

УДК 521, 523.4

В. П. Жаборовський

Головна астрономічна обсерваторія Національної академії наук України
вул. Академіка Заболотного 27, Київ, 03680
zhskyu@mao.kiev.ua

**Кількісний аналіз моделей атмосферної густини,
придатних для розрахунку гальмування ШСЗ**

Для визначення параметрів обертання Землі з лазерних спостережень ШСЗ потрібно моделювати їхній рух з точністю, не гіршою, ніж точність локації (3...5 мм). Для супутників, що знаходяться на навколосезонних орбітах нижчих 1000 км таке моделювання ускладнюється необхідністю врахування атмосферного гальмування. При цьому головною проблемою є визначення густини атмосфери Землі. Існує декілька методик визначення атмосферної густини в діапазоні висот до 1500 км. В цій роботі проводиться аналіз емпіричних моделей NRL-MSISE-00, DTM-2012 та JB2008, які можуть застосовуватися для розв'язання цієї задачі. Проведено кількісний аналіз випадкових помилок цих моделей та сформульовано деякі рекомендації з їхнього використання для моделювання руху ШСЗ при розв'язанні задач космічної геодинаміки.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ АТМОСФЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ, ПРИГОДНЫХ ДЛЯ РАСЧЕТА ТОРМОЖЕНИЯ ИСЗ, Жаборовский В. П. — Для определения параметров вращения Земли с лазерных наблюдений ИСЗ нужно моделировать их движение с точностью не хуже точности локации (3...5 мм). Для спутников на орбитах ниже 1000 км такая процедура усложняется необходимостью учитывать атмосферное торможение. При этом главной проблемой остается определение плотности атмосферы. Есть несколько методик определения атмосферной плотности в диапазоне высот до 1500 км. В этой работе проводится анализ эмпирических моделей NRL-MSISE-00, DTM-2012 и JB2008, которые широко используются при решении таких задач. Представлен количественный анализ случайных ошибок моделей и сформулированы некоторые рекомендации по использованию указанных моделей для моделирования движения ИСЗ при решении задач космической геодинаміки.

QUANTITATIVE ANALYSIS OF ATMOSPHERIC DENSITY MODELS APPLICABLE TO THE DETERMINATION OF ARTIFICIAL SATELLITE DECELERATION, Zhaborovskyi V. P. — For determination of Earth orientation parameters from satellite laser ranging their motion should be modelled with the precision of the ranging (from 3 to 5 mm). For low Earth orbits (1000 km or lower) the procedure needs taking account of the atmospheric deceleration force. Precise values of the atmosphere density are the main difficulty there. There are a lot of atmosphere density models for heights up to 1500 km. We consider the empirical atmosphere density models NRL-MSISE-00, DTM-2012, and JB2008 which are widely used to solve the problem. Our quantitative analysis of the precision models is given and some recommendations for the use of the models in space geodynamics are formulated.

Для визначення та уточнення параметрів обертання Землі (ПОЗ) використовуються лазерні спостереження супутників «Lageos-1», «Lageos-2», які перебувають на орбітах з висотою перицентру близько 5700 км та рух яких практично не зазнає гальмування атмосферою. Водночас є ряд спостережень супутників, що перебувають на низьких (до 800 км) орбітах (LEO), які можна було б використати для визначення ПОЗ, якби вдалося змодельовати атмосферне гальмування.

ВЗАЄМОДІЯ АТМОСФЕРИ З КОСМІЧНИМИ АПАРАТАМИ

При моделюванні руху ШСЗ важливо обрахувати усі збурювальні прискорення. Хоча для висот, більших ніж 1000 км, збурення від атмосфери не перевищує 10^{-9} м/с² [9], і ним можна нехтувати, для нижчих орбіт його вплив суттєвий.

