

О СТРУКТУРЕ КВАНТОВОГО ПРОМЕЖУТОЧНОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

О.П. Леденёв

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,
г. Харьков, Украина

Проведен расчет пространственной структуры квантового промежуточного состояния сверхпроводников первого рода. Теоретическая модель термодинамики рассматриваемого состояния ранее была предложена Андреевым. Показано, что в квантовом случае период структуры оказывается существенно меньшим и имеет иную зависимость от магнитного поля и температуры, чем в классическом промежуточном состоянии Ландау. Уменьшение толщины нормальных слоев приводит к увеличению характерного расстояния между квантовыми андреевскими уровнями электронных возбуждений, и переход из классического в квантовое промежуточное состояние реализуется при более высоких температурах ~ 1 К, чем предполагалось ранее. Проведено сравнение выводов расчета с результатами экспериментальных данных на примере монокристаллического галлия.

ВВЕДЕНИЕ

Теория промежуточного состояния (ПС) сверхпроводников I-го рода была разработана Ландау [1] в рамках классической термодинамики Гортера-Казимира (см, например, [2]). Согласно этой теории ПС существует в сверхпроводниках первого рода в магнитном поле $(1-n)H_c < H < H_c$ и представляет собой слоистую периодическую структуру чередующихся нормальных и сверхпроводящих слоев (n -размагничивающий фактор образца, зависящий от его геометрической формы и ориентации в поле). В [1] был найден пространственный период структуры для сверхпроводящей пластины в поперечном поле и рассмотрена его взаимосвязь с размерами образца и поверхностной энергией на границе раздела нормальной и сверхпроводящей фаз. В последующем Ландау разработал также теорию структуры ПС с ветвлением слоев [3]. В работе [4] Лифшиц и Шарвин проанализировали теории [1] и [3] и привели к виду, удобному для сравнения с экспериментальными результатами. Теория Ландау и последующие экспериментальные результаты оказались в хорошем согласии с феноменологической теорией сверхпроводимости Гинзбурга-Ландау [5] и микроскопической теорией BCS [6] и описаны в учебниках и монографиях (см., например, [2, 7, 8]). Из более поздних теоретических работ обратим внимание на подробное исследование некоторых вопросов структуры ПС и расчет гофрированных извитых структур ПС, наблюдаемых в сверхпроводниках при определенных условиях, проведенных в [9]. Представляется интересным, что в этом случае главную роль в формировании структур играет энергия взаимодействия токов, текущих по границам слоев. Теория Ландау и отмеченные последующие научные работы, развивающие теорию ПС, основывались на классическом описании, которое хорошо согласуется с экспериментом для сверхпроводников первого рода при не слишком низких температурах $T \geq 1$ К.

В работах [10, 11] Андреевым было обращено внимание на важную роль квантовых эффектов в ПС. В [10] был введен механизм специфических отражений электронных возбуждений (ЭВ) слоев нормального металла от границ нормальной и сверх-

проводящей фаз. Эти отражения сопровождаются переходом ЭВ с электронной ветви спектра на дырочную (и наоборот) с изменением направления движения на обратное и получили в последующем экспериментальное подтверждение в исследованиях в S-N-S-системах. В [11] было показано, что при низких температурах, когда длина свободного пробега ЭВ l превышает толщину нормальных слоев d_n , ЭВ оказываются в результате указанных отражений «запертыми» в нормальных слоях, что приводит к пространственному квантованию их спектра.

