

КОНКУРЕНЦИЯ САМООРГАНИЗОВАННЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ СПИРАЛЬНЫХ АВТОВОЛН В НЕРАВНОВЕСНОЙ ДИССИПАТИВНОЙ СИСТЕМЕ С ТРЕХУРОВНЕВЫМИ АКТИВНЫМИ ЦЕНТРАМИ

Д. Н. Маковецкий

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: makov@ire.kharkov.ua*

Методом компьютерного моделирования исследована конкуренция самоорганизованных вращающихся спиральных автоволн (ВСА) в неравновесной диссипативной системе, обладающей возбудимостью и двухканальным механизмом диффузии возбуждений. Система состоит из локально взаимодействующих активных центров (АЦ), свойства которых близки к свойствам АЦ в фазере (микроволновом фоновом лазере). При слабой конкуренции ВСА наблюдалась динамическая стабилизация и сосуществование ВСА с различными топологическими зарядами. Для случая сильно конкурирующих ВСА обнаружено самоиндуцированное обращение знака топологического заряда и установлен механизм этого нелинейного явления. Обсуждаются перспективы исследования ВСА в неравновесных диссипативных системах с возбудимыми трехуровневыми АЦ. Ил. 3. Библиогр.: 46 назв.

Ключевые слова: вращающиеся спиральные автоволны, самоорганизация, фазер.

Исследование нелинейных динамических явлений в неравновесных диссипативных системах относится к числу актуальных физических проблем [1, 2], имеющих не только фундаментальные, но и важные прикладные аспекты. В частности, на протяжении последних лет интенсивно изучаются эффекты спонтанного возникновения, развития, конкуренции и стабилизации самоорганизованных диссипативных структур (ДС) в различных физических и физико-химических системах [3-7].

Значительный интерес представляют нелинейные явления, приводящие к самоорганизации ДС в многочастичных *детерминированных* неравновесных системах. В таких системах переход из слабо структурированного (почти однородного) начального состояния в высокоорганизованное неоднородное состояние, содержащее те или иные ДС, не связан с традиционным механизмом флуктуационной перестройки возбуждений в активной среде. При этом, как указывается, например, в монографии [8], посвященной исследованию автосолитонов, "малые неоднородности, всегда присутствующие в реальных системах, проявляются как зародыши, вблизи которых в результате локального пробоя происходит спонтанное образование автосолитонов. Динамическая перестройка ДС и спонтанное образование автосолитонов не связаны с наличием в системе флуктуаций. Наличие флуктуаций приводит лишь к конечной вероятности возникновения локального пробоя при уровнях возбуждения системы, несколько меньших критических значений" (см. [8], с. 97).

Механизм Кернера-Осипова [8] является примером самоиндуцированного детерминированного кооперативного эффекта, когда все этапы

эволюции ДС (возникновение, развитие, конкуренция и стабилизация) не связаны ни с внешними дестабилизирующими факторами (модуляцией накачки, инъекцией насыщающего сигнала и т. п.), ни с влиянием внутренних шумов в системе. Подобная же ситуация может иметь место и в инверсных системах лазерного типа, хотя в таких системах могут возникать гораздо более сложные ДС, чем автосолитоны, а конкретный сценарий возникновения указанных лазерных ДС обусловлен не локальным пробоем [8], а другими пороговыми эффектами [9].

Реальные физические объекты, естественно, всегда содержат внутренние источники флуктуаций (шумов). В этом плане *микроволновые* неравновесные низкотемпературные системы имеют определенные преимущества как по сравнению с лазерами оптического диапазона, так и с радиочастотными инверсными системами на основе ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Действительно, для таких систем шумовая температура, обусловленная спонтанным излучением, обычно составляет всего лишь несколько градусов выше абсолютного нуля, тогда как на оптических частотах она порядка 10000 К [10]. С другой стороны, на сравнительно низких частотах (порядка нескольких мегагерц), где работают ЯМР-лазеры [11], уже становится заметным вклад $1/f$ -шумов, причем интенсивность генерируемого ЯМР-лазером излучения значительно ниже, чем в других, более высокочастотных системах.

Примером микроволновой многочастичной неравновесной системы, обладающей очень низким уровнем внутреннего шума, является фазер (квантовый парамагнитный усилитель и генератор гиперзвука), созданный в ИРЭ НАНУ [12-14] в результате экспериментальных и теоретических

исследований на стыке квантовой радиофизики, квантовой акустики, физики низких температур и нелинейной динамики. Как показали дальнейшие исследования, при определенных условиях фазерный генератор демонстрирует возникновение сложных самоорганизованных динамических структур автоволнового типа [15-17], переход от регулярных спин-фононных движений к низкоразмерным режимам детерминированного хаоса [18], сосуществование пространственных областей с регулярными и хаотическими состояниями активной среды [19] и т. д. При этом частота генерируемого фазером акустического излучения (гиперзвука) обычно составляет 3 - 10 ГГц, а длина волны лежит в области 1 - 3 мкм. Это соответствует типичным длинам волн лазерного излучения (ближний инфракрасный диапазон). Таким образом, фазер является акустическим аналогом лазера, однако уровень спонтанного излучения в фазере на 12 - 15 порядков ниже, чем в оптическом лазере (в силу кубической зависимости интенсивности спонтанного излучения от частоты).

1. Современное состояние проблемы и цель работы. Стандартные термодинамические модели активных сред [20, 21], использовавшиеся, в частности, для интерпретации экспериментов по фазерному усилению слабых (ненасыщающих) акустических полей [14, 22, 23], не являются адекватными для генерирующего фазера. Действительно, фазер, находящийся ниже порога самовозбуждения и работающий в режиме линейного усиления, подвергается действию только одного сильного микроволнового поля, каковым является электромагнитное поле накачки. В этом случае существует выделенная система координат, вращающаяся вместе с резонансной циркулярной компонентой поля накачки. В такой системе координат можно ввести макроскопический параметр - спиновую температуру [20], что, в частности, позволяет существенно упростить задачу о насыщении многочастичной фазерной системы по каналу накачки [14]. Если электронная парамагнитная подсистема связана с ядерной подсистемой, то дополнительно вводится ядерная зеемановская температура [21]. И наконец, при учете электронных диполь-дипольных взаимодействий используется третий макроскопический параметр - температура резервуара этих взаимодействий [20,21]. Тогда для описания эффекта усиления гиперзвука в многочастичной системе достаточно решить уравнения для трех указанных температур, описывающих связанные тепловые резервуары системы. На этой основе были объяснены экспериментально обнаруженные нестационарные эффекты в фазерных усилителях [14, 22, 23].

Однако, если накачка фазера приводит к надпороговой инверсии электронной спин-

системы, когда усиление гиперзвука превышает его потери и соответственно начинается самовозбуждение гиперзвука, концепция спиновых температур перестает быть подходящим инструментом для описания нелинейных процессов, происходящих в активной среде. Действительно, многомодовый характер фазерной генерации указывает на обособление и сосуществование ряда независимых подсистем в фазерной среде [13, 14]. Поведение этих подсистем (в зависимости от условий накачки) демонстрирует либо регулярный характер в виде движения нескольких крупных самоорганизованных ДС [15-17], либо же более сложный характер, указывающий на формирование гораздо большего количества ($>10^2-10^3$) слабо связанных мелкомасштабных ДС [19]. Соответственно макроскопическое описание поведения подобных неравновесных диссипативных систем на основе представлений спиновой термодинамики представляется неоправданным. Поэтому актуальной является проблема решения *многочастичных* задач, касающихся микроскопического моделирования эволюции таких систем. При этом количество АЦ, содержащихся в системе, должно быть, по крайней мере, мезоскопически большим - порядка 10^4-10^6 и более.

Совершенно очевидно, что на данном этапе для таких систем не может быть и речи об использовании стандартных методов имитационного моделирования (simulation) [24], поскольку ресурсы современных ЭВМ явно недостаточны для решения пространственных задач при столь большом количестве взаимодействующих частиц, каждая из которых требует индивидуального описания на всем протяжении эволюции системы. Для преодоления данной трудности можно обратиться к развитым в последнее время альтернативным методам моделирования многочастичных систем, например, на основе клеточных автоматов [25], сетей возбудимых элементов [26], нейронных сетей [27] или клеточно-нейронных моделей [28], которые гораздо экономнее используют ресурсы компьютера благодаря возможности прямого отображения используемых алгоритмов на архитектуру вычислительной машины. Отличительной особенностью рассматриваемых нами активных систем с инверсной населенностью является использование дискретных АЦ, имеющих небольшое количество рабочих уровней. Обычно таких уровней три или четыре, причем только на нижнем уровне активная частица может находиться сколь угодно длительное время, а остальные уровни имеют конечные времена релаксации, что характерно для так называемых возбудимых систем [29-31]. Моделирование пространственно-временной динамики многочастичных систем с

малым числом рабочих уровней, в том числе возбудимых систем, является особенно эффективным в случае использования дискретных отображений типа клеточных автоматов [25, 29, 30], эмулирующих параллельную обработку информации на обычных однопроцессорных вычислительных машинах.