При вивченні поступального руху супутника береться до уваги лише складова аеродинамічної сили, яка направлена у протилежному до руху супутника напрямку. Вона пропорційна квадрату швидкості та виражається такою емпіричною формулою:

$$\ddot{\mathbf{r}}_D = -\frac{1}{2} C_D d(\mathbf{r}, t) \frac{A}{m_s} (\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a) |\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a|.$$

Тут m_s — маса супутника, A — ефективна площа перерізу супутника, C_D — коефіцієнт гальмування, $d(\mathbf{r}, t)$ — густина атмосфери в околі супутника, \mathbf{r} , $\dot{\mathbf{r}}$ — положення та швидкість супутника, $\dot{\mathbf{r}}_a$ — швидкість атмосфери в околі супутника відносно поверхні Землі.

Параметр A , який описує геометрію супутника (перетин Міделя), для сферичних ШСЗ є величиною сталою. Маса супутника m_s визначається перед запуском та вважається постійною протягом усього існування, принаймні для геодезичних супутників.

Безрозмірний параметр C_D залежить від геометрії супутника, властивостей частинок, з яких складається атмосфера, та величини швидкості супутника відносно атмосфери. Його типові значення ле-

Середня густина атмосфери в залежності від висоти

h , км	d , г/км ³	h , км	d , г/км ³
100	497400	600	0.081...0.639
200	255...316	700	0.020...0.218
300	17...35	800	0.007...0.081
400	2.2...7.5	900	0.003...0.036
500	0.4...2.0	1000	0.001...0.018

жать в інтервалі від 1.5 до 3. Як правило, він уточнюється у процесі визначення орбіти. Для сферичних супутників його значення близьке до 2.

Швидкість руху атмосфери $\dot{\mathbf{r}}_a$ має дві складові: швидкість, зумовлену обертанням Землі, та швидкість вітру. Використовуючи наближення, що атмосфера обертається навколо Землі як тверде тіло, можемо виразити швидкість супутника відносно атмосфери в геоцентричних екваторіальних координатах:

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_a + \dot{\mathbf{r}}_w, \quad \dot{\mathbf{r}}_a = \dot{\omega} \times \mathbf{r}, \quad \dot{\mathbf{r}}_w = \mathbf{w},$$

де $\dot{\omega}$ — середня швидкість обертання Землі, \mathbf{w} — швидкість вітру [12]. Єдина широко поширена модель вітрів HWD придатна для використання в діапазоні 0...500 км [7]. Тому при моделюванні атмосферного опору для LEO приймають $\mathbf{w} = 0$.

Густина атмосфери залежить не лише від висоти, а й від багатьох інших параметрів, таких як пора року, час доби, індекси сонячної активності та геомагнетизму. У таблиці наведено усереднені значення густини атмосфери в залежності від висоти [5, 10].

ОГЛЯД МОДЕЛЕЙ ГУСТИНИ АТМОСФЕРИ

Є чимало моделей, які дозволяють отримати густину, температуру та хімічний склад атмосфери. Кожна з них створювалася для певних цілей, і деякі з них непридатні для визначення величини гальмування супутників [15].

За методикою створення моделі атмосфери поділяються на два типи: фізичні та емпіричні.

Фізичні моделі базуються на фундаментальних фізичних законах, що описують атмосферу в цілому. Потребують значних обчислювальних потужностей та інформації про зовнішні збурювальні сили. При розрахунках гальмування супутників атмосферою вони не застосовуються через невелику роздільну здатність та складність визначення величин зовнішніх відносно атмосфери збурень.

Емпіричні моделі є набором досить простих функцій, що дозволяють знайти найбільш значні варіації густини (і, як правило, температури та хімічного складу) атмосфери. Емпіричні моделі містять параметри, які можна представити як функції часу, місця та космічної погоди. Значення густини отримуються шляхом інтерполяції або апроксимації наявних спостережень функціями цих параметрів.

Найбільш відомі емпіричні моделі:

ГОСТ 25645.115-84 Атмосфера Землі верхня. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. Чинний в Україні радянський стандарт, встановлює модель густини, методу розрахунку і значення параметрів густини атмосфери Землі в діапазоні висот від 120 до 1500 км для різних рівнів сонячної активності у відому дату та час польоту ШСЗ. Стандарт призначений для балістичного забезпечення польотів ШСЗ і приведення результатів розрахунків до однакових умов. Втратив чинність в Російській Федерації [1]. Через давність в даній роботі не розглядається.

