УДК 533.922/924:621.315.592

ПОТОКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СЛОИСТЫХ ПЛАЗМОПОДОБНЫХ СРЕДАХ

В. М. Яковенко, С. И. Ханкина, И. В. Яковенко*

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: yavm@ire.kharkov.ua

**Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт,*
«Молния» Министерства образования и науки Украины
47, ул. Шевченко, Харьков, 61013, Украина

В гидродинамическом и кинетическом приближениях исследовано взаимодействие электростатических колебаний с потоком заряженных частиц, которые проходят параллельно или перпендикулярно границам структуры, состоящей из плазменного слоя, окруженного средами с различными электромагнитными свойствами. Определены спектры и бесстолкновительное затухание (усиление) колебаний в таких системах.

Рассмотрено взаимодействие электромагнитных колебаний периодически неоднородной плазменной среды (полупроводниковой сверхрешетки) с потоком электронов. Найдены условия возникновения неустойчивых состояний этих колебаний. Библиогр.: 20 назв.

Ключевые слова: поток заряженных частиц, плазма, слоистая среда, неустойчивость, нелинейные явления.

Одной из важных проблем современной радиофизики является необходимость освоения терагерцевого диапазона электромагнитных колебаний. Эти диапазоны важны не только для проведения научных исследований в разных областях физики, но и для многих технических приложений: радиолокация, радионавигация, экология, техника связи, технология производства новых полупроводниковых материалов, вычислительная техника и т. д.

Так, на первом месте, безусловно, стоит задача создания источников электромагнитного излучения. Среди многочисленных исследований, проведенных с целью ее решения, можно выделить несколько главных научных направлений.

Во-первых, предпринимаются попытки использовать в субмиллиметровом диапазоне лазерный принцип генерирования электромагнитных волн, который успешно реализован в оптике.

Во-вторых, проводятся исследования, направленные на совершенствование приборов, работающих в более низкочастотной области (по сравнению с оптикой), а именно: транзисторов, диодов Ганна, лавинно-пролетных диодов и др.

Кроме того, интересными представляются исследования плазменных эффектов в проводящих твердых телах: колебательных и волновых процессов, неустойчивых состояний и нелинейных явлений.

Именно в проводящих твердых телах (полупроводниках, полуметаллах) многие эффекты различной физической природы характеризуются временными масштабами порядка 10^{-9}-10^{-3} с; соответствующие частоты колебательных и релаксационных процессов принадлежат указанным диапазонам.

Пионерские исследования неустойчивых состояний, возникающих при взаимодействии электромагнитных волн с потоками заряженных частиц в твердом теле, были выполнены в работе [1].

В дальнейшем этой теме было посвящено множество публикаций (см., например, работы [2-5] и литературу в них).

Механизм обмена энергией потока пучка заряженных частиц с плазменной средой, обеспечивающий неустойчивость колебаний, может быть описан различными способами: либо на языке взаимодействия частица потока – волна в среде, либо волна – волна.

В первом случае для описания свойств пучка используется кинетическое уравнение Власова и неустойчивость называется кинетической. Она обусловлена резонансным взаимодействием волн в неподвижной плазме с отдельными группами частиц потока (или индивидуальными возбуждениями в потоке частиц – волнами Ван-Кампена), скорости которых совпадают с фазовыми скоростями волн (обращение затухания Ландау).

Во втором случае свойства возмущенного пучка описываются уравнениями гидродинамики, а неустойчивость возникает благодаря «связыванию» волн пространственного заряда в пучке с волнами в неподвижной плазме. Такая неустойчивость носит название гидродинамическая. Неподвижная плазма в обоих случаях, как правило, считается холодной, и поведение ее частиц определяется уравнениями движения.

Кроме того, взаимодействие потока частиц с волнами (колебаниями) в холодной неподвижной плазме может рассматриваться как процесс случайных столкновений ферми- и бозе-частиц. В этом случае соответствующие инкременты неустойчивости колебаний находят из кинетического уравнения для бозе-частиц. Такая неустойчивость, естественно, относится к кинетической.

Современная технология позволяет создавать проводящие твердотельные структуры: пленки, полупроводники со сверхрешеткой и двумерным (2*D*) электронным газом, а также структуры типа металл – диэлектрик – полупроводник, обладающие интересными особенностями.

В этих средах возникают новые ветви плазменных колебаний, а также связи между различного рода колебаниями, обусловленные наличием границ и их свойствами. Кроме того, в указанных структурах, имеющих субмиллиметровые размеры, реализуется баллистический транспорт переноса заряда. Поэтому в них могут проявляться неустойчивости, в основе которых лежат эффекты черенковского и переходного (тормозного) излучения заряженных частиц. Следует также отметить, что механизмы взаимодействия потоков частиц с плазмоподобными структурами важны для диагностики их электронных спектров и свойств поверхностей.

В нашей работе изложены результаты исследований механизмов неустойчивостей собственных колебаний твердотельных структур, используемых в современной радиофизике. Рассмотрены системы, состоящие из плазменного слоя (или диэлектрика), окруженного полубесконечными средами с различными электромагнитными свойствами. К подобным системам относятся двумерный электронный газ, структуры типа металл – диэлектрик – полупроводник [6-11]. Получены дисперсионные характеристики электростатических колебаний и изучены в гидродинамическом и кинетическом приближениях механизмы их взаимодействия с потоками заряженных частиц, проходящими параллельно или перпендикулярно границам раздела сред. Предложенная модель неоднородной среды является достаточно универсальной и позволяет анализировать ряд частных случаев, наиболее интересных для проведения экспериментов.

Рассмотрено взаимодействие потоков заряженных частиц с плазменными колебаниями в слоисто-периодических структурах [12-13]. Интерес к этим структурам вызван успешным синтезированием классических и квантовых сверхрешеток (СР). Показано, что при определенных соотношениях между временем пролета частицей пространственного периода структуры и частотой колебаний возникают неустойчивые состояния, аналогичные неустойчивости Ахиезера – Файнберга [14].

1. Электростатические колебания в плазмоподобных структурах с потоками заряженных частиц. Прежде всего рассмотрим дисперсионные характеристики электростатических колебаний в системе, представляющей собой плазменный слой (или диэлектрик), окруженный полубесконечными средами с различными электромагнитными свойствами [15].

Для определения спектра электростатических колебаний подобной структуры воспользуемся уравнениями электростатики

$$rot\,\vec{E} = 0; \qquad (1)$$

$$div\,\vec{D} = 0. \qquad (2)$$

Вектор электрической индукции $\vec{D}(\vec{r},t)$ связан с электрическим полем $\vec{E}(\vec{r},t)$ материальным уравнением

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{t} \varepsilon(t-t')\vec{E}(\vec{r},t')dt'. \qquad (3)$$

Выбираем систему отсчета таким образом, чтобы ось y была направлена перпендикулярно границам раздела, а оси x, z – параллельны им. Вдоль осей x, z система предполагается безграничной.

Пусть пластина с $\varepsilon = \varepsilon_1$ занимает область $-d \le y \le d$; полупространство $-\infty < y < -d$ – среда "2" с $\varepsilon = \varepsilon_2$; полупространство $d < y < \infty$ – среда "3" с $\varepsilon = \varepsilon_3$.

На границах раздела сред $y = \pm d$ выполняются условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля $\vec{E}$ и непрерывности нормальных составляющих вектора индукции.

При $y = \pm\infty$ все переменные величины, входящие в уравнения (1)-(2), обращаются в нуль.

Поле $\vec{E}(\vec{r},t)$ представим в виде

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(y)\exp\left[i(\vec{q}\vec{\rho} - \omega t)\right], \qquad (4)$$

где $\vec{q}$ – волновой вектор; ω – **частота** колебаний; $\vec{\rho} = (x,z)$. Поскольку среда предполагается изотропной, то ось x можно направить вдоль волнового вектора $\vec{q}$. При этом $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(x,y,t)$; $\vec{E} = (E_x, E_y)$.

Решение системы (1)-(2) принимает вид

$$E_x = \begin{cases} a_2 \exp(qy), & -\infty < y < -d \\ a_1 \exp(qy) + a_0 \exp(-qy), & -d \le y \le d; \\ a_3 \exp(-qy), & d < y < \infty \end{cases} \qquad (5)$$

$$E_y(y) = \frac{1}{iq}\frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad q > 0.$$

Воспользовавшись граничными условиями при $y=\pm d$, получим закон дисперсии собственных колебаний системы

$$\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)\left(\varepsilon_1+\varepsilon_3\right)= \\ =\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\left(\varepsilon_1-\varepsilon_3\right)\exp\left(-4qd\right), \qquad (6)$$

где $\varepsilon_i\left(\omega\right)=\int\limits_0^{\infty}\varepsilon_i\left(\tau\right)\exp\left(i\omega\tau\right)d\tau$ – диэлектрическая проницаемость i-й среды. В дальнейшем для плазмоподобных сред предполагается, что $\varepsilon_i\left(\omega\right)=\varepsilon_{0i}-\omega_{0i}^2/\omega^2$; $\omega_{0i}^2=2\pi e^2N_{0i}/m_i$, N_{0i}, m_i – концентрация, эффективная масса электронов проводимости среды; ε_{0i} – диэлектрическая постоянная кристаллической решетки. Эти выражения для ε_i получаются из уравнения движения электронов проводимости.

