УДК 539.2

МОДЕЛЬНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ СЛОИСТЫХ ПРОВОДНИКОВ ТИПА ГРАФИТА

Гохфельд В.М. (*ИФГП НАНУ, ДонФТИ НАНУ*)

Проаналізізовано специфіку колективних електромагнітних коливань у шаруватому провіднику з квазідвовимірним електроним спектром

MODEL DIELECTRIC FUNCTION FOR LAYERED GRAPHITE-LIKE CONDUCTORS

Gokhfeld V.M.

Features of cooperative electromagnetic oscillations in a layered conductor with quasi-two-dimensional electron spectrum were studied.

1. Введение.

Монокристаллы графита, а в еще большей степени интеркаляты, приготовленные из них добавлением металлических атомов, обладают ярко выраженной слоистой структурой и резкой анизотропией статической электропроводности: ее значения вдоль и поперек слоев (ось *OZ*) могут отличаться несколькими порядками величины [1]. Подобная анизотропия присуща и другим, более сложным веществам: купратным металлооксидам (например, Y-Ba-Cu-O в несверхпроводящей фазе), дихалькогенидам переходных металлов ($NbSe_2$, TaS_2), а также целому ряду органических проводников типа солей тетратиофульвалена ($(BEDT\text{-}TTF)_2 I_3$). По-видимому, общее свойство слоистых проводящих кристаллов (или, по крайней мере, многих из них) – это слабая зависимость энергии электронов ε от z-проекции их квазиимпульса $\mathbf{p}$, что проявляется в открытых ферми-поверхностях (ФП) типа «гофрированный цилиндр» [2, 3]. Простую, но достаточно характерную модель такого – квазидвумерного – спектра можно получить, оставляя в общем выражении

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{zn}(\mathbf{p}_{\perp}) \cos\left(\frac{nap_z}{\hbar}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \tag{1}$$

лишь нулевую и первую гармоники и пренебрегая анизотропией в базисной плоскости:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = p_{\perp}^2 / 2m - (\hbar v_1 / a)\cos(\theta). \tag{2}$$

Здесь $p_{\perp}^2 \equiv p_x^2 + p_y^2$, $\theta \equiv ap_z / \hbar$, m – эффективная масса электрона, характеризующая движение вдоль слоев, v_1 – максимальная скорость в перпендикулярном направлении (*OZ*), a – соответствующий период кристаллической решетки. Согласно сказанному выше, отношение $\mu \equiv v_1^2 / v_F^2$, где $v_F^2 \equiv 2\varepsilon_F / m$ –

квадрат фермиевской скорости, предполагается малым. Для модели (2) число состояний в единице объема и их энергетическая плотность равны соответственно

$$N = \varepsilon_F \langle 1 \rangle, \quad \langle 1 \rangle = m / \pi a \hbar^2 . \tag{3}$$

В данном сообщении рассматривается геометрия, в которой переменное электрическое поле $E \propto \exp(-i\omega t)$ и волновой вектор **k** (характеризующий пространственную неоднородность) параллельны нормали к слоям (OZ)[1]. Мы вычислим диэлектрическую функцию с учетом ферми-жидкостного взаимодействия (ФЖВ), найдем закон дисперсии продольных плазменных колебаний, выясним характер распределения высокочастотного (ВЧ) электрического поля в полубесконечном образце, а также рассмотрим специфику низкочастотных коллективных возбуждений слоистого проводника – они возможны при наличии двух зон типа (2) в его электронном спектре.

2. Диэлектрическая функция

Согласно теории ферми-жидкости [4], кинетическое уравнение в данном случае имеет вид

$$kv_z\Phi - \omega\Psi - ieEv_z = i\tau^{-1}\left(\Phi - \langle \Phi \rangle / \langle 1 \rangle\right), \tag{4}$$

где τ – время релаксации, предполагаемое достаточно большим. Функцию Ландау $L(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, связывающую эффективное и истинное распределения частиц, в соответствии с симметрией данной задачи достаточно выбрать в форме

$$L(\theta,\theta') = L_0 + 2L_1\cos(\theta - \theta') . \tag{5}$$

В таком случае

$$\Phi(\theta) = \Psi(\theta) + \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta'}{2\pi} L(\theta,\theta')\Psi(\theta') , \tag{6}$$

