

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

УДК 621.372(075.8)

О. В. ЛАЗОРЕНКО¹, Л. Ф. ЧЕРНОГОР²

¹ Харьковский национальный университет радиоэлектроники,
пр-т Ленина, 14, г. Харьков, 61166, Украина
E-mail: Oleg-Lazorenko@yandex.ua

² Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E-mail: Leonid.F.Chernogor@univer.kharkov.ua

ЧОИ-ВИЛЬЯМС-АНАЛИЗ СИГНАЛОВ С ОСОБЕННОСТЯМИ

Проведен время-частотный анализ ряда модельных сигналов с особенностями при помощи преобразования Чои-Вильямса, относящегося к классу нелинейных преобразований Коэна. Изучены модели δ -функции Дирака и ее первой производной, их суммы с гармоническим сигналом, импульса конечной ширины, резких скачков амплитуды, фазы и частоты сигнала, излома, вертикального перегиба, шипя, а также суммы шипя и гармонического сигнала. Выполнено сравнение результатов чои-вильямс-, вигнер- и фурье-анализа. Показано, что указанные преобразования хорошо дополняют друг друга и при совместном использовании позволяют получить большее количество информации о время-частотной структуре исследуемых сигналов.

Ключевые слова: время-частотный анализ, нелинейное интегральное преобразование, сигнал с особенностями

1. Введение

Быстрое развитие науки и техники в области сверхширокополосных (СШП) технологий и появление принципиально новых классов сигналов (фрактальных, фрактальных СШП, прямохаотических СШП, нелинейных СШП и др.) требуют совершенствования как устройств приема и передачи таких сигналов, так и методов их последующей обработки, в частности, время-частотного анализа. Количество публикаций, посвященных генерации, приему и обработке таких типов сигналов, постоянно возрастает [1–7]. Возможностей традиционных методов обработки, основанных на применении преобразования Фурье и его модификаций, оказывается недостаточно для получения желательно более полной информации о время-частотном содержании нестационарных, нелинейных и СШП сигналов и процессов. В связи с этим значительный интерес для их анализа и обработки представляет применение нелинейных время-частотных преобразований класса Коэна [8–11]. Наиболее известным представителем этого класса преобразований является преобразование Вигне-

ра (ПВ). Нелинейные преобразования класса Коэна и, в первую очередь, ПВ дают исследователю оригинальный и эффективный инструмент для анализа сигналов и процессов различной природы (см., например, [8, 10, 12]). Несомненным достоинством ПВ является хорошее время-частотное разрешение, инвариантность к сдвигам во временной и частотной областях, наличие маргинальных распределений, отсутствие уширения финитного сигнала во временной области и т. п. (см., например, [8–11, 13]). Однако интерпретация результатов, полученных при помощи ПВ, затруднена наличием интерференции. Существует несколько методов уменьшения ее влияния. При этом приходится частично жертвовать время-частотным разрешением. Один из таких методов – преобразование Чои-Вильямса (ПЧВ), дает возможность найти необходимый компромисс между время-частотным разрешением и интенсивностью интерференционных структур [14].

Для повышения эффективности анализа время-частотного содержания реальных сигналов и процессов в работах [13, 15–17] положено начало формирования банка данных результатов применения нелинейных преобразований к модельным сигналам различного типа. В настоящей статье,

являющейся логическим продолжением этих работ, будут рассмотрены возможности ПЧВ при анализе модельных сигналов с особенностями. Этим объясняется актуальность проведения исследований.

Под сигналом с особенностями будем понимать сигнал, имеющий в своем составе одну или несколько точек, где существуют локальные особенности, т. е. точки, в которых первая производная обращается в бесконечность или не существует, что вызывается резкими скачками амплитуды, частоты, фазы сигнала и т. п. Количественно локальные особенности сигнала характеризуются показателями Липшица, которые вычисляются с помощью метода максимумов модуля непрерывного вейвлет-преобразования (см., например, [9, 11]).

Целью работы является изучение достоинств и недостатков ПЧВ и их сравнение с возможностями ПВ и спектрограммы Фурье (СФ) при исследовании модельных сигналов с особенностями.

2. Основные понятия и соотношения

Преобразование Чои-Вильямса, предложенное в 1989 г. Х. Чои и В. Вильямсом, задается следующим соотношением [14]:

$$P_{CW}f(\tau, \omega) = \sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\omega t)}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-(u-\tau)^2\sigma}{4t^2}\right) \times s\left(u + \frac{t}{2}\right) s^*\left(u - \frac{t}{2}\right) dudt, \quad (1)$$

где $P_{CW}f(\tau, \omega)$ – функция спектральной плотности (ФСП) ПЧВ; символ “*” означает операцию комплексного сопряжения; σ – положительный коэффициент, при помощи которого можно управлять уровнем интерференционных членов. С уменьшением σ влияние интерференции уменьшается. При $\sigma \rightarrow \infty$ ПЧВ переходит в ПВ.

Чои-вильямс-анализ будем проводить для моделей сигналов с особенностями, которые использовались в работах [15, 18, 19]. Они задаются следующими соотношениями:

1) бесконечно короткий импульс (δ -функция Дирака):

$$s_1(t) = A\delta(t - t_0);$$

2) импульс конечной ширины:

$$s_2(t) = \begin{cases} 0, & t \notin [t_0 - \varepsilon; t_0 + \varepsilon], \\ A/(2\varepsilon), & t \in [t_0 - \varepsilon; t_0 + \varepsilon], \end{cases}$$

где A и ε – амплитуда и полуширина импульса соответственно (при предельном переходе ($\varepsilon \rightarrow 0$) эта функция превращается в δ -функцию Дирака);

3) сумма импульсной помехи и гармонического сигнала:

$$s_3(t) = A\delta(t - t_0) + B \sin \omega_0 t;$$

4) резкий скачок амплитуды:

$$s_4(t) = A\Theta(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ A, & t \geq t_0. \end{cases}$$

где символом $\Theta(t)$ обозначена функция Хэвисайда;

5) резкий скачок фазы гармонического сигнала:

$$s_5(t) = \begin{cases} A \sin \omega_0 t, & t < t_0, \\ A \sin(\omega_0 t + \Delta\varphi), & t \geq t_0; \end{cases}$$

6) резкий скачок частоты гармонического сигнала:

$$s_6(t) = \begin{cases} A \sin \omega_0 t, & t < t_0, \\ A \sin[\omega_1(t - t_0) + \omega_0 t_0 (1 - F(\omega_0, \omega_1))], & t \geq t_0, \end{cases}$$

где $F(\omega_0, \omega_1) = 1 - \frac{1}{\omega_0 t_0} \arccos\left(\frac{\omega_0}{\omega_1} \cos \omega_0 t_0\right)$;

7) излом:

$$s_7(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ A(t - t_0), & t_0 \leq t \leq t_1, \\ A(t_1 - t_0), & t > t_1; \end{cases}$$

8) производная δ -функции Дирака:

$$s_8(t) = A\delta'(t - t_0);$$

9) сумма производной δ -функции Дирака и гармонического сигнала:

$$s_9(t) = A\delta'(t - t_0) + B \sin \omega_0 t;$$

10) вертикальный перегиб:

$$s_{10}(t) = A\sqrt[3]{t - t_0};$$

11) шпиль:

$$s_{11}(t) = C - A\sqrt{|t - t_0|};$$

12) сумма шпиля и гармонического сигнала:

$$s_{12}(t) = C - A\sqrt{|t - t_0|} + B \sin \omega_0 t.$$

Достоинства и недостатки чои-вильямс-анализа, продемонстрированные на примере изучения простейших моделей сигналов, описаны в работе [16].

При исследовании приведенных выше моделей сигналов с особенностями результаты чои-вильямс-анализа будем сравнивать с результатами вигнер- и фурье-анализов. ПВ, как известно, задается соотношением [8–11, 20]:

$$P_V f(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \exp(-i\omega t) dt, \quad (2)$$

где $P_V f(\tau, \omega)$ – ФСП ПВ.

Фурье-анализ в работе представлен СФ, которая имеет вид [8–11]:

$$P_S f(\tau, \omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} s(t) w(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt \right|^2, \quad (3)$$

где $w(t - \tau)$ – оконная функция динамического преобразования Фурье.