Константы a_i связаны между собой соотношениями

$$a_2=\frac{2\varepsilon_1 a_1}{\varepsilon_1+\varepsilon_2};\quad a_0=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}a_1\exp\left(-2qd\right); \\ a_3=\frac{2\varepsilon_1}{\varepsilon_1-\varepsilon_3}a_1\exp\left(qd\right). \qquad (7)$$

При больших волновых числах $\left(qd>>1\right)$ существуют два независимых решения: $\varepsilon_1+\varepsilon_2=0$ и $\varepsilon_1+\varepsilon_3=0$, которые описывают поверхностные плазменные колебания на границах $y=\mp d$ сред "1-2" и "1-3". В противоположном предельном случае $\left(qd\to 0\right)$ имеем плазменные поверхностные колебания на границе сред "2" и "3" $\left(\varepsilon_1+\varepsilon_3=0\right)$. При малых, но конечных qd возникают также плазменные колебания в слое $\varepsilon_1\left(\omega\right)=0$. Нетрудно убедиться, что изменения собственных частот $\omega_1=\omega_{01}/\sqrt{\varepsilon_{01}}$ и $\omega_2=\left[\left(\omega_{02}^2+\omega_{03}^2\right)/\left(\varepsilon_{01}+\varepsilon_{02}\right)\right]^{1/2}$ пропорциональны волновому числу. Зависимость $\omega=\omega\left(q\right)$ при произвольных qd легко получить, поскольку уравнение (6) относительно ω является биквадратным (при отсутствии столкновений).

Из уравнения (6) следует:

$$\omega_{1,2}^2=\frac{\Omega_1^2}{2}\left\{1+\frac{\alpha+\beta}{2}\pm \right. \\ \left.\pm\sqrt{\left(1+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2-2\frac{\alpha+\beta+\left(1+\alpha\beta\right)\operatorname{th}2qd}{1+\operatorname{th}2qd}}\right\}. \qquad (8)$$

Здесь мы для упрощения формул предположили: $\varepsilon_{01}=\varepsilon_{02}=\varepsilon_{03}=\varepsilon_0$; $\Omega_i^2=\omega_{0i}^2/\varepsilon_0$; $\Omega_2^2=\alpha\Omega_1^2$; $\Omega_3^2=\beta\Omega_1^2$; α и β – действительные числа, выражающие связь между концентрациями носителей заряда в различных средах. Примером такой системы являются "p-n" переходы при $y=\pm d$ (очевидно, что такое предположение не ограничивает общности полученных результатов).

Интересно отметить обстоятельство, связанное с симметрией системы. Если в выражении (6) положить $\varepsilon_3=\varepsilon_2$, то оно распадается на два независимых уравнения

$$\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)=\pm\left(\varepsilon_1-\varepsilon_2\right)\exp\left(-2qd\right). \qquad (9)$$

Уравнение со знаком "+" описывает колебания с симметричным распределением тангенциальной составляющей поля в слое $E_x\left(-d\right)=E_x\left(d\right)$, уравнение со знаком «–» описывает колебания с антисимметричным распределением поля.

Далее, если среда "1" является диэлектриком с $\varepsilon_1=\varepsilon_d$, а среда «2» – плазмой $\varepsilon_2=\varepsilon\left(\omega\right)$, то спектры симметричных и антисимметричных колебаний имеют вид

$$\omega_1\left(q\right)=\frac{\omega_0}{\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon_d\operatorname{th}qd}}; \qquad (10)$$

$$\omega_2\left(q\right)=\frac{\omega_0}{\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon_d\operatorname{cth}qd}}. \qquad (11)$$

Напротив, в случае $\varepsilon_1=\varepsilon\left(\omega\right)$ и $\varepsilon_2=\varepsilon_d$ спектр симметричных колебаний описывается формулой (11), а антисимметричных – формулой (10).

В структуре металл – диэлектрик – полупроводник $\left(\varepsilon_2\to\infty,\ \varepsilon_1=\varepsilon_d,\ \varepsilon_3=\varepsilon\left(\omega\right)\right)$ существует лишь одна ветвь колебаний с законом дисперсии

$$\omega=\frac{\omega_0}{\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon_d\operatorname{cth}2qd}}. \qquad (12)$$

Рассмотрим взаимодействие потока заряженных частиц с колебаниями электрического поля в этих структурах.

Предположим, что частицы с плотностью n_0 и скоростью v_0 движутся в среде "1" $\left(\varepsilon_1=\varepsilon_d\right)$ вдоль оси y-в (в конечных формулах всегда можно положить $\left(\varepsilon_d=1\right)$). В этом случае на границах $y=\pm d$ нормальная составляющая вектора индукции претерпевает разрыв, обусловленный возникновением поверхностных зарядов. Так, из уравнения Пуассона при $y=d$ следует, что граничное условие принимает вид

$$\varepsilon_d E_y\left(d+0\right)-D_y\left(d-0\right)=4\pi e\int\limits_{d-0}^{d+0}n\,dy. \qquad (13)$$

Возмущенная концентрация n электронов пучка связана со скоростью $\vec{v}$ уравнениями гидродинамики

$$i(\omega - qv_0)n = iqn_0 v_x + \frac{\partial}{\partial y}\left[n_0(y)v_y\right]; \qquad (14)$$

$$(\omega - qv_0)\vec{v} = i\frac{e}{m_0}\vec{E}. \qquad (15)$$

Воспользовавшись выражениями (14) и (15), из формулы (13) находим

$$\begin{aligned} &\varepsilon_d E_y(d+0) - D_y(d-0) = \\ &= \frac{\omega_b^2 \varepsilon_d}{(\omega - qv_0)^2} E_y(d+0), \end{aligned} \qquad (16)$$

где $\omega_b = \left(\frac{4\pi e^2 n_0}{m_0}\right)^{1/2}$ – плазменная частота электронов пучка.

Предположим далее, что $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon(\omega)$. В плазме твердого тела имеется щель, сквозь которую проходит поток заряженных частиц, поэтому в дисперсионных соотношениях (9) необходимо заменить ε_1 на $\varepsilon_d - \left(\omega_b^2/(\omega - qv_0)^2\right)$. В результате получим

$$\left[\omega^2 - \omega_1^2(q)\right](\omega - qv_0)^2 = \frac{\omega_b^2 \omega^2}{\varepsilon_0 \operatorname{cth} qd + \varepsilon_d}; \qquad (17)$$

$$\left[\omega^2 - \omega_2^2(q)\right](\omega - qv_0)^2 = \frac{\omega_b^2 \omega^2}{\varepsilon_0 \operatorname{th} qd + \varepsilon_d}. \qquad (18)$$

Найдем решение уравнения (17), воспользовавшись приближением малой плотности пучка $\omega_b^2/\omega_0^2 << 1$ [15].

Полагая $\omega_b = 0$, получим два независимых решения

$$\omega = \omega_1(q); \qquad (19)$$

$$\omega = qv_0. \qquad (20)$$

Уравнение (19) характеризует уже известные собственные колебания системы в отсутствие пучка, уравнение (20) описывает колебания в пучке с малой плотностью электронов. Учет конечной плотности электронов пучка приводит к изменению частот и возникновению неустойчивости (механизм Ахиезера и Файнберга) [14].

В условиях черенковского резонанса, когда частоты и волновые числа обеих ветвей колебаний совпадают, инкремент колебаний γ имеет максимальное значение

$$\frac{\gamma}{\omega_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\omega_b^2 \operatorname{th} qd}{2\omega_0^2}\right)^{1/3}. \qquad (21)$$

Аналогичным образом находится относительный инкремент для антисимметричных колебаний с частотой $\omega = \omega_2(q)$. Он отличается от формулы (21) заменой $\operatorname{th} qd$ на $\operatorname{cth} qd$. При малых qd относительный инкремент для ветви $\omega_1(q)$ пропорционален $(qd)^{1/3}$, а для ветви $\omega_2(q)$ он оказывается значительно большим и пропорциональным $(1/qd)^{1/3}$. Это связано с тем, что возмущенная плотность электронов пучка локализована на границах (см. (11)), и поэтому взаимодействие волн пространственного заряда более эффективно с антисимметричными плазмонами.

