

## АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИФFUЗИОННО-ДРЕЙФОВОЙ МОДЕЛИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР С ЛАВИННЫМИ $P$ - $N$ ПЕРЕХОДАМИ

П. П. Максимов

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: lndes@ire.kharkov.com*

Разработан алгоритм решения уравнений диффузионно-дрейфовой модели обратносмещенных  $pn$ - $i$ - $pn$  структур с резкими  $p$ - $n$  переходами. За основу алгоритма взяты разностные уравнения модифицированного метода встречных прогонок, метода расчета полупроводниковых  $pn$ - $i$ - $pn$  структур с резкими  $p$ - $n$  переходами и метода расчета резких  $p$ - $n$  переходов в режиме автоколебаний. Оценена погрешность расчета электрического поля Ge, Si и GaAs  $pn$ - $i$ - $pn$  структур с обратной связью. Показано, что относительная погрешность уменьшается с увеличением числа узлов разностной сетки и ограничена погрешностью аппроксимации дифференциальных операторов разностными. Приведены автоколебания электрического поля и плотности тока этих структур и их спектр. Рассмотрен предельный случай малых лавинных токов. Ил. 6. Библиогр.: 17 назв.

**Ключевые слова:** полупроводник, алгоритм, обратносмещенная  $pn$ - $i$ - $pn$  структура, лавинно-каскадное усиление, ударная ионизация, разностный метод, СВЧ автоколебания.

Одной из актуальных задач полупроводниковых приборов является разработка алгоритмов расчета автогенераторов мм и субмм диапазонов на основе лавинных  $p$ - $n$  переходов с оптимальными параметрами.

Современная нелинейная теория лавинно-пролетных  $p$ - $n$  переходов (ЛПД), в принципе, не может описывать режим автоколебаний. Это связано с тем, что уравнения диффузионно-дрейфовой модели (ДДМ) ЛПД решаются в приближении малых лавинных токов, существенно меньших предельного тока  $p$ - $n$  перехода [1].

В работах [2, 3] для решения уравнений ДДМ одномерных и двумерных полупроводниковых структур предложены разностные схемы, вычислительный алгоритм которых построен на методе прогонок [4]. Для анализа лавинно-пролетного диода (ЛПД) разработана полуневная разностная схема, решение которой находится методом, аналогичным методу потоковой прогонки [5].

Эти методы справедливы при рассмотрении диффузионных  $p$ - $n$  переходов. Однако в случае резких  $p$ - $n$  переходов они не пригодны, так как не учитывают наличие точек разрыва на границе  $p$ - и  $n$ -областей, в которых дифференциальные уравнения теряют смысл.

Для решения уравнений ДДМ резких  $p$ - $n$  переходов был разработан модифицированный метод встречных прогонок [6]. Модификация метода заключается в изменении схемы пересчета искомой функции на границе раздела  $p$ - и  $n$ -областей. Этот метод позволяет проводить расчет резких  $p$ - $n$  переходов с автоматическим выполнением условия непрерывности и правильно рассчитывать электрическое поле. В работе [7] предложен численный метод расчета полупроводниковых структур с резким  $p$ - $n$  переходом. Он основан на применении модифицированного метода встречных прогонок [6] и позволяет решать урав-

нения ДДМ резких  $p$ - $n$  переходов в обедненных областях с фиксированными границами. В работе [8] разработан метод расчета резких лавинных  $p$ - $n$  переходов в режиме автогенерации, который обладает устойчивостью разностной схемы при решении уравнений ДДМ в обедненных областях резких  $p$ - $n$  переходов с подвижной границей.

Целью данной работы является создание алгоритма решения уравнений ДДМ обратносмещенных  $pn$ - $i$ - $pn$  структур в режиме автоколебаний и численная оценка погрешности решения. За основу алгоритма взяты разностные уравнения модифицированного метода встречных прогонок, метода расчета полупроводниковых структур с резкими  $p$ - $n$  переходами и метода расчета резких  $p$ - $n$  переходов в режиме автоколебаний.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим многослойную полупроводниковую структуру, состоящую из двух резких  $p$ - $n$  переходов, соединенных областью собственного полупроводника (рис. 1). Точки  $x_2$  и  $x_5$  являются границами раздела  $p$ - и  $n$ -областей обоих  $p$ - $n$  переходов. Области  $p_1$  и  $p_2$  однородно легированы примесью акцепторов и имеют соответственно размеры  $x_2 - x_1$  и  $x_5 - x_4$ . Области  $n_1$  и  $n_2$  однородно легированы примесью доноров, размеры которых равны соответственно  $x_3 - x_2$  и  $x_6 - x_5$ ;  $i$ -область – собственный полупроводник размером  $x_4 - x_3$ . Точка  $x_2 = 0$  принята за начало координат.