и уравнения (4) – (6) легко разрешаются относительно гармоник входящих в них функций. В частности, для $\Psi_0 \equiv \langle \Psi \rangle / \langle 1 \rangle$ находим:

$$\Psi_0 = \frac{ieE}{k} \frac{\tilde{\omega} W}{\omega + W(i\tau^{-1} + \tilde{\omega}(L_0 + \lambda\omega^2 / k^2 v_0^2))}, \tag{7}$$

где введены обозначения

$$W(k,\omega) \equiv \left\langle \frac{kv_z}{kv_z - \tilde{\omega}} \right\rangle \langle 1 \rangle^{-1} = 1 - \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 - k^2 v_1^2}}, \quad \lambda \equiv 2L_1/(1+2L_1), \quad \tilde{\omega} = \omega + i/\tau . \tag{8}$$

По определению, $\in \; \equiv 1 + 4\pi \langle \Psi \rangle / ikE$, так что диэлектрическая функция равна

[1] Поперечные электромагнитные колебания в слоистых проводниках (когда $\mathbf{E} \perp OZ$) рассматривались в [5].

$$\in(k,\omega)=1+\frac{\kappa^2}{k^2}\frac{\tilde{\omega}W}{\omega+W(i\tau^{-1}+\tilde{\omega}(L_0+\lambda\omega^2/k^2v_0^2))},\tag{9}$$

где

$$\kappa^2\equiv 4\pi e^2\langle 1\rangle=4me^2/a\hbar^2\tag{10}$$

– квадрат декремента статического экранирования в газовом приближении. Как видно из (9), (10) и дисперсионного уравнения $\in(k,\omega)=0$, с учетом ФЖВ этот декремент равен $\kappa/\sqrt{1+L_0}$. Для активационной частоты плазменных колебаний, полагая в (9) $k\to 0$, $\tau\to\infty$, находим

$$\omega_p^2=\frac{2me^2v_1^2}{a\hbar^2}\left(1+L_1\right)=\mu\frac{4\pi Ne^2}{m}\left(1+L_1\right),\tag{11}$$

где $4\pi Ne^2/m$ – квадрат плазменной частоты в газовом приближении (в изотропном металле с той же плотностью носителей N). Отметим, что в обычном металле $\omega_p\sim\varepsilon_F/\hbar$, в то время как теория ФЖВ, строго говоря, корректна лишь при $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$ [6]. В нашем же случае плазменная частота существенно понижается (в меру малости $\sqrt{\mu}$), и это позволяет непосредственно использовать формулу (9) для нахождения закона дисперсии продольных плазмонов:

$$\omega^2(k)=\frac{\omega_p^2}{\lambda}\left[\frac{k^2}{2\kappa^2}-K+\lambda K+\sqrt{\left(K-\frac{k^2}{2\kappa^2}\right)^2+\lambda K\frac{k^2}{\kappa^2}}\right],$$

$$K(k)\equiv 1+(1+L_0)k^2/\kappa^2\tag{12}$$

Это выражение довольно громоздко, так что мы приведем и его упрощенный вид для случая, когда имеется лишь нулевая гармоника функции Ландау:

$$\omega(k)=\left(\frac{ev_1}{\hbar}\sqrt{\frac{2m}{a}}\right)\frac{\kappa^2+(1+L_0)k^2}{\kappa\sqrt{\kappa^2+(1/2+L_0)k^2}}.\tag{13}$$

3. Распределение электрического поля в образце

Вычислив диэлектрическую функцию безграничного проводника, мы можем решить граничную задачу для полупространства $z\ge 0$. Проникновение ВЧ продольного электрического поля в максвелловскую плазму впервые рассматривалось Ландау [7]; в вырожденную – с подробным анализом граничных условий для электронной функции распределения – в [8]. В нашем случае углы падения электронов на границу заведомо малы ($\le v_1/v_F$), что существенно упрощает задачу, позволяя принять т. н. «зеркальное» граничное условие. Если поле вне металла (т.е. между обкладками коденсатора, одной из которых является образец) задано, а именно $E(z \le 0) = (0, 0, E_0 \exp(-i\omega t))$, то его распределение в образце дается формулой

$$E(z) = \frac{E_0}{i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{k \in (k, \omega)} \exp(ikz) . \tag{14}$$