Взаимодействие электронного пучка с плазменными колебаниями экспериментально исследовалось в антимониде индия и германия [16, 17] в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах.

Вследствие большой частоты соударений электронов ν в эксперименте реализуется условие слабой связи $\Delta\omega < \nu$, где $\Delta\omega$ – изменение частоты собственных колебаний в присутствии пучка. Поэтому усиление волны не происходит, а наблюдается лишь частичная компенсация затухания амплитуды волны энергией пучка.

Приведем дисперсионное уравнение для плазменных колебаний с учетом электронных столкновений в случае ленточного пучка $qd << 1$, проходящего сквозь бесконечно широкую щель в плазме полупроводника с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega + i\nu)}.$$

Из уравнения Пуассона следует:

$$\begin{aligned} &\varepsilon(\omega)[E_y(d) - E_y(-d) + iqdE_x(0)] = \\ &= 4\pi e \lim_{\delta\to 0} \int_{-d-\delta}^{d+\delta} n(y)dy. \end{aligned} \qquad (22)$$

Принимая во внимание выражения (14)-(15), получим

$$4\pi e \lim_{\delta\to 0} \int_{-d-\delta}^{d+\delta} n(y)dy = \frac{2iqd\,\omega_b^2}{(\omega + qv_0)^2} E_x(0). \qquad (23)$$

С другой стороны, из выражений (5) и граничных условий для E_x при $qd << 1$ находим

$$E_y(d) - E_y(-d) = iE_x(0).$$

В результате дисперсионное уравнение приобретает вид

$$(\omega - qv_0)^2 = \frac{\omega_b^2 qd}{\varepsilon(\omega)}. \qquad (24)$$

Из него следует, что амплитуда одной из ветвей колебаний $\omega = qv_0 + \Delta\omega$ нарастает. Здесь $\Delta\omega = \pm\omega_b\sqrt{\frac{qd}{\varepsilon(qv_0)}}$, $\Delta\omega << qv_0$. В условиях резонанса, когда $qv_0 = \omega_0 / \sqrt{\varepsilon_0}$, выражение для $\Delta\omega$ равно

$$\Delta\omega = \pm(1 - i)\omega_b q \sqrt{\frac{dv_0}{2\nu\varepsilon_0}}, \quad qv_0 >> \nu . \quad (25)$$

При $\omega << \nu$ и $\omega_0^2 >> \varepsilon_0 \omega \nu$ получим

$$\Delta\omega = \pm(1 - i)\frac{\omega_b q}{\omega_0}\sqrt{\frac{dv_0 \nu}{2}} . \quad (26)$$

Видно, что нарастает амплитуда волны, у которой фазовая скорость $v_{ph} = \omega / q$ меньше скорости частицы v_0. Это так называемая волна с отрицательной энергией. Она “отбирает” кинетическую энергию пучка. Можно показать, что в этом случае ток в пучке содержит компоненту, находящуюся в противофазе с электрическим полем. Таким образом, усиление волны можно получить, если плотность электронов пучка модулирована перед пространством взаимодействия.

Далее рассмотрим взаимодействие плазменных колебаний с потоком частиц, пересекающим границы структуры с $\varepsilon_1; \varepsilon_2; \varepsilon_3$ и $\vec{v} = (0, v_0, 0)$. В этом случае вместо формул (13)-(14) необходимо воспользоваться системой уравнений в каждой среде

$$\varepsilon(\omega)\, div\, \vec{E} = 4\pi e n ; \quad (27)$$

$$\left(-i\omega + v_0 \frac{\partial}{\partial y}\right) n + n_0 div\, \vec{v} = 0 ; \quad (28)$$

$$\left(-i\omega + v_0 \frac{\partial}{\partial y}\right) \vec{v} = \frac{e}{m_0} \vec{E} . \quad (29)$$

Для получения дисперсионных соотношений, кроме электродинамических граничных условий при $y = \pm d$, воспользуемся условиями равенства плотности частиц и плотности потока частиц на границах.

Считаем плотность электронов пучка малой, и в отсутствие пучка имеем дисперсионное уравнение (6). Для нахождения декремента (инкремента) колебаний, обусловленного наличием пучка, введем медленное изменение амплитуды поля a_i от времени. Предполагается, что падающий пучок является "гладким", т. е. в среде "2" $n = 0$ и происходит лишь модуляция скорости частиц под действием поперечного поля $(div\, \vec{E} = 0)$. Из уравнения (29) при $\omega >> qv_0$ находим

$$v_{2y}(y) = \frac{e}{m_0 \omega} a_2 \exp(iqy) . \quad (30)$$

В среде "1" решения уравнений (27)-(28) при условии $rot\, \vec{E} = 0$ имеют вид

$$v_{1y}(y) = C_1 \exp\left(i \frac{\omega}{v_0} y\right) + \frac{e}{m_0 \omega}\left[a_1 \exp(iqy) - a_0 \exp(-iqy)\right] \quad (31)$$

$$n_1(y) = \left(B_1 - \frac{i n_0 y \omega}{v_0^2} C_1\right) \exp\left(i \frac{\omega}{v_0} y\right); \quad (32)$$

$$E_{1y}^l = \frac{4\pi e v_0}{i\omega \varepsilon_1}\left[B_1 + \frac{i n_0 C_1}{v_0}\left(1 - i \frac{\omega}{v_0} y\right)\right] \times \exp\left(i \frac{\omega}{v_0} y\right); \quad (33)$$

$$E_{1x}^l(y) = \frac{qv_0}{\omega} E_{1y}^l . \quad (34)$$

Видно, что в среде "1" возникают дополнительные волны (волны Ван-Кампена). Они являются продольными $(div\, \vec{E} \neq 0)$. Заметим, что при $y \to \infty$ выражение $y \exp\left(i \frac{\omega}{v_0} y\right)$ должно быть конечным. Для этого необходимо ввести малую частоту столкновений электронов ν, так что $\omega \to \omega + i\nu$. Разумеется, толщина слоя $2d$ должна быть меньше длины свободного пробега электрона v_0 / ν.

Аналогично запишутся решения в среде "3", где B_1, C_1, ε_1 следует заменить на B_3, C_3, ε_3. При этом

$$v_{3y}(y) = C_3 \exp\left(i \frac{\omega}{v_0} y\right) - \frac{e}{m_0 \omega} a_3 \exp(-iqy) \quad (35)$$

Присутствие продольных полей приводит к необходимости уточнить выражения (5) для поперечных полей. Для удовлетворения электродинамических граничных условий к полям (29) следует добавить слагаемые

$$E'_{2x}(y) = b_2 \exp(iqy);$$
$$E'_{1x}(y) = b_1 \exp(iqy) + b_0 \exp(-iqy); \quad (36)$$
$$E'_{3x}(y) = b_3 \exp(-iqy).$$

Тогда граничные условия для тангенциальных составляющих с учетом продольных полей $\vec{E}^l$ будут:

$$E'_{2x}(-d) = E'_{1x}(-d) + E'^{l}_{1x}(-d),$$
$$E'_{1x}(d) + E'^{l}_{1x}(d) = E'_{3x}(d) + E'^{l}_{3x}(d). \quad (37)$$

Граничные условия для нормальных составляющих вектора индукции D'_y принимают вид:

$$\varepsilon_2 E'_{2y}(-d) + \frac{d\varepsilon_2}{d\omega}\frac{da_2}{dt}\exp(-qd) = \varepsilon_1 E'_{1y}(-d) + \frac{d\varepsilon_1}{d\omega}\left[\frac{da_1}{dt}\exp(-qd) - \frac{da}{dt}\exp(qd)\right];$$
$$\varepsilon_3 E'_{3y}(d) - \frac{d\varepsilon_3}{d\omega}\frac{da_3}{dt}\exp(-qd) = \varepsilon_1 E'_{1y}(d) + \frac{d\varepsilon_1}{d\omega}\left[\frac{da_1}{dt}\exp(qd) - \frac{da}{dt}\exp(-qd)\right], \qquad (38)$$

где $E'_y = \dfrac{1}{iq}\dfrac{\partial E'_x}{\partial y}$. Здесь учтены медленные изменения амплитуд полей a_i от времени $\left|\dfrac{da_i}{dt}\right| << \omega|a_i|$. Продольные поля E^l_y не влияют на граничные условия (34), поскольку для них в каждой среде выполняется равенство

$$\varepsilon E^l_y(y) = \frac{4\pi e}{i\omega}\left[n_0 v_y(y) + v_0 n(y)\right]. \qquad (39)$$

Если принять во внимание дисперсионные уравнения (6), то из выражений (35)-(37) следует:

$$(\varepsilon_1-\varepsilon_3)\left[\frac{d\varepsilon_2}{d\omega}\frac{da_2}{dt}\exp(-2qd) - \frac{d\varepsilon_1}{d\omega}\left(\frac{da_1}{dt}\exp(-2qd) - \frac{da_0}{dt}\right)\right] + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)\times$$
$$\times\left[\frac{d\varepsilon_1}{d\omega}\left(\frac{da_1}{dt}\exp(2qd) - \frac{da_0}{dt}\right) + \frac{d\varepsilon_3}{d\omega}\frac{da_3}{dt}\right] = \qquad (40)$$
$$= i\varepsilon_2(\varepsilon_1-\varepsilon_3)E^l_{1x}(-d)\exp(-qd) + i\varepsilon_3(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\left[E^l_{1x}(d) - E^l_{3x}(d)\right]\exp(qd).$$

Видно, что изменение амплитуд a_i обусловлено возбуждением волн Ван-Кампена в средах "1" и "3".