Расстояние между андреевскими уровнями при этом равно

$$\Delta \varepsilon = \frac{h v_F \cos \theta}{d_n}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка; v_F – скорость ЭВ на поверхности Ферми. Как видно, энергия зависит от толщины нормального слоя d_n и от угла θ между направлением движения ЭВ и нормалью к N-S-границе. Согласно [11], в сверхпроводниках, в которых $l \gg d_n$, при температурах меньших некоторой характерной температуры

$$T^* = \frac{h v_F}{k_B d_n}, \quad (2)$$

андреевское квантование существенно сказывается на всех основных термодинамических характеристиках ПС (свободной энергии, теплоемкости, магнитном моменте) и делает их зависимыми от толщины нормального слоя d_n (k_B – постоянная Больцмана). Основываясь на величине d_n , характерной для классического ПС, в [11] была найдена оценка температуры перехода $T^* \approx 0,1$ К. В то же время вопрос о возможном влиянии квантования спектра ЭВ на структуру ПС в работе [11] не исследовался.

Отметим, что вскоре после работы [11] Заварицким было обнаружено [12], что в сверхпроводящем олове при температуре $T < 0,18$ К в ПС наблюдаются особенности в зависимости теплоемкости от температуры, которые соответствуют предсказанным Андреевым для КПС. Позднее методом поглощения ультразвука были проведены количественные исследования структуры ПС в галлии при $T \approx 0,3$ К [13], в

которых была определена зависимость толщины слоев нормальной фазы от магнитного поля. В этой работе на основании теории [14] для монотонной части поглощения и теории [15] для осцилляционной части поглощения были получены результаты, которые показали, что в сверхпроводнике первого рода при указанной температуре реализуется структура, которая обладает весьма малой толщиной нормальных слоев и не соответствует обычному ПС Ландау. Соотнести же ее с КПС в этих условиях было сложно (хотя этот вопрос и обсуждался), так как структура этого состояния не была известна.

В настоящей работе автор проводит расчет структуры КПС, используя термодинамическую теорию [11]. Выяснено, что в квантовом случае структура имеет существенно меньший период и его зависимость от температуры и магнитного поля оказывается иной, чем в теории Ландау. Эти результаты хорошо согласуются с указанными ультразвуковыми экспериментами. Также выяснено, что в силу малости толщины нормальных слоев характерная температура перехода в КПС оказывается большей, чем предполагалось ранее на основе сравнения с данными для толщин слоев, полученными в классическом случае, и поэтому квантовое состояние реализуется при более высокой температуре, чем предполагалось в [11].

Исследование электронных и сверхпроводящих свойств таких систем интересно и в связи с созданием все более мелких наноструктурированных композитных сред, в которых квантовые эффекты могут иметь место и при более высоких температурах и играть важную роль в их термодинамических и структурных свойствах.

СТРУКТУРА КВАНТОВОГО ПРОМЕЖУТОЧНОГО СОСТОЯНИЯ

Термодинамические характеристики промежуточного состояния сверхпроводников зависят от внешнего магнитного поля, и поэтому удобным термодинамическим потенциалом для их описания является свободная энергия Гиббса G (см., например, [7]). Отметим, что потенциал G учитывает работу источника внешнего магнитного поля, и знаки вкладов определяются этим обстоятельством. Выпишем при температуре $T < T_c$ свободную энергию для образца объемом V , находящегося в нормальном (3) и в сверхпроводящем (4) состояниях во внешнем поле $H < H_c(T)$:

$$G_{N,H} = V F_{N,0} - V H^2/8\pi - V_{\text{ext}} H^2/8\pi, \quad (3)$$

$$G_{S,H} = V F_{S,0} - V_{\text{ext}} H^2/8\pi, \quad (4)$$

где V – внутренний объем образца; V_{ext} – внешний объем системы с магнитным полем; $F_{N,0} - F_{S,0} = H_c^2/8\pi$; H_c – критическое магнитное поле при температуре T . Выпишем теперь потенциал единицы объема сверхпроводника, перешедшего во внешнем магнитном поле H в промежуточное состояние, полагая, что некоторая объемная доля его, равная η , находится в нормальном состоянии. При этом будем отсчитывать потенциал от его значения в сверхпроводящем состоянии:

$$G_{I,H} = \eta F_{N,0}(d_n) - \eta H^2/8\pi - \eta F_{S,0} - G_{\text{surf}}(d_n) \quad (5)$$