Этот подход был использован в работах [31-33] для построения дискретных отображений, воспроизводящих основные черты динамики диссипативной неравновесной системы, которая состоит из однотипных, локально взаимодействующих трехуровневых АЦ (что соответствует случаю однородной по Нейману среды [34]). В результате для указанной системы были найдены условия самоорганизованного формирования ВСА, представляющих собой один из видов вихревых ДС, несущих топологический заряд $Q_T \neq 0$. Напомним, что абсолютная величина топологического заряда $|Q_T|$ соответствует количеству "рукавов" спирали в окрестности ядра ВСА, а $\text{sgn } Q_T$ определяется следующим образом: $\text{sgn } Q_T = +1$ при направлении вращения спирали по часовой стрелке, $\text{sgn } Q_T = -1$ - в противоположном случае.

Необычные свойства ВСА, возникающих как результат процессов пространственной самоорганизации в диссипативных системах, привлекают в настоящее время внимание как исследователей из различных областей современного естествознания [3, 4], так и специалистов в области компьютерной техники [35, 36]. В частности, большой интерес вызывают явления, связанные с несохранением Q_T - так называемые топологические реакции, которые исследовались ранее в консервативных системах со специально введенными резкими, "контрастными" пространственными неоднородностями и при внешнем возбуждении оптических вихрей недиссипативной природы (т. е. неавтоволновых спиральных структур) [37]. С другой стороны, вихревые структуры типа ВСА могут быть использованы в ряде областей современной технологии, например, для захвата, удержания и перемещения мезоскопических объектов (наночастиц) [38], что имеет несомненный практический интерес.

В работах [31-33] было показано, что в неравновесных диссипативных системах с дискретными трехуровневыми АЦ возникновение ВСА может происходить самопроизвольно, без какого-либо внешнего воздействия, причем не требуется и введение тех или иных специальных неоднородностей в тело активной среды, тем более резких неоднородностей типа рассмотренных

в работе [37]. В частности, в работах [31-33] было обнаружено самоиндуцированное уменьшение модуля суммарного топологического заряда $|Q_{\Sigma T}|$ (вплоть до $|Q_{\Sigma T}|=1$) для системы ВСА, имеющих одинаковые индивидуальные $\text{sgn } Q_T$.

Существенно, что указанные явления самоорганизации ДС могут реализоваться даже в параметрически однородных активных средах, вообще не имеющих каких-либо статических неоднородностей. При этом начальная нуклеация возбуждений (зарождение вихревых сердцевин), приводящая в итоге к самоорганизации ВСА, возникает благодаря слабой динамической неоднородности пространственного распределения инверсной населенности, имеющей место на начальном этапе эволюции системы.

Целью настоящей работы является моделирование процессов самоорганизации ВСА в многочастичной детерминированной неравновесной диссипативной системе с трехуровневыми АЦ (на основе клеточно-автоматного представления активной среды [25, 29, 30]). Основные задачи работы - выполнение численных экспериментов, направленных на исследование явлений конкуренции самоорганизованных ВСА, на изучение условий сосуществования ВСА с противоположными $\text{sgn } Q_T$ и на выяснение возможности самоиндуцированного обращения $\text{sgn } Q_T$ при топологических реакциях между ВСА в ограниченной неравновесной диссипативной среде.

2. Модель диссипативной среды, начальные и граничные условия. В качестве базовой модели выбрана клеточно-автоматная модель Зыкова-Михайлова (ЗМ), которая была предложена ранее в работе [29] как дискретный вариант известной континуальной модели Винера-Розенблюта [30]. Существенно, что в модели ЗМ учтено конечное время релаксации верхнего уровня возбудимой среды, что характерно и для интересующих нас микроволновых активных систем фазерного типа. В оригинальной модели Винера-Розенблюта релаксация верхнего уровня предполагалась "мгновенной", что затрудняло применение такой математической модели для описания реальных систем. Модель ЗМ не содержит подобных упрощающих предположений о процессах релаксации АЦ.

Как и многие другие решеточные модели, рассматриваемая здесь модель ЗМ позволяет выполнить своеобразное проецирование сложной континуальной системы на дискретную двумерную (2D) решетку. Это позволяет произвести не только построение эффективной (полиномиальной по времени) алгоритмической процедуры, но и представить результаты моделирования в виде

наглядных и легко воспринимаемых геометрических образов. Более подробное обоснование выбора модели ЗМ в качестве базовой для исследования возбудимых систем содержится в работах [31-33].

В рамках модели ЗМ [29, 30] эволюция 2D-системы, содержащей D_{XY} трехуровневых АЦ, может быть описана посредством дискретных отображений для матрицы состояний АЦ, имеющей вид $\Phi^{(n)} \equiv \|\varphi_{ij}^{(n)}\|$, где $\varphi_{ij}^{(n)}$ - целочисленные неотрицательные величины; n - дискретное время, принимающее целые неотрицательные значения на интервале $0 \leq n \leq N$ (минимальный шаг итерационного процесса, как и в [29, 30], составляет $\Delta n_{\min} = 1$); i, j - пространственные координаты АЦ на ограниченной решетке, формирующей активную область; $1 \leq i \leq M_X$; $1 \leq j \leq M_Y$; N - заключительный шаг эволюции; M_X и M_Y - размеры решетки (целые положительные числа); $M_X M_Y = D_{XY}$.

Каждый из АЦ с координатами i, j в каждый момент времени n может находиться только на одном из уровней L_K , где $K \in \{I; II; III\}$, причем $L_I < L_{II} < L_{III}$. Следуя принятой в теории возбудимых систем терминологии [29, 30], будем называть уровень L_I основным, уровень L_{II} - рефрактерным, а уровень L_{III} - возбужденным. Активная среда, состоящая из дискретных АЦ, предполагается однородной в смысле Неймана [34], т. е. свойства всех АЦ с координатами (i, j) одинаковы во всей области $1 \leq i \leq M_X$; $1 \leq j \leq M_Y$.

При $0 \leq n \leq N$ значения матричных элементов $\varphi_{ij}^{(n)}$ для всех АЦ определены на интервале $\varphi_{ij}^{(n)} \in [0, \tau_e + \tau_r]$, что соответствует максимально возможному времени замыкания цикла $L_I \rightarrow L_{III} \rightarrow L_{II} \rightarrow L_I$ для каждого из АЦ. Здесь τ_e и τ_r - времена релаксации для возбужденного и рефрактерного уровней соответственно. Времена релаксации τ_e, τ_r в рассматриваемой дискретной модели, как и в рамках модели ЗМ [29, 30], представляют собой целые неотрицательные числа (обычно $\tau_e, \tau_r \ll N$). Время релаксации τ_e представляет собой максимальное время жизни АЦ на уровне L_{III} , которое достигается при полном отсутствии влияния соседних АЦ [29, 30]. Время релаксации τ_r для возбуди-

мой среды всегда равно времени жизни АЦ на уровне L_{II} (в силу отсутствия каких-либо взаимодействий с соседними АЦ [29, 30]).

Для подобных дискретных моделей любой параметр, характеризующий развитие системы во времени, должен измеряться количеством шагов итерационного процесса. Как было указано выше, минимальный шаг итерационного процесса в нашей модели, как и в [29, 30], составляет $\Delta n_{\min} = 1$. Именно по этой причине времена релаксации τ_e и τ_r в клеточно-автоматных моделях типа ЗМ должны быть целыми неотрицательными числами.

По определению для всех АЦ при $0 \leq n \leq N$ имеют место следующие взаимнооднозначные соотношения между текущими уровнями L_K и значениями $\varphi_{ij}^{(n)}$ [29, 30]:

$$\begin{cases} [L_K^{(n)}(i, j) = L_I] \Leftrightarrow (\varphi_{ij}^{(n)} = 0), \\ [L_K^{(n)}(i, j) = L_{III}] \Leftrightarrow (0 < \varphi_{ij}^{(n)} \leq \tau_e), \\ [L_K^{(n)}(i, j) = L_{II}] \Leftrightarrow (\tau_e < \varphi_{ij}^{(n)} \leq \tau_e + \tau_r). \end{cases} \quad (1)$$

Начальные условия $\Phi^{(0)} \equiv \|\varphi_{ij}^{(0)}\|$, т. е. совокупность состояний всех АЦ при $n = 0$, где $\varphi_{ij}^{(0)} \in \mathfrak{K}; \tau_e + 1$, отвечают пространственным распределениям АЦ по уровням L_K в момент времени $n = 0$:

$$\begin{cases} \varphi_{ij}^{(0)} = 0, & \text{IF } (L_K^{(0)}(i, j) = L_I), \\ \varphi_{ij}^{(0)} = 1, & \text{IF } (L_K^{(0)}(i, j) = L_{III}), \\ \varphi_{ij}^{(0)} = \tau_e + 1, & \text{IF } (L_K^{(0)}(i, j) = L_{II}). \end{cases} \quad (2)$$

В качестве граничных условий нами использованы условия нулевого потока возбуждений через границы активной среды. Для формулировки таких граничных условий в данной модели достаточно ввести виртуальные пассивные центры (ВПЦ), обрамляющие активную среду, т. е. имеющие координаты v, w , для которых $(v = 0) \vee (w = 0) \vee (v = M_X + 1) \vee (w = M_Y + 1)$.