Воспользовавшись далее гидродинамическими граничными условиями

$$n_1(-d) = 0; \quad v_{2y}(-d) = v_{1y}(-d);$$
$$n_1(d) = n_3(d); \quad v_{1y}(d) = v_{3y}(d) \qquad (41)$$

и соотношениями (7), можно выразить константы B_i и C_i через амплитуду поля a_0. В результате получим уравнение, описывающее изменение амплитуды плазменных колебаний системы

$$\frac{da_0}{dt} = \gamma a_0,$$
$$\gamma = \frac{\omega_b^2 q v_0 Q}{\omega^3\varepsilon_1 P}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(\varepsilon_1-\varepsilon_3), \qquad (42)$$

где

$$Q = \varepsilon_2\varepsilon_3 - \varepsilon_1^2 - (\varepsilon_1+\varepsilon_2)(\varepsilon_1+\varepsilon_3)\times$$
$$\times(1-i\omega\tau)\exp(i\omega\tau); \qquad (43)$$

$$P = \varepsilon_1\left[(\varepsilon_1^2-\varepsilon_3^2)\frac{d\varepsilon_2}{d\omega} + (\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2)\frac{d\varepsilon_3}{d\omega}\right] +$$
$$+ (\varepsilon_2\varepsilon_3-\varepsilon_1^2)(\varepsilon_2+\varepsilon_3)\frac{d\varepsilon_1}{d\omega}, \qquad (44)$$

где $\tau = 2d/v_0$ – время пролета пластины частицей.

Выражения (42)-(44) довольно громоздки для анализа, поэтому рассмотрим ряд наиболее интересных случаев.

Если $d \to 0$, то, как следует из дисперсионного уравнения (6), $\varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$ и декремент колебаний равен

$$\gamma = -\frac{2\omega_b^2 q v_0}{\omega^3}\left(\frac{d\varepsilon_2}{d\omega} + \frac{d\varepsilon_3}{d\omega}\right)^{-1}. \qquad (45)$$

Аналогично получаем затухание при $d \to \infty$, если $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$ или $\varepsilon_1 + \varepsilon_3 = 0$. При этом знаменатель в выражении (45) меняется соответственно на $\dfrac{d\varepsilon_1}{d\omega} + \dfrac{d\varepsilon_2}{d\omega}$ или на $\dfrac{d\varepsilon_1}{d\omega} + \dfrac{d\varepsilon_3}{d\omega}$. Таким образом, на границе двух плазменных сред или плазма – диэлектрик ($d \to 0$ или $d \to \infty$) поверхностные плазмоны затухают в результате их взаимодействия с потоком заряженных частиц. Это затухание обусловлено преобразованием на границе поверхностных колебаний в объемную волну Ван-Кампена.

Рассмотрим ситуацию с конечным значением d. Предположим, что пластина с $\varepsilon_1 = \varepsilon(\omega)$ окружена диэлектриками $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_d$. Тогда для антисимметричных и симметричных колебаний, спектры которых описываются соответственно формулами (10) и (11), из выражения (42) следует

$$\gamma_{1,2} = -\frac{\omega_b^2 q v_0}{4\omega_0^2 \operatorname{sh} qd \operatorname{ch} qd}\times$$
$$\times\left[\exp 2qd \mp (1-i\omega\tau)\exp(i\omega\tau)\right]. \qquad (46)$$

Видно, что изменение знака затухания можно ожидать лишь при условии $2qd << 1$. Если $\omega\tau = \pi(2l+1)/2$, то $\gamma_{1,2}$ принимает вид

$$\gamma_{1,2} = -\frac{\omega_b^2}{2\omega_0^2\tau}\left[1 + 2qd \mp (-1)^l(\omega\tau + i)\right]; \qquad (47)$$
$$l = 1, 2, 3...$$

Для четных l и $\omega\tau > 1 + 2qd$ неустойчивыми оказываются антисимметричные колебания в пластине. Их инкремент равен $\mathrm{Re}\,\gamma_1$, а симметричные колебания при этом затухают с декрементом $\mathrm{Re}\,\gamma_2$. Если же $\omega\tau = l\pi$, то

$$\gamma_{1,2} = -\frac{\omega_b^2}{2\omega_0^2 \tau}\left[1 + 2qd \mp (-1)^l (1 - i\omega\tau)\right]. \quad (48)$$

В этом случае для любых значений l симметричные и антисимметричные колебания являются затухающими, их декременты различаются. При четных значениях l большим декрементом $\mathrm{Re}\,\gamma_2 = -\frac{\omega_b^2}{\omega_0^2}\frac{1}{\tau}$ обладают симметричные колебания; при нечетных значениях l – антисимметричные.

Можно показать, что затухание или нарастание колебаний зависит от фазовых соотношений между полем плазмона и током $j_y = e(n_0 v_y + n v_0)$, создаваемым волной Ван-Кампена на границах $y = \mp d$. Действительно, на границе $y = -d$ плотность $n = 0$ и ток $j_y = e n_0 v_y$, обусловленный модуляцией скорости, находится в фазе с полем плазмона. Это всегда приводит к затуханию на уединенной границе $d = 0$ или $d = \infty$. При конечных d на второй границе в токе j_y появляется дополнительное слагаемое $j_{2y} = e n_0 (\cos\omega\tau + \omega\tau \sin\omega\tau) v_y$, вызванное модуляцией плотности частиц. В зависимости от симметрии полей колебаний a_i ток j_{2y} прибавляется к току j_{1y} или вычитается из него. При этом знак j_{2y}, в свою очередь, зависит от соотношений между периодом колебаний $T = 2\pi/\omega$ и τ – временем пролета частицей пластины. Видно, что усиление колебаний возможно только при $\omega\tau > 1$. В экспериментах по обнаружению описанных эффектов в качестве плазменного слоя можно использовать, например, тонкую металлическую пластину с отверстиями.

В структуре металл – диэлектрик –полупроводник (МДП) $(\varepsilon_2 = \infty,\ \varepsilon_1 = \varepsilon_d,\ \varepsilon_3 = \varepsilon)$ γ имеет вид:

$$\gamma = -\gamma_0 \left[\mathrm{th}\,2qd - (\mathrm{th}\,2qd - 1)\times\right.$$
$$\left.\times (1 - i\omega\tau)\exp(i\omega\tau)\right], \quad (49)$$

где $\gamma_0 = \frac{\omega_b^2 q v_0}{2\omega_0^2}(1 + \mathrm{cth}\,2qd)$. Если $\omega\tau = l\pi$, то колебания затухают с декрементом

$$\mathrm{Re}\,\gamma = -\gamma_0 \left[\mathrm{th}\,2qd - (-1)^l (\mathrm{th}\,2qd - 1)\right]. \quad (50)$$

Для $\omega\tau = \pi(2l+1)/2$ получим

$$\mathrm{Re}\,\gamma = -\gamma_0 \times$$
$$\times \left[\mathrm{th}\,2qd - (-1)^l \omega\tau (\mathrm{th}\,2qd - 1)\right]. \quad (51)$$

Колебания оказываются неустойчивыми при $\omega\tau > 1$; $\mathrm{cth}\,2qd > 1$ для четных значений l. Инкремент достигает наибольшего значения при $2qd << 1$. При этом

$$\mathrm{Re}\,\gamma = \frac{\omega_b^2}{4\omega_0^2}\frac{\omega}{qd}; \quad qd >> \frac{\omega_b^2}{4\omega_0^2}. \quad (52)$$

Приведенные результаты, полученные на основе гидродинамики, описывают взаимодействие типа волна – волна, т. е. плазменных колебаний (волн) с волнами пространственного заряда в потоке частиц.

