

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ВОЗБУЖДЕНИЯ МИКРОВОЛН РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ

В.А. Балакирев, В.О. Подобинский

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,
Харьков, Украина*

E-mail: vabalakirev@mail.ru

Рассмотрен процесс возбуждения синфазных и противофазных (π -вида) электромагнитных колебаний системы связанных резонаторов. Показано, что в случае возбуждения π -вида неустойчивость развивается для более коротких резонаторов по сравнению с синфазными колебаниями. На нелинейной стадии возбуждения π -вида в системе формируется виртуальный катод, благодаря которому первоначально однородный пучок преобразуется в последовательность коротких изолированных сгустков.

1. ВВЕДЕНИЕ

Сравнительно недавно [1,2] предложена схема микроволнового релятивистского микроволнового генератора, в основе которого лежит взаимодействие РЭП со “split”-резонатором. В “split”-резонаторе осуществляется глубокая модуляция РЭП. Затем в специальном устройстве вывода энергия модулированного пучка преобразуется в микроволновую энергию. “Split”-резонатор – это резонатор, разделенный пополам проводящей диафрагмой так, что между диафрагмой и боковой стенкой резонатора имеется зазор. То есть мы имеем дело с системой из двух связанных резонаторов формируются синфазные (0-вид) и противофазные (π -вид) типы колебаний, частоты которых отличаются на малую величину, определяемую электромагнитной связью резонаторов (шириной щелью или размером отверстия). Картина возбуждения РЭП синфазных электромагнитных колебаний такая же, как и в традиционном монотроне. Что касается противофазных колебаний, то сценарий их возбуждения существенно отличается. Прежде всего, они возбуждаются при сколь угодно малом угле пролета (длине резонатора) [1], что позволяет создавать микроволновые генераторы с малыми продольными размерами. Это обстоятельство является принципиально важным, поскольку в такого типа микроволновых генераторах отсутствует необходимость во внешнем ведущем магнитном поле.

В настоящей работе представлены результаты нелинейной теории возбуждения микроволн и модуляции трубчатого РЭП в “split”-резонаторе. Связь между резонаторами осуществляется через отверстие в центре резонатора [3]. Для сплошного РЭП более предпочтительно организовывать связь между резонаторами через зазор на периферии диафрагмы.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваемая система содержит два одинаковых цилиндрических связанных резонатора,

каждый из которых имеет радиус R и длину $L/2$. Электромагнитная связь между резонаторами осуществляется через отверстие радиуса $R_a \ll R$ в центре общей стенки (диафрагмы) резонаторов. В резонатор инжектируется тонкий трубчатый РЭП. Толщиной пучка будем пренебрегать и аппроксимируем его поверхностным током радиуса r_b . Диафрагма прозрачна для частиц пучка. При отсутствии связи структура основного типа колебаний изолированного резонатора по продольному индексу имеет вид:

$$E_{zm} = J_0(\lambda_m r / R), \quad E_{r0m} = 0,$$

$$H_{\varphi m} = -i \frac{\omega_{0m}}{c \lambda_m} J_1(\lambda_m r / R),$$

где λ_m – корни функции Бесселя $J_0(x)$. Для этого типа колебаний компоненты поля однородны в продольном направлении. Частоты этих колебаний $\omega_m = \lambda_m R / c$ не зависят от длины резонатора, а определяются только его радиусом. При наличии связи частоты колебаний расщепляются: $\omega_m^\pm = \omega_m \pm \Delta\omega_m$. Для сдвига частоты $\Delta\omega_m$ в соответствии с работой [3] имеется следующее выражение: $\Delta\omega_m = \varepsilon \omega_m$, где

$$\varepsilon = \frac{2}{3} \frac{R_a^3}{\pi R^2 L J_1^2(\lambda_n)}.$$

Эти частоты соответствуют колебаниям 0-вида, у которых поля в резонаторах находятся в фазе

$$U_m^+(r, z) = E_{zm}(r), \quad L \geq z \geq 0,$$

и π -вида. Для этого типа колебаний поля в резонаторах находятся в противофазе:

$$U_m^-(r, z) = \begin{cases} E_{zm}(r), & L \geq z \geq L/2, \\ -E_{zm}(r), & L/2 \geq z \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Сделаем следующие упрощающие предположения.

1. Одномодовый режим возбуждения колебаний (основная продольная мода $n=0$).
2. Пренебрегаем нерезонансным фоном поля пространственного заряда РЭП.

3. Рассматриваем одномерное движение частиц электронного пучка.