При изучении модельных сигналов с особенностями наряду с вычислением ФСП ПЧВ, ПВ и СФ будем использовать также их энергограммы, которые показывают распределение энергии сигнала (процесса) по различным частотам ω и задаются соответственно соотношениями [21]:

$$E_{CW} f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{CW} f(\tau, \omega) d\tau,$$

$$E_V f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_V f(\tau, \omega) d\tau,$$

$$E_S f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_S f(\tau, \omega) d\tau.$$

Интегрирование энергограммы по всем частотам $\omega \in (-\infty; +\infty)$ дает энергию сигнала.

3. Результаты численного моделирования

Аналитическое вычисление интегралов (1) – (3) даже для самых простых моделей сигналов сопряжено со значительными, а порой и непреодолимыми трудностями. Поэтому анализ модельных сигналов с особенностями проводился при помощи системы компьютерной математики MATLAB [22], пакета прикладных программ Time Frequency Toolbox [12], а также оригинального программного обеспечения для MATLAB, разработанного авторами. Формат представления результатов также создан авторами и успешно применялся в работах [16, 23, 24].

При численном моделировании все переменные и параметры в модельных сигналах s_1, \dots, s_{13} считаются безразмерными. На графиках ФСП ПЧВ, ФСП СФ и соответствующих энергограмм по оси ординат откладывается безразмерная нормированная частота $F = f/f_N$, где f_N – частота Найквиста.

При вычислении ФСП СФ всех моделей сигналов применялась оконная функция Хемминга шириной $N/4$, где N – количество отсчетов дискретного вектора сигнала. Для всех сигналов $N = 1024$. Диапазон изменения переменной времени $t = 0 \div 10$.

На рисунках в левом столбце сверху вниз последовательно расположены графики сигнала во временной области, ФСП ПВ, ФСП ПЧВ при $\sigma = 1000$, ФСП ПЧВ при $\sigma = 10$, ФСП ПЧВ при $\sigma = 0.01$ и ФСП СФ. В правом столбце расположены энергограммы соответствующих преобразований.

На рис. 1 представлены результаты анализа δ -функции Дирака. Для данной модели ФСП ПВ (рис. 1, б) и ФСП ПЧВ (рис. 1, в–д) практически не отличаются и представляют собой вертикальную линию вдоль оси частот в момент времени, когда наблюдается сигнал. Это не удивительно, поскольку ФСП ПВ, в случае применения ПВ к однокомпонентному сигналу, не содержит интерференционных структур. ФСП СФ (рис. 1, е) оказывается значительно уширенной по сравнению с ФСП ПВ и ФСП ПЧВ. Степень этого уширения определяется шириной спектрального окна, используемого при построении СФ.

Анализ импульса конечной ширины представлен на рис. 2. Здесь на ФСП ПВ (рис. 2, б) между двумя вертикальными пиками, отвечающими за

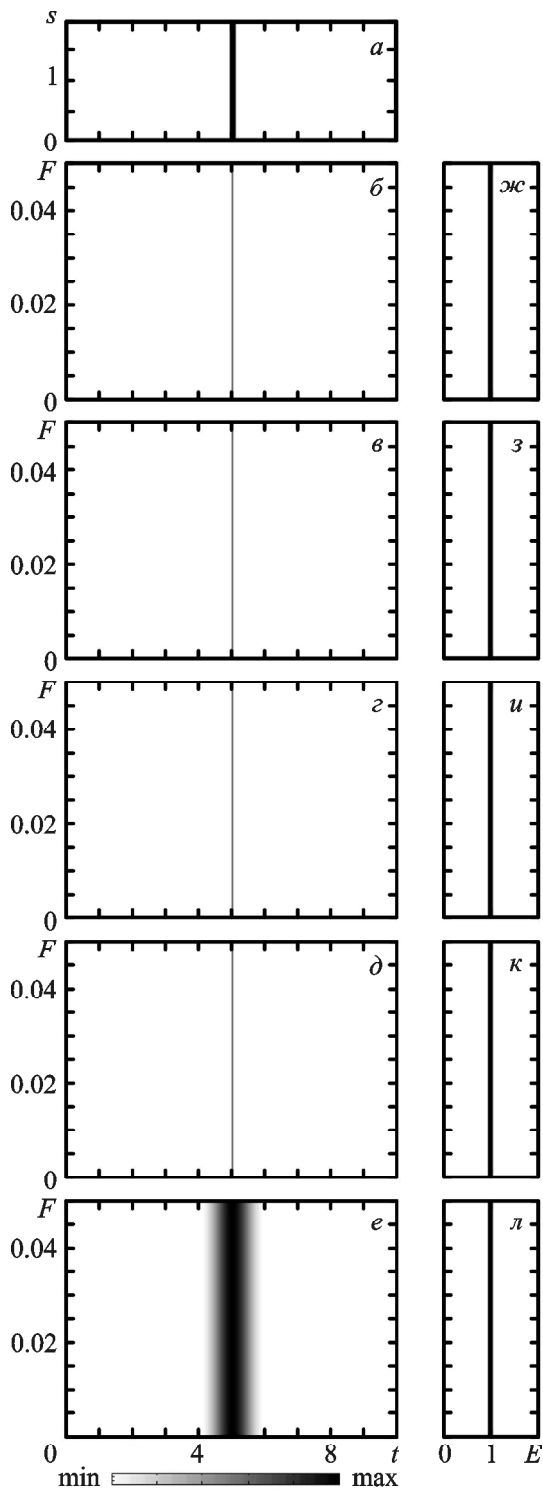


Рис. 1. Результаты анализа δ -функции Дирака: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *e* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma = 0.01$), *л* – энергограмма СФ

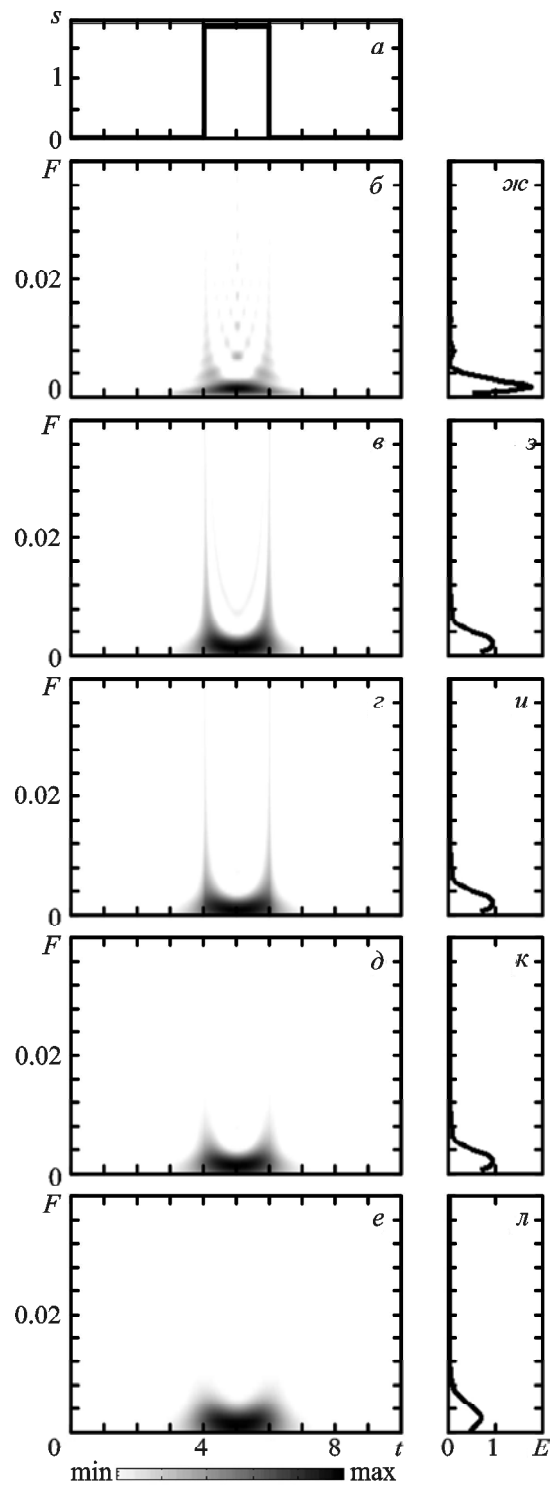


Рис. 2. Результаты анализа импульса конечной ширины: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *e* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma = 0.01$), *л* – энергограмма СФ