Остановимся теперь на взаимодействии потока частиц с колебаниями, рассматривая его как процесс столкновений ферми- и бозе-частиц. В этом случае изменение числа плазмонов N_q в состоянии с волновым вектором $\vec{q}$ в результате их взаимодействия с электронами n_k в состоянии с волновым вектором $\vec{k}$ описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial N_q}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{k},\vec{k}'} \left|W_{kqk'}\right|^2 \delta(E' - E - \hbar\omega_q)\times$$
$$\times \left[(N_q + 1) n_{k'} (1 - n_k) - N_q n_k (1 - n_{k'})\right]. \quad (53)$$

Здесь $W_{kqk'}$ – матричный элемент гамильтониана взаимодействия плазмонов и электронов, который находится в результате квантования энергии плазмонов и электронов потока [4], – равен

$$W_{kqk'} = -\frac{e\hbar(\vec{k} + \vec{k}')}{2m_0 c L|\chi|^2}\times$$
$$\times \left[\chi^*(A_2 \exp(-\chi d) + 2A_1 \mathrm{sh}(\chi d)) + \right. \quad (54)$$
$$\left. + \chi(A_3 \exp(-\chi d) + 2A_0 \mathrm{sh}(\chi d))\right]$$

$\vec{A}_i = A_i \vec{e}_i$; $A_i = -i(c/\omega)a_i$ – амплитуды вектора-потенциала, связанные между собой соотношением (7). Амплитуда a_2 связана с энергией плазмона соотношением $\hbar\omega_q = (SF/4\pi q)|a_2|^2$; $S = L_x L_z$ – площадь поверхности образца.

$$F = \exp(-2qd)\frac{d}{d\omega}(\omega\varepsilon_2) +$$
$$+ \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}\left(1 - \frac{\varepsilon_2\varepsilon_3}{\varepsilon_1^2}\right)\frac{d}{d\omega}(\omega\varepsilon_1)\mathrm{sh}\,2qd + \quad (55)$$
$$+ \frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_3^2}\exp(-2qd)\frac{d}{d\omega}(\omega\varepsilon_3);$$

$e_{0x} = e_{1x} = e_{2x} = e_{3x} = 1/\sqrt{2}$; $e_{1y} = e_{2y} = -i/\sqrt{2}$; $e_{0y} = e_{3y} = i/\sqrt{2}$; L – длина всей системы в направлении y; $\chi = |q| + i(k_y + k'_y)$; $E = \hbar^2 k^2/2m_0$ - энергия электрона. Из (53) при условии $N_q >> 1$ можно получить декременты (или инкременты) плазменных колебаний $\gamma = \frac{1}{2N_q}\frac{dN_0}{dt}$.

Пусть энергия частиц, проходящих через границы $y = \mp d$, распределена вокруг некоторого значения $E_0 = \hbar^2 k_0^2/2m_0$ так, что ширина линии $\Delta E \approx T$ мала. Тогда при $E_0 >> T$ и $\hbar\omega_q >> T$ можно положить $n_k = n_0 \delta(k_x)\delta(k_0 - k_y)\delta(k_z)$.

Уравнение (53) приводится к виду

$$\gamma = \frac{n_0 LV}{2\hbar}\int dk_y |W_{kqk_0}|^2 \times$$
$$\times [\delta(E - E_0 + \hbar\omega_q) - \delta(E - E_0 - \hbar\omega_q)] \quad (56)$$

где $V = SL$ – объем системы.

После интегрирования выражения (56) находим

$$\gamma = \frac{n_0 m_0 LV}{2\hbar^3}\left[\frac{|W_-|^2 + |W'_-|^2}{k_-} - \frac{|W_+|^2 + |W'_+|^2}{k_+}\right], \quad (57)$$

где $k_\pm = \sqrt{k_0^2 - q^2 \pm 2m_0\omega_q/\hbar} > 0$ – волновые числа электронов после поглощения (+) или излучения (-) плазмонов.

$$W_\pm = W_{k'qk}(k'_x = k'_z = 0; k'_y = k_0; k_x = q; k_y = k_\pm; k_z = 0);$$
$$W'_\pm = W_\pm(k_y = -k_\pm) \quad (58)$$

Член, содержащий W_-, описывает процесс рассеяния электронов "вперед", а W'_- – "назад" относительно первоначального движения с излучением плазмонов при переходах $k_0 \to k_-$. Слагаемые с W_+, W'_+ – результат электронных переходов из состояния k_0 в состояние k_+ с поглощением поверхностных плазмонов при рассеянии электронов "вперед" и "назад". Если энергия электрона значительно превосходит энергию плазмона $k_0^2 >> 2m_0/\hbar$, $k_0^2 >> q^2$, то, как следует из (58), $|W_\pm| >> |W'_\pm|$; $|W_+| = |W_-| = W$. При этом $\frac{1}{k_\mp} = \frac{1}{k_0}\left(1 \pm \frac{m_0\omega_q}{\hbar k_0^2}\right)$. Видно, что вероятность перехода электронов в состояние с меньшей энергией превосходит вероятность перехода электронов в состояние с большей энергией. В первом случае она пропорциональна $\frac{1}{k_-}$, во втором – $\frac{1}{k_-}$.

В результате инкремент неустойчивости выражается через матричный элемент

$$\gamma = \frac{n_0 LV\omega_q}{\hbar m_0 v_0^3}|W|^2. \quad (59)$$

С точки зрения эксперимента, наибольший интерес представляет МДП структура. В ней поток может быть создан в результате автоэлектронной эмиссии при низких температурах.

В этом случае

$$|W|^2 = \frac{\pi e^2 \hbar v_0^4}{LVqd^2\omega_0^2\omega_q} \times$$
$$\times\left(\sin^2\frac{\omega\tau}{2} + q^2 d^2\cos^2\frac{\omega\tau}{2}\right); \quad (60)$$
$$\gamma = \frac{\omega_b^2}{2\omega_0^2\tau qd}\left(\sin^2\frac{\omega\tau}{2} + q^2 d^2\cos^2\frac{\omega\tau}{2}\right).$$

Заметим, что колебания неустойчивы, если $\omega\tau$ больше или меньше единицы. Инкремент достигает наибольшего значения при $\omega\tau = (2l+1)\pi$. Однако он оказывается в $2/\omega\tau$ раз меньше гидродинамического декремента при равных скоростях частиц. Это связано с тем, что в квантовом случае в процессе усиления участвует меньшее число частиц.

В заключение рассмотрим движение частицы параллельно границе. Пучок является немоноэнергетическим: $E_0 >> T >> \hbar\omega_q$. Тогда

$$n_k = (2\pi\hbar)^3 f(p_x)\delta(p_y)\delta(p_z), \quad (61)$$

где $f(p_x) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi} m v_T}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{p_x - p_0}{m v_T}\right)^2\right]$;

$v_T^2 = \frac{T}{m}$. Учитывая малость энергии и импульса $(\hbar q << p_x)$ плазмона, можно $f(p'_x)$ представить как $f(p_x) + \hbar q\frac{\partial f(p_x)}{\partial p_x}$.

Поскольку пучок занимает область $-d \le y \le d$, а электроны испытывают упругое (зеркальное) отражение от границ, то в выражении для матричного элемента необходимо положить $A_2 = A_3 = 0$, $L = d$, $k'_y = k_y$. Воспользовавшись затем дисперсионным соотношением (6) при $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon(\omega)$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_d$; $2qd << 1$, находим

$$|W|^2 = \frac{2\pi e^2 q\hbar\omega}{S\omega_0^2}\left(v_x^2 + \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_d^2} v_y^2\right). \tag{62}$$

Переходя, наконец, в (53) от суммирования к интегрированию по волновым векторам $\vec{k}$, получим инкремент для обеих ветвей колебаний в виде

$$\gamma = \frac{\pi}{\hbar} Sd|W|^2 \left.\frac{\partial f}{\partial v_x}\right|_{v_x = \frac{\omega}{q}}, \tag{63}$$

где матричный элемент берется в точке $v_x = \omega/q$; $v_y = 0$.

Для симметричных и антисимметричных колебаний соответственно получим

$$\frac{\gamma_1}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_b^2 d}{\varepsilon_0 q v_T^3} (v_0 - v_{1ph}) \times \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{v_0 - v_{1ph}}{v_T}\right)^2\right]; \tag{64}$$

$$\frac{\gamma_2}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_b^2 d^2}{\varepsilon_d v_T^3} (v_0 - v_{2ph}) \times \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{v_0 - v_{2ph}}{v_T}\right)^2\right], \tag{65}$$

где $v_{ph} = \omega/q$ – фазовая скорость плазмона.