Условие однододовости возбуждения колебаний резонатора сводится к неравенству:

$$\gamma_L \square \delta\omega_m,$$

где γ_L – линейный инкремент неустойчивости, $\delta\omega_m$ – расстояние между частотами соседних типов колебаний.

3. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

Остановимся кратко на линейной теории возбуждения синфазных колебаний связанных резонаторов. Опуская математическую сторону дела, приведем выражение для инкремента возбуждения синфазных колебаний:

$$\gamma_L = \gamma_{L0} \Psi_0(\vartheta), \quad \gamma_{L0} = \frac{4I_0 J_0^2(\lambda_n r_b / R) c}{\pi I_A \gamma_0^3 J_1^2(\lambda_n) \lambda_n R}, \quad (2)$$

$$\Psi_0(\vartheta) = \sin \frac{\vartheta}{2} \left[\cos \frac{\vartheta}{2} - \left(\frac{\sin(\vartheta/2)}{\vartheta/2} \right) \right],$$

I_0 – ток пучка, $I_A = mc^3 / e = 17 \text{ кА}$, $\vartheta = \omega_0 L / v_0 = \lambda_n L / R \beta_0$ – угол пролета электрона через систему связанных резонаторов, v_0 – начальная скорость электронного пучка, γ_0 – начальное значение релятивистского фактора частиц пучка. На Рис.1 (кривая 1) изображена функция $\Psi_0(\vartheta)$, описывающая зависимость инкремента неустойчивости от угла пролета ϑ . Неустойчивость имеет место в интервале углов пролета $3\pi \geq \vartheta \geq 2\pi$ или в размерных переменных $3\pi \geq \lambda_n \frac{L}{R\beta_0} \geq 2\pi$,

$\beta_0 = v_0 / c$. Максимального значения инкремент неустойчивости достигает для угла пролета $\vartheta = 5\pi/2 = 7.85$. Минимальная длина резонатора, при которой начинает развиваться неустойчивость, $L_{\min} = 2\pi\beta_0 R / \lambda_n$, определяется радиусом резонатора, скоростью пучка и номером радиальной гармоники. С увеличением номера радиальной гармоники минимальная длина сокращается.

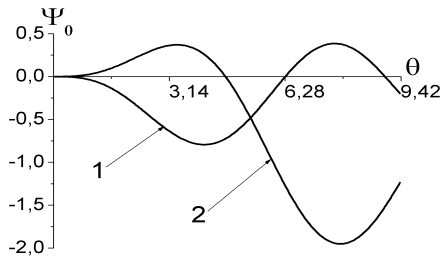


Рис.1. Зависимости функций Ψ_0 от угла пролета ϑ в случаях возбуждения синфазных (1) и противофазных (2) колебаний

Перейдем к наиболее интересному случаю возбуждения противофазных колебаний системы связанных резонаторов. Линейный инкремент неустойчивости определен выражением (2), в котором

$$\Psi_0(\vartheta) = 2\sin^3 \frac{\vartheta}{4} \left[2\cos(\vartheta/4) - \frac{\sin(\vartheta/4)}{\vartheta/4} \right]. \quad (3)$$

График функции (3) изображен на Рис.1 (кривая 2). Из этой зависимости следует, что для π -вида зона неустойчивости находится в интервале углов пролета $3\pi/2 \geq \vartheta \geq 0$. Из этого неравенства следует, что в отличие от синфазных колебаний, неустойчивость развивается при сколь угодно малой длине резонатора. Это свойство системы связанных резонаторов позволяет разрабатывать микроволновые генераторы с малыми продольными размерами, что, в свою очередь, дает возможность отказаться от ведущего магнитного поля, необходимого для транспортировки сильноточных РЭП. Максимального значения инкремент достигает при значении угла пролета $\vartheta_m \square \pi$. Отметим, что синфазные и противофазные колебания одновременно никогда не возбуждаются, поскольку их зоны неустойчивости по углу пролета не перекрываются.

4. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОЦЕССА ВОЗБУЖДЕНИЯ СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ И МОДУЛЯЦИИ РЭП

4.1. ВОЗБУЖДЕНИЕ РЭП СИНФАЗНЫХ КОЛЕБАНИЙ СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Рассмотрим нелинейную динамику возбуждения основного синфазного колебания системы связанных резонаторов РЭП. Система нелинейных уравнений, описывающая рассматриваемый процесс, содержит уравнение возбуждения колебания электронным пучком:

$$\frac{dA^{(+)}}{d\tau} = \Lambda \frac{J_0(\lambda_n r_b / R)}{2\pi\vartheta} \int_{\tau-2\pi}^{\tau} d\tau' e^{i\tau'} \int_{\tau_0(\tau')}^{\tau} u_L(\tau', \tau_0) d\tau_0, \quad (4,а)$$

и уравнения движения электронов пучка в лагранжевых переменных:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_L(\tau, \tau_0)}{d\tau} &= -\frac{1}{2} A^{(+)}(\tau) e^{-i\vartheta\tau} + \text{к.с.}, \\ \frac{d\zeta_L(\tau, \tau_0)}{d\tau} &= u_L(\tau, \tau_0), \end{aligned} \quad (4,б)$$

$$u_L(\tau, \tau_0) = \frac{\gamma_0 \rho_L(\tau, \tau_0)}{\sqrt{(\gamma_0^2 - 1) \rho_L^2(\tau, \tau_0) + 1}}.$$

Момент времени влета $\tau_0^*(\tau)$ определяется из уравнения $\zeta_L(\tau, \tau_0^*) = 1$. Безразмерные переменные и параметры определены следующим образом:

$$\zeta_L = z_L / L, \quad \rho_L = p_L / p_0, \quad u_L = v_{Lz} / v_0, \quad (5)$$

$$\tau = \omega_m t, \quad A^{(+)} = \frac{eC^{(+)} J_0(\lambda_n r_b / R)}{m v_0 \omega_m \gamma_0},$$

z_L – лагранжевая продольная координата, p_{Lz}, v_{Lz} – лагранжевые импульс и скорость, p_0 – начальное значение импульса, $C^{(+)}$ – амплитуда синфазного колебания,

$$\Lambda = \frac{4I_0 J_0^2(\lambda_n r_b / R)}{I_A \lambda_n^2 J_1^2(\lambda_n)}.$$

Система уравнений (4) была решена численными методами. На Рис.2 изображены зависимости амплитуды основного колебания ($n=0$) для значения релятивистского фактора $\gamma_0=1.88$ и различных значений параметра Λ . Стационарное значение амплитуды не зависит от токового параметра Λ , и определяется начальным значением кинетической энергии части пучка, длиной резонатора и углом пролета. Отметим, что при дальнейшем увеличении параметра Λ стационарный режим возбуждения колебания сменяется автомодуляционным режимом. Закон модуляции амплитуды близок к гармоническому. С увеличением энергии пучка (релятивистского фактора) максимальное значение амплитуды растет по линейному закону.

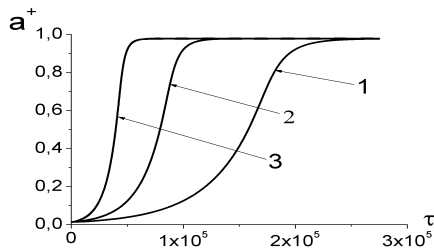


Рис.2. Зависимости амплитуды a^+ от времени τ .

Кривые: 1 - $\Lambda = 4 \cdot 10^{-4}$; 2 - $\Lambda = 8 \cdot 10^{-4}$;
3 - $\Lambda = 1.6 \cdot 10^{-3}$; $\vartheta = 7.85$; $\gamma_0 = 1.88$

Динамику частиц пучка в процессе его взаимодействия с полем иллюстрируют фазовые портреты.

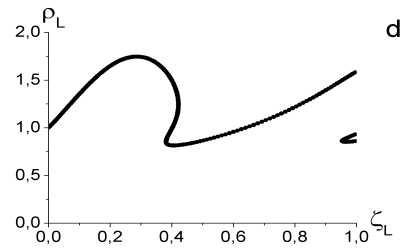
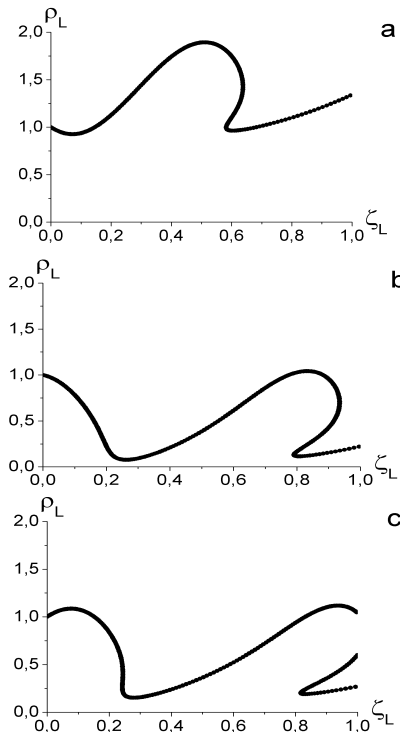