Определив величины $\varphi_{vw}^{(n)} = q = \text{const}$, где $q \notin [0, \tau_e + \tau_r]$, можно считать, что все ВПЦ при $0 \leq n \leq N$ неизменно находятся на некотором уровне $L_0 \notin \mathfrak{K}$. Далее, объединяя активную область и область ВПЦ в единую решетку с $0 \leq i \leq M_X + 1$; $0 \leq j \leq M_Y + 1$ и полагая для оп-

ределенности $q = -1$, можно сформулировать ниже следующий алгоритм итеративного процесса.

3. Алгоритм итеративного процесса. Итеративный процесс строится следующим образом [31-33]. Сначала вычисляются значения вспомогательной матрицы $U^{(n+1)} = \|u_{ij}^{(n+1)}\|$ на шаге $n+1$ с учетом как предыдущих значений $u_{ij}^{(n)}$, так и диффузии возбуждений от соседних АЦ. При этом считается, что $u_{ij}^{(0)} = 0$, а следующие значения $u_{ij}^{(1)}; u_{ij}^{(2)}; \dots$ определяются формулой

$$u_{ij}^{(n+1)} = gu_{ij}^{(n)} + \sum_{p,q} C(p,q) J_{i+p,j+q}^{(n)}, \quad (3)$$

где коэффициенты $C(p,q)$ задают активную окрестность соседних АЦ, а величины $J_{i+p,j+q}^{(n)}$ являются весовыми коэффициентами, определяющими характер диффузии возбуждений. В настоящей работе активной является так называемая окрестность Мура, содержащая возбужденные АЦ лишь в первой координационной сфере (что соответствует слабой диффузии возбуждений):

$$C(p,q) = \begin{cases} 1, & \text{IF } (|p| \wedge |q| \leq 1) \wedge (\delta_{p0}\delta_{q0} \neq 1), \\ 0, & \text{IF NOT } (|p| \wedge |q| \leq 1) \wedge (\delta_{p0}\delta_{q0} \neq 1), \end{cases} \quad (4)$$

причем, как и в работах [29, 30], весовые коэффициенты определяются следующим образом:

$$J_{ij}^{(n)} = \begin{cases} 1, & \text{IF } (0 < \varphi_{ij}^{(n)} \leq \tau_e), \\ 0, & \text{IF NOT } (0 < \varphi_{ij}^{(n)} \leq \tau_e). \end{cases} \quad (5)$$

На основной стадии каждой итерации осуществляется преобразование матрицы состояний $\Phi^{(n)} \equiv \|\varphi_{ij}^{(n)}\|$ [29 - 33], выполняемое колмогоровским оператором эволюции $\widehat{\Omega}_\Gamma$ [39]

$$\Phi^{(n+1)} \equiv \|\varphi_{ij}^{(n+1)}\| = \widehat{\Omega}_\Gamma \Phi^{(n)} \equiv \|\widehat{\Omega}_\Gamma \varphi_{ij}^{(n)}\|. \quad (6)$$

Эволюционный оператор $\widehat{\Omega}_\Gamma$ для рассматриваемой задачи содержит четыре ортогональные ветви $\widehat{\Omega}_0, \widehat{\Omega}_I, \widehat{\Omega}_{II}, \widehat{\Omega}_{III}$, задающие итеративный процесс в области определения пе-

ременных $\varphi_{ij} \in [-1, \tau_e + \tau_r]$:

$$\begin{aligned} \varphi_{ij}^{(n+1)} &= \widehat{\Omega}_\Gamma \varphi_{ij}^{(n)} = \\ &= \begin{cases} \widehat{\Omega}_I \varphi_{ij}^{(n)}, & \text{IF } (\varphi_{ij}^{(n)} = 0), \\ \widehat{\Omega}_{III} \varphi_{ij}^{(n)}, & \text{IF } (0 < \varphi_{ij}^{(n)} \leq \tau_e), \\ \widehat{\Omega}_{II} \varphi_{ij}^{(n)}, & \text{IF } (\tau_e < \varphi_{ij}^{(n)} \leq \tau_e + \tau_r), \\ \widehat{\Omega}_0 \varphi_{ij}^{(n)}, & \text{IF } (\varphi_{ij}^{(n)} \notin [0, \tau_e + \tau_r]). \end{cases} \quad (7) \end{aligned}$$

Первая ветвь $\widehat{\Omega}_I$ является активной при $L_K = L_I$ и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \widehat{\Omega}_I \varphi_{ij}^{(n)} &= \\ &= \begin{cases} 0, & \text{IF } (\varphi_{ij}^{(n)} = 0) \wedge (u_{ij}^{(n+1)} < h), \\ 1, & \text{IF } (\varphi_{ij}^{(n)} = 0) \wedge (u_{ij}^{(n+1)} \geq h), \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

где h - пороговое значение, соответствующее переходу АЦ из устойчивого основного состояния в возбужденное, т. е. переходу $L_I \rightarrow L_{III}$.

Вторая ветвь $\widehat{\Omega}_{II}$ активна для $L_K = L_{II}$. Она описывает рефрактерное состояние АЦ

$$\begin{aligned} \widehat{\Omega}_{II} \varphi_{ij}^{(n)} &= \\ &= \begin{cases} \varphi_{ij}^{(n)} + 1, & \text{IF } (\tau_e < \varphi_{ij}^{(n)} < \tau_e + \tau_r); \\ 0, & \text{IF } (\varphi_{ij}^{(n)} = \tau_e + \tau_r). \end{cases} \quad (9) \end{aligned}$$

Определенные таким образом ветви $\widehat{\Omega}_I$ и $\widehat{\Omega}_{II}$ в точности соответствуют модели ЗМ [29, 30]. Однако в используемой здесь модели [31-33] третья ветвь $\widehat{\Omega}_{III}$, активизирующаяся при $L_K = L_{III}$, содержит (в отличие от модели ЗМ [29, 30]) второй канал диффузии, соответствующий локальному ингибированию возбуждений.

Причина введения в модель дополнительного канала диффузии состоит в следующем. В трехуровневой активной системе лазерного (фазерного) типа имеется, вообще говоря, три различных канала диффузии возбуждений. Среди подобных систем, принадлежащих к классу B , можно выделить важный подкласс, для которого третий канал диффузии оказывается не столь эффективным, как первые два. Примером такой системы является фазерная система $\text{Ni}^{2+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ где один из спиновых переходов строго запрещен для

магнито-дипольных взаимодействий. Следовательно, модель ЗМ нуждается в модификации для учета как минимум еще одного канала диффузии в многочастичной активной (возбудимой) среде. Здесь, как и в [31-33], мы ограничимся случаем локального ингибирования возбуждений АЦ с $L_K = L_{III}$ окружающими АЦ с $L_K = L_I$.

Исходя из этого, ветвь $\widehat{\Omega}_{III}$ может быть определена следующим образом [31-33]:

$$\widehat{\Omega}_{III} \varphi_{ij}^{(n)} = \begin{cases} \varphi_{ij}^{(n)} + 1, \text{ IF } (Z^{(-)} \vee Z^{(0)}), \\ \varphi_{ij}^{(n)} + 2, \text{ IF } Z^{(+)}, \end{cases} \quad (10)$$

где $Z^{(\pm)}, Z^{(0)}$ - булевские выражения:

$$Z^{(-)} \equiv \left(0 < \varphi_{ij}^{(n)} < \tau_e \wedge (z_{ij}^{(n+1)} < f) \right); \quad (11)$$

$$Z^{(0)} \equiv \left(\varphi_{ij}^{(n)} = \tau_e \right); \quad (12)$$

$$Z^{(+)} \equiv \left(0 < \varphi_{ij}^{(n)} < \tau_e \wedge (z_{ij}^{(n+1)} \geq f) \right). \quad (13)$$

Здесь f - пороговое значение для параметров $z_{ij}^{(n+1)}$, описывающих второй канал диффузии (диффузии "антивозбуждений") за счет ингибирования АЦ с $L_K = L_{III}$ окружающими АЦ с $L_K = L_I$, что ведет к переходам $L_{III} \rightarrow L_{II}$:

$$z_{ij}^{(n+1)} = \sum_{p,q} C(p,q) Q_{i+p,j+q}^{(n)}, \quad (14)$$

а весовые коэффициенты имеют вид

$$Q_{i+p,j+q}^{(n)} = \begin{cases} 1, \text{ IF } (\varphi_{i+p,j+q}^{(n)} = 0), \\ 0, \text{ IF } (\varphi_{i+p,j+q}^{(n)} \neq 0). \end{cases} \quad (15)$$

На завершающей стадии каждой из итераций определяется распределение АЦ по уровням L_K согласно соотношениям (1). Полученное распределение $\|L_K^{(n+1)}(i,j)\|$ может быть визуализировано и (или) сохранено на диске, а следующая итерация осуществляется с использованием текущего состояния системы.