начало и окончание импульса, отчетливо наблюдаются интерференционные максимумы. На ФСП ПЧВ для значений $\sigma = 1000$ (рис. 2, в) и $\sigma = 10$ (рис. 2, з) интерференция практически полностью отсутствует, а вертикальные линии выражены еще более ярко. При уменьшении σ до значения 0.01 ФСП ПЧВ (рис. 2, д) сглаживается и становится практически неотличимой от ФСП СФ (рис. 2, е). Последняя оказывается несколько более размытой. При вейвлет-анализе данной модели сигнала [18] можно точно определить моменты времени, когда сигнал имеет скачок, но отличить по виду вейвлет-спектрограммы данный сигнал от, например, двух следующих друг за другом δ -функций Дирака оказывается практически невозможным. Это происходит потому, что вейвлет-преобразование как от константы, так и от линейной функции всегда равно нулю (см., например, [9, 11]). В отличие от вейвлет-анализа нелинейные преобразования класса Козна, в частности ПВ, ПЧВ и СФ, позволяют различать импульс конечной ширины и сумму двух δ -функций Дирака. Для них ФСП в промежуток времени между началом и окончанием импульса вблизи нулевой частоты оказывается отличной от нуля (рис. 2, б–е).

Анализ суммы импульсной помехи и гармонического сигнала ($F_0 = f_0/f_N \approx 0.0073$, $f_0 = \omega_0/2\pi$) представлен на рис. 3. На ФСП ПВ (рис. 3, б) отчетливо просматриваются горизонтальная и вертикальная линии, которые отвечают соответственно за наличие гармонического колебания и δ -функции Дирака. При этом картина несколько зашумлена присутствующей интерференцией. На ФСП ПЧВ (рис. 3, в–д) интерференция отсутствует, но при этом горизонтальная линия несколько уширяется. На ФСП СФ (рис. 3, е) присутствует несколько сглаженная горизонтальная линия, а вертикальная вообще отсутствует. При анализе такого сигнала при помощи ФСП СФ о присутствии в нем δ -функции Дирака можно лишь догадываться по некоторому уплотнению горизонтальной линии в момент времени, когда появляется δ -функция.

Результаты анализа резкого скачка амплитуды сигнала показаны на рис. 4. ФСП ПВ (рис. 4, б) отлична от нуля при низких частотах, когда и сам сигнал отличен от нуля. Просматривается также вертикальный пик, отвечающий за скачок сигнала, но в целом картина искажена интерференцией. На ФСП ПЧВ (рис. 4, в–д) интерференция отсут-

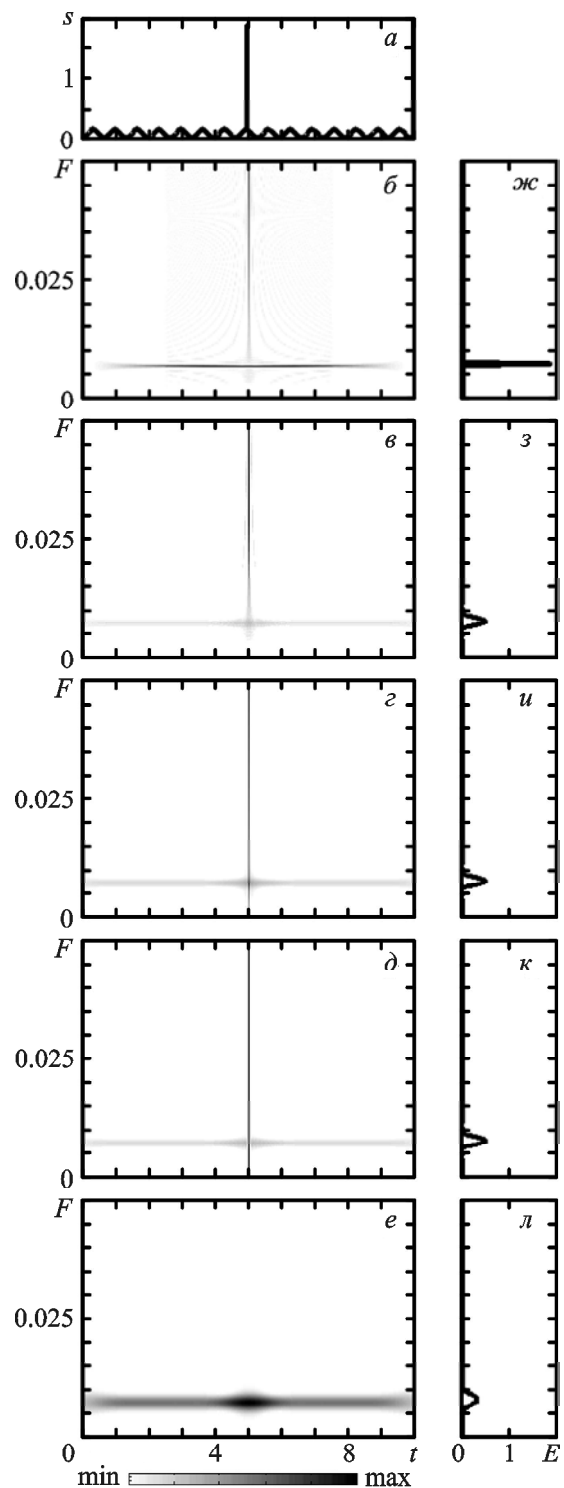


Рис. 3. Результаты анализа суммы импульсной помехи и гармонического сигнала: а – сигнал во временной области, б – ФСП ПВ, в – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), г – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), д – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), е – ФСП СФ, ж – энергограмма ПВ, з – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), и – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), к – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 0.01$), л – энергограмма СФ

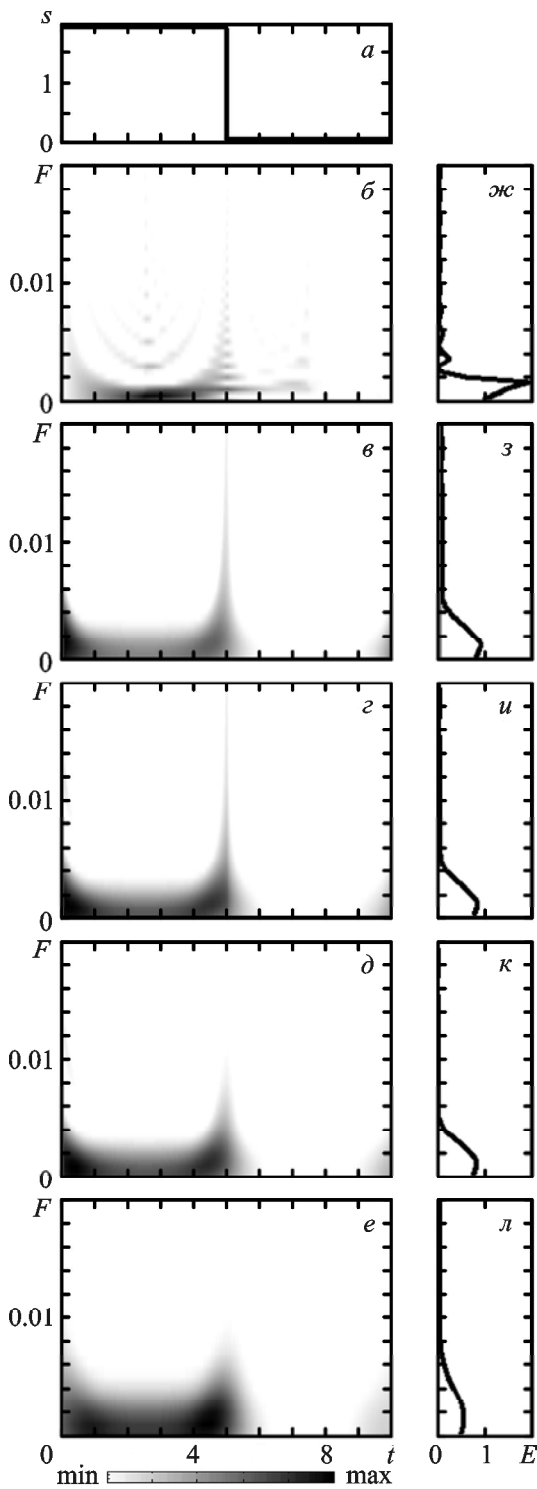


Рис. 4. Результаты анализа резкого скачка амплитуды сигнала: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma = 0.01$), *л* – энергограмма СФ

стует и отчетливо наблюдается момент скачка амплитуды в виде вертикальной линии на время-частотной плоскости при относительно больших значениях σ (рис. 4, *в, г*). При достижении степени сглаживания ФСП ПЧВ $\sigma = 0.01$ этот пик уменьшается и ФСП ПЧВ становится похожей на ФСП СФ (рис. 4, *е*).