Полюс в $k = 0$ обходится снизу; в соответствии с непрерывностью электрической индукции $\mathbf{D}(z)$ он дает предельное значение поля в глубине проводника

$$E(\infty) = E_0 / \in (0, \omega) \ ; \in (0, \omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega(\tilde{\omega} + iL_1 / \tau) , \tag{15}$$

малое по сравнению с E_0, если $\omega << \omega_p$. Однако при $\omega\tau >> 1$ затухание поля до этого значения происходит немонотонным образом: помимо вычетов интеграл (14) содержит осциллирующий вклад точки ветвления $k_1 = \tilde{\omega} / v_1$, обусловленный наличием максимальной z-проекции скорости в электронном спектре и равный

$$E_1(z) \cong -\frac{4E_0 F^2}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{dx x\sqrt{x^2 - 1} \exp(ik_1 xz)}{(x^2 - 1)[2 + (1 + L_0) F^2 x^2]^2 + (2 + L_0 F^2 x^2)^2} , \tag{16}$$

где $F \equiv \tilde{\omega} / \omega_p$. На небольших расстояниях от поверхности ($z \sim v_1 / |\tilde{\omega}|$) он не мал по сравнению с «гидродинамическим» вкладом (15). При $z >> v_1 / |\tilde{\omega}|$ отношение этих значений определяется соответствующей асимптотикой интеграла (16) и равно

$$\frac{E_1(z)}{E(\infty)} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi i}} \frac{1 - F^2}{(1 + L_0 F^2 / 2)^2} \left(\frac{v_1}{\tilde{\omega} z} \right)^{3/2} \exp(iz\tilde{\omega} / v_1) . \tag{17}$$

Т.о., полная однородность достигается лишь вне переходного слоя толщиной порядка длины пробега носителей $l_z = v_1\tau$, в котором поле осциллирует с «периодом» $\approx 2\pi v_1 / \omega$. В слоистом проводнике оба масштаба уменьшаются по сравнению с изотропным случаем, оставаясь, однако, макроскопическими при не слишком высоких частотах ω и τ^{-1}. При этом, как видно из (17), роль ФЖВ здесь невелика.

Ради полноты следует рассмотреть и резонансный случай $\omega \approx \omega_p$, когда макроскопической величиной является характерная длина k^{-1}, определяемая дисперсионными соотношениями (12) или (13). При столь высоких частотах непосредственное возбуждение монохроматического поля в образце затруднительно, однако характер пространственного распределения резонансных гармоник может проявиться в импульсном режиме, а также в опытах по прохождению либо отражению электронных пучков[2].

[2] То есть в процессе электронной спектроскопии [9]. При этом могут быть измерены такие параметры как ω_p и K (см. (10), (11)), значимые для макроскопических свойств проводника.

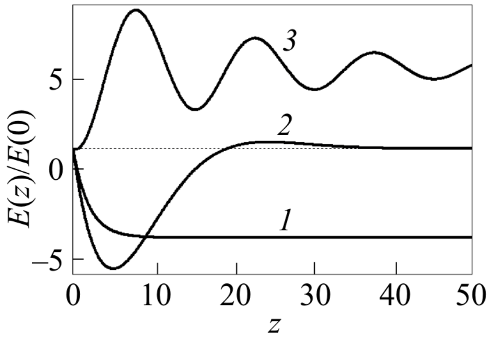

Рис. 1. Проникновение в образец переменного электрического поля, приложенного к его поверхности, при частотах, близких к плазменной ω_p: для кривых *1*, *2*, *3* отношение ω/ω_p равно 0.9, 1.0 и 1.1 соответственно, а параметр $1 + L_1/\omega_p\tau = 0.05$. Глубина z отложена в безразмерных единицах, соответствующих фазе в формуле (18)

