

УДК 539.3

Б. Я. Кантор, д-р техн. наук**А. Н. Шупиков**, д-р техн. наук**С. Ю. Мисюра**Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: kantor@ipmach.kharkov.ua; misurasy@mail.ru)

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ МОДЕЛИ КРЫШКИ ПОВОРОТНО-ЛОПАСТНОЙ ГИДРОТУРБИНЫ

Разработана математическая модель крышки поворотной-лопастной гидротурбины. Градиентным методом с применением метода конечных элементов и циклически симметричной расчетной схемы проведена оптимизация и численный анализ напряженно-деформированного состояния конструкции. При фиксированном количестве косых и малых ребер исследовано влияние на прочность крышки числа основных вертикальных ребер. Выявлено, что исходная конструкция имеет высокий запас прочности. Проведена оптимизация массы и номенклатуры материала конструкции.

Розроблено математичну модель кришки поворотної-лопастової гідротурбіни. Градієнтним методом із застосуванням метода скінченних елементів й циклічно симетричної розрахункової схеми проведено оптимізацію й чисельний аналіз напружено-деформованого стану конструкції. За фіксованої кількості косих і малих ребер досліджено вплив на міцність кришки числа основних вертикальних ребер. Виявлено, що вихідна конструкція має високий запас міцності. Проведено оптимізацію маси й номенклатури матеріалу конструкції.

Литературный обзор

Основным требованием к проектированию гидротурбин является создание надежных конструкций с минимальной массой.

В связи с решением стоящих перед практикой актуальных проблем обеспечения прочности и надежности, а также снижения материалоемкости конструкций значительное развитие получила теория оптимального проектирования. Разрабатываются новые методы вариантного проектирования и оптимизации конструкций.

В книге [1] излагаются теория, методы и основные постановки задач оптимизации конструкций. Обсуждается применение критериев прочности, жесткости, устойчивости и веса при оптимальном проектировании. Приводятся аналитические и численные методы отыскания наилучших форм и внутренней структуры деформируемых тел. Подробно рассматриваются вопросы оптимального проектирования балок, стержневых систем, пластинок и оболочек, рассчитываемых на воздействие статических и динамических нагрузок. В прикладном отношении книга ориентирована на решение актуальных проблем снижения материалоемкости конструкций и улучшения их механических характеристик.

В монографии [2] приведены результаты исследований оптимальных форм и структуры упругих тел при различных предположениях относительно характера нагружения. Изложены аналитические и численные методы решения задач оптимизации конструкций.

В книге [3] дан подробный обзор математических методов оптимизации для проектирования конструкций. Приведены классические методы оптимального проектирования, отмечены их достоинства и недостатки. Особое внимание уделено надежности и экономичности проекта и в этой связи рассмотрены ограничения на напряжения и перемещения в конструкции.

В работе [4] изложены основы вариантного проектирования стальных конструкций: условия сопоставимости вариантов, критерии оценки, методы определения и закономерности изменения технико-экономических показателей, а также вопросы оптимизации размеров и компоновки элементов. Изложена методика оптимального проектирования конструкций. Подробно рассмотрены конструкции из сталей повышенной и высокой прочности. Показана связь типизации конструкций с их серийностью при изготовлении.

Вариантное проектирование является важным этапом в создании экономичных конструкций. Однако при этом требуется определенная инженерная интуиция при выборе вариантов для сравнительного анализа. В рамках вариантного проектирования развивались и вопросы оптимизации, например выбор оптимальных габаритных размеров, оптимальных площадей сечений элементов, экономичного сочетания материалов для данных условий работы и эксплуатации конструкций, оптимизация параметров компоновки и т. п.

Широкое использование электронно-вычислительной техники предоставляет новые возможности в совершенствовании вариантного проектирования путем рассмотрения практически неограниченного количества вариантов и создает предпосылку для перехода к оптимальному проектированию конструкций.