На рис. 5 проанализирован гармонический сигнал ($F_0 \approx 0.0073$) без скачка фазы, а на рис. 6, 7 – со скачками фазы $\Delta\varphi = \pi/64$ и $\Delta\varphi = \pi/4$ соответственно. При малых значениях $\Delta\varphi$ (рис. 6) полученные результаты практически не отличаются от результатов в случае, когда этого скачка вообще не существует (рис. 5). Следовательно, при относительно небольших значениях $\Delta\varphi$ скачок фазы как на ФСП ПЧВ, так и на ФСП ПВ и на ФСП СФ практически не проявляется. Обнаружить его оказывается возможным при помощи скелетона ФСП ПВ, который представляет собой линии, связывающие локальные экстремумы данной ФСП [15]. При достаточно больших значениях скачка фазы (например, $\Delta\varphi = \pi/4$) на ФСП ПЧВ (рис. 7, *в–д*) отчетливо просматривается излом горизонтальной линии и вертикальный пик, свидетельствующие о наличии данной особенности. Излом горизонтальной линии также наблюдается, хотя и более слабо, на ФСП СФ (рис. 7, *е*). На ФСП ПВ присутствие скачка фазы даже в этом случае обнаруживается плохо.

Результаты анализа резкого скачка частоты гармонического сигнала ($F_0 = 0.005$, $F_1 = 0.010$), который происходит без скачка фазы, представлен на рис. 8. Здесь на ФСП ПВ (рис. 8, *б*) четко видны две горизонтальные линии, отвечающие за наличие гармонических сигналов двух различных частот, а между ними присутствует осциллирующая интерференционная структура. Поскольку ФСП ПВ может принимать и отрицательные значения, при ее интегрировании по времени интерференционные члены практически компенсируют друг друга и на энергограмме ПВ (рис. 8, *ж*) видны только два пика, соответствующие гармоническим сигналам. Как и следовало ожидать, ПЧВ успешно подавляет интерференцию (рис. 8, *в–д*), при этом его время-частотное разрешение оказывается лучше, чем у ФСП СФ (рис. 8, *е*), но несколько хуже, чем у ФСП ПВ (рис. 8, *б*).

Результаты анализа излома (рис. 9) отчасти напоминают результаты анализа резкого скачка амплитуды сигнала (рис. 4). Различие состоит

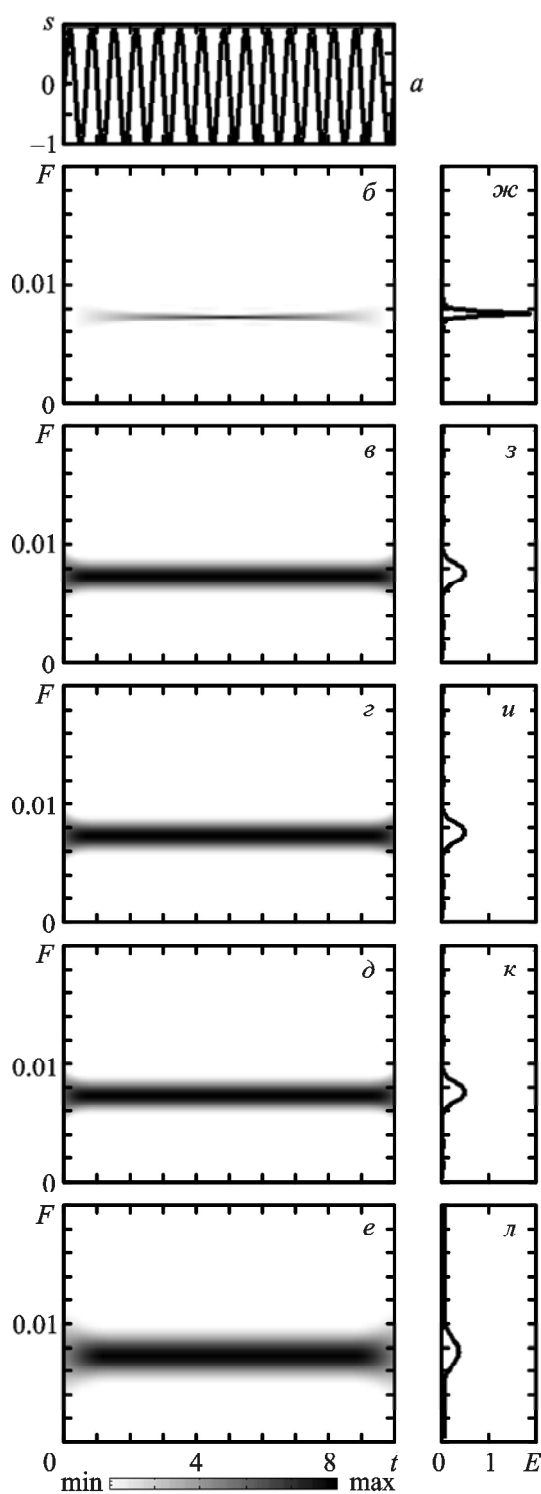


Рис. 5. Результаты анализа гармонического сигнала без скачка фазы: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma=1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma=10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma=0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma=0.01$), *л* – энергограмма СФ

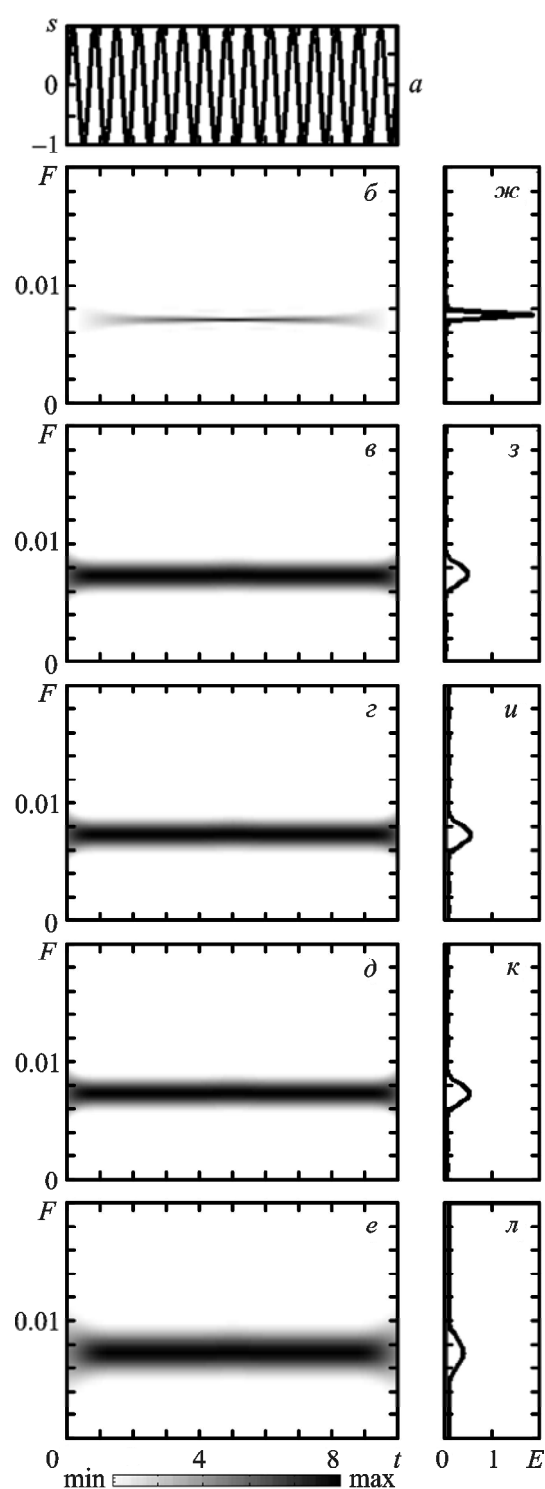


Рис. 6. Результаты анализа гармонического сигнала со значением скачка фазы $\Delta\varphi = \pi/64$: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma=1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma=10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma=0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma=0.01$), *л* – энергограмма СФ

