УДК 537.8:621.3

ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ СМИТА-ПАРСЕЛЛА СГУСТКОМ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ, УСКОРЕННЫХ В ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

И.Ю. Костюков, Е.Н. Неруш
Институт прикладной физики РАН, 603950, Н. Новгород, Россия
E-mail: kost@appl.sci-nnov.ru

Исследуется генерация излучения Смита-Парселла над металлической решеткой пучком ультрарелятивистских электронов, ускоренных в лазерной плазме. Представлена численная схема, позволяющая избежать генерации паразитного черенковского излучения, обусловленного дискретностью численной сетки. Обсуждаются результаты численного моделирования.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время достигнуты впечатляющие успехи в генерации ультракоротких сгустков релятивистских электронов в лазерной плазме. Энергия электронов, ускоренных в плазме с помощью мощного лазерного импульса, превысила 1 ГэВ, в то время как спектр электронов был близок к моноэнергетическому (разброс по энергии около 2.5%) [1]. Одним из возможных применений таких сгустков является создание компактных источников мощного электромагнитного излучения в труднодоступных областях электромагнитного спектра. В частности, ультракороткие электронные сгустки, сформированные в лазерной плазме, могут быть эффективно использованы для генерации терагерцового излучения [2]. Дело в том, что длительность таких сгустков составляет несколько десятков фемтосекунд и меньше. Таким образом, длина сгустков может быть порядка и меньше длины волны излучения терагерцового диапазона (10…1000 мкм). Это обстоятельство делает возможным генерацию когерентного электромагнитного излучения, когда мощность излучения пропорциональна квадрату частиц в сгустке.

В работе [2] исследовалась генерация переходного излучения в результате пересечения электронным пучком, возбуждаемым коротким лазерным, границы плазмы. Представленные в этой работе результаты экспериментов свидетельствуют о высокой эффективности генерации электромагнитного излучения в терагерцовом диапазоне электронными пучками, возбуждаемыми в лазерной плазме. В частности, в экспериментах было показано, что мощность излучения пропорциональна квадрату заряда электронного сгустка. Результаты расчетов показывают, что от такой схемы можно ожидать выход импульса терагерцового излучения с энергией около 0.1 мДж на один лазерный импульс.

Следует отметить, что использование специальной электродинамической структуры, в которой электронный сгусток излучает, может существенно повысить эффективность генерации. В данной работе предлагается использовать в качестве такой структуры металлическую решетку. При пролете электрического заряда над такой решеткой может происходить генерация резонансного дифракционного излучения – или излучения Смита-Парселла [3]. Следует отметить, что измерение спектра излучения Смита-Парселла может быть использовано для невозмущающей диагностики электронного сгустка и, в частности, его длительности.

2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ИЗЛУЧЕНИЯ СМИТА-ПАРСЕЛЛА

Геометрия расположения решетки и пучка показана на Рис.1. Электрон пролетает вдоль решетки на расстоянии h с постоянной скоростью $\beta = v/c$ поперек канавок решетки, θ – угол направления излучения, d – период решетки, L – длина решетки, k – волновой вектор.

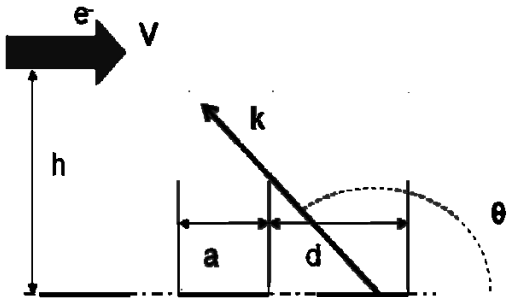

Рис.1. Геометрия излучения Смита-Парселла

Основное дисперсионное соотношение, характеризующее излучение Смита-Парселла, имеет вид:

$$\lambda_n = \frac{d}{n}\left(\frac{1}{\beta} - \cos\theta\right), \qquad (1)$$

где n – порядок дифракции. Данное дисперсионное соотношение позволяет его использовать для измерения длительности электронного сгустка. В предположении гауссовского распределения электронов в сгустке и учитывая плавный характер зависимости интенсивности излучения от угла наблюдения, можно получить зависимость длины

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ. 2008. № 4.
Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения (6), с.3-6.

сгустка σ_z от угла $\theta_{1/2}$, на котором интенсивность когерентного излучения уменьшается до половины максимальной интенсивности [4]:

$$\sigma_z = d\frac{\sqrt{\ln 2}}{2\pi\beta}\left(\frac{1}{\beta} - \cos\theta_{1/2}\right). \qquad (2)$$

Эксперименты подтвердили эффективность данного метода измерения [4].

3. ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА

Одной из серьезных проблем, возникающих при численном моделировании генерации электромагнитного излучения ультрарелятивистскими частицами, является наличие дисперсии на численной сетке, натянутой на область моделирования. В результате такая сетка может рассматриваться как некоторая эффективная среда с показателем преломления, отличным от единицы. Данное обстоятельство делает возможным генерацию паразитного черенковского излучения быстрой частицей в вакууме. В частности, к такой генерации приводит численное интегрирование уравнений Максвелла стандартным FDTD (finite-difference time- domain) методом. Таким образом, важной задачей является разработка экономичных численных схем для интегрирования уравнений Максвелла, позволяющих нейтрализовать численную дисперсию.

В данной работе мы предлагаем численную схему, основанную на продольно-поперечном разделении. Использовалась декартовая система координат, при этом моделирование проводилось в двумерном пространстве (x, z), т.е. предполагалось, что ток не зависит от y, и $j_y = 0$, а также $E_y = B_x = B_z = 0$. Также предполагалось, что пучок заряженных частиц распространяется вдоль оси x. Данная программа позволяет легко производить смену алгоритма для решения уравнений Максвелла.

Пусть в начальный момент времени известны $E_x{}^n$, $E_z{}^n$ и $B_y{}^n$, и пусть известны пропагаторы одномерных задач по распространению продольных и поперечных волн, т. е. такие операторы $G_L{}^{\Delta t}$ и $G_T{}^{\Delta t}$, что для соответствующих одномерных задач с нужной точностью выполнены соотношения:

$$G_T{}^{\Delta t}\begin{pmatrix} E_x \\ B_y \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} E_x \\ B_y \end{pmatrix}^{n+1}, \qquad (3)$$

$$G_L{}^{\Delta t}\begin{pmatrix} E_z \\ B_y \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} E_z \\ B_y \end{pmatrix}^{n+1}. \qquad (4)$$

Для получения $E_x{}^{n+1}$, $E_z{}^{n+1}$ и $B_y{}^{n+1}$ сначала к $E_x{}^n$, $E_z{}^n$ и $B_y{}^n$ применяется оператор $G_T{}^{\Delta t/2}$, т.е. поля продвигаются вперед на полшага с помощью поперечного пропагатора, после они продвигаются на целый шаг с помощью продольного пропагатора, а после снова на полшага с помощью поперечного пропагатора:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ B_y \end{pmatrix}^{n+1} = G_T{}^{\Delta t/2} G_L{}^{\Delta t} G_T{}^{\Delta t/2}\begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ B_y \end{pmatrix}^n. \qquad (5)$$

При этом легко доказать, что если ошибка в уравнениях (3) и (4) была порядка $\approx \Delta t^3$, то и в уравнении (5) ошибка составит величину порядка $\approx \Delta t^3$. Кроме того, если в качестве $G_L{}^{\Delta t}$ использовать численный пропагатор, обладающий правильной дисперсией, то и конечная схема (5) будет давать правильную дисперсию в продольном направлении, так как в схеме (5) операторы $G_T{}^{\Delta t/2}$ не затрагивают волны, распространяющиеся строго в продольном направлении. Однако, кроме этого, нужно, чтобы схема (5) оставалась устойчивой при значениях параметров, при которых схема (4) дает правильную дисперсию. Можно показать, что устойчивость схемы (5) следует из устойчивости схем (3) и (4). Введем обозначение

$$\mathbf{F}^n = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ B_y \end{pmatrix}^n. \qquad (6)$$

Найдем энергию поля в момент $(n+1)\Delta t$:

$$\begin{aligned} &(\mathbf{F}^{n+1}, \mathbf{F}^{n+1}) = \\ &= (G_T{}^{\Delta t/2} G_L{}^{\Delta t} G_T{}^{\Delta t/2}\mathbf{F}^n, G_T{}^{\Delta t/2} G_L{}^{\Delta t} G_T{}^{\Delta t/2}\mathbf{F}^n) \\ &= ((G_T{}^{\Delta t/2} G_L{}^{\Delta t} G_T{}^{\Delta t/2})^+ G_T{}^{\Delta t/2} G_L{}^{\Delta t} G_T{}^{\Delta t/2}\mathbf{F}^n, \mathbf{F}^n). \end{aligned} \qquad (7)$$