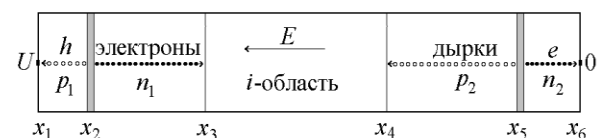


Рис. 1. Одномерная модель  $pn$ - $i$ - $pn$  структуры с резкими лавинными  $p$ - $n$  переходами

На  $pn-i-pn$  структуру подано обратное смещение  $U < 0$ , обеспечивающее ударную ионизацию в обоих переходах, наличие электрического поля в  $i$ -области и требуемые размеры обедненных областей  $p-n$  переходов. Расчет такого смещения выполнен в соответствии с методикой работы [9]. Для поддержания обратной связи по дрейфовому току между  $p-n$  переходами необходимо, чтобы длина  $i$ -области была меньше длины свободного пробега электронов и дырок. Напряжение пробоя  $p-n$  переходов структуры определяется в результате решения стационарных уравнений ДДМ полупроводников.

Уравнения ДДМ, описывающие ударную ионизацию в  $p-n$  переходах  $pn-i-pn$  структуры, имеют следующий вид [1, 10]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E(x,t)}{\partial x} &= \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} \left[ p(x,t) - n(x,t) + N(x) \right]; \\ \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x} &= -E(x,t) \end{aligned} \right\}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} + \alpha_n J_n + \alpha_p J_p - R(n,p); \quad (2)$$

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + \alpha_n J_n + \alpha_p J_p - R(n,p); \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} J_n(x,t) &= qn(x,t)\mu_n E(x,t) + qD_n \frac{\partial n(x,t)}{\partial x}, \\ J_{cm}(x,t) &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E(x,t)}{\partial t}, \\ J_p(x,t) &= qp(x,t)\mu_p E(x,t) - qD_p \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \\ J(t) &= J_n(x,t) + J_p(x,t) + J_{cm}(x,t), \end{aligned} \right\}; \quad (4)$$

$$J(t) = J_n(x,t) + J_p(x,t) + J_{cm}(x,t), \quad (5)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля;  $\varphi$  – электрический потенциал;  $J$  – плотность полного тока;  $J_n$  – плотность электронного тока;  $J_p$  – плотность дырочного тока;  $J_{cm}$  – плотность тока смещения;  $J_{st}$  – первичный ток, инициирующий ударную ионизацию в  $p-n$  переходе;  $n$  – концентрация электронов в зоне проводимости;  $p$  – концентрация дырок в валентной зоне;  $q$  – абсолютное значение заряда электрона;  $\varepsilon \varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума;  $R(n,p)$  – скорость рекомбинации электронов и дырок [1, 10];

$$N(x) = \begin{cases} -N_{a1}, & x_1 \leq x < x_2; \\ 0, & x_3 < x < x_4, \\ N_{a2}, & x_4 < x < x_5; \\ N_{d2}, & x_5 < x \leq x_6 \end{cases} -$$

распределение концентрации примесных атомов в структуре;  $N_a, N_d$  – концентрация акцепторов и

доноров соответственно;  $\bar{R}$  – плотность тока рекомбинации;  $D_n, D_p$  – коэффициенты диффузии электронов и дырок, которые связаны с подвижностями  $\mu_n, \mu_p$  соотношениями Эйнштейна  $\mu_n = D_n / \varphi_0$ ;  $\mu_p = D_p / \varphi_0$ ;  $\varphi_0 = kT / q$ ;  $T$  – абсолютная температура;  $k$  – постоянная Больцмана;  $w_p, w_n$  – координаты обедненных  $p$ - и  $n$ -областей обоих  $p-n$  переходов;  $\alpha_{n,p}(E) = A_{n,p} \exp\left[-\left(\frac{b_{n,p}}{E}\right)^{m_{n,p}}\right]$  – коэффициенты ударной

ионизации электронов и дырок, где параметры  $A, b$  и  $m$  определяются материалом полупроводника [11].