При проектировании конструкций основной задачей является выбор конструктивных параметров, обеспечивающих их работоспособность с учетом различных требований. Такими являются условия прочности и жесткости при ограничениях на размеры, массу и др. Решение, которое удовлетворяет всем заданным требованиям, считается допустимым.

Широкое применение нашла методология параметрической оптимизации упругих систем [5–7].

В первой части монографии [8] последовательно описаны основные идеи гибридизации численных методов, снабженных соответствующими механизмами адаптивного управления. Такой подход легко воплощается в различные эффективные вычислительные средства, в частности методы оптимизации, которые приобретают при этом новые возможности для успешного решения сложных задач оптимального проектирования. Изложение завершается решением представительного набора конкретных примеров. Во второй части [9] приведена общая формулировка задачи проектирования оптимальных объектов и процессов. Идея адаптивного управления и гибридизации вычислительных методов, воплощенная в эффективные средства оптимального проектирования, реализована на примере решения многих конкретных задач из различных областей науки и техники. В частности, возможности гибридного подхода продемонстрированы в решении задач оптимального проектирования многослойных конструкций, линзовых компенсаторов, лопастей ветроустановок, рудоразмольных мельниц и др.

Постановка задачи

Объект исследования – крышка поворотно-лопастной гидротурбины.

Целью работы является анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции и ее оптимизация.

Требуется разработать математическую модель крышки, выполнить численные исследования НДС и оптимизацию на основе градиентного метода с привлечением метода конечных элементов (МКЭ). При оптимизации в качестве функции цели примем массу конструкции. Варьируемыми параметрами будут приняты толщины всех элементов конструкции. Введем ограничения по прочности.

Описание объекта

Крышка гидротурбины является трехмерной циклически симметричной конструкцией, состоящей из тонкостенных оболочек вращения, объединенных n ребрами – меридиональными пластинами сложной конфигурации (рис. 1).

В ребрах для размещения механизмов и снижения массы узла предусмотрены круглые отверстия. В кольцевых пластинах созданы фигурные отверстия в виде профиля лопатки, которые предназначены для демонтажа и ремонта отдельных лопаток без полной разбор-

ки направляющего аппарата. Толщины элементов конструкции (оболочек, пластин) заданы в метрах и равны 0,0315; 0,022; 0,019; 0,04; 0,03; 0,02. Габаритные размеры крышки: диаметр 3,44 м, высота 1,05 м.

Конструктивно крышка изготавливается из листового проката стали Ст20 или его аналога ASTM A516 Gr.60 с толщинами в диапазоне от 0,019 до 0,04 м. Механические свойства материала: модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, удельный вес материала $\rho = 7850$ кг/м³, предел текучести $\sigma_T = 215$ МПа, временное сопротивление $\sigma_B = 430$ МПа, допускаемые напряжения $[\sigma] = 0,5\sigma_T = 107,5$ МПа.

Для решения задачи оптимизации на каждом ее шаге проводится решение статической задачи определения НДС. При осесимметричной нагрузке конструкцию можно рассматривать как циклически симметричную. При этом расчетная схема может быть принята в виде сектора крышки с углом раствора $360/n$ и условиями циклической симметрии на краях (рис. 2).

Крышка закреплена по опорной поверхности фланца, соединяющего ее со статорным кольцом. Нижние поверхности крышки омываются водой, под действием статического напора, равного 9,65 м вод. ст. (рис. 3). В данной конструкции предусмотрено опирание подпятника агрегата на крышку, поэтому на нее действует вес генератора и рабочего колеса массой 25 т, который прикладывается по внутреннему фланцу, соединяющему конус опоры подпятника с крышкой турбины (см. рис. 3).