Вблизи ω_p радикалы в диэлектрической функции (см. (12), (13)) можно разложить по малым $k^{2.}$ Тогда приближенный расчет по формуле (14) дает:

$$\frac{E(z)}{E_0} \cong \frac{1}{\in(0,\omega)} + \left(1 - \frac{1}{\in(0,\omega)}\right)\exp\left(iz\kappa\sqrt{\frac{2\in(0,\omega)}{3+2L_0}}\right),$$

$$\in(0,\omega) \equiv 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\tilde{\omega} + iL_1/\tau)}, \quad \left|\in(0,\omega)\right| << 1 \tag{18}$$

соответствующие кривые показаны на рис. 1.

4. Спектр коротковолновых плазмонов

Наконец, обратимся к случаю больших k (ради краткости – в газовом приближении и в бесстолкновительном пределе). Строго говоря, этот случай нельзя рассматривать на основании квазиклассического выражения для проводимости

$$\sigma(\mathbf{k},\omega) = -ie^2\left\langle \frac{v_z^2}{\mathbf{kv} - \tilde{\omega}} \right\rangle \tag{19}$$

(ср. (8)), поскольку оно не является инвариантным относительно трансляций в обратной решетке, $k \to k + 2\pi/a$. Трансляционно инвариантную диэлектрическую функцию $\in(k) \equiv 1 + 4\pi i\sigma(k)/\omega$ можно построить, заметив, что величина $\hbar\mathbf{kv}$ есть не что иное, как результат разложения по малым $\mathbf{k}$ стандартной энергетической разности в формулах квантовой теории возмущений (см., напр., [6]). В точности же эта разность – для спектра (2) – равна

$$\varepsilon(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}/2) - \varepsilon(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}/2) = \hbar v_z (2/a)\sin(ka/2),$$

т.е. k в (19) следует заменить на $Q = (2/a)\sin(ka/2)$. В результате

$$\in(k,\omega) = 1 + \frac{\kappa^2}{Q^2}\left(1 - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - Q^2 v_1^2}}\right). \tag{20}$$

Таким образом, обычное ограничение $\hbar k << p_F$, $\hbar/a$, накладываемое на квазиклассические расчеты плазмонного спектра (см., напр., [6]), в данном случае можно снять, поскольку электронный закон дисперсии (2) определен во всей зоне Бриллюэна. Для $\omega(k)$ из (20) получаем:

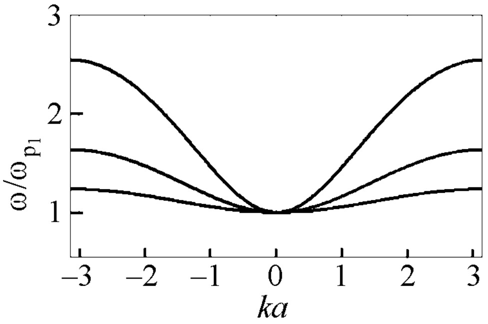

Рис. 2. Закон дисперсии продольных плазмонов при различных значениях параметра $b = ame^2/\hbar^2$: сверху вниз $b = 0.33$, 1.0, 3.0

$$\omega(k) = \omega_{p1}\sqrt{\frac{2}{b}}\frac{b+\sin^2(ka/2)}{\sqrt{2b+\sin^2(ka/2)}}, \tag{21}$$

где $\omega_{p1} = (ev_1/\hbar)\sqrt{2m/a}$; $b = \kappa^2 a^2/4 \equiv ame^2/\hbar^2$, т.е. отношение периода решетки к «боровскому радиусу». Поскольку последний (при $m \sim m_0$) порядка 10^{-8} см, параметр b может оказаться большим, в особенности в искусственных сверхрешетках с большим расстоянием между проводящими слоями. В таком случае спектр (21) представляет собой узкую, а при малых эффективных массах – сравнительно широкую зону (рис. 2):

$$\omega_p^{\max}/\omega_{p0} - 1 = (b+1)/\sqrt{b^2+b/2} - 1 \approx \begin{cases} 3/4b & (b >> 1) \\ \sqrt{2/b} & (b << 1) \end{cases} \tag{22}$$