Видно, что неустойчивость плазмонов возникает при условии $v_0 > v_{ph}$ (эффект обращения затухания Ландау). Сравнение относительных инкрементов показывает, что их отношение при $\varepsilon_d = 1$ равно $1/\varepsilon_0 qd$. Это отношение, в зависимости от величины $\varepsilon_0 qd$, может быть больше или меньше единицы. При $(v_0 - v_{ph}) >> v_T$ инкременты бесконечно малы. В этом случае, т. е. при малом тепловом разбросе скоростей, для описания неустойчивости колебаний необходим гидродинамический подход. Кинетическая неустойчивость проявляется при $(v_0 - v_{ph}) << v_T$.

2. Резонансное взаимодействие плазменных колебаний с потоком заряженных частиц в слоисто-периодических средах. Пусть моноэнергетический нейтральный поток заряженных частиц с плотностью n_0 проходит с постоянной скоростью v_0 через периодическую структуру (период d), состоящую из чередующихся плазменных слоев d_1, d_2, различающихся диэлектрическими постоянными $\varepsilon_{01}, \varepsilon_{02}$ и концентрациями электронов проводимости N_{01}, N_{02}. Определим спектр и затухание (нарастание) электромагнитных колебаний такой системы [12]. Выбираем систему отсчета таким образом, чтобы оси x, y были направлены параллельно, а ось z – перпендикулярно границе раздела. Заметим, что потери энергии заряженной частицы при прохождении через слоистый диэлектрик впервые рассматривались в работе [18]. В работе [19] исследовались поверхностные волны сверхрешетки и их возбуждение потоком заряженных частиц.

Для описания электромагнитных свойств структуры, состоящей из плазменных слоев, в пренебрежении эффектами запаздывания воспользуемся системой уравнений

$$\begin{gathered} rot\,\vec{E} = 0,\ div[\varepsilon_0(z)\vec{E} = 4\pi e(N+n); \\ \frac{\partial N}{\partial t} + div[N_0(z)\vec{u}] = 0,\ m\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = e\vec{E}; \\ \frac{\partial n}{\partial t} + div(n_0\vec{v} + \vec{v}_0 n),\ m_0\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_0\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\right) = e\vec{E}. \end{gathered} \tag{66}$$

Здесь $u(r,t)$ – возмущенная скорость электронов плазмы; $\varepsilon_0(z)$, $N_0(z)$ – периодические функции, принимающие в пределах $d = d_1 + d_2$ значения $\varepsilon_{01;02}$; $N_{01;02}$. Индексы «1» и «2» указывают на принадлежность величин, входящих в уравнения (66), слоям «1» и «2». В дальнейшем необходимо ввести скалярный потенциал $\varphi(r,t)$; $(\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi)$.

На границе слоев выполняются условия непрерывности потенциалов и полных токов J_i, являющихся суммой токов смещения и проводимости

$$\varphi_1(0) = \varphi_2(0);\ J_1(0) = J_2(0), \tag{67}$$

где $J_i = \dfrac{\varepsilon_{0i}}{4\pi}\dfrac{\partial E_{iz}}{\partial t} + e(N_{0i}u_{iz} + n_0 v_{iz} + v_0 n_i)$; $i = 1,2$.

В связи с образованием в структуре волн пространственного заряда (ВПЗ), обусловленных движущимся потоком частиц, возникает необходимость в дополнительных граничных условиях. В качестве таковых используются непрерывности потоков заряженных частиц и их импульсов. Эти условия сводятся к выполнению на границе равенств

$$n_1(0) = n_2(0);\ v_{1z}(0) = v_{20}(0). \tag{68}$$

Используя свойство трансляционной симметрии $\varphi(z+d) = \varphi(z)\exp(ikd)$ (k – произвольный волновой вектор), можно представить граничные условия на плоскостях, разделяющих слои, следующим образом:

$$\begin{aligned} &\varphi_1(d_1) = \varphi_2(-d_2)\exp(ikd),\\ &J_1(d_1) = J_2(d_2)\exp(ikd),\\ &n_1(d_1) = n_2(-d_2)\exp(ikd),\\ &v_{1z}(d_1) = v_{2z}(-d_2)\exp(ikd). \end{aligned} \qquad (69)$$

Полагая зависимость всех переменных величин от координат и времени экспоненциальной, легко получить решение (66) в каждом слое. Из граничных условий (67)-(69) найдем дисперсионное уравнение, связывающее между собой частоту, волновые векторы – ω, $q_{x,y}$, k и параметры среды.

Рассмотрим одномерный случай $(q_x, q_y = 0)$. Решение системы уравнений (1) в i-м слое имеет вид

$$\begin{aligned} &\varphi_i(z) = A_i z + B_i + \frac{4\pi e^2 v_0}{\varepsilon_i}\times\left[\frac{C_i\exp(i\lambda_i z)}{(\omega+v_0\lambda_i)^2} + \frac{F_i\exp(-i\lambda_i z)}{(\omega-v_0\lambda_i)^2}\right]\exp\left(i\frac{\omega}{v_0}z\right);\\ &E_i = -A_i - \frac{4\pi i e v_0}{\varepsilon_i}\times\left[\frac{C_i\exp(i\lambda_i z)}{\omega+v_0\lambda_i} + \frac{F_i\exp(-i\lambda_i z)}{\omega-v_0\lambda_i}\right]\exp\left(i\frac{\omega}{v_0}z\right);\\ &n_i = \left[C_i\exp(i\lambda_i z) + F_i\exp(-i\lambda_i z)\right]\exp\left(i\frac{\omega}{v_0}z\right);\\ &v_i = -\frac{4\pi e^2}{m_0\lambda_i\varepsilon_i}\left[\frac{C_i\exp(i\lambda_i z)}{\omega+v_0\lambda_i} - \frac{F_i\exp(-i\lambda_i z)}{\omega-v_0\lambda_i}\right]\times\exp\left(i\frac{\omega}{v_0}z\right) + \frac{eA_i}{im_0\omega}. \end{aligned} \qquad (70)$$

Здесь $\varepsilon_i = \varepsilon_{0i} - \dfrac{\omega_{0i}^2}{\omega^2}$; $\lambda_i = \dfrac{\omega_0}{v_0\sqrt{\varepsilon_i}}$; ω_{0i}; ω_0 – ленгмюровские частоты электронов неподвижной плазмы и пучка; A, B, C, F – произвольные постоянные. Видно, что потенциал содержит слагаемые различного рода. Первое и второе слагаемые представляют собой решение уравнения Лапласа $\partial^2\varphi/\partial z^2 = 0$, третье и четвертое – потенциалы, создаваемые ВПЗ. Легко убедиться, что граничные условия допускают решения $A_i = 0$. Так как при этом $J_i(z)$ тождественно обращается в нуль, концентрация и скорость частиц зависят от констант C, F и граничные условия для потенциалов (67) и (69) позволяют определить B_1, B_2 через C, F. Из граничных условий (68), (69) получим дисперсионное уравнение

$$\cos\left(\frac{\omega}{v_0} - k\right)d = \cos\lambda_1 d_1\cos\lambda_2 d_2 - \frac{\lambda_1^2+\lambda_2^2}{2\lambda_1\lambda_2}\sin\lambda_1 d_1\sin\lambda_2 d_2. \qquad (71)$$

Это уравнение впервые получено в работе [13], где была показана возможность возникновения неустойчивых состояний. В этой работе не принимались во внимание связанные с частотной дисперсией диэлектрической проницаемости собственные колебания, существующие в структуре в отсутствие пучка электронов. В случае малой плотности пучка $\lambda_1 d_1 << 1$, $\lambda_2 d_2 << 1$ уравнение (71) приводится к виду

$$\cos\left(\frac{\omega}{v_0} - k\right)d = 1 - \frac{\omega_0^2 d^2}{2v_0^2\varepsilon_{zz}}, \qquad (72)$$

где $\varepsilon_{zz}(\omega) = d\varepsilon_1\varepsilon_2/(d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1)$ – компонента тензора диэлектрической проницаемости мелкодисперсной среды.

В случае слабой пространственной дисперсии при $\dfrac{\omega d}{v_0} << 1$, $kd << 1$ из (72) получим

$$\left(\frac{\omega}{v_0} - k\right)^2 = \frac{\omega_0^2}{v_0^2\varepsilon_{zz}}. \qquad (73)$$

Закон дисперсии колебаний имеет тот же вид, что и для однородной среды, диэлектрическая проницаемость которой равна $\varepsilon_{zz}(\omega, d_1, d_2)$.

Из выражения (73) в приближении малой плотности пучка, полагая $\omega = \omega' + \Delta\omega$; $\omega' = kv_0$, получим $\Delta\omega^2 = \dfrac{\omega_0^2}{\varepsilon_{zz}(\omega = kv_0)}$; $\Delta\omega << kv_0$.