Моделирование крышки гидротурбины и методические рекомендации по моделированию

Поясним основные моменты и использованные приемы при моделировании геометрии крышки. В начале программы расчета вводятся все числовые исходные данные (механические характеристики материала, координаты ключевых точек, размеры конечных элементов (КЭ)). Это позволяет избежать использования в тексте программы чисел, которые при вариантном проектировании необходимо будет менять. Кроме того, при выборе линий, оболочек или объемов для выполнения операции покрытия их сеткой КЭ нежелательно прямое указание номеров этих элементов, так как они могут меняться при выполнении логических операций (объединение, пересечение и т. п.) [10].

При построении модели сектора вначале задаются ключевые точки в плоскости ребра, по которым строятся линии, затем создается модель ребра с отверстием (поверхность пластины). Далее создается ребро, которое расположено под углом относительно ребра с отверстием (прямоугольник), ограниченное верхней и нижней кольцевыми пластинами, а также внутренней и наружной обечайками. Затем создаются малые ребра, совокупность которых соединяет опор-

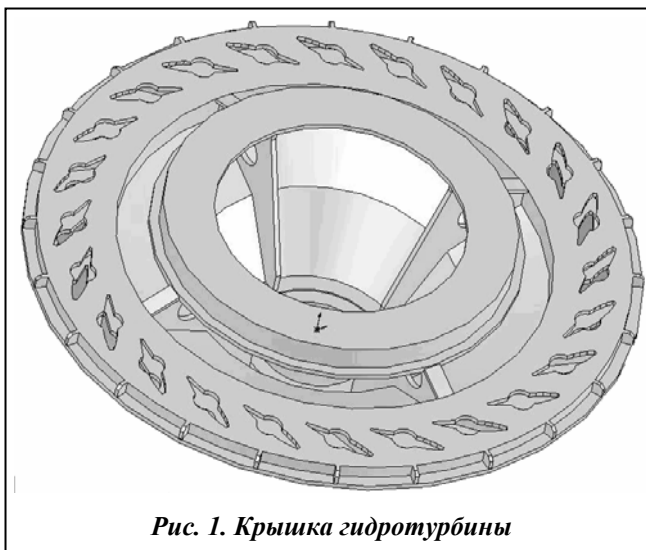


Рис. 1. Крышка гидротурбины

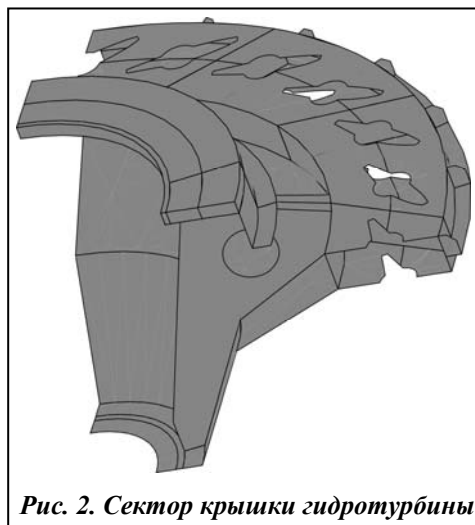


Рис. 2. Сектор крышки гидротурбины

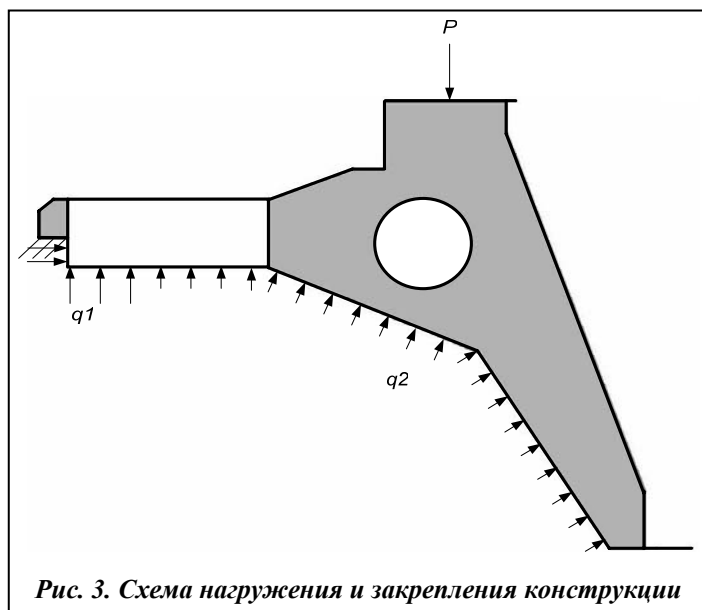


Рис. 3. Схема нагружения и закрепления конструкции

Вводятся условия закрепления крышки по опорной поверхности фланца, соединяющего ее со статорным кольцом, которое считается абсолютно жестким (упрощение в принятой расчетной схеме). Сектор закрепляется по окружности, соответствующей оси расположения шпилек фланцевого соединения.

Затем к днищу прикладывается гидравлическое давление $q_1 = 0,1254$ МПа, $q_2 = 0,0965$ МПа, вес генератора и рабочего колеса массой $m = 25$ т (рис. 3).

Повышение давления с q_2 до q_1 происходит в режиме с кратковременным увеличением нагрузок (сброс нагрузки), когда внезапно из-за аварии на линии или генераторе вдруг последний перестает создавать нагрузку и вырабатывать ток, происходит остановка агрегата с быстрым закрытием направляющего аппарата. При этом давление в подводящем водоводе, вплоть до диаметра расположения лопаток, кратковременно увеличивается.