Уравнения ДДМ дополняются граничными условиями

$$\left. \begin{aligned} E(w_p, t) &= 0, \quad E(w_n, t) \neq 0, \\ \varphi(w_p, t) &= V(t), \quad \varphi(w_n, t) = 0, \\ J_p(w_p, t) &= J(t) - J_{ns}(w_p, t), \\ J_n(w_n, t) &= J(t) - J_{ps}(w_n, t) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

начальным условием

$$J(w_n, t = 0) = J_{ns} + J_{ps} \quad (7)$$

и условиями непрерывности электрического поля и потенциала на границе раздела  $p$ - и  $n$ -областей

$$\left. \begin{aligned} E(x,t)|_{x=x_2-0} &= E(x,t)|_{x=x_2+0} \\ \varphi(x,t)|_{x=x_2-0} &= \varphi(x,t)|_{x=x_2+0} \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где  $J_{ns}, J_{ps}$  – плотность электронного и дырочного токов тепловой генерации соответственно;  $V(t) = -\int_{w_p}^{w_n} E(x,t) dx$  – падение напряжения на  $p-n$  переходе.

В  $i$ -области  $pn-i-pn$  структуры происходит дрейф и рекомбинация электронов и дырок. Эти процессы описываются уравнениями (1)-(3), в правой части которых отсутствуют члены, определяющие генерацию электронно-дырочных пар.

Для численного интегрирования уравнения ДДМ преобразовывались в безразмерные уравнения следующим образом [2]:  $E' = E / E_0$ ;  $\varphi' = \varphi / \varphi_0$ ;  $n' = n / n_i$ ;  $p' = p / n_i$ ;  $N' = N / n_i$ ;  $x' = x / L_0$ ;  $t' = t / t_0$ ;  $J'_p = J_p / J_0$ ;  $J'_n = J_n / J_0$ ;  $J'_{cm} = J_{cm} / J_0$ ;  $D'_p = D_p / D_0$ ;  $D'_n = D_n / D_0$ .

Основные нормировочные коэффициенты равны:  $E_0 = \varphi_0 / L_0$ , В/м;  $D_0 = 1$ , м<sup>2</sup>/с;  $\varphi_0 = kT / q$ , В;  $L_0 = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \varphi_0 / q n_i}$ , м;  $J_0 = q n_i D_0 / L_0$ , А/м<sup>2</sup>;  $t_0 = L_0^2 / D_0$ , с [2].

**2. Алгоритм решения уравнений.** Рассмотрим алгоритм решения уравнений ДДМ на временном слое  $t = \tau$  применительно к  $p_1$ - $n_1$  переходу. Введем в области определения  $G \frac{1}{4} L_p \leq x \leq L_n; 0 \leq t \leq T$  разностную сетку

$$\omega_{ht} = \left\{ \begin{array}{l} (x_i, t^j), x_{i+1} = x_i + h_i, i = 2, 3, \dots, M - 1; \\ t^{j+1} = t^j + \tau, j = 1, 2, \dots, N \end{array} \right\}.$$

Заменим в уравнениях ДДМ дифференциальные операторы разностными. Погрешность аппроксимации дифференциальных операторов разностными не превышает  $O(\tau + h)$  [4]. Пренебрегая рекомбинацией носителей заряда в обедненном слое  $p_1$ - $n_1$  перехода, получим полуневяную разностную схему в следующем виде:

$$A_{\varphi_i} \varphi_{i-1}^{j+1} - C_{\varphi_i} \varphi_i^{j+1} + B_{\varphi_i} \varphi_{i+1}^{j+1} = -F_{\varphi_i}^j; \quad (9)$$

$$E_i^{j+1} = \left( \varphi_{i-1}^{j+1} - \varphi_i^{j+1} \right) h_i; \quad (10)$$

$$J_{ni+1}^{j+1} = A_{ni} J_{ni}^{j+1} + \frac{h}{v_n \tau} J_{ni}^j + h_i \left( \varphi_{ni}^{j+1} J_{ni}^{j+1} + \alpha_{pi}^{j+1} J_{pi}^{j+1} \right) h_i \bar{R}_i^{j+1}; \quad (11)$$

$$J_{ni+1}^{j+1} = A_{ni} J_{ni}^{j+1} + \frac{h}{v_n \tau} J_{ni}^j + h_i \left( \varphi_{ni}^{j+1} J_{ni}^{j+1} + \alpha_{pi}^{j+1} J_{pi}^{j+1} \right) h_i \bar{R}_i^{j+1}; \quad (12)$$

$$J_{cmi+1}^{j+1} = \left( E_i^{j+1} - E_i^j \right) \tau; \quad (13)$$

$$J^{j+1} = J_n^{j+1} + J_p^{j+1} + J_{cm}^{j+1}; \quad (14)$$

где  $A_{\varphi_i} = 1/h_i^2$ ;  $C_{\varphi_i} = 2A_{\varphi_i}$ ;  $B_{\varphi_i} = A_{\varphi_i}$ ;  $F_{\varphi_i}^j = N(x) + p_i^j - n_i^j$ ;  $A_p^i = 1 + h_i/v_p \tau$ ;  $A_n^i = 1 - h_i/v_n \tau$ .