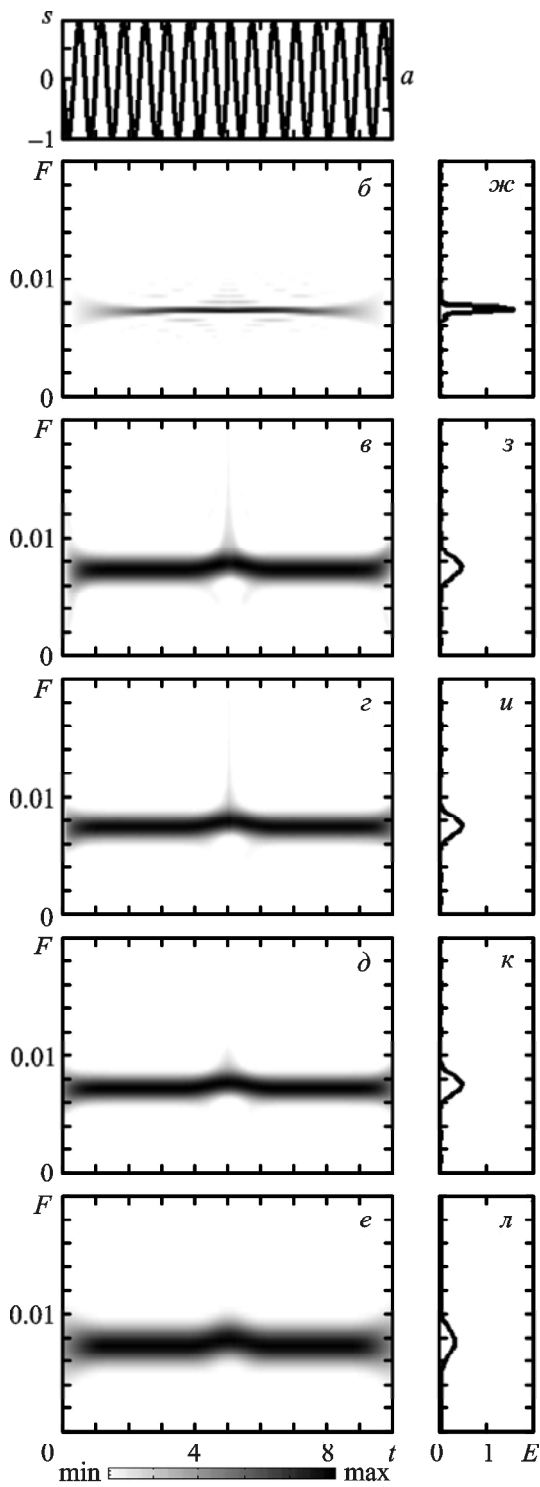


Рис. 7. Результаты анализа гармонического сигнала со значением скачка фазы $\Delta\varphi = \pi/4$: *а* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma = 0.01$), *л* – энергограмма СФ

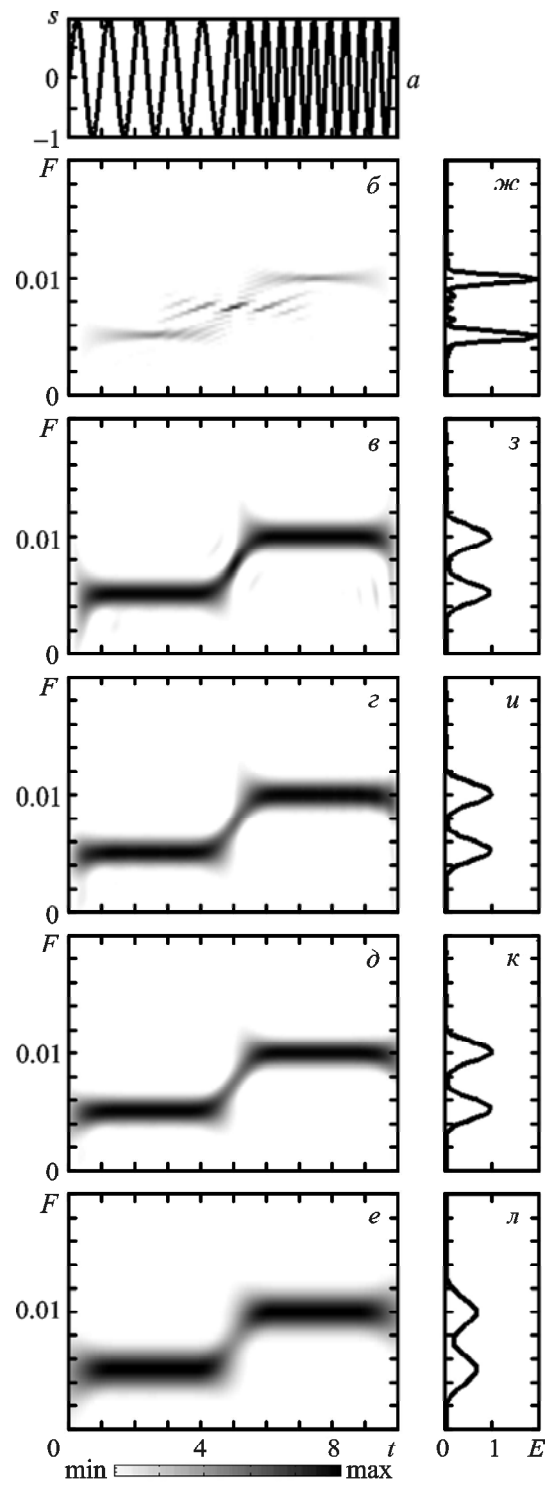


Рис. 8. Результаты анализа резкого скачка частоты гармонического сигнала: *а* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma = 0.01$), *л* – энергограмма СФ

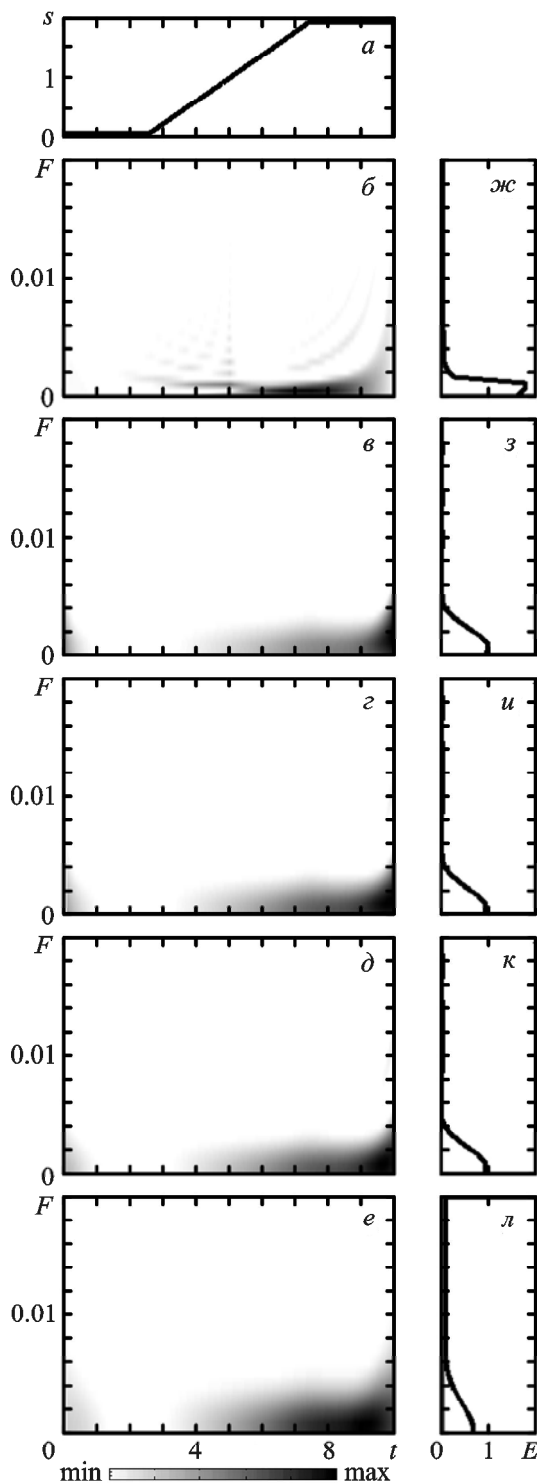


Рис. 9. Результаты анализа излома: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), *к* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *л* – энергограмма СФ