NASA Marshall Engineering Thermosphere Model — Version 2007 (MET-2007). Будучи частиною великого пакету Global Reference Atmospheric Model 2007 (GRAM 2007), використовується в NASA як автономний модуль для розрахунків термосферної густини та температури в діапазоні 90 — 2500 км як функції положення, часу та космічної погоди [8]. Дозволяє отримати температуру, хімічний склад атмосфери, середню молекулярну масу, загальну густину та тиск [<http://techtran.msfc.nasa.gov/software-catalog/SW-SE-MFS-33038-1.php>].

Модель недоступна для широкого загалу.

U.S. Air Force High Accuracy Satellite Drag Model (HASDM). Придатна для використання в діапазоні висот 180...800 км. Конвертує дані про гальмування супутників в густину атмосфери. Включає в себе процедуру динамічного калібрування атмосфери, яка уточнює дані, отримані з моделі, побудованої на основі моделі Jascchia-70, попередника моделі JB2008 [13]. Дані недоступні для публічного загалу.

Модель Jascchia-Bowman 2008 (JB2008). Емпірична модель густини термосфери JB2008 є останньою з сімейства моделей Jascchia-Bowman. Основною відмінністю від попередніх моделей є застосування нового алгоритму для розрахунку енергії, що надходить в атмосферу від Сонця. Також модель містить метод для корекції за геомагнітні бурі на основі використання геомагнітного індексу D_{st} . За вхідні дані про густину атмосфери використовувався масив спостережень більш ніж 30 штучних супутників за період з 1979 по 2006 роки. Додатково використовувались дані вимірювання прискорень на супутниках CHAMP та GRACE [2].

Drag Temperature Model (DTM-2012). Модель придатна до використання для діапазону висот 120...1500 км та базується на основі загальних даних про густину атмосфери, отриманих з аналізу орбіт супутників, прямих вимірювань температури екзосфери, даних мас-

спектрометрів, відносних варіацій густини, отриманих з вимірювання вітрів та даних некогерентного розсіяння. Модель дозволяє отримати як густину, так і температуру екзосфери як функції часу, місця та космічної погоди [4]. Станом на початок 2014 року DTM розглядається IERS як кандидат на стандартну модель для визначення гальмівного прискорення супутників при визначенні параметрів обертання Землі [ftp://hpiers.obspm.fr/iers/eop/grgs/Models/models_ITRF2013.pdf].

NRL-MSISE-00. Модель утворена на базі моделі MSISE-90, містить інформацію про загальну густину атмосфери, отриману з вимірювань прискорення на супутниках та з уточнення їхніх орбіт, температуру, отриману з аналізу даних некогерентного радарного розсіяння [11].

При виконанні даної роботи для моделювання атмосферної густини використовувалися моделі NRL-MSISE-00, DTM-2012 та JB2008. Усі вони доступні широкому загалу у вигляді вихідних або двійкових файлів. На жаль, доступу до моделей MET-2007 та HASDM отримати не вдалося.

На основі доступних програмних кодів моделей були створені універсальні програмні інтерфейси, які дозволяють отримати густину атмосфери як функцію місця, часу та космічної погоди. Вони використовувалися при проведенні аналізу моделей.

Аналіз моделей. Якісний аналіз даних одразу показав суттєву різницю між результатами, отриманими з моделей NRL-MSISE та DTM і моделі JB2008 для періоду низької сонячної активності. Такі відмінності пояснюються простотою застосованих при побудові JB2008 алгоритмів. Подібні ж результати були отримані при порівнянні модельованих та спостережуваних густин атмосфери [3]. Крім того, модель JB2008 у порівнянні з двома іншими має доволі просту функцію відображення, що приводить до результату, практично симетричного відносно підсонячної точки. Варто також зауважити, що усі три моделі дають практично однаковий усереднений результат.