Если же выполняются неравенства $\omega >> kv_0$; $kd << 1$, то из (72) следует:

$$\omega' = \frac{2\pi v_0}{d}l; \quad l = 1, 2, 3...;$$

$$\Delta\omega^2 = \frac{\omega_0^2}{\varepsilon_{zz}\left(\omega = \dfrac{2\pi v_0 l}{d}\right)}. \qquad (74)$$

В этом случае возникают колебания с частотой, определяемой временем пролета частицей пространственного периода структуры, $\tau = d/v_0$. Целое число l равно отношению времени пролета к периоду колебаний.

Колебания становятся неустойчивыми при условии $\varepsilon_{zz} < 0$ $(\Delta\omega^2 < 0)$, т. е. диэлектрическая проницаемость хотя бы одного из слоев должна обладать частотной дисперсией и быть отрицательной.

Как и в случае однородной среды, наибольший инкремент наблюдается в условиях резонанса, когда частота ω' совпадает с собственной частотой плазменных колебаний в слоисто-периодической среде, т. е. при $\varepsilon_{zz} = 0$. Пусть $\varepsilon_2 > 0, \varepsilon_1 < 0$, тогда из формул (73), (74) следует

$$\Delta\omega^3 = \frac{\omega_0^2 \omega_{p1} d_1}{2\varepsilon_{01} d}. \qquad (75)$$

Инкремент неустойчивости равен

$$\mathrm{Im}\Delta\omega = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\omega_0^2 \omega_{p1} d_1}{2\varepsilon_{01} d}\right)^{\frac{1}{3}},$$

где $\omega_{p1} = \dfrac{\omega_{01}}{\sqrt{\varepsilon_{01}}}$.

Если $\omega = kv_0$, то мы имеем неустойчивость в условиях черенковского резонанса с инкрементом, который в $(d_1/d_2)^{1/3}$ раз меньше, чем в однородной плазме. В случае $\omega_p = (2\pi v_0/d)l$ неустойчивость колебаний обусловлена черенковским параметрическим излучением заряженной частицы [18]. Из выражения (73) следует, что неустойчивость колебаний возникает также при условии, когда ε_{zz} является комплексной величиной и $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{zz} > 0$.

Очевидно, что заслуживает внимания и другой случай, когда необходимо учитывать решение уравнения $div\,\vec{E} = 0$ в каждом слое. Для описания взаимодействия волн и частиц рассмотрим более подробно собственные колебания продольного электрического поля в слоисто-периодической среде. В отсутствие пучка, как видно из (70), потенциал в i-м слое имеет вид $\varphi_i(z) = A_i z + B_i$. Электрическое поле $E_i = -A_i$ и полный ток $j_i = (\omega/4\pi)\varepsilon_i A_i$ не зависят от z. Из граничных условий для потенциала и тока (67), (69) следует:

$$\begin{aligned} &B_1 = B_2;\ A_1 d_1 + B_1 = (B_2 - A_2 d_2)\exp(ikd); \\ &A_1\varepsilon_1 = A_2\varepsilon_2; \quad A_1\varepsilon_1 = A_2\varepsilon_2 \exp(ikd). \end{aligned} \qquad (76)$$

Из выражений (76) получаем два условия существования продольных колебаний. Первое условие:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_1 = 0;\ A_2 = 0; \\ &A_1 d_1 = B_1(\exp(ikd) - 1);\ kd \neq 2\pi l. \end{aligned} \qquad (77)$$

Закон дисперсии этих колебаний соответствует обращению в нуль ε_{zz}. Их взаимодействие с потоком заряженных частиц малой плотности описывается выражением (72).

Второе условие:

$$kd = 2\pi l;\ \varepsilon_1 d_2 = \varepsilon_2 d_1;\ A_1 d_1 = -A_2 d_2. \qquad (78)$$

Оно отвечает требованию обращения в нуль ε_{zz}^{-1}. Частота колебаний равна

$$\omega' = \left(\frac{\omega_{01}^2 d_2 + \omega_{02}^2 d_1}{\varepsilon_{01} d_2 + \varepsilon_{02} d_1}\right)^{1/2}. \qquad (79)$$

Можно показать, что взаимодействие колебаний (79) с пучком малой плотности в условиях резонанса $\omega' = (2\pi v_0/d)l$ дает поправку к частоте, определяемую из выражения

$$\begin{aligned} \Delta\omega^3 = {} & \frac{2\omega_0^2 v_0^2 d}{\omega' d_1 d_2(\varepsilon_{01} d_2 + \varepsilon_{02} d_1)} \times \\ & \times [1 - (-1)^l \cos\frac{\pi l}{d}(d_1 - d_2)]. \end{aligned} \qquad (80)$$

Если $d_2 = d_1$, то закон дисперсии сводится к выражению $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$ и на длине $d_1 = d/2$ укладывается целое число полуволн Ван-Кампена. В этом случае для четных значений l фазы колебаний при влете в пространство взаимодействия и вылете из него совпадают и инкремент колебаний равен нулю.

Напротив, для нечетных значений l фазы противоположны и инкремент равен

$$\gamma = \sqrt{3}\left[\frac{4\omega_0^2 v_0^2}{\omega' d^2(\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02})}\right]^{\frac{1}{3}}. \qquad (81)$$

Очевидно, что с практической точки зрения заслуживает внимания вопрос о резонансном взаимодействии волн и частиц, когда периодическая структура и поток частиц разделены в пространстве. Найдем спектр и инкремент (декремент) колебаний, если поток заряженных частиц занимает полупространство $y > 0$, а полупространство $y < 0$ является слоисто-периодической средой [12].

Тогда в области $y > 0$ поля описываются системой уравнений (66), где $N = N_0 = 0$, а $\varepsilon_0 = \varepsilon_d$ $(\varepsilon_d = 1)$.

В области $y < 0$ предполагается $n_0 = 0$. На границе $y = 0$ выполняются условия непрерывности потенциалов. Нормальная составляющая векторов индукции при этом испытывает разрыв, связанный с наличием потока заряженных частиц над границей.

Прежде всего покажем, что на границе сверхрешетка (СР) – диэлектрик существуют так называемые косые поверхностные волны, и найдем их спектр. Существование прямых поверхностных волн на поверхности СР было показано в работе [20]. Ограничимся случаем слабой пространственной дисперсии, когда обратные волновые числа $1/q_{x,y,z}$ велики по сравнению с периодом d (мелкодисперсная среда).

В этом случае потенциал φ и другие величины, входящие в уравнения (66), можно представить в виде

$$\varphi(r,t) = A\exp i(q_x x + q_y y + q_z z - \omega t)\,. \quad (82)$$

Электромагнитные свойства такой среды описываются тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}(\omega)$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \frac{\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2}{d}\,;\ \varepsilon_{zz} = \frac{d\varepsilon_1\varepsilon_2}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1}\,. \quad (83)$$

Остальные компоненты тензора равны нулю.

Первое уравнение (66) следует заменить равенством

$$\vec{q}\,\vec{D} = 0,\ D_i(\omega) = -i\varphi\varepsilon_{ij}(\omega)q_j\,, \quad (84)$$

где $D_i(\omega)-$ электрическая индукция.

Волновые числа связаны между собой соотношениями

$$q_y^2 = -q_x^2 - q_z^2\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}. \quad (85)$$

Легко показать, что эти соотношения следуют непосредственно из дисперсионного соотношения для слоисто-периодической структуры

$$\cos kd = ch\,qd_1 ch\,qd_2 + + \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) sh\,qd_1\, sh\,qd_2 \quad (86)$$

при $qd_{1,2} << 1;\ kd << 1;\ q^2 = q_x^2 + q_y^2;\ k = q_z$.

Видно, что поле является поверхностным при $q_x^2 > q_z^2\dfrac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}\ (\mathrm{Im}\, q_y > 0)$. В области $y > 0$ потенциал $\varphi(r,t)$ принимает вид

$$\varphi(r,t) = B\exp(-qy + i(q_x x + q_z z - \omega t)\,. \quad (87)$$

На границе $y = 0$ имеем

$$\varphi(-0) = \varphi(+0);\ D_y(-0) = D_y(+0)\,. \quad (88)$$

Отсюда при $q_x^2 >> q_z^2$ (косые волны) получаем следующий закон дисперсии:

$$\varepsilon_d + \varepsilon_{yy}(\omega) = 0;\ \omega_p^2 = \frac{\omega_{01}^2 d_1 + \omega_{02}^2 d_2}{d\varepsilon_d + d_1\varepsilon_{01} + d_2\varepsilon_{02}}\,. \quad (89)$$

Присутствие потока частиц, движущегося над поверхностью сверхрешетки, приводит к изменению граничных условий для нормальных составляющих вектора индукции, поскольку на границе возникает поверхностный заряд n_s (см. (13)).