Декремент статического экранирования κ заменяется на

$$\bar{\kappa} = (2/a)\mathrm{arsh}(\sqrt{\mathrm{b}}). \tag{23}$$

5. Двухзонная модель

До сих пор мы предполагали односвязную ФП. Однако электронная структура слоистых «синтетических металлов» довольно сложна, так что вполне вероятно наличие двух (например, электронной и дырочной) долин типа (2) с различными значениями $(v_z)_{\max}$: $v_{12} = Bv_{11}$ ($B \geq 1$). Как было показано для изотропного металла [10], в двухдолинном случае ФЖВ (уже в простейшей его форме $L(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = L_{\alpha\beta}$; α, β = 1, 2) делает возможным существование продольной коллективной моды типа электронного нуль-звука при сравнительно низких частотах, $\tau^{-1} << \omega << \omega_p$. Ее фазовая скорость $V = uv_{12}$ удовлетворяет характеристическому уравнению

$$D(k) \equiv \sum \eta_\alpha W_\alpha + LW_1W_2 = \eta_1 W(Bu) + \eta_2 W(u) + LW(Bu)W(u) = 0, \tag{24}$$

где

$$\eta_\alpha \equiv m_\alpha/(m_1+m_2); \quad L \equiv \eta_1\eta_2(L_{11}+L_{22}-L_{12}-L_{21}), \tag{25}$$

а функциональный вид $W(u) \equiv W(\tilde{\omega}/kv_{12})$ в нашем случае дается формулой (8). Уравнение (24) имеет вещественный корень ($u > 0$) только при достаточной интенсивности ФЖВ, именно при

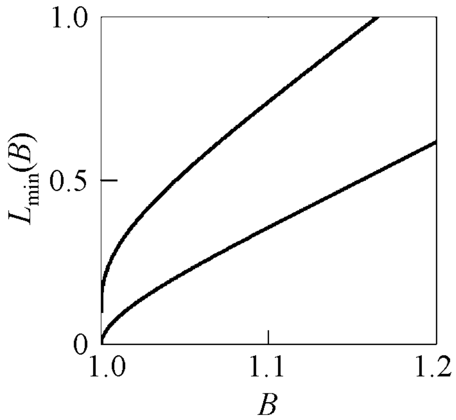

Рис. 3. Пороговые значения параметра ФЖВ $L_{\min}$ в зависимости от отношения скоростей B для квазидвумерного (нижняя кривая) и изотропного спектров (в этом случае $W(B) = = 1 + \frac{B}{2}\ln\left(\frac{B-1}{B+1}\right)$, см. (8)); η_2 принято равным 0.5.

$$L \geq L_{\min}(B) = -\eta_2 / W(B) \tag{26}$$

Как видно на рис. 3, в квазидвумерном металле пороговые значения $L_{\min}$ оказываются значительно меньшими, чем в изотропном металле при тех же B, особенно вблизи $B = 1$.

В этом – вырожденном – случае $L_{\min} = 0$, а решение уравнения (24) есть

$$u(L) = (1+L)/\sqrt{1+2L}\,. \tag{27}$$

Рассматриваемая волна представляет собой антифазные парциальные колебания электронных плотностей в обеих долинах. Ввиду (приближенной) электронейтральности металла такую волну затруднительно наблюдать в электрических экспериментах. Однако упругая сила, порождаемая неравновесным распределением носителей, дает возможность детектировать электронный нуль-звук по сопутствующей ему упругой волне с фазовой скоростью $\approx V$. Этот эффект наблюдался в ряде обычных металлов (W, Al, Ga; см. [11]). Его можно описать, решая совместно электронное кинетическое уравнение и уравнение теории упругости для полупространства с заданными колебаниями границы $u_0\exp(-i\omega t)$.