В якості міри випадкових похибок кожної з моделей використовувалася дисперсія. Для її розрахунку застосовувався метод, оснований на перетворенні Гельмерта, що добре себе зарекомендував при порівнянні різних астрономічних каталогів [14]. Метод дозволяє за допомогою перетворення Гельмерта виключити систематичні похибки між двома каталогами. Розглянемо його більш детально.

В загальному випадку координати $\mathbf{r}_{(i)}$ точок у i -му каталозі зв'язані з координатами $\mathbf{r}_{(j)}$ в j -му каталозі так:

$$\mathbf{r}_{(j)} = \mathbf{A} \mathbf{r}_{(i)} + \mathbf{S} \mathbf{r}_{(i)} + \mathbf{b}, \quad (1)$$

де \mathbf{b} — зсув початків систем координат, \mathbf{A} — повороти навколо головних осей, \mathbf{S} — зміна масштабу вздовж осей (діагональні елементи) та деформації, паралельні головним площинам (недіагональні елементи). Усі ці величини називаються параметрами Гельмерта.

Розв'язуючи методом найменших квадратів систему (1) відносно параметрів Гельмерта, отримуємо значення, які використовуються

для приведення каталогу $\mathbf{r}_{(i)}$ в систему каталогу $\mathbf{r}_{(j)}$. Таким чином, ми отримуємо позбавлені взаємних систематичних похибок значення координат у двох каталогах. Після цього можна оцінити величину випадкових похибок каталогу i відносно каталогу j за допомогою дисперсії

$$s_{ij}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^M (\mathbf{r}_{(i)k} - \mathbf{r}_{(j)k}^*)^2.$$

Тут M — кількість параметрів перетворення, що задається формулою (1), $\mathbf{r}_{(j)}^*$ — координати каталогу j , перетворені за допомогою (1) у систему каталогу i .

В загальному випадку дисперсії трьох окремих каталогів визначаються з системи

$$\begin{cases} s_{12}^2 + s_{13}^2 - s_{23}^2 = 2s_{12}^2 - 2s_{13}^2 + 2s_{23}^2, \\ s_{12}^2 + s_{13}^2 - s_{23}^2 = 2s_{12}^2 - 2s_{13}^2 + 2s_{23}^2, \\ s_{12}^2 + s_{13}^2 - s_{23}^2 = 2s_{12}^2 - 2s_{13}^2 + 2s_{23}^2. \end{cases} \quad (2)$$

де s_{ij} — взаємні кореляції каталогів. Якщо позначити середнє по каталогу як $\bar{\mathbf{r}}$, то

$$s_{ij} = \frac{(\mathbf{r}_{(i)} - \bar{\mathbf{r}}_{(i)})(\mathbf{r}_{(j)} - \bar{\mathbf{r}}_{(j)})}{\sqrt{(\mathbf{r}_{(i)} - \bar{\mathbf{r}}_{(i)})^2 (\mathbf{r}_{(j)} - \bar{\mathbf{r}}_{(j)})^2}}. \quad (3)$$

Як було показано в роботі [6], даний метод найкраще застосовувати, коли величина випадкових похибок каталогу якомога менша відносно значень в каталозі. Тому як каталоги були використані поверхні рівних густин (еквіденсит). Такі каталоги будувалися з кроком 5 по широті та 10 по довготі для різних висот. За базове значення густини використовувалося значення в точці перетину гринвіцького меридіану та екватора. Отримавши еквіденситу, маємо три координати каталогу — географічні координати та висота на еквіденситі.