Инициализация системы (импульсное возбуждение неравновесного состояния) осуществляется путем генерации случайных простран-

ственных распределений АЦ по уровням L_K , причем статистические свойства этих распределений удовлетворяют следующим требованиям относительно соотношений между $S_K^{(0)}$, где $S_K^{(0)}$ - суммарные количества АЦ, принадлежащих уровням L_K в момент времени $n=0$:

$$S_I^{(0)} > S_{III}^{(0)}; \quad (16)$$

$$S_I^{(0)} - S_{III}^{(0)} \ll D_{XY}; \quad (17)$$

$$S_{III}^{(0)} \geq 2S_{II}^{(0)}; \quad (18)$$

$$S_I^{(0)} + S_{II}^{(0)} + S_{III}^{(0)} = D_{XY}. \quad (19)$$

Неравенства (16), (17) соответствуют физическому условию насыщения перехода $L_I - L_{III}$ стартовым импульсом накачки, неравенство (18) означает сильную инверсию населенностей перехода $L_{III} - L_{II}$ при $n=0$, а условие (19) является очевидным в силу сохранения общего количества АЦ.

Завершение итеративного процесса может происходить либо автоматически (после выхода системы на аттрактор), либо же по предопределенной точке останова, что определяется настройками программ, реализующих компьютерное моделирование.

Основная часть компьютерных экспериментов в настоящей работе проведена с использованием программ Three-Level Laser model (TLL) [40] и Three-Level Model of excitable system (TLM) [41], имеющих оконные интерфейсы, наборы дополнительных утилит для работы как с символьными, так и с битовыми представлениями образов активной среды, а также эмуляторы импульсного возбуждения (инициализации) среды со случайным пространственным распределением АЦ по уровням L_K .

Исходный код программы TLL написан на языке C++, эта программа оптимизирована по скорости выполнения итеративного процесса, но она предназначена только для работы на платформе Windows. Исходный код программы TLM написан на языке Java, скорость ее работы несколько ниже, чем у программы TLL, однако программа TLM является кросс-платформенной и компилируется для работы не только под Windows, но и под Unix, Linux, FreeBSD и другими платформами, для которых реализована виртуальная машина Java. Обе указанные программы разработаны С. Д. Маковецким в Харьковском национальном университете радиозлектроники в 2002 - 2006 гг.

4. Сосуществование самоорганизованных ВСА в условиях слабой конкуренции вихрей с различными топологическими зарядами. Перейдем к изложению результатов компьютерного моделирования процессов самоорганизации и конкуренции ВСА в многочастичных детерминированных неравновесных системах с трехуровневыми АЦ. Рассмотрим сначала типичный случай слабой конкуренции самоорганизованных ВСА, наблюдавшийся, в частности, при $M_X = M_Y = 300$; $g = 1$; $f = 2$; $\tau_e = 60$; $\tau_r = 46$; $h = 51$ (рис. 1). Черным, серым и белым цветом на рис. 1 обозначены соответственно возбужденные L_{III} , рефрактерные L_{II} и основные L_I состояния АЦ. Числа под паттернами соответствуют шагам эволюции n .

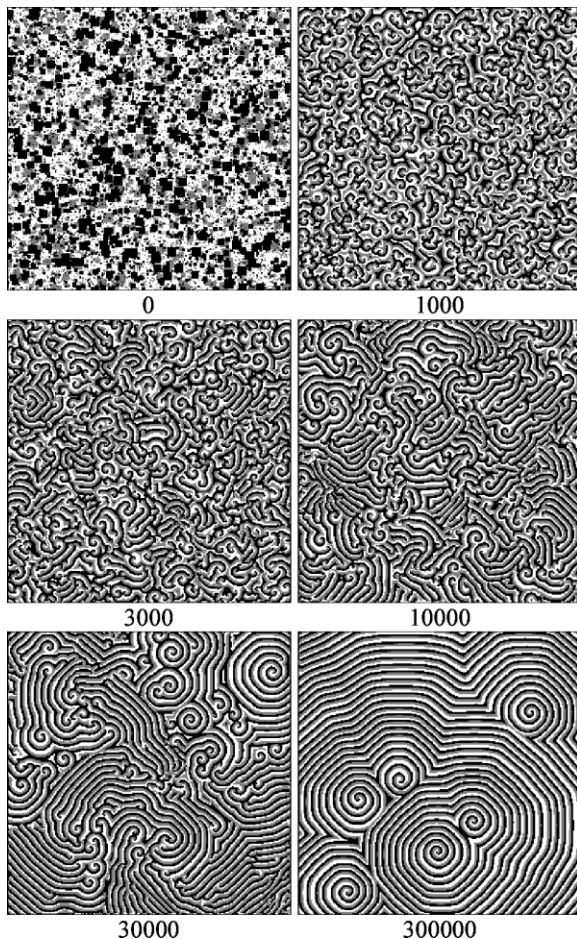


Рис. 1. Слабоконкурентная эволюция самоорганизованных ВСА, приводящая к динамической стабилизации вихревой структуры с различными знаками топологического заряда

Первая стадия процесса самоорганизации носит "взрывной" характер: за относительно короткое время система переходит от начального состояния со случайным распределением АЦ по

L_K (рис. 1, $n = 0$) к состоянию явно выраженной нуклеации (рис. 1, $n = 1000$). Подобный характер нуклеации уже наблюдался нами ранее в компьютерных экспериментах для системы, имеющей те же размеры M_X ; M_Y и то же значение параметра g , но при других значениях времен релаксации τ_e и τ_r , а также при других параметрах f и h (см. рис. 1 из работы [32]).

Однако уже на второй стадии конкуренция между лабиринтными структурами и зарождающимися локальными ВСА (рис. 1, $n = 3000$ и $n = 10000$) приводит к гораздо более быстрому развитию обособленных ВСА, чем в работе [32].

Третья стадия на рис. 1 значительно отличается от таковой для рис. 1 из работы [32] - вместо одного крупномасштабного вихря, вытесняющего лабиринтную структуру, возникает несколько вихревых областей (рис. 1, $n = 30000$), подавляющих лабиринтные образования. Эти вихри имеют различные $\text{sgn } Q_T$, однако в целом преобладают вихри с $\text{sgn } Q_T = -1$.

В результате подобного направления топологических реакций постепенно происходит динамическая стабилизация распределений ВСА по пространству. При этом "положительные" ВСА, имеющие $\text{sgn } Q_T = +1$ и "отрицательные" ВСА, обладающие $\text{sgn } Q_T = -1$, конкурируют все слабее, локализуясь в тех или иных областях активной возбудимой среды. В результате на последней стадии все ВСА уже сосуществуют, не конкурируя (рис. 1, $n = 300000$). Это соответствует выходу системы на периодический аттрактор. Периодическое движение происходит в форме синхронных вращений всех составляющих вихревого кластера из шести ВСА, четыре из которых имеют $\text{sgn } Q_T = -1$, а у оставшихся двух $\text{sgn } Q_T = +1$.

Таким образом, для данной системы самоорганизованная многовихревая структура с $Q_{\Sigma T} = -2$ является устойчивой и не разрушается с течением времени. Данный тип слабоконкурентной самоорганизации ВСА обусловлен постепенным затуханием скорости дрейфа их ядер. Благодаря этому ВСА, находящиеся далеко от поглощающих границ, не успевают столкнуться с этими границами вплоть до завершения стабилизации положения их ядер.

При других стартовых паттернах данная система ведет себя точно так же: слабая конкуренция между самоорганизованными ВСА приводит к формированию групп сосуществующих, динамически устойчивых вихрей, хотя результи-

рующие величина и знак $Q_{\Sigma T}$ зависят от начальных условий (эффект мультистабильности, исследованный в работе [32] при $M_X = M_Y = 100$). Типичные времена переходных процессов τ_{tran} (от стартового возбуждения системы до ее выхода на периодический аттрактор) оказались столь же большими, как и в случаях, рассмотренных ранее в работе [32], а именно $\tau_{tran} > 10^3 \tau_{rel}$ для систем с $M_X = M_Y = 300$.

Подчеркнем, что рассмотренные выше процессы возникновения, развития и динамической стабилизации ВСА происходят, как уже указывалось выше, в среде, которая является параметрически однородной по Нейману [34]. В этом плане механизм формирования спиральных пространственных структур качественно отличается как от механизма формирования оптических вихрей в сингулярной оптике, так и от соответствующего механизма в модели Винера-Розенблюта [30]. Так, вихри в сингулярной оптике образуются за счет специально введенных неоднородностей показателя преломления, задающих следующую пространственно-временную зависимость комплексной амплитуды поля $a(R, \theta, t)$ в окрестности центра неоднородности двумерной среды (см. [42] и ссылки в этой работе):

$$a(R, \theta, t) = a_0 e^{i\Psi} = a_0 e^{i(Q_T \theta + \psi)}, \quad (20)$$

где R и θ - полярные координаты (соответственно радиус-вектор и полярный угол), отсчитываемые от центра неоднородности; t - время; $a_0 = a_0(R, t)$ - действительная амплитуда поля, причем $a_0 \neq a_0(\theta)$; $\Psi = \Psi(R, \theta, t)$ - фаза поля; $a_0(R=0) = 0$; $\psi = \psi(R, t) = \omega t + \psi_1(R) + \psi_0$.