Рис.3. Фазовые портреты электронов пучка на периоде колебаний поля; $\Lambda = 0.04$; $\vartheta = 7.85$; $\gamma_0 = 1.88$. $\tau = 0$ - a, $\tau = \pi/2$ - b, $\tau = \pi$ - c, $\tau = 6\pi/4$ - d

Фазовые портреты (ρ_L, ζ_L) в пределах периода колебаний представлены на Рис.3. Отчетливо виден сгусток ускоренных частиц (Рис.3,а), который отбирает энергию у поля. По мере распространения сгустка ускоренных частиц (центральный сгусток на Рис.3,а) формируются сгустки заторможенных частиц впереди и за ним, причем частицы пучка в целом сильно тормозятся и, соответственно, отдают энергию полю (Рис.3,б). Затем центральный сгусток обгоняет впереди идущий более заторможенный сгусток электронов и выходит из системы (Рис.3,с).

Моменту достижения им выходного торца (Рис.3,с) соответствует первый пик на кривой тока пучка на выходе из системы (Рис.4). За второй пик тока отвечает сгусток заторможенных частиц (3,д), который следует за первым сгустком. Далее процесс периодически повторяется. Отметим, что в среднем за период колебания энергообмен между электронным пучком и полем отсутствует.

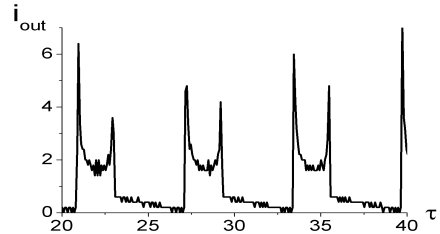


Рис.4. Зависимость тока пучка на выходе резонатора i_{out} от времени τ ; $\Lambda = 0.04$; $\vartheta = 7.85$;
 $\gamma_0 = 1.88$

4.2. ВОЗБУЖДЕНИЕ РЭП π -ВИДА СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ

В безразмерных переменных (5) система нелинейных уравнений, описывающая процесс возбуждения электронным пучком π -вида системы связанных резонаторов, имеет вид:

$$\frac{dA^{(-)}}{d\tau} = \frac{\Lambda}{2\pi\vartheta} \int_{\tau-2\pi}^{\tau} dt' e^{it'} \left\{ \int_{\bar{\tau}_2(t')}^{\tau} u_L^{(I)}(t', \tau_0) dt_0 - \int_{\bar{\tau}_0(t')}^{\bar{\tau}_2(t')} u_L^{(II)}(t', \tau_0) dt_0 \right\},$$

$$\frac{d\rho_L^{(I)}(\tau, \tau_0)}{d\tau} = -\frac{1}{2} A^{(-)}(\tau) e^{-i\tau} + \text{к.с.},$$

$$\frac{d\rho_L^{(II)}(\tau, \tau_0)}{d\tau} = \frac{1}{2} A^{(-)}(\tau) e^{-i\tau} + \text{к.с.}, \quad (6)$$

$$\frac{d\zeta_L^{(I),(II)}(\tau, \tau_0)}{d\tau} = u_L^{(I),(II)}(\tau, \tau_0),$$

$$u_L^{(I),(II)}(\tau, \tau_0) = \frac{\gamma_0 \rho_L^{(I),(II)}(\tau, \tau_0)}{\sqrt{(\gamma_0^2 - 1) \rho_L^{(I),(II)2}(\tau, \tau_0) + 1}}$$

Момент времени $\tau_{1/2}(\tau)$ является корнем уравнения $\zeta_L(\tau, \tau_{1/2}) = 1/2$. Уравнения движения представлены для каждого из резонаторов.

Зависимости амплитуды π -вида от времени представлены на Рис.5. Стационарное значение амплитуды колебания не зависит от тока пучка (параметра Λ). Стабилизация неустойчивости происходит при более высоких значениях амплитуды поля. Это объясняется тем, что возбуждение противофазных колебаний происходит в более короткой системе резонаторов, по сравнению с синфазными колебаниями. При больших значениях токового параметра ($\Lambda = 0.25$) имеет место автомодуляционный режим возбуждения колебания. Максимальное значение амплитуды в стационарном режиме возбуждения колебания линейно растет с увеличением релятивистского фактора пучка.