Если операторы $G_T{}^{\Delta t}$ и $G_L{}^{\Delta t}$ сохраняют энергию, то $(G_T{}^{\Delta t}\mathbf{F}^n, G_T{}^{\Delta t}\mathbf{F}^n) = (\mathbf{F}^n, \mathbf{F}^n)$ и $(G_L{}^{\Delta t}\mathbf{F}^n, G_L{}^{\Delta t}\mathbf{F}^n) = (\mathbf{F}^n, \mathbf{F}^n)$, следовательно, $G_T{}^{\Delta t}$ и $G_L{}^{\Delta t}$ – унитарные операторы, поэтому $(G_T{}^{\Delta t})^+ G_T{}^{\Delta t} = \hat{1}$, $(G_L{}^{\Delta t})^+ G_L{}^{\Delta t} = \hat{1}$ и, из (5), $(\mathbf{F}^{n+1}, \mathbf{F}^{n+1}) = (\mathbf{F}^n, \mathbf{F}^n)$.

Для создания схемы осталось выбрать пропагаторы $G_T{}^{\Delta t}$ и $G_L{}^{\Delta t}$. В качестве этих пропагаторов можно выбрать, например, так называемые Verlet-leapfrog-пропагаторы, однако мы использовали точные пропагаторы для одномерных уравнений Максвелла.

Для построения точного продольного пропагатора выпишем уравнения Максвелла, отвечающие за распространение волн строго вдоль оси x:

$$\partial_t E_z = \partial_x B_y - j_z, \qquad (8)$$

$$\partial_t B_y = \partial_x E_z. \qquad (9)$$

Конечно-разностная схема (с погрешностью на временном шаге $\approx \Delta t^3$) для этих уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} &\frac{E_{z;i,j}{}^{n+1} - E_{z;i,j}{}^n + E_{z;i+1,j}{}^{n+1} - E_{z;i+1,j}{}^n}{\Delta t} = \\ &= \frac{B_{y;i+1,j}{}^n - B_{y;i,j}{}^n + B_{y;i+1,j}{}^{n+1} - B_{y;i,j}{}^{n+1}}{\Delta x} \\ &-(j_{z;i,j}{}^{n+1/2} + j_{z;i+1,j}{}^{n+1/2}); \end{aligned} \qquad (10)$$

$$\frac{B_{y;i,j}{}^{n+1} - B_{y;i,j}{}^{n} + B_{y;i+1,j}{}^{n+1} - B_{y;i+1,j}{}^{n}}{\Delta t} = \\ = \frac{E_{z;i+1,j}{}^{n} - E_{z;i,j}{}^{n} + E_{z;i+1,j}{}^{n+1} - E_{z;i,j}{}^{n+1}}{\Delta x}. \quad (11)$$

Выберем $\Delta t = \Delta x$, тогда, складывая и вычитая уравнения (10) и (11), получаем:

$$(E_z - B_y)_{i+1,j}{}^{n+1} = (E_z - B_y)_{i,j}{}^{n} - \\ -\frac{\Delta t}{2}(j_{z;i,j}{}^{n+1/2} + j_{z;i+1,j}{}^{n+1/2}), \quad (12)$$

$$(E_z + B_y)_{i,j}{}^{n+1} = (E_z + B_y)_{i+1,j}{}^{n} - \\ -\frac{\Delta t}{2}(j_{z;i,j}{}^{n+1/2} + j_{z;i+1,j}{}^{n+1/2}). \quad (13)$$

Уравнения (12) и (13) можно интерпретировать следующим образом: при $j_z = 0$ они описывают плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в положительном и отрицательном направлении относительно направления оси x, соответственно. При этом данное описание является точным, поскольку выражения (12) и (13) при $j_z = 0$ являются точными решениями уравнений Максвелла (8) и (9). Для получения окончательных выражений в уравнении (12) произведем замену $i \to i-1$. Складывая и вычитая полученное уравнение с уравнением (13), будем иметь:

$$E_{z;i,j}{}^{n+1} = \frac{1}{2}((E_z - B_y)_{i-1,j}{}^{n} + (E_z + B_y)_{i+1,j}{}^{n}) - \\ -\frac{\Delta t}{4}(2j_{z;i,j}{}^{n+1/2} + j_{z;i+1,j}{}^{n+1/2} + j_{z;i-1,j}{}^{n+1/2}), \quad (14)$$

$$B_{y;i,j}{}^{n+1} = \frac{1}{2}(-(E_z - B_y)_{i-1,j}{}^{n} + (E_z + B_y)_{i+1,j}{}^{n}) - \\ -\frac{\Delta t}{4}(j_{z;i+1,j}{}^{n+1/2} - j_{z;i-1,j}{}^{n+1/2}). \quad (15)$$

Аналогичные выражения можно получить для преобразования E_x и B_y на поперечном шаге. Очевидно, что полученные пропагаторы консервативны, поэтому и двумерная численная схема на их основе будет консервативной.