Сила веса P генератора и рабочего колеса приложена к поверхности верхнего кольца в виде эквивалентного ей давления.

Для решения задачи используется треугольный упругий оболочечный КЭ с тремя узлами. Элемент в каждом узле имеет шесть степеней свободы: перемещения в направлении осей X, Y, Z и повороты вокруг осей X, Y, Z .

Геометрия, расположение узлов I, J и K и координатная система элемента показаны на рис. 4.

Итоговая конечноэлементная модель крышки гидротурбины (рис. 5) насчитывает 6778 элементов n_3 .

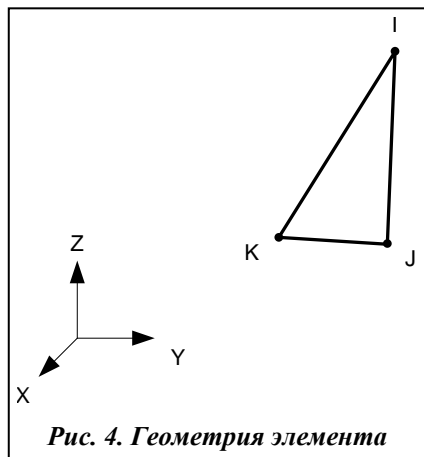


Рис. 4. Геометрия элемента

На основе изложенной методики разработана программа для персонального компьютера.

НДС исходного проекта конструкции крышки

Проведены расчеты НДС исходной конструкции крышки гидротурбины, которые показали, что в конструкции есть запас прочности.

На рис. 6 дано распределение интенсивности напряжений в исходной конструкции.

В результате расчета исходной конструкции получены значения интенсивности напряжений $\sigma_{\max} = 32,267$ МПа, осевые перемещения $u_{\max} \cdot 10^{-3} = 0,371$ м и массы конструкции 4080,7 кг.

ный фланец с цилиндрической оболочкой [11].

Для получения оболочечных частей конструкции и полной модели сектора (см. рис. 2) линии сечений поверхностей оболочек поворачиваются на угол $360/n$. После этого копированием размножаются ребра под углом, малые ребра и делаются фигурные отверстия в виде профиля лопатки. На модель наносится конечноэлементная сетка, после чего на гранях сектора вводятся условия циклической симметрии. Отношение толщины элементов крышки к характерному размеру не превышает $1/10$, поэтому применяется теория тонких оболочек.

Вводятся условия закрепления

Напомним, что допустимые напряжения $[\sigma] = 107,5$ МПа. Таким образом, конструкция имеет неоправданно высокий запас прочности. Следовательно, целесообразно провести ее оптимизацию с целью уменьшения материалоемкости.