где H_N – магнитное поле в нормальных слоях образца, которое может несколько отличаться от критического поля. Отметим, что объемные вклады от внешних областей вдали от образца не зависят от его состояния, и поэтому они взаимно сокращаются. В то же время появляются вклады от областей с неоднородным магнитным полем на внутренних границах, разделяющих сверхпроводящие и нормальные слои, и вблизи поверхности образца, где также имеются неоднородности магнитного поля, связанные с дискретностью строения структуры ПС. Они записаны в выражении (5) как G_{surf} и равны работе внешнего источника по созданию граничных неоднородностей магнитного поля. В рамках теории Ландау при нахождении экстремума потенциала $G_{I,H}$ только G_{surf} зависит от периода структуры ПС. Отметим, что концентрация нормальной фазы η является в образце величиной, независимой от периода структуры. Перейдем от описания G как функции внешнего источника к описанию свободной энергии как функции состояния образца, как и в теории [1]. Тогда все члены поменяют знаки, и G_{surf} будет положительной величиной, а период структуры будет определяться минимумом потенциала. В отличие от классической теории в квантовом подходе при расчете структуры необходимо учитывать и первый член в выражении (5), связанный с объемной электронной энергией ЭВ, которая в этом случае также является функцией толщины нормального слоя [11].

В теории Ландау учитываются два вклада в плотность свободной энергии образца (рассчитываемой на единицу сечения, поперечного внешнему полю, и отсчитываемой от свободной энергии сверхпроводника). Оба они зависят от периода структуры или толщины нормальных слоев, т.е. $G_{\text{surf}}(d_n) = F_1(d_n) + F_2(d_n)$. Оба эти вклада остаются и в квантовой теории. Во-первых, это вклад границ раздела фаз

$$F_1 = 2 L \delta H_c^2 / 8\pi d, \quad (6)$$

где d – период структуры; $d = d_n + d_s$; $d_n = \eta d$; L – толщина пластины сверхпроводника; δ – параметр поверхностной энергии N-S-границы; $\delta = \xi - \lambda$, ξ – корреляционная длина; λ – глубина проникновения магнитного поля.

Второй вклад связан с энергией неоднородности магнитного поля вблизи поверхности образца. Ее точный расчет был проведен, основываясь на вычислениях формы выхода слоев вблизи поверхности сверхпроводника, в работе Лифшица и Шарвина [4] и представлен в виде

$$F_2 = \varphi(\eta) d H_c^2/8\pi, \quad (7)$$

где $\varphi(\eta)$ – протабулированная там же функция.

Несколько иным способом, следуя [7], энергия F_2 может быть также приближенно вычислена как функция, выраженная через концентрацию нормальной фазы η и период структуры d . Однако выражение, полученное в [7], должно быть уточнено ввиду его завышенной по сравнению с $\varphi(\eta)$ величиной (примерно в три раза), что и сделано ниже.

Так как магнитное поле вне и внутри образца в ПС отличаются, то будем полагать, что вблизи поверхности образца имеется некоторая переходная область с эффективной длиной λ_{eff} , на которой

происходит подстройка внешнего (H_e) и внутреннего полей (H_N) к некоторому равновесному значению. Усредняя поле на расстоянии большем периода структуры, можем следовать общему правилу изменения разности полей вне и внутри сверхпроводника вблизи его границы в виде $\exp(-kx)$, где x - расстояние от поверхности образца и $k=2\pi/\lambda_{\text{eff}}$. Удобно выразить пространственный параметр λ_{eff} , как и в [7], в виде