Система (2) розв'язувалася методом Ньютона. Чисельний аналіз показав, що збіжність таких розв'язків сильно залежить від початкових умов. Для пошуку оптимальних початкових умов була використана така методика. Система (2) спочатку розв'язувалася методом перебору. Кореляції перебиралися в інтервалі $[-1, 1]$. Виходячи з того, що s_{ij} і s_i є величинами приблизного одного порядку, значення s_i перебиралися в інтервалі від 0 до $2s_{ij}$. Результат перебору вважався досягнутим, якщо модулі різниць правих та лівих частин системи (2) ставали менші за ϵ . Значення підбиралося вручну, оптимальні значення близькі до 3. Отримана множина містила розв'язки однорідної системи, що у загальному вигляді представляються так:

$$s_{12}^2 + s_{13}^2 - s_{23}^2 = A_1 s_{12}^2 + B_2 s_{13}^2 + C_3 s_{23}^2. \quad (4)$$

Тут A , B та C — деякі константи, які можна знайти, мінімізуючи процедурою найменших квадратів відхилення розв'язків, що описуються (4), від усіх розв'язків, отриманих перебором. Використовуючи знай-

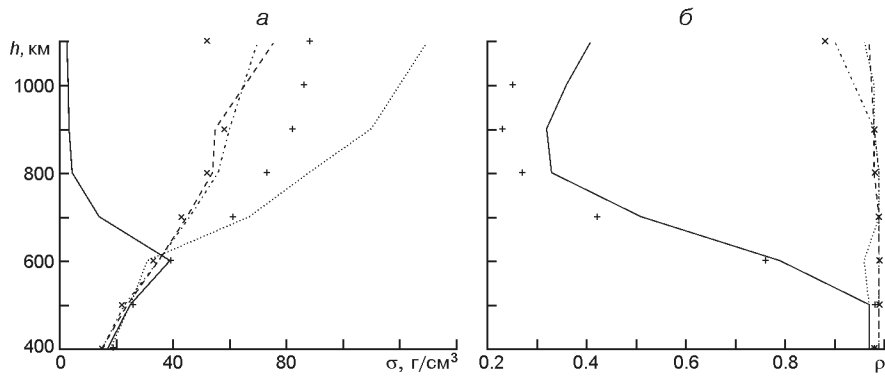
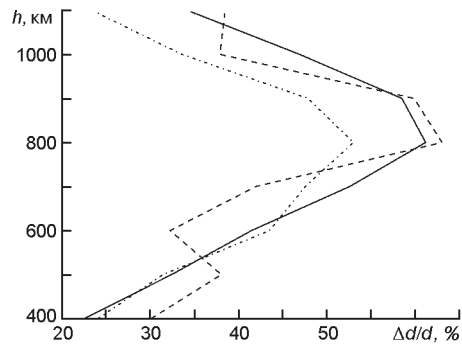


Рис. 1. Дисперсії (а) та кореляції (б) моделей атмосфери для різних висот та моментів часу. Дисперсії для високої сонячної активності, літо: штрихи — NRL-MSISE-00, штрих-пунктир — DTM-2012, косі хрестики — JB2008; низька сонячна активність, зима: точки — NRL-MSISE-00, прямі хрестики — DTM-2012, суцільна лінія — JB2008. Кореляції для високої сонячної активності, літо: штрихи — NRL-DTM, штрих-пунктир — DTM-JB, X — JB-NRL; низька сонячна активність, зима: точки — NRL-DTM, прямі хрестики — DTM-JB, суцільна лінія — JB-NRL

Рис. 2. Похибки моделей у відсотках густини в залежності від висоти. Суцільна лінія — модель NRL-MSISE-00, штрихи — DTM-2012, штрих-пунктир — JB2008



дені точки як початкові умови для методу Ньютона та розраховуючи кореляції за допомогою формули (3) можна значно прискорити пошук коренів (2).

Отримані дисперсії та кореляції для моделей, що досліджувалися, наведено на рис. 1. Вони практично однакові для цих моделей та очікувано зростають з висотою та сонячною активністю.