Постановка и метод решения задачи оптимизации крышки

При проектировании любого технического объекта стремятся создать конструкцию, которая не только бы выполняла назначенную функциональную работу, но и удовлетворяла необходимым условиям прочности, жесткости. Важной частью методики проектирования в настоящее время является также оптимизация конструкции [12–14].

В качестве параметров оптимизации принимаем толщины элементов конструкции, исходные значения которых приведены выше. Функцией цели считаем массу крышки. Вводим ограничения снизу и сверху на параметры оптимизации. В качестве нижней границы толщин всех элементов введена величина 0,016 м. Верхнюю границу напряжений ограничиваем его допустимым значением.

В расчетах используем градиентный метод с привлечением МКЭ. Так как метод предназначен для решения задачи безусловной оптимизации, а в поставленной задаче имеются ограничения, то она преобразуется в задачу безусловной оптимизации путем введения в функцию цели положительно-определенного слагаемого, имеющего смысл штрафа. В качестве примеров таких функций, быстро возрастающих при приближении к границам области параметра, приведем следующие: $\varphi = C \cdot s^2 / (1 - s^2)$ или $\varphi = C \cdot s^{2k}$, где $-1 \leq s \leq 1$, причем $s = (2x - x_1 - x_2) / (x_2 - x_1)$. Здесь x_1 и x_2 – нижняя и верхняя границы параметра. Функции φ равны нулю в середине интервала и возрастают при приближении к его границам.

На каждой итерации вычисляется градиент, компонентами вектора которого являются частные производные от функции цели по параметрам оптимизации. Каждая итерация осуществляется рядом шагов, которые состоят в движении вдоль антиградиента для отыскания наименьшего значения функции цели. Такая методика называется методом наискорейшего спуска. На каждом шаге процесса МКЭ определяется НДС крышки.

Итерации поиска оптимума продолжаются, пока не будет достигнута сходимость или не произойдет прерывание процесса. Решение считается сошедшимся, если текущий и предыдущий или наилучший выполненный расчет удовлетворяет хотя бы одному из следующих условий: разность величины функции цели в текущем цикле и лучшего значения оказывается меньше допуска на вычисление функции цели; разность величины функции цели между двумя последними расчетами оказыва-