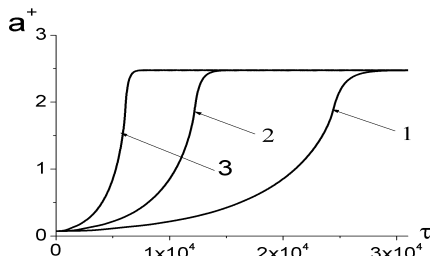


Рис.5. Зависимости амплитуды a^+ от времени τ .
Кривые: 1 - $\Lambda = 0.0125$, 2 - $\Lambda = 0.025$, 3 - $\Lambda = 0.05$;
 $\vartheta = 1.41$; $\gamma_0 = 1.88$

Динамику частиц в поле π -вида системы связанных резонаторов иллюстрируют фазовые портреты (Рис.6).

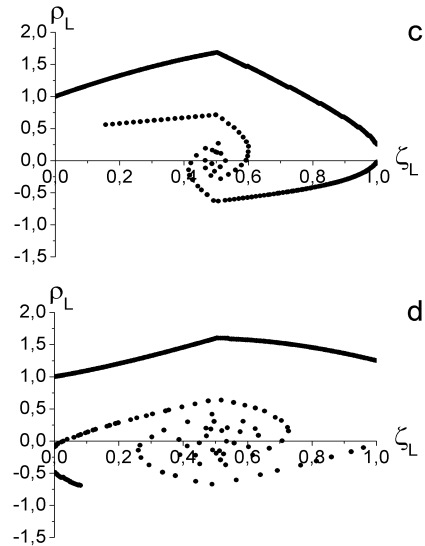
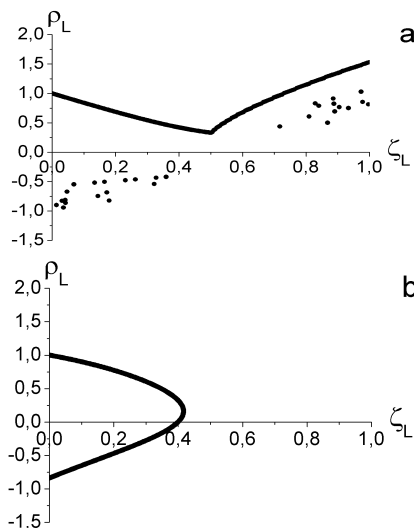


Рис. 6. Фазовые портреты пучка на периоде колебаний поля; $\Lambda = 0.0125$; $\vartheta = 1.41$; $\gamma_0 = 1.88$.

$\tau = 0$ - a, $\tau = \pi/2$ - b, $\tau = \pi$ - c, $\tau = 3\pi/2$ - d

Видно, что вначале происходит сильное торможение частиц пучка, а затем в системе формируется виртуальный катод, который распространяется вдоль системы и в конечном счете достигает выходного торца. Посредине системы (в окрестности диафрагмы) заторможенные частицы захватываются микроволновым полем и совершают колебания, периодически пересекая диафрагму (Рис.6,c,d). Сгусток захваченных полем частиц имеет сложную многопоточковую структуру. Со временем сгусток увеличивается в продольном направлении, и электроны начинают покидать систему через входной торец. В конечном счете захваченный сгусток разрушается, а процесс периодически повторяется.

Закон модуляции РЭП на выходе системы иллюстрирует Рис.7. В течение промежутка времени, когда в системе имеется виртуальный катод, поток электронов на выходе системы отсутствует. Острый максимум кривой тока пучка соответствует моменту пересечения виртуального катода выходного торца системы резонаторов. Таким образом, формирование виртуального катода приводит к преобразованию первоначально однородного пучка в последовательность коротких изолированных сгустков. Частотный спектр тока (Рис.8) имеет максимум на частоте поля и обогащен кратными гармониками.