Аналогичные разностные уравнения имеют место для  $p_2$ - $n_2$  перехода. В  $i$ -области эти уравнения упрощаются, так как в ней электрическое поле существенно ниже пробивного значения, поэтому ударная ионизация атомов не происходит. В уравнениях ДДМ диффузионный ток не учитывается, так как он существенно меньше дрейфового тока [1, 10].

Решение разностных уравнений ДДМ в узлах пространственной сетки  $pn$ - $i$ - $pn$  структуры находим последовательно на каждом временном слое временной сетки. Схема вычислений выполняется следующим образом. На временном слое  $t = \tau$  находим решения разностных уравнений для  $p_1$ - $n_1$  перехода. Решение разностных уравнений (9) находим модифицированным методом встречных прогонок [6]. Распределение электрического поля в переходе определяем из выражения (10). Решение разностных уравнений (11)-(12) найдем методом расчета полупроводниковых структур с резкими  $p$ - $n$  переходами в виде сеточных функций [7]. Сгенерированные в слое умножения  $p_1$ - $n_1$  перехода электронно-дырочные

пары разделяются под действием сильного электрического поля. Дырки дрейфуют к  $p^+$ -контакту, а электроны – к  $i$ -области структуры. Дрейф и рекомбинация электронов в  $i$ -области определяется разностным уравнением (11), в котором исключена генерация электронно-дырочных пар. Граничным условием для этого уравнения является значение плотности электронного тока на выходе из  $n_1$ -области.

Значение плотности электронного тока на границе  $p_2$ -области является начальным для решения уравнений ДДМ  $p_2$ - $n_2$  перехода. В этом переходе сеточные функции определяются конечно-разностным методом работы [7]. Сгенерированные в слое умножения  $p_2$ - $n_2$  перехода электронно-дырочные пары разделяются под действием сильного электрического поля. Далее электроны уходят на  $n^+$ -контакт, а дырки под действием электрического поля возвращаются в  $i$ -область структуры. Начальным условием для решения уравнений переноса в этой области является значение плотности дырочного тока на выходе из  $p_2$ -области. Дрейф и рекомбинация дырок в  $i$ -области определяется разностным уравнением (12), в котором исключена генерация электронно-дырочных пар.

Значение плотности электронного тока на границе  $n_1$ -области является начальным для решения уравнений ДДМ  $p_1$ - $n_1$  перехода. В этом переходе ударная ионизация инициируется дырками. Искомые сеточные функции определяются методом [7]. Таким образом, определив искомые величины на пространственной сетке  $p_1$ - $n_1$ - $i$ - $p_2$ - $n_2$  структуры на временном слое  $t = \tau$ , переходим к их определению на временном слое  $t = 2\tau$  и т. д.

**3. Шаг интегрирования.** Оптимальный шаг интегрирования можно найти численно путем последовательного сгущения узлов сетки  $I_{01}$  в интервале  $15 < I_{01} < 365$  [4]. Шаг на пространственной сетке равен  $h = w/I_{01}$ , где  $w$  – ширина обедненной области  $p$ - $n$  перехода. Шаг на временной сетке  $\tau$  связан с шагом на пространственной сетке условием устойчивости разностной схемы Куранта  $\tau \leq h/v$  ( $v$  – скорость носителей заряда). Относительная погрешность решения определялась по формуле  $\delta = 100(E_2 - E_1)/E_1$  %, где  $E_1$  – значение электрического поля при минимальном числе узлов  $I_{01} = 365$ ;  $E_2$  – текущее значение. Величина шага интегрирования является результатом компромисса между временем счета и точностью решения. Для GaAs, Si и Ge  $pn$ - $i$ - $pn$  структур оптимальная величина шага на временной сетке равна  $\tau = 4,4$  пс, что соответствует числу узлов  $I_{01} = 100$  (рис. 2). При  $I_{01} < 100$  относительная погрешность резко возрастает.