в том, что на ФСП ПЧВ (рис. 9, *в–д*) и ФСП СФ (рис. 9, *е*) в этом случае отсутствует вертикальный пик, который отвечает за резкий скачок амплитуды сигнала (рис. 4, *а*) и проявляется на ФСП ПВ, ПЧВ и СФ (рис. 4 *б–е*). К сожалению, определить моменты начала и окончания возрастания амплитуды, когда сигнал претерпевает излом, при помощи ФСП ПВ, ФСП ПЧВ и ФСП СФ практически невозможно. Тем не менее эти особенности хорошо обнаруживаются при вейвлет-анализе [18].

На рис. 10 рассмотрен анализ производной δ -функции Дирака. Эта модель представляет собой предельный случай СШП сигнала, у которого по определению отсутствует постоянная составляющая. При уменьшении частоты значения ФСП ПВ (рис. 10, *б*), ФСП ПЧВ (рис. 10 *в, г*) и ФСП СФ (рис. 10, *е*) в момент времени, когда присутствует сигнал, стремятся к нулю. ФСП ПЧВ при $\sigma = 0.01$ (рис. 10, *д*) оказывается отличной от нуля при низких частотах, вплоть до нулевого значения частоты, однако это происходит вследствие сильной степени сглаживания ФСП. Энергограммы всех трех преобразований (рис. 10, *ж–л*) оказываются практически одинаковыми.

Анализ суммы производной δ -функции Дирака и гармонического сигнала ($F_0 \approx 0.014$) представлен на рис. 11. Здесь ФСП ПВ (рис. 11, *б*) зашумлена результатами интерференции. На ФСП ПЧВ (рис. 11, *в–д*), так же как и на ФСП СФ (рис. 11, *е*) четко видны две составляющие сигнала без интерференционных структур. На ФСП СФ компонента сигнала, отвечающая за наличие производной δ -функции Дирака, оказывается более размытой, чем на ФСП ПЧВ.

Результаты анализа вертикального перегиба представлены на рис. 12. Здесь ФСП ПЧВ (рис. 12, *в–д*) успешно подавляет интерференцию, присутствующую в ФСП ПВ (рис. 12, *б*). Результаты чои-вильямс-анализа такого сигнала оказываются схожими с результатами, полученными при помощи СФ.

При анализе шпилья ФСП ПВ (рис. 13, *б*) наиболее, а ФСП СФ (рис. 13, *е*) меньше всего локализованы на время-частотной плоскости. Время-частотное разрешение ФСП ПЧВ (рис. 13, *в–д*) в этом случае позволяет более точно определить момент времени, когда сигнал имеет пик.

На рис. 14 представлены результаты анализа суммы шпилья и гармонического сигнала ($F_0 \approx 0.0073$). На время-частотной плоскости

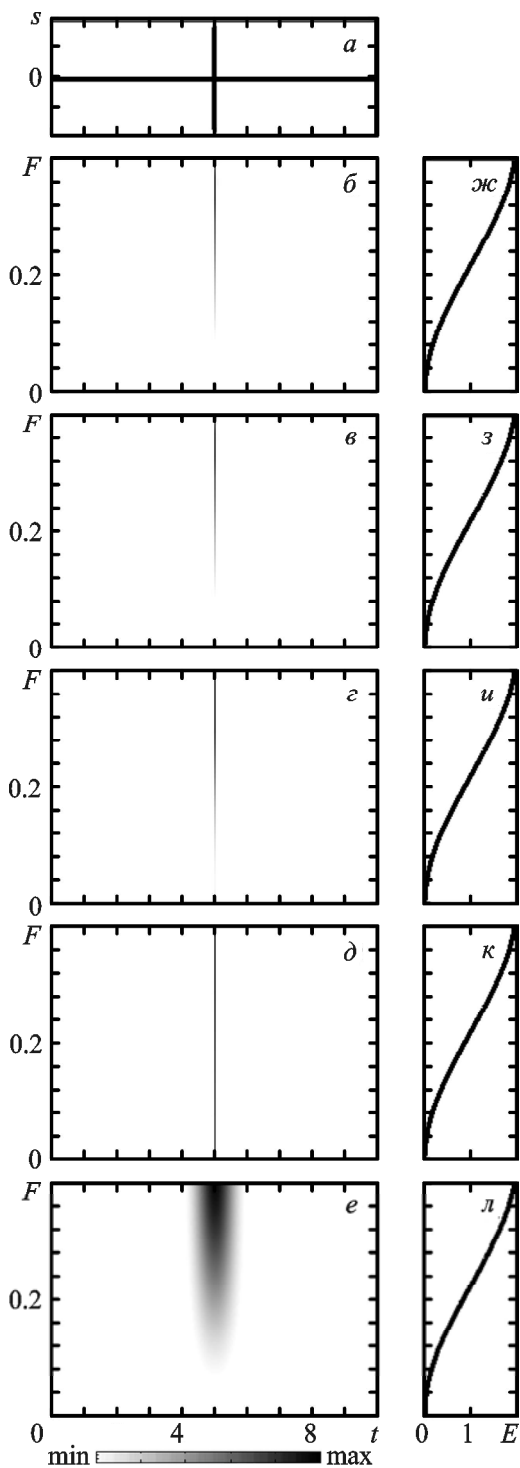


Рис. 10. Результаты анализа производной δ -функции Дирака: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma=1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma=10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma=0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергoграмма ПВ, *з* – энергoграмма ПЧВ ($\sigma=1000$), *и* – энергoграмма ПЧВ ($\sigma=10$), *к* – энергoграмма ПЧФ ($\sigma=0.01$), *л* – энергoграмма СФ

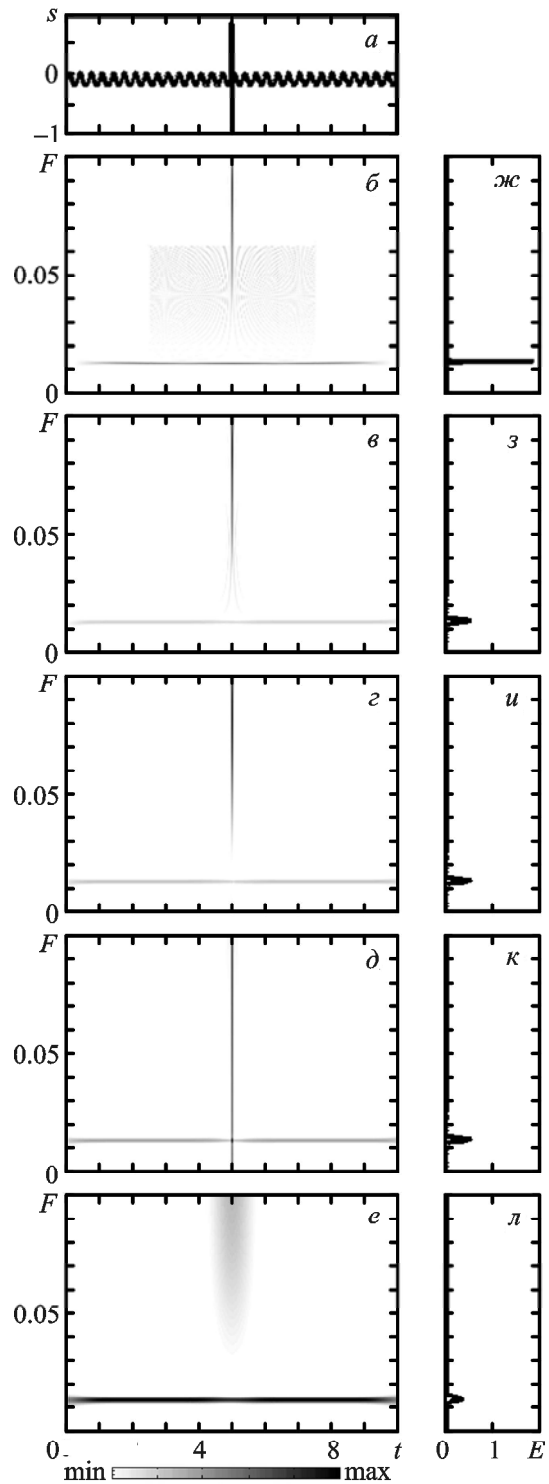


Рис. 11. Результаты анализа суммы производной δ -функции Дирака и гармонического сигнала: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma=1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma=10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma=0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергoграмма ПВ, *з* – энергoграмма ПЧВ ($\sigma=1000$), *и* – энергoграмма ПЧВ ($\sigma=10$), *к* – энергoграмма ПЧФ ($\sigma=0.01$), *л* – энергoграмма СФ