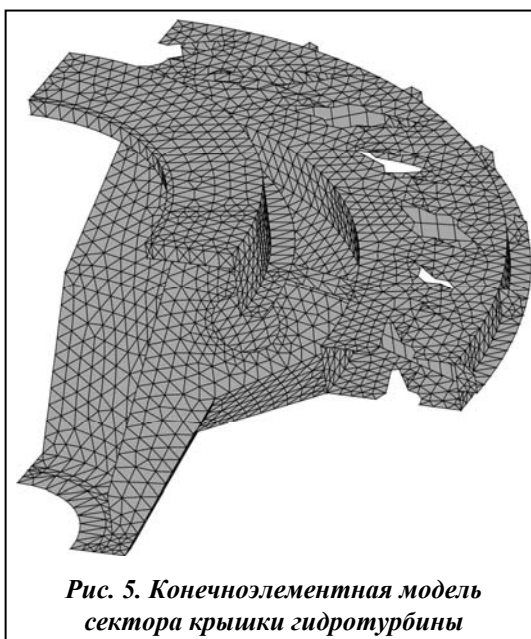


Рис. 5. Конечноэлементная модель сектора крышки гидротурбины

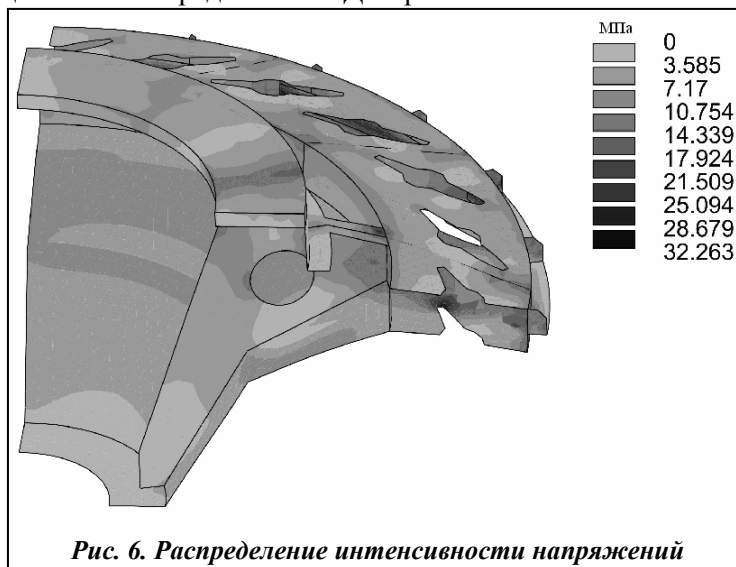


Рис. 6. Распределение интенсивности напряжений

ется меньше допуска на функцию цели.

Кроме этого, последняя итерация должна представлять самый крутой спуск, иначе итерации продолжают. Решение задачи оптимизации может прерваться, когда сходимость еще не была достигнута. Это произойдет, если количество итераций превысит установленное значение.

Приведем краткое описание градиентного метода. Введем следующие обозначения: вектор параметров оптимизации \vec{x} ; функция цели, которую нужно минимизировать, F (обычно это масса конструкции или максимальное напряжение); шаг λ .

Направление шага определяется антиградиентом функции цели $-\nabla F$

$$\vec{x}^{[j+1]} = \vec{x}^{[j]} - \lambda^{[j]} \nabla F(\vec{x}^{[j]}).$$

Если шаг $\lambda^{[j]}$ выбирается постоянным, то процесс может расходиться.

Более устойчив процесс поиска минимума, если величина шага в процессе спуска определяется из условия $\lambda^{[j]} = \arg \min_{\lambda} F(\vec{x}^{[j]} - \lambda^{[j]} \nabla F(\vec{x}^{[j]}))$.

Компоненты антиградиента функции цели есть $v_i^{[j]} = -\frac{\partial F}{\partial x_i}$, где производные вычисляются при $x_i = x_i^{[j]}$; длину шага $\lambda^{[j]}$ уменьшают по мере приближения к минимуму функции F .

Для аналитических функций F в случае, если точка в пространстве параметров близка к минимуму, тейлоровское разложение $F(\lambda^{[j]})$ и параболическая интерполяция позволяют оценить оптимальную величину шага

$$\lambda^{[j]} = \frac{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_k} \right)^2}{\sum_{k=1}^n \sum_{h=1}^n \frac{\partial^2 F}{\partial x_k \partial x_h} \frac{\partial F}{\partial x_k} \frac{\partial F}{\partial x_h}},$$

где все производные вычисляются при $x_i = x_i^{[j]}$.

Алгоритм состоит в следующем:

- а) задаются начальное приближение вектора параметров оптимизации \vec{x}^0 ;
- б) вычисляются компоненты вектора антиградиента;
- в) выполняются шаги $\vec{x}^{[j+1]} = \vec{x}^{[j]} - \lambda^{[j]} \nabla F(\vec{x}^{[j]})$, где $\lambda^{[j]} = \arg \min_{\lambda} F(\vec{x}^{[j]} - \lambda^{[j]} \nabla F(\vec{x}^{[j]}))$;
- г) проверяется условие остановки процесса поиска минимума. Если $|\vec{x}^{[j+1]} - \vec{x}^{[j]}| > \tau$, то $j = j + 1$ и переход к шагу 2, иначе принимается, что оптимальное решение есть $\vec{x}^{[j]} = \vec{x}^{[j+1]}$ и происходит остановка.