Как видно из (20), в центре неоднородности имеется сингулярность, где амплитуда поля равна нулю, а фаза не определена. На практике вместо сингулярности в оптической среде изготавливается малая конечная область с разрывом показателя преломления - своего рода отверстие, которое с топологической точки зрения эквивалентно отверстию в модели Винера-Розенблюта [30]. В то же время наша среда по определению является топологически односвязной (в смысле Неймана [34]), поэтому *возникновение* ВСА не связано с классическим винеровским механизмом циркуляции возбуждения по периметру неоднородности [30]. В этом смысле сходство между ВСА и оптическими спиральями является чисто внешним. Более того, если в сингулярной оптике рассматриваются полевые вихревые структуры, то описываемые здесь ВСА представляют собой

спиральные динамические распределения населенностей уровней АЦ по пространству. Подобная "вихревая материя" образуется и в других системах, где, например, АЦ являются не возбудимыми, а осцилляторными [42].

С другой стороны, механизмы *стабилизации* ВСА в нашей системе носят качественно иной характер по сравнению с [42], хотя переходные процессы и в нашей возбудимой среде, и в среде взаимодействующих осцилляторов [42] могут иметь, вообще говоря, очень большую длительность. Особенно интересными (и совершенно непохожими на осцилляторные системы [42]) оказываются возбудимые системы с сильной конкуренцией между самоорганизованными ВСА, к рассмотрению которых мы и переходим далее.

5. Самоиндуцированное обращение знака топологического заряда в условиях сильной конкуренции ВСА. Как показали наши дальнейшие компьютерные эксперименты, с увеличением размеров системы величина τ_{tran} также возрастает, достигая значений $\tau_{tran} > 10^5 - 10^6$ уже при $M_X \approx M_Y \approx 10^3$. Вопрос о времени переходных процессов, в течение которого сосуществуют структуры с различными $\text{sgn } Q_T$, привлекает в настоящее время внимание не только физиков, но и других исследователей, в том числе специалистов в области биологической эволюции [43]. Основное внимание здесь уделяется механизмам подавления одних структур другими (достижения монокиральности, т. е. стабилизации структур с определенным $\text{sgn } Q_T$ [43]).

При этом ускользают от внимания менее очевидные сценарии эволюции самоорганизующихся структур, возможные в однородных *диссипативных* системах (но запрещенные в однородных *консервативных* системах). Речь идет, в частности, о самоиндуцированном обращении знака топологического заряда для системы ВСА в неравновесной диссипативной ограниченной среде. В неограниченной диссипативной среде, как и в консервативных системах, выполняется закон сохранения суммарного топологического заряда $Q_{\Sigma T}(n) = \text{const}$ [30]. В системе с одноканальной диффузией наличие поглощающей границы приводит к разрушению ядер дрейфующих ВСА, если эти ядра оказываются в опасной близости к такой границе, а именно, если расстояние от ядра до границы становится меньше винеровской длины волны λ_w (т. е. расстояния между витками ВСА) [30]. Соответственно для случая *одноканальной* диффузии в ограниченной диссипативной среде суммарный топологический заряд не сохраняется, причем

при $n_2 > n_1$ выполняются соотношения

$$|Q_{\Sigma T}(n_2)| \leq |Q_{\Sigma T}(n_1)|; \quad (21)$$

$$\text{sgn} Q_{\Sigma T}(n_2) = \text{sgn} Q_{\Sigma T}(n_1). \quad (22)$$

где $n_1 > n_v$; $n_2 \leq N$; n_v - время завершения нуклеации вихрей в среде; $n_v > \tau_e + \tau_r$.

В ограниченной среде с *двухканальной* диффузией ситуация оказывается гораздо более сложной, что уже отмечалось в работе [31]. Совокупность полученных ранее результатов [31-33] и выполненных в настоящей работе исследований позволяет выделить следующие группы явлений, которые на разных этапах протекают в различных по площади областях активного пространства (аренах) A_S :

– конкурентные взаимодействия между высокоорганизованными вихревыми пространственно-временными структурами - локализованными ВСА, конгломератами взаимно синхронизированных ВСА; самоорганизованными источниками концентрических волн (пейсмекерами) и др. Эти взаимодействия обычно возникают на аренах умеренных размеров $\lambda_w^2 \ll A_S \ll D_{XY}$ и лишь потом постепенно захватывают всю площадь активной среды;

– конкурентные взаимодействия между высокоорганизованными (например, ВСА) и низкоорганизованными (например, лабиринтными) пространственно-временными структурами. Эти взаимодействия изначально реализуются при $A_S \approx D_{XY}$, хотя возможны также варианты $A_S < D_{XY}$. Как и для предыдущей группы явлений, здесь обычно выполняется $A_S \gg \lambda_w^2$;

– образование динамических дефектов и регенерация ВСА, наблюдающиеся соответственно в форме появления дислокаций и нелинейных "отражений" ВСА от границы активной среды, а также деление ВСА на несколько самостоятельных компонент. Ареной этих явлений всегда является поверхностный слой активной системы ($A_S < \lambda_w^2 \ll D_{XY}$).

Детальное исследование каждого из перечисленных выше эффектов в достаточно широком диапазоне сочетаний времен релаксации и управляющих параметров требует отдельной работы. Здесь мы остановимся на подробном описании конкурентных взаимодействий между высокоорганизованными вихревыми пространственно-временными структурами, когда наблюдается упомянутое выше явление самоиндуцированного обращения знака топологического заряда для сис-

темы ВСА. В целом ареной, на которой происходят соответствующие конкурентные взаимодействия между ВСА, является вся активная среда ($A_S = D_{XY}$), однако на определенных этапах существенную роль играют поглощающие границы среды. В частности, эпизоды, определяющие глобальное направление эволюции системы, разыгрываются первоначально на малых участках поверхностного слоя активной среды, т. е. в областях с площадью порядка $\sigma \lambda_w^2$, где σ - толщина поверхностного слоя (в нашей системе $\sigma = 1-2$). Отметим, что подобное явление наблюдалось в наших компьютерных экспериментах только при двухканальной диффузии возбуждений.

На рис. 2 и 3 показаны состояния активной системы, имеющей параметры $g = 1$; $f = 3$; $\tau_e = \tau_r = h = 50$, после ее длительной эволюции, а именно при $n > 10^6$. Случайное начальное распределение АЦ по уровням (при $n = 0$) - примерно того же вида, что и на рис. 1, но имеет гораздо большие размеры: $M_X = M_Y = 900$, т. е. $D_{XY} = 0,81 \cdot 10^6$. Черным цветом показаны АЦ, находящиеся на уровне L_{III} (возбужденные АЦ). Все остальные АЦ (находящиеся на уровнях L_I и L_{II}) показаны на рис. 2 и 3 белым цветом.

При $n = 1,48 \cdot 10^6$ (рис. 2, верхний паттерн) имеет место практически полная "синхронизация" ВСА как по модулю, так и по знаку Q_T - все ВСА вращаются по часовой стрелке ($Q_T = +1$). Имеется лишь одна дислокация в верхней части паттерна $n = 1,48 \cdot 10^6$ (рис. 2, верхний паттерн), вращающаяся против часовой стрелки, но она (вместе с порождающей ее ВСА) окружена кольцевыми автоволнами с $Q_T = 0$. Соответственно $|Q_{\Sigma T}| \gg 1$, $\text{sgn} Q_{\Sigma T} = +1$. При этом вся активная область оказывается разбитой на вихревые домены, а роль доменных стенок играют ударные волны, возникающие вследствие расталкивания ВСА, имеющих одинаковые знаки топологического заряда. Эта стадия абсолютного доминирования ВСА с положительным топологическим зарядом является результатом сильной конкуренции первичных вихревых структур на стадии перехода от лабиринтно-вихревых ДС к чисто спиральному ДС (подробно этот сценарий конкуренции ДС был рассмотрен в работе [32]).

Интуитивно кажется, что последующая эволюция системы (вследствие указанного расталкивания одноименно заряженных ВСА) должна протекать по сценарию постепенного умень-

шения $|Q_{\Sigma T}|$ при сохранении $\text{sgn} Q_{\Sigma T}$, тем более, что указанный сценарий уже наблюдался в компьютерных экспериментах работы [32] на похожей, хотя и гораздо меньшей по размерам системе. И действительно, вплоть до $n \approx 1,85 \cdot 10^6$ так и происходит. При $n = 1,85 \cdot 10^6$ (рис. 2, нижний паттерн) во всей системе остаются лишь три ВСА. Две из них, имеющие $Q_T = +1$, приближаются к границе, а ядро третьей ВСА уже находится на границе активной среды.