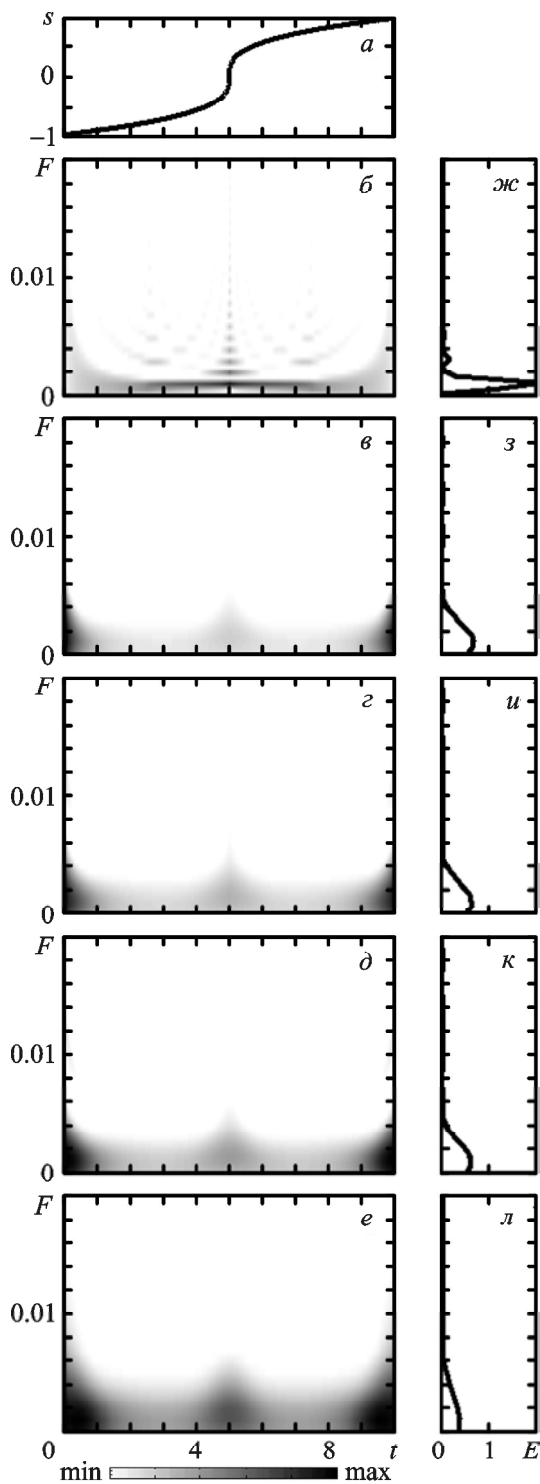


Рис. 12. Результаты анализа вертикального перегиба: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma=1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma=10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma=0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma=0.01$), *л* – энергограмма СФ

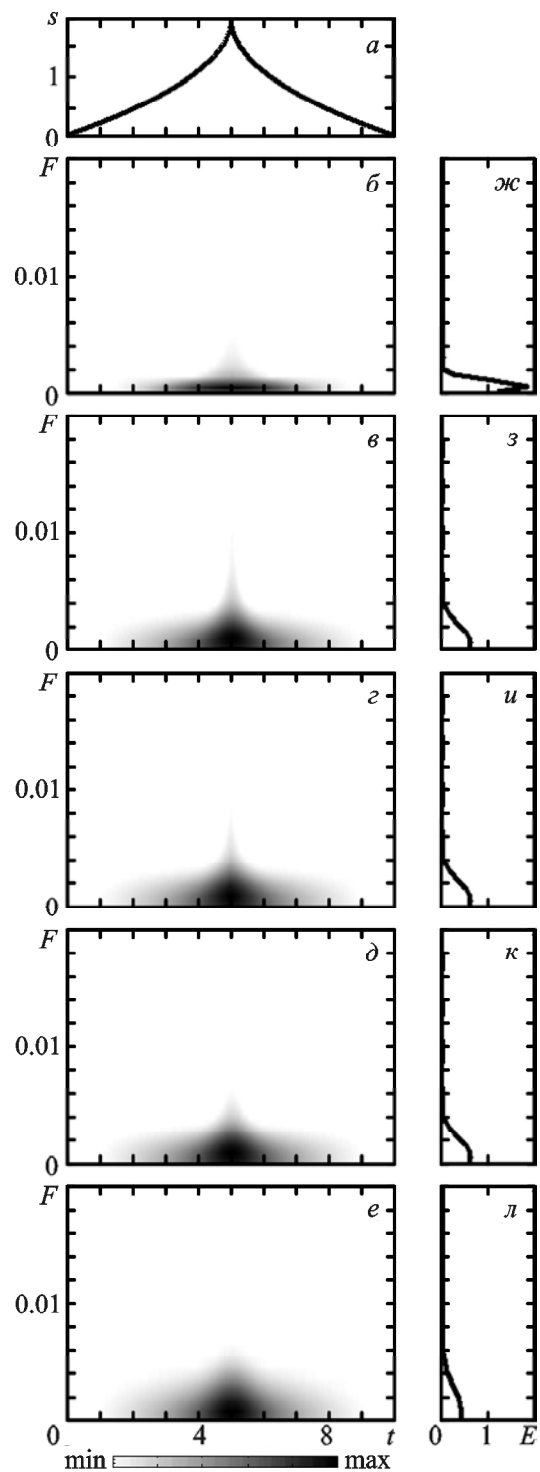


Рис. 13. Результаты анализа шпика: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma=1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma=10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma=0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma=10$), *к* – энергограмма ПЧФ ($\sigma=0.01$), *л* – энергограмма СФ