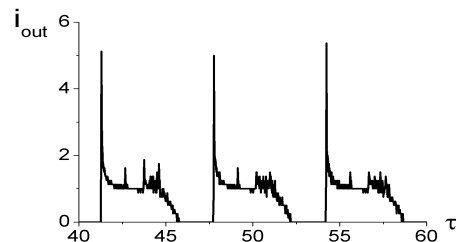


Рис.7. Зависимость тока пучка на выходе резонатора i_{out} от времени τ ; $\Lambda = 1.25$; $\vartheta = 1.41$;
 $\gamma_0 = 1.88$

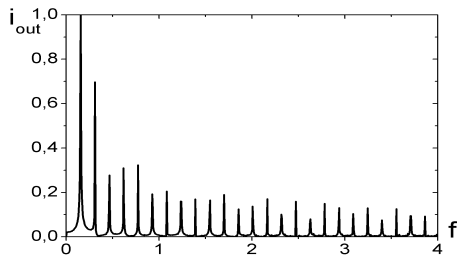


Рис.8. Частотный спектр тока пучка на выходе резонатора $i_{out}(f)$; $\Lambda = 1.25$; $\mathcal{R} = 1.41$; $\gamma_0 = 1.88$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследован процесс возбуждения колебаний РЭП в системе двух идентичных связанных резонаторов. Связь между резонаторами осуществляется посредством отверстия в общей диафрагме. Рассмотрен основной тип колебаний цилиндрических резонаторов. Определены зоны неустойчивости для синфазных и противофазных колебаний в зависимости от угла пролета частиц пучка. Показано, что в случае возбуждения противофазных колебаний неустойчивость развивается при сколь угодно малой длине системы связанных резонаторов. Что касается синфазного колебания, то его возбуждение происходит при превышении длины резонатора порогового значения.

Численный анализ показал, что в стационарном состоянии значение амплитуды не зависит от тока пучка. Причем неустойчивость противофазных колебаний стабилизируется на более высоких уровнях амплитуды по сравнению с синфазными колебаниями. В случае возбуждения π -вида в системе связанных резонаторов формируется виртуальный катод, который распространяется вдоль системы и, в конечном счете, достигает

выходного торца. Значительная часть электронов оказывается захваченной СВЧ-полем. Эти электроны совершают колебания относительно диафрагмы. Со временем сгусток увеличивается в размерах и разрушается. Процесс периодически повторяется с периодом возбуждаемого π -вида. Ток электронного пучка на выходе системы имеет вид острых пиков. В промежутке времени существования СВЧ-виртуального катода выходной ток отсутствует. Что касается синфазных колебаний, то СВЧ-виртуальный катод не формируется, хотя выходной ток содержит короткие импульсы, соответствующие выходу из системы сформированных сгустков электронов. Глубоко модулированный РЭП может быть в дальнейшем использован для генерации мощного электромагнитного излучения и коллективного ускорения заряженных частиц в плазме.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. Marder, C. Clark, L. Bacon, J. Hoffman, R. Lamke, P. Coleman. The split-cavity oscillator: a high-power e-beam modulator and microwave source // *IEEE Trans. On Plasma Science*. 1992, v.20, №3, p.312-331.
2. W. Raymond, M. Lemke, C. Clark, B. Marder. Theoretical and experimental investigation of a method of increasing the output power of microwave tube based on the split-cavity oscillator // *J. Appl. Phys.* 1994, v.75, №10, p.5423-5432.
3. В.В. Владимирский. Связь полых электромагнитных резонаторов через малое отверстие // *ЖТФ*. 1947, т.17, в.11, с.1277-1282.

Статья поступила в редакцию 09.06.2008 г.

A NONLINEAR DYNAMICS OF THE MICROWAVES EXCITATION BY THE REB IN THE SPLIT RESONATORS

V.A. Balakirev, V.O. Podobinskiy

The excitation process of the 0-types and π -types of electromagnetic oscillations by the REB in the split resonator is investigated. It is shown, that in the case of π -type oscillation excitation instability develops for more shot resonators, than in case 0-type. On the nonlinear stage of the instability excitation of oscillation π -type leads to formation of the virtual cathode in system. Virtual cathode transforms solid RED in sequence of the electron bunches.

НЕЛІНІЙНА ДИНАМІКА ЗБУДЖЕННЯ МІКРОХВИЛЬ РЕЛЯТИВІСТСЬКИМ ЕЛЕКТРОННИМ ПУЧКОМ У СИСТЕМІ ЗВ'ЯЗАНИХ РЕЗОНАТОРІВ

В.А. Балакірєв, В.О. Подобінський

Розглянуто процес збудження РЕП синфазних і протифазних (π -вид) електромагнітних коливань системи резонаторів, які зв'язані через отвір у діафрагмі. Показано, що в випадку збудження протифазних коливань несталість розвивається для значно більш коротких резонаторів, по зрівнянню з синфазними коливаннями. На нелінійній стадії несталості збудження інтенсивних протифазних коливань супроводжується формуванням у системі віртуального катода, дякуючи якому однорідний електронний пучок перетворюється в послідовність електронних згустків.