Розраховані з каталогів еквіденсит дисперсії відображають випадкові, виражені в кілометрах, похибки моделей у просторі евіденсит. Такі похибки самі по собі малоінформативні. Більш цікавою та корисною є інформація про похибки у просторі густин атмосфери. Якщо на висоті h_0 похибка становить h , то похибка густини на тій же висоті дорівнює

$$\frac{d}{h} h_0$$

На рис. 2 наведено значення відносних похибок моделей густини атмосфери в залежності від висоти.

Висновки. Отримані результати показують практичну ідентичність випадкових похибок усіх трьох розглянутих моделей атмосфер-

ної густини, що можна інтерпретувати як ідентичність моделей. JB2008 має простіші алгоритми розрахунків та менше корелює з іншими моделями. Моделі NRL-MSISE-00 та DTM-2012 дозволяють отримати практично ідентичні результати. Єдиним недоліком останньої є відсутність відкритих вихідних файлів моделі. NRL-MSISE-00 потребує проведення найбільшої кількості операцій для отримання результату, але зараз цей факт не є суттєвим через високі потужності обчислювальної техніки.

1. ГОСТ 25645.115-84. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. — Введ. 24.08.84. — М.: Изд-во стандартов, 1984.—44 с.
2. Bowman B. R., Bowman B. R., Tobiska W. K., et al. A new empirical thermospheric density model JB2008 using new solar and geomagnetic indices // 37th COSPAR Scientific Assembly. Held 13-20 July 2008, in Montreal, Canada, —2008. —P. 367.
3. Bruinsma S. L., Sanchez-Ortiz N., Olmedo E., Guijarro N. Evaluation of the DTM-2009 thermosphere model for benchmarking purposes // J. Space Weather Space Clim.— 2012.—2. — id. A04.
4. Bruinsma S. L., Thuillier G., Barlier F. The DTM-2000 empirical thermosphere model with new data assimilation and constraints at lower boundary: accuracy and properties // J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.—2003.—65.—P. 1053—1070.
5. Cappellari J. O., Velez C. E., Fuchs A. J. Mathematical theory of the Goddard trajectory determination system // GSFC Document X-582-76-77, Greenbelt. — 1976.
6. Choliy V. Ya. On the extension of Helmert transform // AASP.—2014.—4, N 1.—P. 3—10.
7. Drob D. P., Emmert J. T., Crowley G., et al. An empirical model of the Earth's horizontal wind field: HWM07 // J. Geophys. Res.—2008.—113, N A12.—P. 304.— doi:10.1029/2008JA013668.
8. Justus C. G., Duvall A., Keller V. W. Trace constituent updates in the Marshall engineering thermosphere and global reference atmospheric model // Adv. Space Res.— 2006.—38.—P. 2429—2432.
9. Landau H., Hagmeier D. Analysis of the required force modeling for NAVSTAR GPS satellites // Studiengang Vermessungswesen, Schriftenreihe UniBw — 1986. —19. — P. 193—208.
10. Montenbruck O., Gill E., Lutze Fh. Satellite orbits — models, methods, and applications // Appl. Mech. Revs.—2000.—55, N 2.—P. B27.
11. Picone J. M., Hedin A. E., Drob D. P., Aikin A. C. NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues // J. Geophys. Res.— 2002.—107, N A12.—P. SIA 15-1.
12. Seeber G. Satellite Geodesy. — Berlin, New York, 2003.—589 p.
13. Storz M. F., Bowman B. R., Branson J. I., et al. High accuracy satellite drag model (HASDM) // Adv. Space Res.—2005.—36, N 12.—P. 2497—2505.
14. Tkachuk V. V., Choliy V. Ya. On the comparison of fundamental numerical ephemerides // Adv. Astron. and Space Phys.—2013.—3, N 2.—P. 141—144.
15. Vallado D., Finkleman D. A. Critical assessment of satellite drag and atmospheric density modeling // Center for Space Standards and Innovation, Colorado Springs. — Colorado. — 80920.
16. Zhaborovskyy V. P., Choliy V. Ya. KyivGeodynamics++: software for processing satellite laser ranging data: Proceeding of 17th YSC. — Kyiv, 2011.

Статья поступила в редакцию 13.03.14