Не вдаваясь в детали расчета, выпишем результат в k-представлении:

$$U(k) = \frac{2U_0}{ik}\left[1 + \frac{\omega^2}{s^2k^2(1+R)-\omega^2}\right],\ R(k) = \frac{\omega\Lambda^2\langle 1\rangle}{\tilde{\omega}\rho s^2}\eta_1\eta_2(1+L)\left(1 - W_1W_2\frac{1+L}{D(k)}\right), \tag{28}$$

где ρ – массовая плотность образца, s – продольная скорость звука. Мы предполагаем, что $s \ll v_1$. При этом $U(k)$ имеет два существенно различных полюса: первый, $k_S \approx \omega / s$, относится к обычному звуку; второй же, $k_{IS,}$ близок к корню уравнения (24) и описывает добавочную упругую волну. Простая оценка ее относительной величины может быть получена из (28) в вырожденном случае ($v_{11} \approx v_{12} \equiv v_1$):

$$U_{0S}(z) \cong U_0\frac{\omega\Lambda^2\langle 1\rangle}{\tilde{\omega}\rho v_1^2}\eta_1\eta_2\frac{2L}{1+L}\exp\left(\frac{i\tilde{\omega}z}{v_1}\frac{\sqrt{1+2L}}{1+L}\right). \tag{29}$$

Это выражение пропорционально v_1^{-2} – вместо v_F^{-2} в обычном металле. Мы можем предположить, что Λ, разность между константами деформационного потенциала в долинах 1 и 2, не имеет специфической малости в слоистых проводниках. В них, в таком случае, данный эффект (на небольших расстояниях от границы, $z \le v_1\tau$) был бы значительно более интенсивным. Однако для его наблюдения необходимы достаточно чистые образцы и низкие температуры.

6. Выводы

Приведенный модельный расчет электродинамических характеристик слоистого проводника показывает отличие таковых от случая изотропного металла с той же плотностью носителей заряда, в частности, существенное понижение активационной частоты и скорости продольных плазменных колебаний, распространяющихся по нормали к слоям. Кроме того, случай квазидвумерного спектра носителей может быть более благоприятным для наблюдения электронного нуль-звука.

В заключение укажем на стойкий интерес исследователей к электродинамическим свойствам проводящих модификаций углерода (см., например, [12]). Электромагнитное облучение может применяться и в чисто практических целях, в том числе в процессе дегазации каменного угля [13, 14].

Автор признателен Э. П. Фельдману за обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.И. Буздин, Л.Н. Булаевский. УФН **144**, №3 (1984).
2. J. Vosnitza. Fermi Surfaces of Low-Dimensional Organic Metals and Superconductors. Vol. **134** in Springer Tracts in Modern Physics, Springer (1996).
3. J. Singleton. Studies of Quasi-Two-Dimensional Organic Conductors Based on BEDT-TTF Using High Magnetic Fields in Reports on Progress in Physics **116** (2000).
4. Л.Д. Ландау. ЖЭТФ. 1957. Т.**32**. С. 59.
5. В.М. Гохфельд, В.Г. Песчанский. УФЖ **37**, №10 (1992).
6. D. Pines and Ph. Nozieres. The Theory of Quantum Liquids. Vol.**1**. W.A. Benjamin, Inc., New York - Amsterdam. 1966.
7. Л.Д. Ландау. ЖЭТФ. 1946. Т.**16.** С. 574.
8. В.М. Гохфельд, М.И. Каганов, Г.Я. Любарский. ЖЭТФ. 1987. Т. **92**, № 2. С. 523.
9. И.К. Козлов. Современные проблемы электронной спектроскопии. М., 1978.
10. Dunin S. Z. and Fetisov T. P. Fiz. Tekh. Poluprovodn. 1972. V. **14**, #1, P. 270.
11. E.V. Bezugly, N.G. Burma, E.Yu. Deineka and V.D. Fil'. Sverkhprovodimost'. 1991. V.4, #**4**. P. 661.
12. А.В. Елецкий, Б.М. Смирнов. Фуллерены. УФН, 1993, т. 163, №2.
13. Mingju Liu and Xueqiu He. Electromagnetic Response of outburst-prone Coal // Intern. Journal of Coal Geology. 2001. – Vol. 45. – P. 155 – 162.
14. А.Д. Алексеев, А.К. Кириллов, А.Г. Мнухин, А.М. Брюханов. Электромагнитное воздействие на угольный пласт для активации процесса дегазации // Физико–технические проблемы горного производства. 2006. – № 9. – С. 5 –19.