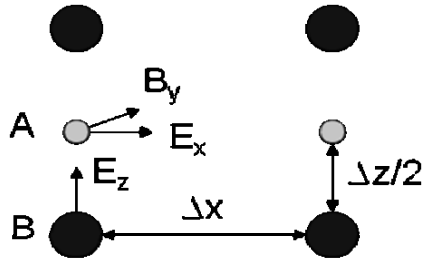

Рис.2. Пространственная сетка для полей в предлагаемой схеме

В двумерной схеме на основе данных пропагаторов поля на пространственной сетке должны быть расположены определенным образом (см. Рис.2), при этом шаги пространственной и временной сеток строго связаны: $\Delta z = \Delta x = \Delta t$. Рассмотрим действие оператора $G_T{}^{\Delta t/2} G_L{}^{\Delta t} G_T{}^{\Delta t/2}$ на поля в данной схеме. Сначала оператор $G_T{}^{\Delta t/2}$ определяет значение электрического и магнитных полей в узлах типа *A* по плоским волнам, бегущим в положительном и отрицательном направлениях оси z, и продвигает их на $\Delta z/2$ вверх и вниз, соответственно. Теперь становятся известны поля B_y, E_z и E_x в узлах типа *B*, и оператор $G_L{}^{\Delta t}$ может продвинуть поля B_y и E_z вдоль оси x. Далее оператор $G_T{}^{\Delta t/2}$ продвигает поля B_y и E_x из узлов типа *B* в узлы типа *A*. На следующем шаге все повторяется.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для сравнения полученной схемы с FDTD-схемой нами был проведен ряд численных экспериментов. На Рис.3 показан результат численного моделирования черенковского излучения точечной частицы, движущейся со скоростью $2c$ с помощью FDTD-схемы и схемы, представленной в данной работе. На рисунке также видна сильная генерация мелкомасштабного шума в схеме FDTD, в то время как при моделировании представленной схемой, шум отсутствует.

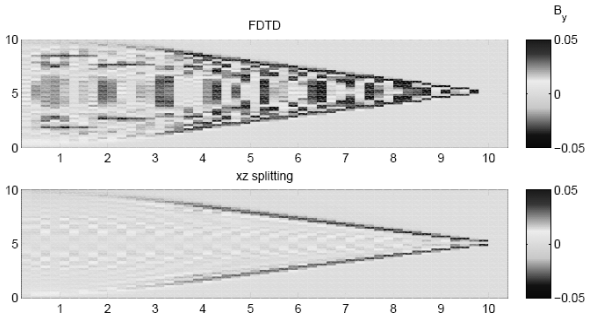

Рис.3. Черенковское излучение точечной заряженной частицы, движущейся со скоростью 2c, в различных численных схемах

Данный модуль для численного моделирования генерации электромагнитного излучения электронным пучком над металлической решеткой может быть использован совместно с разработанным нами пондеромоторным PIC-кодом, позволяющим моделировать образование пучков ультрарелятивистских электронов в лазерной плазме. Основным приближением пондеромоторного PIC-кода является описание воздействия лазерного поля на плазменные электроны через пондеромоторный потенциал. В отличие от ранее разработанного нами «квазистатического» PIC-кода [5], где электромагнитное поле описывалось квазистатическими уравнениями, в данном PIC-коде численно интегрируются непосредственно уравнения Максвелла, что позволяет корректно описать важные кинетические эффекты, и, в частности, захват плазменных электронов в нелинейную плазменную волну.

На Рис.4 показан результат численного моделирования излучения Смита-Парселла электронным сгустком, пролетающим над металлической решеткой. Для простоты

электронный сгусток, вылетающий из лазерной плазмы, задавался в виде тока: $j_x = n_0 \cdot \exp(-(x - V_b t)^2 / \tau^2 - z^2 / \sigma^2)$. На рисунке видно образование четкого конуса излучения Смита-Парселла. При использовании модуля, основанного на FDTD-схеме, наблюдается заметный мелкомасштабный шум, связанный с паразитным черенковским излучением из-за дискретности сетки. Такой шум пропадает только в случае низких скоростей пучков заряженных частиц, поэтому для моделирования излучения ультрарелятивистских частиц FDTD-схема, как правило, непригодна.