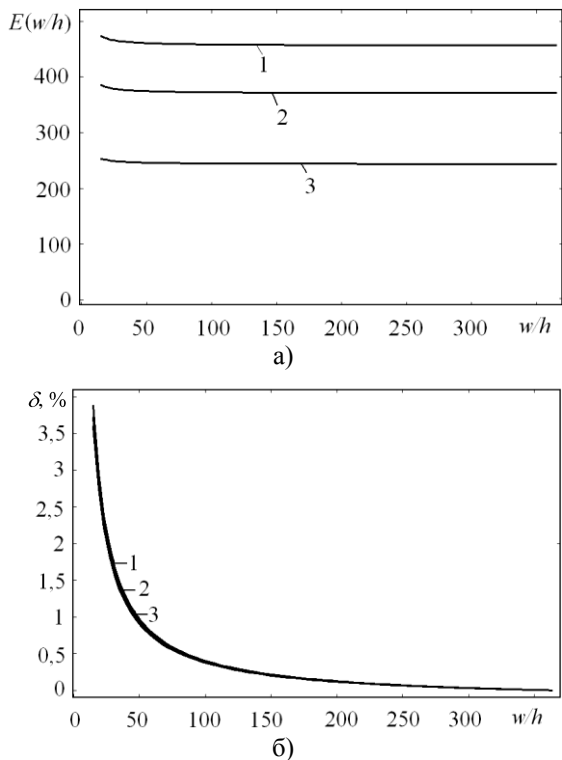


Рис. 2. Электрическое поле (а) и относительная погрешность (б) решения уравнений ДДМ  $pn$ - $i$ - $pn$  структур из различного материала в зависимости от величины шага интегрирования: 1 – GaAs; 2 – Si; 3 – Ge ( $N_{a1} = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $N_{d1} = N_{a1}$ ;  $N_{d2} = N_{a1}$ ;  $N_{a2} = N_{a1}$ ;  $D_i/L_{pdif} = 1$ )

**4. Численные результаты.** Лавинный ток в  $p$ - $n$  переходах  $p_1n_1$ - $i$ - $p_2n_2$  структуры определяется коэффициентами ударной ионизации электронов и дырок и величиной обратного смещения на структуре [1, 12]. Амплитуда коэффициентов ударной ионизации  $\alpha[E(t)]$  ограничена зарядом подвижных носителей и, как следствие, амплитуда лавинного тока также ограничена этим зарядом [12]. Коэффициенты ионизации имеют одну функциональную зависимость от электрического поля и изменяются по одному временному закону. По этому же закону модулируется плотность электронного и дырочного токов. В обратносмещенных  $p_1n_1$ - $i$ - $p_2n_2$  структурах обратная связь по дрейфовому току между  $p$ - $n$  переходами обуславливает их взаимную инжекцию, а различие в дрейфовых скоростях электронов и дырок приводит к модуляции периода колебаний. Это следует из зависимости электрического поля и лавинного тока от времени в GaAs  $p_1n_1$ - $i$ - $p_2n_2$  структуре, представленной на рис. 3. Видно, что автоколебания состоят из серии импульсов, а максимальная величина амплитуды автоколебаний ограничена. Как известно, в резких  $p$ - $n$  переходах с постоянным обратным смещением автоколебания являются одночастотными [13-15]. Их частота определяется концентрацией примесных атомов, а форма колебаний – напряжением на переходе.

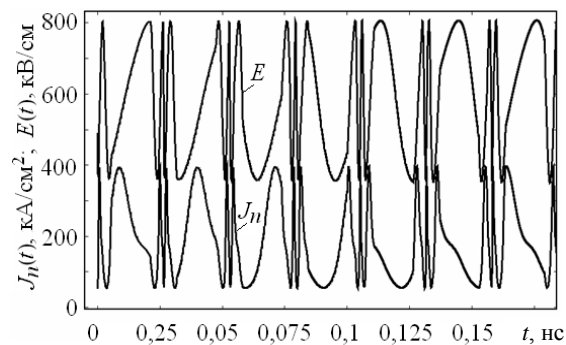


Рис. 3. Автоколебания напряженности электрического поля  $E$  и плотности электронного тока  $J_n$  в GaAs  $pn$ - $i$ - $pn$  структуре при постоянном обратном смещении  $U/U_{av} = 1,374$  ( $U_{av}$  – напряжение пробоя  $p$ - $n$  перехода;  $v_{ni}/v_{sn} = 1$ ;  $v_{pi}/v_{sp} = 0,0942$ ;  $N_{a1} = 3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $N_{d1} = N_{a1}$ ;  $N_{d2} = N_{a1}$ ;  $N_{a2} = N_{a1}$ )