$$1/\lambda_{\text{eff}} = 1/d_n + 1/d_s = d/(d_n d_s). \quad (8)$$

Видно, что на расстоянии $x=1/k = \eta(1-\eta)d/2\pi$ магнитное поле изменяется как вне образца, так и внутри него. Скачок магнитного поля в нормальном слое на поверхности образца отсутствует и происходит плавное изменение напряженности магнитного поля, происходящее как вне образца, так и внутри образца за счет появления токов на N-S-границах в сверхпроводящих слоях. Внутри образца область изменения поля распространяется на расстояние около $1/k$ и связана с уменьшением толщины сверхпроводящих слоев при подходе к поверхности, вне образца - с наличием токов на границах сверхпроводящих слоев в этой области образца. Избыточная плотность магнитной энергии в области неоднородности поля может быть оценена согласно [7] как разность между средней плотностью энергии в нормальных слоях $\eta H_N^2/8\pi$ и плотностью среднего магнитного поля $(\eta H_N)^2/8\pi$ и равна $\eta^2(1-\eta)^2 H_N^2/8\pi$. Добавочная энергия, обусловленная выходом структуры слоев на поверхность образца, будет тогда равняться

$$F_2 = 4 (\eta^2 (1-\eta)^2 / 2\pi) d H_N^2 / 8\pi, \quad (9)$$

где H_N - магнитное поле в слое нормальной фазы, в общем случае близкое к критическому. Отсюда получаем приближенное аналитическое выражение для функции $\varphi(\eta)$ теории Ландау в виде

$$\varphi(\eta) = \eta^2 (1-\eta)^2 / \pi. \quad (10)$$

Пренебрегая различием полей H_C и H_N и минимизируя сумму вкладов F_1 и F_2 по периоду d , получим известное выражение для периода в теории Ландау-Лифшица-Шарвина:

$$d = [L \delta / \varphi(\eta)]^{1/2}. \quad (11)$$

Согласно нашим вычислениям функция Лифшица-Шарвина $\varphi(\eta)$ может быть аппроксимирована с большей точностью, чем в (10) и в удобной для расчетов форме в следующем виде:

$$\varphi(\eta) \approx \frac{\eta^2(1-\eta)^2}{\pi} \ln \left[1 + \left(\frac{\eta + \pi/4}{\eta + \eta^2/e + \eta^3/e} \right) \right], \quad (12)$$

где $e \approx 2,7183$ - основание натурального логарифма. Ниже для упрощения формул для $\varphi(\eta)$ будем использовать выражение (10).

При нахождении периода структуры КПС кроме суммы F_1 и F_2 необходимо учитывать и объемный вклад $\eta F_{N,0}$, который в отличие от классического в квантовом случае [10] также зависит от периода структуры d или толщины нормального слоя d_n . Если эту энергию представить как функцию d , то она имеет вид:

$$F_A = \alpha \beta C_{el} \eta^2 d L T^2 / v_F^2, \quad (13)$$

где α - постоянная, близкая к единице, вычисленная в [10]; β - коэффициент, учитывающий отклонение ферми-поверхности от изотропной, для которой β

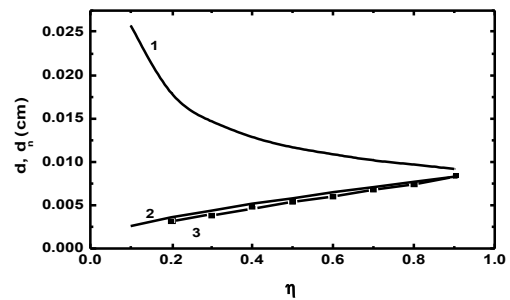
=1, и долю фазового объема электронных возбуждений, охватываемого квантованием; $C_{el} = \gamma T$ - теплоемкость нормального металла без учета андеевского квантования. Минимизируя суммарную плотность свободной энергии ПС с учетом F_A , получим выражение для периода d , которое имеет вид:

$$d = [2 L \delta / \{2\eta^2 (1-\eta)^2 / \pi + [\alpha \beta \gamma \eta^2 L T^3 / v_F^2] / (H_C^2/8\pi)\}]^{1/2}. \quad (14)$$

Толщина нормального слоя связана простым образом с периодом структуры $d_n = \eta d$ и может быть представлена в виде

$$d_n = (2L\delta / \{2(1-\eta)^2/\pi + 8\pi \alpha \beta \gamma T^3 L / v_F^2 H_C^2\})^{1/2}. \quad (15)$$