Результаты численного исследования

В табл. 1 представлены максимальные значения интенсивности напряжений, осевые перемещения и масса конструкции, полученные в результате расчета: при исходных толщинах 0,0315, 0,022, 0,019, 0,04, 0,03, 0,02 м и в оптимизированной конструкции. В процессе оптимизации активными были только ограничения толщин снизу, и в итоге толщины всех элементов оптимальной крышки оказались одинаковыми, равными 0,016 м. Толщина фланца крышки, который крепится к статору, фиксирована и составляет 0,03 м.

Таблица 1. Значения интенсивности напряжений, перемещений и массы

Исходная конструкция			Оптимизированная конструкция		
напряжения σ_{\max} , МПа	перемещения $u_{\max} \cdot 10^{-3}$, м	масса, кг	напряжения σ_{\max} , МПа	перемещения $u_{\max} \cdot 10^{-3}$, м	масса, кг
32,26	0,371	4080,7	57,97	0,630	2578,5

Как видно, оптимальный проект конструкции имеет массу на 1500 кг меньше, чем исходный. Кроме того, номенклатура элементов оптимальной конструкции снизилась на пять позиций, что является ее преимуществом. Заметим, что максимальные напряжения в ней на 42% меньше допустимых.

На рис. 7 показано распределение интенсивности напряжений в оптимизированной конструкции.

Представлялось интересным определить минимальную толщину элементов крышки,

при которой максимальные напряжения были бы близки, но меньше предела прочности. В результате значения всех толщин составили 0,011 м, максимальное напряжение 105 МПа, осевое перемещение 0,00091 м, а масса была равна 2180 кг;

Проведен расчет конструкций при различном количестве секторов и толщинах элементов, равных 0,016 м. При этом число основных ребер (с отверстием) равно числу секторов, число косых ребер 12, малых ребер 24.

В табл. 2. представлены максимальные значения интенсивности напряжений, осевые перемещения и массы, для различного количества секторов.

Таблица 2. Значения интенсивности напряжений, перемещений и массы

Количество секторов	Напряжения σ_{\max} , МПа	Перемещения $u_{\max} \cdot 10^{-3}$, м	Вес конструкции, кг
3	60,83	0,659	2538,9
4	57,97	0,630	2578,5
6	55,71	0,603	2657,7
8	47,12	0,497	2776,5

Как и следовало ожидать, по мере увеличения числа секторов максимальные напряжения и осевые перемещения уменьшаются, а масса конструкции возрастает. Заметим, что даже при трех секторах имеется значительный запас прочности.

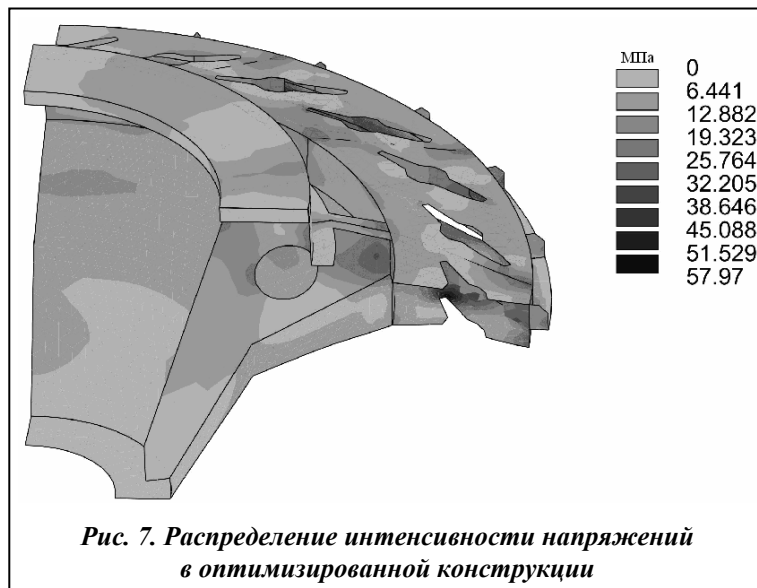
Выводы

На основе МКЭ разработана математическая модель крышки поворотно-лопастной гидротурбины и программа, с помощью которой исследовано ее НДС с применением циклически симметричной расчетной схемы.