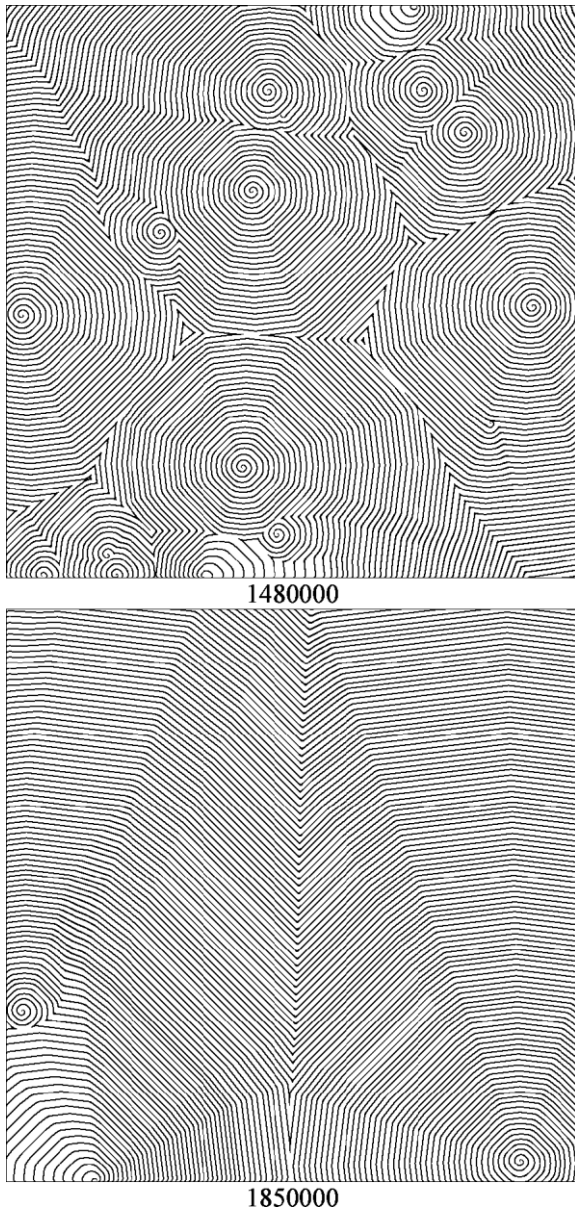


Рис. 2. Фрагменты эволюции самоорганизованных ВСА в условиях их сильной конкуренции (стадия абсолютного доминирования ВСА с положительным топологическим зарядом)

Однако далее эволюционный процесс получает совсем другое направление, которое нельзя было предсказать на основе интуитивных соображений. Рассмотрим наиболее важные стадии этого процесса. При $1,85 \cdot 10^6 < n < 1,88 \cdot 10^6$ почти вертикальная доменная стенка изгибается, а расположенная у западной границы активной среды ВСА движется вдоль этой границы, постепенно прижимаясь к ней. Одновременно почти посредине южной границы рождается дислокация, растущая в северном направлении. По мере роста данная дислокация постепенно закручивается, образуя ВСА с $Q_T = -1$. Эта ВСА при $n = 1,89 \cdot 10^6$ уже составляет заметную конкуренцию по отношению к прежним двум ВСА, имеющим $Q_T = +1$ (рис. 3, верхний паттерн). Результатом конкуренции является гибель обеих ВСА с $Q_T = +1$ (в результате разрушения их ядер на границах среды) и образование монодоменной структуры - ВСА с $Q_{\Sigma T} \equiv Q_T = -1$ и почти правильной формой типа архимедовой спирали (рис. 3, нижний паттерн). Итак, в системе происходит *самоиндуцированное обращение знака топологического заряда*, не связанное с флуктуационной перестройкой состояния системы.

Интересно сопоставить поведение нашей вихреобразующей системы, составленной из возбудимых элементов, с поведением вихреобразующей системы из осцилляторных элементов [42]. Уединенные возбудимые элементы (трехуровневые АЦ) сами по себе не могут совершать колебания, а описанные выше кооперативные динамические эффекты образования ВСА определяются характером взаимодействия каждого данного АЦ со своим ближайшим окружением.

Соответственно при возникновении колебательных и (или) волновых процессов в возбудимой среде поведение АЦ, находящихся в поверхностном слое, может сильно отличаться от поведения всех других АЦ. Для систем, рассмотренных в работе [42] это различие не столь сильное, поскольку здесь определяющую роль играют процессы синхронизации элементов, которые изначально уже совершают колебания, в том числе и будучи уединенными. В результате в возбудимой среде, в отличие от среды из осцилляторных элементов, типичным является процесс рождения динамических дефектов (дислокаций) на границах системы, что и приводит к развитию новых ВСА, знак Q_T для которых может отличаться от знака ВСА в доминирующем ансамбле последних. Далее все решается тем, какая (какие) ВСА побеждают в конкуренции, что и показано на рис. 3.

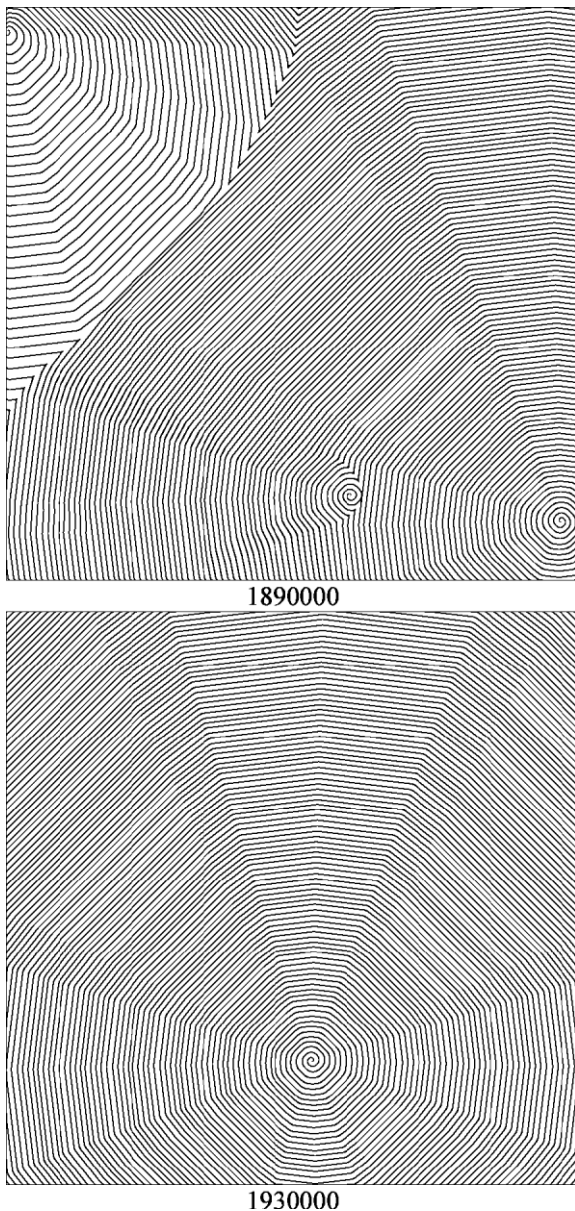


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но на стадии самоиндуцированного перехода к отрицательному топологическому заряду системы

К вышесказанному следует добавить, что подобная детерминированная трансформация Q_T является строго запрещенной как в консервативной $2D$ -системе, так и в неограниченной диссипативной $2D$ -системе. Именно наличие границ среды и определяет возможность несохранения не только модуля, но и знака топологического заряда в диссипативной системе, где эволюционирует доменная вихревая структура. Конкретный механизм, приводящий впоследствии к обращению знака топологического заряда, связан со сравнительно быстрыми эффектами рождения дислокаций (зародышей ВСА) на границах системы. Од-

нако общее время переходного процесса достигает гигантских значений, на много порядков превышающих времена релаксации уединенных АЦ, что обусловлено медленной перестройкой вихревой структуры по всему активному пространству. Такие процессы несохранения Q_T , проявляющиеся в результате длительной эволюции ДС в нелинейных системах, привлекают в настоящее время внимание специалистов в области нелинейной динамики [44], что указывает на перспективность продолжения работ в этом направлении. Перед тем, как переходить к итогам данной работы, укажем также и другие возможные направления исследований ДС в трехуровневых системах.

6. Направления дальнейших исследований. Перспективным направлением исследования ДС и, в частности, ВСА является динамика многокомпонентных неоднородных возбудимых сред рассмотренного нами типа (ограниченных сред с двухканальной диффузией возбудителей). Пусть возбудимая среда содержит несколько перемешанных в пространстве групп АЦ с различающимися временами рефрактерности $\tau_r = \tau_r(i, j)$. В диссипативных системах с *одноканальной* диффузией указанная пространственная неоднородность возбудимой среды, как известно [30], может приводить к спонтанному нарастанию количества ВСА (репликации ВСА) в пределах всей среды, причем для этих же систем зачастую характерен и быстрый дрейф ВСА. В то же время в указанных системах с *одноканальной* диффузией возбудителей столкновение ядра ВСА с поглощающими границами, как уже отмечалось выше, обычно приводит к разрушению ВСА [30]. Таким образом, имеется конкуренция между процессами объемной репликации ВСА и их поверхностным поглощением. Оценим условия возникновения неустойчивости (нарастания количества ВСА) в подобной системе.