В случае  $pn$ - $i$ - $pn$  структуры с двумя связанными  $p$ - $n$  переходами динамика системы существенно отличается от динамики одного  $p$ - $n$  перехода. В работах [16-17] в рамках феноменологической модели показано, что в обратносмещенных  $pn$ - $i$ - $pn$  структурах с положительной обратной связью имеет место хаотическая неустойчивость токов. На рис. 4 и 5 приведен амплитудный спектр автоколебаний в GaAs и Si  $p_1n_1$ - $i$ - $p_2n_2$  структурах с резкими  $p$ - $n$  переходами. Видно, что спектр автоколебаний является дискретным.

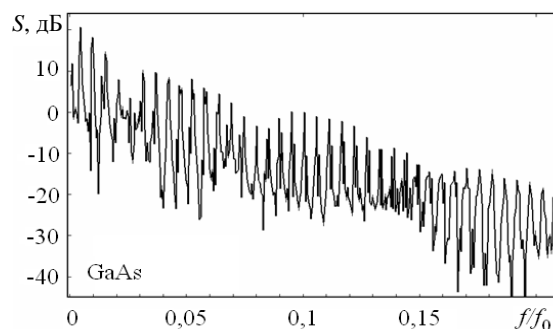


Рис. 4. Спектр автоколебаний плотности электронного тока в GaAs  $pn$ - $i$ - $pn$  структуре ( $f_0 = 7,042 \text{ ТГц}$ ;  $U/U_{av} = 1,374$ ;  $v_{ni}/v_{sn} = 1$ ;  $v_{pi}/v_{sp} = 0,0942$ ;  $N_{a1} = 3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $N_{d1} = N_{a1}$ ;  $N_{d2} = N_{a1}$ ;  $N_{a2} = N_{a1}$ ;  $D_i/L_{pdif} = 1$ )

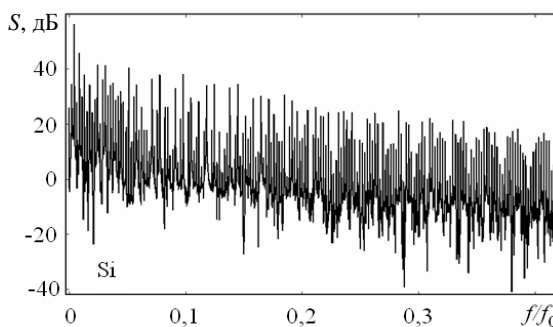


Рис. 5. Спектр автоколебаний плотности электронного тока в Si  $pn$ - $i$ - $pn$  структуре ( $f_0 = 647 \text{ ГГц}$ ;  $U/U_{av} = 1,29$ ;  $v_{ni}/v_{sn} = 0,25$ ;  $v_{pi}/v_{sp} = 0,2$ ;  $N_{a1} = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ;  $N_{d1} = N_{a1}$ ;  $N_{d2} = N_{a1}$ ;  $N_{a2} = N_{a1}$ ;  $D_i/L_{pdif} = 1$ )

**5. Предельный случай малых токов.**

При лавинном токе, существенно меньшем предельного тока  $p$ - $n$  перехода, система уравнений ДДМ (1)-(5) решается в приближении тонкого слоя [1]. В этом приближении уравнение Пуассона не изменяется, а уравнение для тока проводимости принимает следующее выражение:

$$\frac{d^2 \ln I_\pi(t)}{dt^2} + \frac{2}{\tau_\delta} \frac{I_{st}}{I_\pi(t)} \frac{d \ln I_\pi(t)}{dt} = \frac{2}{\tau_\delta} \frac{d\psi[E_\pi(t)]}{dt}, \quad (15)$$

где  $I_\pi(t)$  – ток проводимости на выходе из слоя умножения  $\delta$ ;  $\tau_\delta$  – время пролета носителями через слой умножения;  $\psi[E_\pi(t)] = \int_{-w_p}^{w_n} \alpha[E_\pi(t)] \times dx$  – интегральное умножение.

Пренебрегая в выражении (15) влиянием пространственного заряда подвижных носителей тока на электрическое поле в обедненной области  $p$ - $n$  перехода, получим известное упрощенное уравнение для тока проводимости [1]

$$\frac{d^2 \ln I_\pi(\xi)}{d\xi^2} = x \cos(\xi), \quad (16)$$

где  $\xi = \omega t$ ;  $x = I_1 / I_x$ ;  $I_1$  – амплитуда тока первой гармоники;  $I_x$  – характеристический ток.