Видно, что выражения для периода d (14) и толщины слоя нормальной фазы d_n (15) имеют в случае КПС иную структуру, чем в теории Ландау (зависимость (15) была также использована ранее в [16]). Наличие добавочного члена в знаменателе этих выражений приводит к существенному изменению их зависимости от внешнего магнитного поля и температуры. Для минимизации свободной энергии система слоев перестраивается в структуру со значительно меньшим периодом и тем самым с меньшей толщиной слоев нормальной фазы. Уменьшению периода, как и в теории Ландау, противодействует поверхностная энергия границ раздела фаз. Отметим, что в рассматриваемом случае величина периода d оказывается малой, и энергия неоднородности магнитного поля дает малый вклад в свободную энергию тела, и поэтому главную роль играет энергия, связанная с андеевским квантованием. Период КПС слабо зависит от внешнего магнитного поля H и концентрации нормальной фазы $\eta = (H - (1-n)H_C)/nH_C$. На рисунке приведены соответствующие графики, вычисленные для периода структуры и толщины слоев нормальной фазы в галлии на основе результатов данной работы. При расчете использованы характерные величины параметров для образцов монокристаллов галлия, которые исследовались ранее экспериментально [13].



Расчет зависимости периода структуры d (1) и толщины нормального слоя d_n (2) от концентрации нормальной фазы η для квантового промежуточного состояния в галлии при $T=0,35$ K; на кривой (3) приведены экспериментальные результаты, полученные при исследовании поглощения ультразвуковых волн в образцах галлия [13] при этой же температуре

Как видно из рисунка, период КПС d не увеличивается при приближении концентрации нормальной фазы η к 1. В то же время согласно (11) в классическом случае и при η

$\rightarrow 0$ и при $\eta \rightarrow 1$ период структуры ПС должен резко возрастать. Также резко должна увеличиваться и толщина нормального слоя d_n при $\eta \rightarrow 1$, тогда как в КПС зависимость $d_n(\eta)$ близка к линейной. Как показано на рисунке, экспериментальные данные, полученные по ультразвуковым исследованиям в сверхчистом монокристаллическом галлии при низкой температуре, хорошо согласуются с предложенным теоретическим объяснением.

Из (15) следует, что зависимость d_n от температуры в КПС отличается от таковой для классического ПС.

ВЫВОДЫ

В данной работе исследована структура промежуточного состояния, возникающая в чистых сверхпроводниках первого рода, электронные возбуждения в которых обладают большой длиной свободного пробега l , превышающей толщину слоя нормального состояния d_n . В этом случае в области достаточно низких температур такие сверхпроводники переходят в особое квантовое промежуточное состояние, толщина нормальных слоев в котором оказывается существенно меньшей, чем в классическом ПС. Это связано с тем, что вклад в свободную энергию образца нормальных электронных возбуждений, запертых в этих слоях, оказывается в случае более тонких нормальных слоев существенно уменьшенным. По сравнению с классическим случаем период структуры КПС имеет иную зависимость как от магнитного поля, так и от температуры. Такие сверхпроводники являются новыми квантовыми объектами, которые реализуются в сверхчистых материалах с большой длиной свободного пробега электронных возбуждений $l > d_n$ при низких температурах и обладают особыми свойствами и представляют несомненный интерес для исследования.

Автор благодарит В.О. Леденёва и Д.О. Леденёва за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д. Ландау. К теории сверхпроводимости // *ЖЭТФ*. 1937, т. 7, с.371-377.
2. Д. Шенберг. *Сверхпроводимость*. М.: Изд. Иностран. лит., 1955, 288 с.
3. Л.Д. Ландау. К теории промежуточного состояния сверхпроводников // *ЖЭТФ*. 1943, т. 13, с.377-387.