Обнаружено, что исходная конструкция имеет высокий запас прочности, поэтому была проведена ее оптимизация с целью уменьшения массы и номенклатуры материала.

Оптимальная конструкция имеет массу на 37% меньше, чем исходная. Кроме того, номенклатура элементов оптимальной конструкции снизилась на пять позиций, что является ее преимуществом. Максимальные напряжения в ней на 42% меньше допустимых при толщинах элементов 0,016 м.

Проведен анализ влияния на прочность крышки числа основных вертикальных ребер при фиксированном количестве косых и малых ребер. Показано, что с ростом числа ребер запас прочности и масса возрастают.



Хотя вес оптимизированной конструкции при трех основных ребрах меньше, чем при четырех, при проектировании крышки было принято во внимание требование, чтобы число ребер было кратным числу лопастей рабочего колеса.

Литература

1. *Баничук Н. В.* Введение в оптимизацию конструкций / Н. В. Баничук. – М.: Наука, 1986. – 304 с.
2. *Баничук Н. В.* Оптимизация форм упругих тел / Н. В. Баничук. – М.: Наука, 1980. – 255 с.
3. *Мажид К. И.* Оптимальное проектирование конструкций / К. И. Мажид. – М.: Высш. шк., 1979. – 232 с.
4. *Лихтарников Я. М.* Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций / Я. М. Лихтарников. – М.: Стройиздат, 1979. – 319 с.
5. *Малков В. П.* Оптимизация упругих систем / В. П. Малков, А. Г. Угодчиков. – М.: Наука, 1981. – 286 с.
6. *Малков В. П.* Оптимизация конструкций по весу из условий прочности / В. П. Малков, Р. Г. Стронин // Учеб. зап. Горьк. ун-та. – 1971. – Вып. 234. – С. 18–32.
7. *Малков В. П.* Дискретно равнонапряженная тонкостенная конструкция минимального веса / В. П. Малков, В. Л. Тарасов // Механика твердого тела. – 1974. – № 5. – С. 124–129.
8. *Шелудько Г. А.* Гибридные методы в задачах оптимального проектирования. 1. Поискные методы / Г. А. Шелудько, Е. А. Стрельникова, Б. Я. Кантор. – Харьков: Новое слово, 2008. – 188 с.
9. *Шелудько Г. А.* Гибридные методы в задачах оптимального проектирования. 2. Оптимальное проектирование / Г. А. Шелудько, Е. А. Стрельникова, Б. Я. Кантор. – Харьков: Новое слово, 2009. – 148 с.
10. *Мисюра С. Ю.* Исследование прочностных характеристик крышки гидротурбины и возможностей улучшения конструкции / С. Ю. Мисюра // Сучасні проблеми машинобудування: Тези доп. конф. молодих вчених та спеціалістів. – Харків: Ін-т пробл. машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, 2010. – С. 11.
11. *Кантор Б. Я.* Исследование напряженно-деформированного состояния крышки гидротурбины и возможностей совершенствования конструкции / Б. Я. Кантор, С. А. Андрущенко, С. Ю. Мисюра // Вісн. НТУ «ХПІ». Динаміка і міцність машин. – 2010. – Вип. 69. – С. 58–67.
12. *Аоки М.* Введение в методы оптимизации / М. Аоки. – М.: Наука, 1977. – 343 с.
13. *Лазарев И. Б.* Математические методы оптимального проектирования конструкций: Учеб. пособие / И. Б. Лазарев. – Новосибирск, 1975. – 186 с.
14. *Полак Э.* Численные методы оптимизации. Единый подход / Э. Полак. – М.: Мир, 1974. – 376 с. Харьков: Новое слово, 2009. – 148 с.

Поступила в редакцию
15.05.11