При начальных условиях  $\xi = 0$ ,  $I_\pi = I_\pi^0$ ,  $dI_\pi / d\xi = 0$  и заданным током во внешней цепи  $I(t) = I_0 + I_1 \cos(\xi)$  уравнение (16) имеет аналитическое решение [1]

$$I_\pi(\xi) = I_\pi^0 \exp \left\{ \int_0^\xi [1 - \cos(\xi)] d\xi \right\}. \quad (17)$$

Результаты численного и аналитического решений уравнения (16) представлены на рис. 6, из которого видно, что токи проводимости, построенные по результатам численного и аналитического решений, графически совпадают при всех значениях параметра  $x$  (с абсолютной погрешностью  $\sim 0,2\%$ ).

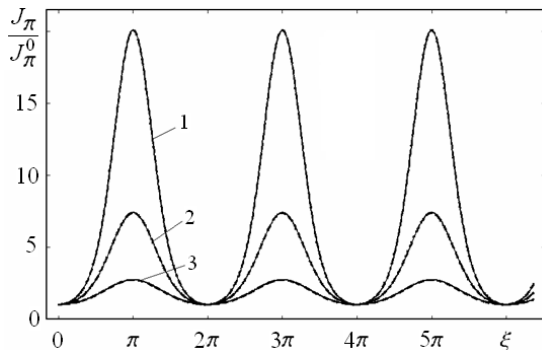


Рис. 6. Ток проводимости  $J_\pi / J_\pi^0$  в слое умножения резкого  $p$ - $n$  перехода как функция времени  $\xi = \omega t$  для трех значений амплитуды тока  $x$  (кривая 1 –  $x = 1,5$ ; 2 –  $1,0$ ; 3 –  $0,5$ ; сплошные кривые – численное решение уравнения (16), пунктирные – аналитическое решение по формуле (17))

Отметим, что эти графики совпадают и с графиками тока проводимости для случая больших амплитуд высокочастотного сигнала, приведенными в работе [1]. Такое совпадение результатов решения уравнения для тока проводимости (16) обусловлено тем, что алгоритм решения использует апробированные устойчивые численные методы.

**Выводы.** Предложен алгоритм решения уравнений ДДМ обратносмещенных  $pn$ - $i$ - $pn$  структур с резкими лавинными  $p$ - $n$  переходами, который позволяет эффективно решать уравнения разностной схемы и моделировать многочастотные автоколебания. Погрешность решения уменьшается с увеличением числа узлов разностной сетки и ограничена погрешностью аппроксимации дифференциальных операторов разностными. Оптимальный шаг интегрирования определяется исходя из компромисса между точностью решения и временем счета.

Приведены результаты решения уравнений ДДМ Ge, Si и GaAs  $pn$ - $i$ - $pn$  структур. Показано, что они имеют два режима работы – статический, при котором лавинный ток постоянен, и режим многочастотных автоколебаний. Этим режимам на фазовой плоскости соответствует особая точка и предельный цикл Пуанкаре.

Автор выражает благодарность К. А. Лукину за полезные дискуссии и критические замечания, способствовавшие улучшению работы.

1. Тагер А. С., Вальд-Перлов В. М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. – М.: Сов. радио, 1968. – 480 с.
2. Польский В. С. Численное моделирование полупроводниковых приборов. – Рига: Зинатие, 1986. – 168 с.
3. Садовников А. Д., Черняев А. В. Сравнение разностных схем для моделирования переходных процессов в биполярных полупроводниковых приборах // Журн. диф. уравнений. – 1987. – № 7. – С. 1262-1268.
4. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
5. Гарбер Г. З., Захаров А. М. Численный метод анализа работы лавинно-пролетных диодов // Электронная техника. Сер. 2. Полупроводниковые приборы. – 1979. – Вып. 5. – С. 101-121.
6. Лукин К. А., Максимов П. П. Модифицированный метод встречных прогонок // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 1999. – 4, № 1. – С. 83-86.
7. Лукин К. А., Максимов П. П. Метод расчета полупроводниковых структур с резкими  $p$ - $n$  переходами // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 1999. – 4, № 1. – С. 87-92.
8. Лукин К. А., Максимов П. П. Метод расчета лавинных  $p$ - $n$  переходов в режиме автогенерации // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2005. – 10, № 1. – С. 109-115.
9. Лукин К. А., Максимов П. П. Статические электрические поля в обратно смещенных  $pn$ - $i$ - $pn$  структурах // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2002. – 7, № 2. – С. 317-322.
10. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. – М.: Мир, 1984. – 456 с.
11. Керролл Дж. СВЧ-генераторы на горячих электронах. – М.: Мир, 1972. – 384 с.