О СТРУКТУРІ КВАНТОВОГО ПРОМІЖНОГО СТАНУ НАДПРОВІДНИКІВ

О.П. Леденёв

Проведено розрахунок просторової структури квантового проміжного стану надпровідників першого роду. Теоретична модель термодинаміки розглянутого стану раніше була запропонована Андрєєвим. Показано, що у квантовому випадку період структури виявляється істотно меншим і має іншу залежність від магнітного поля і температури, чим у класичному проміжному стані Ландау. Зменшення товщини нормальних шарів приводить до збільшення характерної відстані між квантовими андріївськими рівнями електронних порушень і перехід із класичного у квантовий проміжний стан реалізується при більше високих температурах ~ 1 К, чим передбачалося раніше. Проведено порівняння висновків розрахунку з результатами експериментальних даних на прикладі монокристалічного галію.

ABOUT THE STRUCTURE OF QUANTUM INTERMEDIATE STATE OF SUPERCONDUCTORS

O.P. Ledenyov

The calculation of spatial structure of a quantum intermediate state in Type I superconductors is completed. Theoretical model of thermodynamics of considered state was proposed by Andreev. It is shown, that in a quantum case, the period of structure appears significantly smaller and has different dependence on both the magnetic field and temperature than in the classical intermediate Landau state. The decrease of thickness of normal layers results in increase of characteristic distance between the quantum Andreev levels of electronic excitations, and the transition to the quantum intermediate from classical state is realized at higher temperatures ~ 1 K, than it was supposed in previous works. The comparison of calculation data with experimental results, for example using the sample of mono-crystal gallium, is conducted.

4. Е.М. Лифшиц, Ю.В. Шарвин. О промежуточном состоянии сверхпроводников // *ДАН СССР*. 1951, т.79, с.783.
5. В.Л. Гинзбург, Л.Д. Ландау, К теории сверхпроводимости // *ЖЭТФ*. 1950, т. 20, с.1064-1082.
6. J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer. Theory of superconductivity // *Phys. Rev.* 1957, v.108, p.1175.
7. М. Тинкхам. *Введение в сверхпроводимость*. М.: «Атомиздат», 1980.
8. J.D. Livingston, W. Desorbo. The intermediate state in the type I superconductors // *Superconductivity* / ed. by R.D. Parks, Marcel Dekker Inc., N.Y., 1969, p.1235-1281.
9. A.T. Dorsey, R.E. Goldstein. Shapes of flux domains in the intermediate state of type-I superconductors // *Phys. Rev.B*. 1998, v.57, p.3058-3072.
10. А.Ф. Андреев. Теплопроводность промежуточного состояния сверхпроводников // *ЖЭТФ*. 1964, т. 46, с.1823-1828.
11. А.Ф. Андреев. Электронный спектр промежуточного состояния сверхпроводников // *ЖЭТФ*. 1965, т.49, с.655-660.
12. Н.В. Заварицкий. К вопросу о квантовании энергетических уровней электронных возбуждений в промежуточном состоянии сверхпроводника // *Письма в ЖЭТФ*. 1965, т. 2, в. 4, 168-171.
13. О.П. Леденёв, В.П. Фурса. О параметрах структуры промежуточного состояния цилиндрических образцов, создаваемой внешним магнитным полем // *ФНТ*. 1985, т. 11, № 1, с.57-61.
14. А.Ф. Андреев. Поглощение ультразвука в промежуточном состоянии сверхпроводников // *ЖЭТФ*. 1967, т. 53, с.680-686.
15. О.П. Леденёв. Геометрический резонанс в промежуточном состоянии сверхпроводников // *Письма в ЖЭТФ*. 1979, т. 30, с.185-189.
16. О.П. Леденёв, О. Леденёв, Д.О. Леденёв. Квантовые эффекты в сверхпроводниках первого рода в магнитном поле // *Тезисы докладов Между. конференции «Физика конденсированного состояния веществ при низких температурах»*. Харьков: ННЦ ХФТИ, 2006, с.82-84.