Граничные условия для D_y при возникновении поверхностного заряда имеют вид

$$D_y(+0) - D_y(-0) = \frac{\omega_0^2}{(\omega - q_z v_0)^2}q\varphi(0)\,. \quad (90)$$

В результате закон дисперсии запишется следующим образом:

$$\varepsilon_d - \frac{\omega_0^2}{(\omega - q_z v_0)^2} + \varepsilon_{yy}(\omega) = 0\,. \quad (91)$$

В условиях резонанса $\omega_p = q_z v_0$ инкремент равен

$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\omega_0^2\omega_p}{2\bar{\varepsilon}}\right)^{1/3}, \quad (92)$$

где $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_d + (\varepsilon_{01}d_1 + \varepsilon_{02}d_2)/d$.

Эта формула справедлива в условиях $\dfrac{\omega_p}{v_0}d << 1$. Преимущество слоисто-периодических плазменных сред по сравнению со сплошной средой состоит в том, что в них в силу малых частот столкновений носителей заряда могут существовать медленные волны и выполняться указанные резонансные условия.

Выводы. Проведен анализ спектров электростатических колебаний и найдено распределение полей в структуре, представляющей собой плазменный слой или диэлектрик, окруженный средами с различными электромагнитными свойствами. Исследованы гидродинамические и кинетические неустойчивости, вызванные потоками заряженных частиц в такой системе.

При пересечении границ проводящей пластины моноэнергетическим потоком неустойчивости возникают в зависимости от соотношений между временем пролета частицей пластины и периодом колебаний. Исследован квантовый предел, когда ширина уровня энергии движущегося электрона меньше энергии плазмона. В этом случае возникает неустойчивость плазменных колебаний.

Получены дисперсионные уравнения для электростатических колебаний, найдены собственные частоты и инкременты гидродинамических неустойчивостей в слоисто-периодических структурах (полупроводниковых СР) при взаимодействии с потоками заряженных частиц, движущихся по нормали к границе раздела сред. Установлено, что спектр собственных плазменных колебаний структуры определяется из условий обращения в нуль или бесконечность продольной диэлектрической проницаемости мелкодисперсной среды. Эти условия выполняются, если диэлектрические проницаемости соседних слоев различаются знаками.

В первом случае собственная частота колебаний равна ленгмюровской частоте одного из слоев, во втором – комбинации ленгмюровских частот и других параметров слоев. Показано, что при прохождении потока заряженных частиц через среду имеет место неустойчивость в условиях либо черенковского резонанса (условие совпадает с условием в однородной среде – $\omega = \kappa v_0$), либо параметрического черенковского резонанса, когда отношение времени пролета частицей пространственного периода решетки к периоду собственных колебаний равно целому числу. В этом случае неустойчивость возникает при меньших скоростях ($\omega > \kappa v_0$). Инкременты колебаний зависят от соотношений между размерами слоев и оказываются меньше, чем в однородной среде. Однако путем выбора параметров слоев можно увеличить вероятность возникновения резонансных условий в слоистой среде.

Показано, что на границе диэлектрик (вакуум) – полупроводниковая СР могут существовать поверхностные волны, распространяющиеся под углом с СР (косые волны). Получены их закон дисперсии и инкремент неустойчивости при взаимодействии с потоком частиц, движущихся над СР.

1. *Pines D., Schrieffer R.* Collective behavior in solid-state plasmas // Phys. Rev. – 1961. – 124, № 5. – P. 1387-1400.
2. *Стил М., Вюраль Б.* Взаимодействие волн в плазме твердого тела. – М.: Наука, 1976. – 249 с.
3. *Пожела Ю. К.* Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. – М.: Наука, 1977. – 368 с.
4. *Белецкий Н. Н., Светличный В. М., Халамейда Д. Д., Яковенко В. М.* Электромагнитные явления СВЧ диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах. – Киев: Наук. думка, 1991. – 216 с.
5. *Белецкий Н. Н., Булгаков А. А., Ханкина С. И., Яковенко В. М.* Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках. – Киев: Наук. думка, 1984. – 190 с.
6. *Сагинов Л. Д., Скоков Ю. В., Федирко В. А.* Преобразование энергии в миллиметровые колебания плазмы полупроводниковых структур с баллистическим механизмом // Докл. АН СССР. – 1986. – 291, № 1. – С. 100-103.
7. *Пожела Ю. К., Юцене В. А.* Физика сверхбыстродействующих транзисторов. – М.: Мир, 1984. – 112 с.
8. *Яковенко В. М., Яковенко И. В.* Неустойчивость поверхностных плазмонов, вызванная потоком заряженных частиц в средах с неоднородным потенциалом // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2000. – 5, № 3. – С. 65-69.
9. *Буртыка М. В., Яковенко В. М., Яковенко И. В.* Взаимодействие потоков заряженных частиц с плазмонами в двумерном электронном газе // Физика низких температур. – 1995. – 21, № 6. – С. 628-632.
10. *Яковенко И. В.* Взаимодействие поверхностных плазмонов и заряженных частиц на границе сред с неоднородным потенциалом // Доп. НАН України. – 2001. – № 7. – С. 74-80.
11. *Яковенко В. М., Яковенко И. В.* О взаимодействии потока заряженных частиц с двумерным электронным газом // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2002. – 7, № 1. – С. 95-99.
12. *Яковенко В. М., Яковенко И. В.* О резонансном взаимодействии плазменных колебаний с потоком заряженных частиц в слоисто-периодических средах // Доп. НАН України. – 2000. – № 10. – С. 87-92.
13. *Yakovenko V. M.* The oscillatory electric instability accompanying the motion charged particles in layed media // Solid State Communication. – 1981. – 39, No. 7. – P. 847-848.
14. *Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б.* О взаимодействии пучка заряженных частиц с электронной плазмой // Докл. АН СССР. – 1949. – 69, № 4. – С. 555-556.
15. *Яковенко В. М., Яковенко И. В.* Электростатические колебания в плазмоподобных структурах, содержащих потоки заряженных частиц // Радиофизика и радиоастрономия. – 1999. – 4, № 4. – С. 376-387.
16. *Бородкин А. И., Яковенко В. М., Левин Г. Я., Майстренко Ю. В.* Взаимодействие электронного потока с поверхностными волнами в полупроводниковой плазме // Физика твердого тела. – 1970. – 12, № 5. – С. 1515-1520.
17. *Корнилов Е. А., Некрашевич С. А., Файнберг Я. Б., Шеховцов В. А.* Исследование резистивной неустойчивости, возбуждаемой электронным пучком в твердотельной плазме // Письма в Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1970. – 11, № 6. – С. 284-287.
18. *Файнберг Я. Б., Хижняк Н. А.* Потери энергии заряженной частицей при прохождении через слоистый диэлектрик // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1957. – 32, вып. 4. – С. 883-895.
19. Фалько *В. Л., Ханкина С. И., Яковенко В. М.* Поверхностные волны в сверхрешетке и их возбуждение потоком заряженных частиц // Радиофизика и радиоастрономия. – 1996. – 1, № 1. – С. 43-48.
20. *Романов Ю. А.* О дифференциальной проводимости сверхрешеток // Физика твердого тела. – 2003. – 45, № 3. – С. 529-532.

FLUX OF CHARGED PARTICLES IN LAYERED PLASMA-LIKE MEDIUMS

V. M. Yakovenko, S. I. Khankina, I. V. Yakovenko

In hydrodynamic and kinetic approximations a study has been made of the interaction between the plasma oscillations and flux of charged particles that move parallel or normally to the boundary of the structure consisting of a plasma layer surrounded by media having different electromagnetic (e. m.) properties. The spectra and Landau oscillation amplification) in such systems are determined.

The interaction between the e. m. oscillations of a periodically inhomogeneous plasma medium (semiconductor superlattice) and electron flow is considered. The conditions for causing the unstable stated of these oscillations are found.

Key words: charged particle flux, plasma, layer medium, instability, nonlinear phenomena.

ПОТОКИ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТОК В ШАРУВАТИХ ПЛАЗМОПОДІБНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

В. М. Яковенко, С. І. Ханкіна, І. В. Яковенко

У гідродинамічному і кінетичному наближеннях досліджено взаємодію електростатичних коливань з потоком заряджених часток, що рухаються паралельно або перпендикулярно межам структури, що складається з плазмового шару, яке оточено середовищами з різними електромагнітними властивостями. Визначено спектри і беззіштовхувальне загасання (посилення) коливань у таких системах.

Розглянуто взаємодію електромагнітних коливань періодично неоднорідного плазмового середовища (напівпровідникової надгратки) з потоком електронів. Знайдено умови виникнення нестійких станів цих коливань.

Ключові слова: потік заряджених часток, плазма, шарувате середовище, нестійкість, нелінійні явища.

Рукопись поступила 23 мая 2008 г.