12. Лукін К. А., Максимов П. П. Лавинно-каскадное усиление импульса в  $pn-i-pn$  структуре обратно смещенными  $p-n$  переходами // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2008. – 13, № 1. – С. 118-124.
13. Lukin K. A., Cerdeira H. A. and Maksymov P. P. Self-oscillations in reverse biased  $p-n$  junction with current injection // Appl. Phys. (Lett.). – 2003. – 83, No. 20. – P. 4643-4645.
14. Lukin K. A., Cerdeira H. A. and Maksymov P. P. // Terahertz self-oscillations in avalanche  $p-n$  junction with DC current injection. MSMW'07 Symposium Proceeding. Kharkov, Ukraine. – 2007. – 1. – P. 204-206.
15. Lukin K. A., Cerdeira H. A. and Maksymov P. P. // Terahertz self-oscillations in reverse-biased  $p-n$  junction. MSMW'07 Symposium Proceeding. Kharkov, Ukraine. – 2007. – 1. – P. 201-203.
16. Lukin K. A., Cerdeira H. A., Colavita A. A. Current Oscillations in Avalanche Particle Detectors with  $p-n-i-p-n$  Structure // IEEE Trans. El. Devices. – 1996. – 43, No. 3. – P. 473.
17. Lukin K. A., Cerdeira H. A., Colavita A. A. Chaotic instability of currents in a reverse biased multilayered structure // Appl. Phys. (Lett.). – 1997. – 71 (17). – P. 2484-2486.

ALGORITHM OF SOLUTION OF EQUATIONS  
OF DIFFUSIVE-DRIFTING MODEL  
OF SEMICONDUCTORS STRUCTURES WITH  
AVALANCHE  $P-N$  JUNCTIONS

P. P. Maksymov

The algorithm of solution of equations of diffusive-drifting model of the back biased  $pn-i-pn$  structures with abrupt  $p-n$  junctions has been developed. As a basis of the algorithm the following difference equations were taken: equation of modified method of the meeting drive away, equation of computing method of semiconductor  $pn-i-pn$  structures with abrupt  $p-n$  transitions and equation of computing method of abrupt  $p-n$  transitions in self-

oscillation mode. Inaccuracy of calculating the electric field of Ge, Si and GaAs  $pn-i-pn$  structures with a feed-back is appraised. It is shown that a relative error diminishes with the increase of number of knots of difference net and limited by the error of approximation of differential operators difference. Self-oscillations of the electric field, density of current, and their spectrum and phase portrait are given.

**Key words:** semiconductor, algorithm,  $pn-i-pn$  structure, avalanche-cascade amplification, impact ionization, difference method, SHF self-oscillations.

АЛГОРИТМ РІШЕННЯ РІВНЯНЬ  
ДИФУЗІЙНО-ДРЕЙФОВОЇ МОДЕЛІ  
НАПІВПРОВІДНИКОВИХ СТРУКТУР  
З ЛАВИННИМИ  $P-N$  ПЕРЕХОДАМИ

П. П. Максимов

Розроблено алгоритм рішення рівнянь дифузійно-дрейфової моделі зворотнзмощених  $pn-i-pn$  структур з різкими  $p-n$  переходами. За основу алгоритму взяті різницеві рівняння модифікованого методу зустрічних прогонів, методу розрахунку напівпровідникових  $pn-i-pn$  структур з різкими  $p-n$  переходами і методу розрахунку різких  $p-n$  переходів в режимі автоколювання. Оцінена відносна погрішність розрахунку електричного поля Ge, Si і GaAs  $pn-i-pn$  структур із зворотним зв'язком. Показано, що вона зменшується із збільшенням числа вузлів різницевої сітки і обмежена погрішністю апроксимації диференціальних операторів різницевами. Приведено автоколювання електричного поля, щільність струму, їх спектр і фазовий портрет.

**Ключові слова:** напівпровідник, алгоритм,  $pn-i-pn$  структура, лавинно-каскадне посилення, ударна іонізація, різницевий метод, ПВЧ автоколювання.

Рукопись поступила 2 сентября 2008 г.