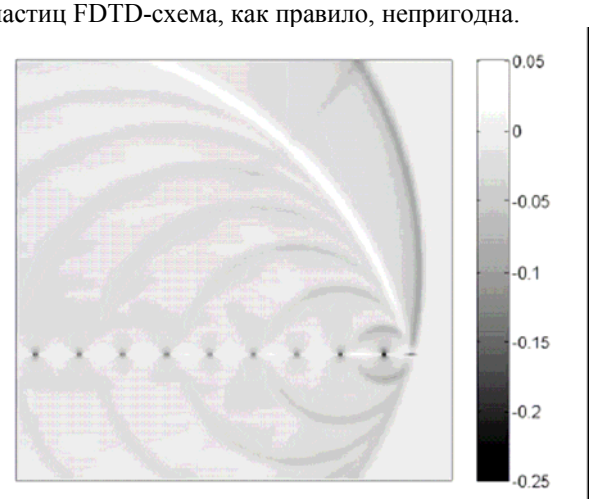

Рис.4. Пространственное распределение поля E_x излучения Смита-Парселла в момент времени t=100. h=20, τ=σ=1, d=10, a=9, γ=100. Размер области 100×100

Для того, чтобы сделать заключение о длительности сгустка, необходимо знать распределение интенсивности излучения в дальней волновой зоне. Однако в этом случае представленный выше метод моделирования становится неэффективным, поскольку в этом случае область моделирования становится слишком большой. В дальнейшем мы предполагаем использовать метод интегральных уравнений [6], связывающих распределение электромагнитных полей в дальней зоне со значением тока на металлической решетке, для моделирования интенсивности излучения в дальней зоне. При этом распределение тока на решетке может быть вычислено с помощью представленной численной схемы.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ (гранты №07-02-01239-а и №07-02-01265-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. W.P. Leemans, B. Nagler, A.J. Gonsalves, Cs. Toth, K. Nakamura, C.G.R. Geddes, E. Esareyl, C.B. Schroeder and S.M. Hooker. GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator // *Nature Physics.* 2006, v.418, p.1-4.
2. W.P. Leemans, J. van Tilborg, J. Faure, C.G.R. Geddes, Cs. Toth, C.B. Schroeder, E. Esarey, G. Fubiani, and G. Dugan. Terahertz radiation from laser accelerated electron bunches // *Phys. Plasmas* 2004, v.5, p.2899-2906.
3. A.P.Potylitsyn, P.V.Karataev, and G.A.Naumenko. Resonant Diffraction Radiation from an Ultrarelativistic Particle Moving Close to a Tilted Grating // *Phys. Rev. E* 2000, v.61, p.7039-7045.
4. P. Karataev, S. Araki, R. Hamatsu, H. Hayano, T. Hirose, T. Muto, G. Naumenko, A.Potylitsyn, J. Urakawa. Grating optical diffraction radiation Promising technique fornon-invasive beam diagnostics // *NIM. B.* 2003, v.201, p.201-211.
5. И.Ю. Костюков. Моделирование лазерно-плазменного источника синхротронного излучения гибридным PIC-кодом // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Ядерно-физические исследования».* 2006, т.47, №3, с.154.
6. A.S. Kesar, M. Hess, S.E. Korbly, and R.J. Temkin. Time- and frequency-domain models for Smith-Purcell radiation from a two-dimensional charge moving above a finite length grating // *Physical Review. E.* 2005, v.71, p.016501.

Статья поступила в редакцию 20.05.2008 г.

GENERATION OF SMITH-PURCELL RADIATION BY RELATIVISTIC ELECTRON BUNCH ACCELERATED IN LASER PLASMA

I.Yu. Kostyukov, E.N. Nerush

Generation of Smith-Purcell radiation by relativistic electron traveling above a metallic grating is studied. The electron bunch is accelerated in laser plasma. The numerical scheme suppressing parasite Cherenkov radiation because of discrecity of the numerical grid is presented. The simulation result is discussed.

ГЕНЕРАЦІЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ СМІТА-ПАРСЕЛЛА ЗГУСТКОМ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ, ПРИСКОРЕНИХ У ЛАЗЕРНІЙ ПЛАЗМІ

І.Ю. Костюков, Є.Н. Неруш

Досліджується генерація випромінювання Сміта-Парселла над металевими ґратами пучком ультрарелятивістських електронів, прискорених у лазерній плазмі. Представлено чисельну схему, що дозволяє уникнути генерації паразитного черенковського випромінювання, обумовленого дискретністю чисельної сітки. Обговорюються результати чисельного моделювання.