении определенных условий на электронные и ионные потоки, возникает самосогласованная структура с уменьшением пространственного масштаба при приближении к оси. Уменьшение масштаба обеспечивает резкий рост полей и плотностей в этой неоднородной структуре. Полученные соотношения устанавливают связь между плотностями, полями и другими макроскопическими характеристиками системы. Эти соотношения позволяют управлять характеристиками образующихся структур. Отметим, что важным для некоторых приложений является то, что в пределах каждого периода увеличение плотности сопровождается и увеличением электрического поля.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Б. Файнберг. Плазменная электроника и плазменные методы ускорения заряженных частиц // Физика плазмы. 2000, т. 26, № 4, с. 362.

2. А.А. Самарский, В.А. Галактионов, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука. 1987. 480 с.

3. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов, А.А. Самарский. Локализация термоядерного горения в плазме с электронной теплопроводностью // *Письма в ЖЭТФ*. 1977, т.26, вып. 9, с. 620-624.

4. П. Гленсдорф, И. Пригожин. Термодинамическая структуры, устойчивости и флуктуации // М.: Мир. 1973. 478 с.

5. ITT Farnsworth Research Corporation // Отчет 1967 г. по проекту "FUSOR".

6. О.А. Лаврентьев. Исследование электромагнитной ловушки // *Магнитные ловушки*. Киев: Наукова Думка, 1968, с. 77.

7. А.В. Пащенко, Б.Н. Руткевич. Стационарные электронные и ионные потоки в короткозамкнутом диоде // *BAHT*, 1976, вып.1(5).

8. В.Д. Шафранов //Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. М.: Изд-во АН СССР, 1958, т.4, с.61

9. С.В. Адаменко, В.А. Стратиенко, А.В. Пащенко и др. Исследование транспортировки электронных пучков через диэлектрические капилляры // *Труды 8-й Межд. конф. КрыМиКо*'.1998, Севастополь, Украина.

10. А.В. Пащенко, В.Е. Новиков, И.Н. Шаповал. Интегральный электромагнитный код IEMC (Integral Electromagnetic Code) для исследования нелинейных нестационарных электродинамических задач // Труды 11-й Межд. Конф. КрыМиКо'. 2001, Севастополь, Украина. с.535.

11. А.В. Пащенко, В.Е. Новиков, И.Н. Шаповал. Ионная динамика и электродинамические структуры при транспортировки РЭП по диэлектрическому каналу // Труды 11-й Межд. Конф. КрыМиКо'. 2001, Севастополь, Украина, с. 531.

12. А.В. Пащенко, В.Е. Новиков, И.Н. Шаповал и др. Численно-аналитический метод для исследования транспортировки и фокусировки тонких электронных пучков в электродинамических структурах // Труды 11-й Межд. Конф. КрыМиКо'. 2001, Севастополь, Украина, с. 538.

13. Р. Беллман. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений // М.: Иностранная Литература, 1954, 216 с.