Пусть $W(n)$ - количество всех ВСА в $2D$ -системе на момент времени n . Тогда критерий нарастания количества ВСА $\Delta W \equiv W(n + \Delta n) - W(n) > 0$ можно сформулировать по аналогии с критерием возбуждения цепной реакции в расщепляющейся среде. Если считать, что площадь нашей активной $2D$ -среды очень большая $\bar{M}^2 \gg 1$, где $\bar{M} \sim \sqrt{D_{XY}}$ - характерный линейный размер среды, а статическое пространственное распределение АЦ с различными τ_r является случайным, то вероятность возникновения новой ВСА примерно одинакова для каждого из узлов активной среды. В этом случае количество ВСА $W_{1C}^{(+)}$, которые генерируются по всей площади среды с *одноканальной* диффузией

в течение отрезка времени Δn составляет $W_{1C}^{(+)} = \alpha W(n) \bar{M}^2$, где α - коэффициент, который в первом приближении не зависит от n .

С другой стороны, количество ВСА, которые вследствие дрейфа за время Δn достигают границ и там разрушаются, составляет $W_{1C}^{(-)} = \beta W(n) \bar{M} \Delta \bar{M}$, где β - коэффициент, который также в первом приближении можно считать не зависящим от n ; $\Delta \bar{M}$ - ширина приграничного слоя, из которого ВСА могут достигнуть границы за время Δn . Если считать, что $\Delta \bar{M} / \Delta n = \text{const}$, то, вводя $\Gamma \equiv \beta \Delta \bar{M}$, получаем, что количество генерируемых в среде ВСА превышает их потери на границах при $W_{1C}^{(+)} / W_{1C}^{(-)} \equiv (\alpha / \Gamma) \bar{M} > 1$, т. е. в случае одноканальной диффузии автоволновая неустойчивость ($\Delta W_{1C} > 0$) развивается только в системах, имеющих достаточно большой размер: $\bar{M}_{1C} > \bar{M}_{cr}$, где $\bar{M}_{cr} = \Gamma / \alpha$.

В этом состоит одно из качественных различий между возбудимыми средами с одноканальной и двухканальной диффузиями. В ограниченной возбудимой среде с *двухканальной* диффузией, как было показано выше, при определенных условиях на границе может происходить не распад, а регенерация ВСА. Следовательно, в среде с двухканальной диффузией имеем, с одной стороны, $W_{2C}^{(+)} \geq W_{1C}^{(+)}$ и, с другой стороны, $W_{2C}^{(-)} \ll W_{1C}^{(-)}$, т. е. порог автоволновой неустойчивости при наличии второго канала диффузии резко понижается, а при $W_{2C}^{(-)} = 0$ порог по параметру \bar{M} , очевидно, отсутствует вообще.

На практике это означает, что возбуждение автоволновой неустойчивости в среде с двухканальной диффузией может происходить в системах с умеренными размерами \bar{M}_{2C} , для которых $\bar{M}_{2C} \ll \bar{M}_{1C}$ (при этом, однако, все еще должно соблюдаться условие $\bar{M}_{2C} \gg \lambda_w$). Развитие неустойчивости на некотором этапе эволюции будет, естественно, ограничиваться теми или иными эффектами насыщения, когда величина $W(n)$ перестанет испытывать экспоненциальный рост и будет в большей или меньшей степени нерегулярно осциллировать относительно некоторого среднего значения. Однако динамическая стабилизация (т. е. выход на аттрактор, где осцилляции W становятся периодическими или же прекращаются вообще) в дискретной возбудимой среде может настолько затянуться, что доступным для наблюдения остается только та или иная часть

переходного процесса. Подобные сверхмедленные процессы рассматривались ранее [45] для 1D систем с непрерывным спектром состояний АЦ [46], где была обнаружена гиперэкспоненциальная зависимость τ_{tran} от размера системы. Поиск подобных процессов в системах с дискретным спектром состояний АЦ и, в частности, в системах с трехуровневыми АЦ может быть выполнен с помощью методов и программных средств, применявшихся в настоящей работе.

Выводы. Таким образом, методами компьютерных экспериментов исследованы процессы детерминированной самоорганизации ВСА в ограниченной, параметрически однородной среде, содержащей трехуровневые АЦ, связанные как локальной активацией, так и локальным ингибированием возбуждений. Основное внимание уделено особенностям конкуренции ВСА на различных этапах длительных переходных процессов в такой системе при ее импульсной инициализации и нулевом потоке возбуждений на границах.

При слабой конкуренции ВСА происходит их стабилизация, причем наблюдается сосуществование ВСА с различными знаками топологического заряда. При сильной конкуренции ВСА обнаружены процессы, приводящие к самоиндуцированному обращению знака топологического заряда. Механизм обращения знака топологического заряда связан с нелинейными явлениями на границах среды, где происходит рождение дислокаций - зародышей ВСА.

Исследованные нами явления конкуренции самоорганизованных автоволн в неравновесных диссипативных системах с трехуровневыми активными центрами имеют некоторые аналогии с экспериментально наблюдавшимися ранее автоволновыми явлениями в фазерных системах [15-19]. В частности, время переходных процессов и в тех и в других системах может достигать гигантских значений, которые на много порядков превышают времена релаксации уединенных АЦ.

Автор выражает искреннюю признательность С. Д. Маковецкому (Microsoft CP) за возможность использовать разработанные им программы Three-Level Model of excitable system (TLM) и Three-Level Laser model (TLL), а также за постоянное сотрудничество в проведении компьютерных экспериментов. Автор глубоко благодарен О. Л. Бандман (Институт вычислительной математики и математической геофизики, Новосибирск), Е. Д. Маковецкому (Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, кафедра физической оптики) и Р. Д. Петерсу (Department of Physics, Mercer University, Georgia, USA) за конструктивные замечания, советы и важную библиографическую информацию.

1. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. - 336 с.
2. *Гинзбург В. Л.* О некоторых успехах физики и астрономии за последние три года // Успехи физ. наук. - 2002. - 172, № 2. - С.213-219.
3. *Weiss C. O., Vaupel M., Staliunas K., Slekys G., Taranenko V. B.* Solitons and Vortices in Lasers // Appl. Phys. B. - 1999. - 68, N 2. - P.151-168.
4. *Ванаг В. К.* Волны и динамические структуры в реакционно-диффузионных системах. Реакция Белоусова-Жаботинского в обращенной микроэмульсии // Успехи физ. наук. - 2004. - 174, № 9. - С.991-1010.
5. *Кандаурова Г. С.* Новые явления в низкочастотной динамике коллектива магнитных доменов // Успехи физ. наук. - 2002. - 172, № 10. - С.1165-1187.
6. *Makovetsky E. D., Miloslavsky V. K., Ageev L. A.* Spontaneous Grating Formation in Thin Light-Sensitive AgCl-Ag Films at Linear P/S-Polarization of a Laser Beam // Journ. Optics A: Pure Appl. Optics. - 2005. - 7, N 7. - P.324-332.
7. *Sheka D. D., Gaididei Yu. B., Caputo J. G. et al.* A Limit Cycle in the Dynamics of a Magnetic Vortex in a Two-Dimensional Nanodot // Ukr. J. Phys. - 2005. - 50, N 11. - P.1278-1287.
8. *Кернер Б. С., Осунов В. В.* Автосолитоны: Локализованные сильно неоднородные области в однородных диссипативных системах. - М.: Наука, 1991. - 197 с.
9. *Staliunas K., Weiss C. O.* Nonstationary Vortex Lattices in Large-Aperture Class B Lasers // J. Opt. Soc. Amer. B. - 1995. - 12, N 6. - P.1142-1149.
10. *Люиселл У.* Излучение и шум в квантовой электронике. - М.: Наука, 1972. - 400 с.
11. *Brun E., Deighetti B., Meier D. et al.* Observation of Order and Chaos in a Nuclear Spin-Flip Laser // J. Opt. Soc. Amer. B. - 1985. - 2, N 1. - P.156-167.
12. *Ганапольский Е. М., Маковецкий Д. Н.* Квантовый парамагнитный усилитель гиперзвука на частоте 9,4 ГГц // Докл. АН СССР. - 1974. - 217, № 2. - С.303-306.
13. *Ganapolskii E. M., Makovetskii D. N.* Generation of Coherent Phonons in Ruby // Solid State Commun. - 1974. - 15, N 8. - P.1249-1252.
14. *Ганапольский Е. М., Маковецкий Д. Н.* Усиление и генерация когерентных фононов в рубине в условиях инверсии населенностей спиновых уровней // Журн. эксперим. и теорет. физики. - 1977. - 72, вып. 1. - С.203-217.
15. *Маковецкий Д. Н.* Нелинейная динамика индуцированного излучения фононов в микроволновом неавтономном акустическом квантовом генераторе при сверхнизкочастотной модуляции накачки // Письма в Журн. техн. физики. - 2001. - 27, вып. 12. - С.57-64.
16. *Маковецкий Д. Н.* Резонансная дестабилизация микроволнового индуцированного излучения фононов в акустическом квантовом генераторе (фазере) при периодической модуляции накачки // Журн. техн. физики. - 2004. - 74, вып. 2. - С.83-91.
17. *Маковецкий Д. Н.* Микроволновые спектры индуцированного излучения фононов в акустическом квантовом генераторе (фазере) с модулированной накачкой // Укр. физ. журн. - 2002. - 47, № 6. - С.538-544.
18. *Makovetskii D. N.* Nonlinear Dynamics of the Phonon Stimulated Emission in Microwave Solid-State Resonator of the Nonautonomous Phaser Generator // Telecommunications and Radioengineering. - 2002. - 58, N 11-12. - P.93-107.
19. *Makovetskii D. N.* Slowing-Down of Transient Processes upon the Formation of the Power-Spectrum Fine Structure of a Microwave Phonon Laser (Phaser) // Ukr. J. Phys. - 2006. - 51, N 5. - P.449-459.
20. *Азаркин В. А., Родак М. И.* Спиновая температура в электронном парамагнитном резонансе // Проблемы магнитного резонанса. - М.: Наука, 1978. - С.187-205.
21. *Азаркин В. А.* Динамическая поляризация ядер в твердых диэлектриках. - М.: Наука, 1980. - 196 с.
22. *Ганапольский Е. М., Маковецкий Д. Н.* Влияние ядер ^{27}Al на процессы инвертирования спин-системы Cr^{3+} и усиление гиперзвука в рубине // Укр. физ. журн. - 1982. - 27, № 4. - С.618-620.
23. *Ганапольский Е. М., Маковецкий Д. Н.* Возникновение отрицательной спиновой температуры в рубине при насыщении ЭПР ионов Cr^{3+} в условиях неравновесной поляризации ядер Al^{27} // Физика твердого тела. - 1982. - 24, вып. 7. - С.1960-1965.
24. *Law A.M., Kelton W.D.* Simulation Modeling and Analysis (3-rd Edition). - N.Y.: McGraw Hill, 2000. - 847 p.
25. *Бандман О.Л.* Клеточно-автоматные модели пространственной динамики // Системная информатика. - Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2006. - Вып. 10. - С.57-113.
26. *Lewis T. J., Rinzel J.* Self-Organized Synchronous Oscillations in a Network of Excitable Cells Coupled by Gap Junctions // Network Comput. Neural Syst. - 2000. - 11. - P.299-320.
27. *Albers D. J.* A Qualitative Numerical Study of High-Dimensional Dynamical Systems: Ph. D. Thesis (Physics). - Wisconsin-Madison: University of Wisconsin-Madison Press, 2004. - 115 p.
28. *Roska T., Chua L. O.* The CNN Universal Machine: 10 Years Later // J. Circuits, Systems and Computers. - 2003. - 12, N 4. - P.377-388.
29. *Зыков В. С., Михайлов А. С.* Вращающиеся спиральные волны в простой модели возбудимой среды // Докл. АН СССР. - 1986. - 286, № 2. - С.341-344.
30. *Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С.* Введение в синергетику. - М.: Наука, 1990. - 272 с.
31. *Makovetskiy S. D., Makovetskii D. N.* A Computational Study of Rotating Spiral Waves and Spatio-Temporal Transient Chaos in a Deterministic Three-Level Active System. - Cornell (USA). - 2005. - 38 p. - (Preprint / Condensed Matter Repository. Cornell University; № cond-mat/0410460, ver.2).
32. *Маковецкий Д. Н.* Нестационарные пространственные структуры, медленные переходные процессы и мультистабильность при слабой диффузии возбудителей в распределенных неравновесных системах с трехуровневыми активными центрами // Радиофизика и электроника. - Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. - 2005. - 10, № 3. - С.466-475.
33. *Makovetskiy S. D.* Numerical Modeling of Coexistence, Competition and Collapse of Rotating Spiral Waves in Three-Level Excitable Media with Discrete Active Centers and Absorbing Boundaries. - Cornell (USA). - 2006. - 15 p. - (Preprint / Condensed Matter Repository. Cornell University; № cond-mat/0602345).
34. *Фон Нейман Дж.* Теория самовоспроизводящихся автоматов / Под ред. А. Беркса. - М.: Мир, 1971. - 382 с.
35. *Petrás I., Rekeczky Cs., Roska T. et al.* Exploration of Spatio-Temporal Dynamic Phenomena in a 32x32-Cell Stored Program - Two-Layer CNN Universal Machine Chip Prototype // J. Circuits, Systems and Computers. - 2003. - 12, N 6. - P.691-710.
36. *Oya T., Asai T., Fukui T., Amemiya Y.* Reaction-Diffusion Systems Consisting of Single-Electron Oscillators // Int. J. Unconventional Computing. - 2005. - 1. - P.177-194.
37. *Денисенко В. Г.* Эволюция и характеристики лазерных пучков с оптическими сингулярностями: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. - Киев: Ин-т физики НАН Украины, 2004. - 21 с.
38. *Cojoc D., Garbin V., Ferrari E. et al.* Laser Trapping and Micro-Manipulation using Optical Vortices // Intl. Conf. on Microprocesses and Nanotechnology 2004: Digest of Papers. - Piscataway (NJ, USA): IEEE Publishing. - 2004. - P.260-261.
39. *Успенский В. А., Семенов А. Л.* Теория алгоритмов. - М.: Наука, 1987. - 288 с.
40. *Маковецкий С. Д.* Программа для моделирования про-

- странственно-временных структур в трехуровневых лазерах // Тр. 9-го Международ. форума "Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке" (19 - 21 апреля 2005). - Харьков: ХНУРЭ, 2005. - 348 с.
41. Маковецкий С. Д. Метод численного моделирования нестационарных процессов в трехуровневых возбудимых средах и его программная реализация на языке Java // Тр. 10-го Юбилейного Международ. форума "Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке" (10 - 12 апреля 2006). - Харьков: ХНУРЭ, 2006. - 357 с.
 42. Brito C., Aranson I. S., Chate H. Vortex Glass and Vortex Liquid in Oscillatory Media // Phys. Rev. Lett. - 2003. - 90, N 6. - P.068301.
 43. Brandenburg A. How Long can Left and Right Handed Life Forms Coexist? - Cornell (USA). - 2004. - 15 p. - (Preprint / Quantitative Biology Repository. Cornell University; № q-bio/0407008).
 44. Singh R.-P., Roychowdhury S. Nonconservation of Topological Charge: Experiment with Optical Vortex // Journ. Modern Optics. - 2004. - 51, N 2. - P.177-181.
 45. Crutchfield J. P., Kaneko K. Are Attractors Relevant to Turbulence? // Phys. Rev. Letters. - 1988. - 60, N 26. - P.2715-2718.
 46. Kaneko K. Collapse of Tori and Genesis of Chaos in Dissipative Systems. - Singapore: World Scientific, 1986. - 264 p.

COMPETITION OF SELF-ORGANIZED
ROTATING SPIRAL AUTOWAVES IN
NONEQUILIBRIUM DISSIPATIVE SYSTEM
WITH THREE-LEVEL ACTIVE CENTERS

D. N. Makovetskii

Competition of self-organized rotating spiral autowaves (RSA) is computationally studied in a nonequilibrium dissipative system possessing excitability and the two-channel diffusion of excitations. Such the system consists of locally interacting three-level

active centers (AC) having properties close to ones for AC in the phaser (microwave phonon laser). Dynamical stabilization and coexistence of RSA with different topological charges were observed under conditions of their weak competition. A phenomenon of self-induced reversing of the sign of topological charge was revealed for the case of strongly competing RSA; the mechanism of this nonlinear phenomenon is found. Perspectives of investigations of RSA in nonequilibrium dissipative systems with excitable three-level AC are discussed.

Key words: rotating spiral autowaves, self-organization, phaser.

КОНКУРЕНЦІЯ САМООРГАНІЗОВАНИХ
ОБЕРТОВИХ СПІРАЛЬНИХ АВТОХВИЛЬ У
НЕРІВНОВАЖНІЙ ДИСИПАТИВНІЙ СИСТЕМІ
З ТРИРІВНЕВИМИ АКТИВНИМИ ЦЕНТРАМИ

Д. М. Маковецкий

Методом комп'ютерного моделювання досліджена конкуренція самоорганізованих обертових спіральних автохвиль (ОСА) у нерівноважній дисипативній системі, яка має властивості збуджуваності та двоканальний механізм дифузії збуджень. Система складається із локально взаємодіючих активних центрів (АЦ), що мають властивості близькі до властивостей АЦ у фазері (мікрохвильовому фононному лазері). При слабкій конкуренції ОСА спостерігалась їх динамічна стабілізація та співіснування ОСА з різними топологічними зарядами. У випадку сильно конкуруючих ОСА виявлено самоіндуковане обернення знаку топологічного заряду та встановлено механізм цього нелінійного явища. Обговорюються перспективи дослідження ОСА у нерівноважних дисипативних системах зі збуджуваними трирівневими АЦ.

Ключові слова: обертові спіральні автохвилі, самоорганізація, фазер.

Рукопись поступила 1 ноября 2006 г.