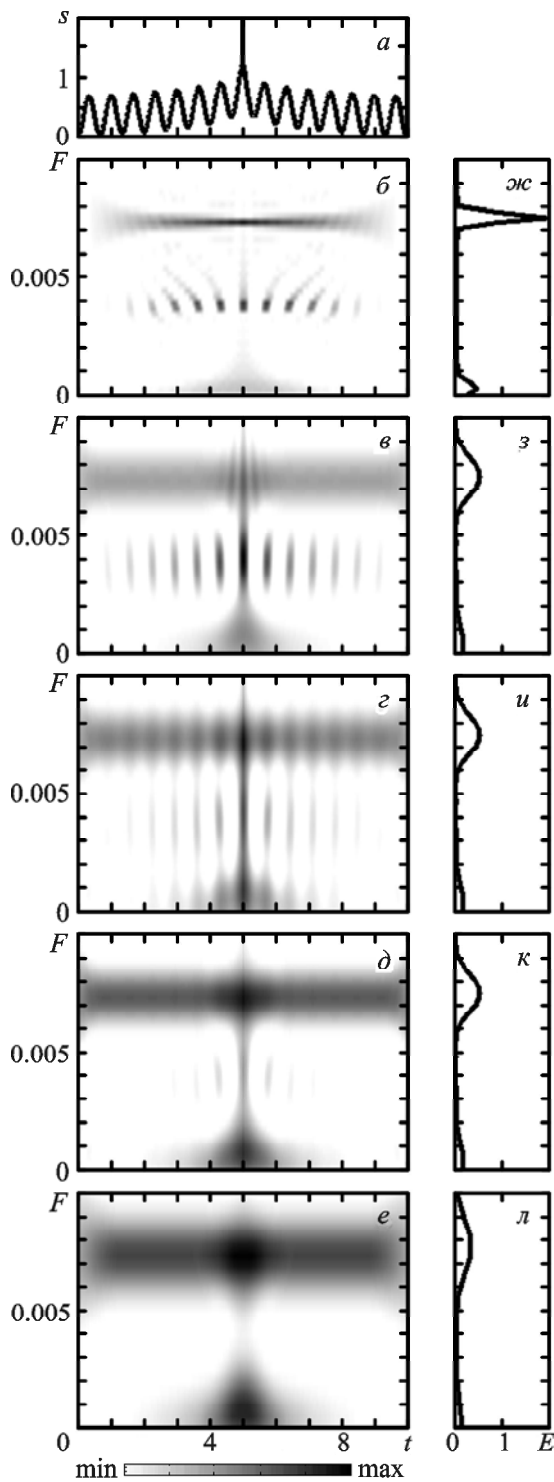


Рис. 14. Результаты анализа суммы шпилья и гармонического сигнала: *a* – сигнал во временной области, *б* – ФСП ПВ, *в* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 1000$), *г* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 10$), *д* – ФСП ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *е* – ФСП СФ, *ж* – энергограмма ПВ, *з* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 1000$), *и* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 10$), *к* – энергограмма ПЧВ ($\sigma = 0.01$), *л* – энергограмма СФ

ФСП ПВ (рис. 14, *б*) присутствуют горизонтальная линия, соответствующая гармоническому сигналу, локальное образование, соответствующее наличию шпилья, а также осциллирующие интерференционные члены в центре между ними. На энергограмме ПВ (рис. 14, *ж*) присутствуют только два пика, которые соответствуют частотным компонентам шпилья и гармонического сигнала. Осциллирующие интерференционные члены, как и в случае резкого скачка частоты гармонического сигнала (рис. 8, *б, ж*), при интегрировании ФСП ПВ взаимно уничтожаются. ПЧВ позволяет практически полностью подавить интерференцию (рис. 14, *д*), но происходит это за счет некоторого ухудшения время-частотного разрешения. На ФСП СФ (рис. 14, *е*) интерференционные члены отсутствуют, видны два сигнала, а также наблюдается максимум в месте пересечения двух компонент сигнала на время-частотной плоскости.

4. Обсуждение результатов

Полученные результаты демонстрируют, что при анализе сигналов с особенностями ПЧВ в большинстве случаев успешно подавляет интерференцию, которая имеет место в ФСП ПВ. Однако это происходит за счет ухудшения время-частотного разрешения. Тем не менее даже при малых значениях σ , когда происходит значительное снижение уровня интерференции, время-частотное разрешение у ФСП ПЧВ остается лучше, чем у ФСП СФ (см., например, рис. 8). При исследовании резких скачков амплитуды (рис. 2, 4) или фазы (рис. 7) ПЧВ позволяет точно определить момент времени, когда этот скачок происходит.

Подавление интерференционных структур при помощи ПЧВ происходит неодинаково во временной и в частотной областях. Более качественно подавляются интерференционные структуры, которые появляются между разнесенными во времени компонентами сигнала (рис. 2, 4, 12). Те компоненты сигнала, которые наблюдаются одновременно, но на различных частотах, подавляются хуже (рис. 14).

Поэтому в некоторых случаях приемлемое подавление интерференционных максимумов происходит при достаточно больших значениях варьируемого параметра ($\sigma = 1000$) (рис. 2, 4, 8, 12), а для других сигналов даже при значениях $\sigma = 0.01$ на ФСП ПЧВ все еще присутствует интерференция (например, рис. 14).

При анализе излома (рис. 9) при помощи используемых в работе преобразований оказывается невозможным обнаружить моменты времени, когда сигнал претерпевает излом. Однако можно определить возрастает или убывает со временем абсолютное значение амплитуды сигнала. При помощи непрерывного вейвлет-преобразования [18], наоборот, можно точно ответить на вопрос, когда наблюдаются скачки производной сигнала. Но вейвлет-анализ не позволяет определить поведение сигнала в промежутке времени между скачками производной в случае, когда амплитуда сигнала не изменяется или изменяется линейно.

Таким образом, при исследовании реальных сигналов необходимо одновременно использовать несколько время-частотных преобразований как нелинейных (ПВ, ПЧВ, СФ и др.), так и линейных, таких как непрерывное и аналитическое вейвлет-преобразования [18, 19], оконное и адаптивное [25] преобразование Фурье и др. При этом каждое преобразование в силу своих свойств позволяет выявлять те или иные особенности исследуемого сигнала.

Для всестороннего исследования сигналов различной природы и получения максимального количества информации об их время-частотном содержании авторами разработан комплексный метод анализа сигналов, который получил название “системный спектральный анализ” [21].

5. Выводы

1. Установлены достоинства и недостатки чои-вильямс-анализа в случае его применения для изучения время-частотного состава модельных сигналов с особенностями.

2. Продемонстрировано, что подавление интерференционных членов при помощи ПЧВ происходит неравномерно на время-частотной плоскости, что интерференционные члены, возникающие между временными компонентами сигнала, подавляются лучше, чем те, которые появляются между частотными компонентами сигнала.

3. Указано, что для более полного выявления всех особенностей время-частотного содержания сигналов необходимо одновременно применять несколько преобразований как линейных (таких как непрерывное и аналитическое вейвлет-преобразования, оконное и адаптивное преобразование Фурье), так и нелинейных (ПВ, ПЧВ, СФ). Каждое из этих преобразований позволяет выявить те или иные время-частотные особенности сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Потанов А. А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. – М.: Университетская книга, 2005. – 848 с.
2. *Дмитриев А. С., Клецов А. В., Лактюшкин А. М., Панас А. И., Старков С. О.* Сверхширокополосная беспроводная связь на основе динамического хаоса // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 10. – С. 1193–1209.
3. *Болотов В. Н., Ткач Ю. В.* Фрактальная система связи // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78, № 9. – С. 91–95.
4. *Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Сверхширокополосные сигналы и процессы. Монография. – Харьков: Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, 2009. – 576 с.
5. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Панас А. И.* Прямохаотические беспроводные системы связи / Фрязинская школа электроники / Под ред. А. А. Борисова – М.: Янус-К, 2012. – С. 455–475.
6. Ultra Wideband – Current Status and Future Trends / Ed. by *Matin M. A.* – Rieka: InTech, 2012. – 358 p. DOI: 10.5772/2588
7. Ultra-Wideband Radio Technologies for Communications, Localization and Sensor Applications / Ed. by *Thoma R., Knochel R. H., Sachs J., Willms I., and Zwick T.* – Rieka: InTech, 2013. – 488 p. DOI: 10.5772/2648
8. *Cohen L.* Time-Frequency Analysis: Theory and Applications. – New York: Prentice-Hall, 1995. – 300 p.
9. *Mallat S.* A Wavelet Tour of Signal Processing. The Sparse Way. – New York: Academic Press, 2009. – 805 p.
10. The Digital Signal Processing Handbook / Ed. by *Madiseti V. K.* – Boca Raton: CRC Press, 2010. – 876 p.
11. Advances in Wavelet Theory and Their Applications in Engineering, Physics and Technology / Ed. by *Baleanu D.* – Rieka: InTech, 2012. – 634 p.
12. *Auger F., Flandrin P., Goncalves P., and Lemoine O.* Time-Frequency Toolbox Reference Guide. – Houston: Rice University, 2005. – 180 p.
13. *Вишинецкий О. В., Кравченко В. Ф., Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Преобразование Вигнера и атомарные функции в цифровой обработке сигналов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2006. – Т. 11, № 6. – С. 26–38.
14. *Choi H.-J. and Williams W. J.* Improved Time-Frequency Representation of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. – 1989. – Vol. 37, No. 6. – P. 862–871.
15. *Вишинецкий О. В., Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Вигнер-анализ модельных сигналов с особенностями // Радиофизика и радиоастрономия. – 2008. – Т. 13, № 2. – С. 195–209.
16. *Вишинецкий О. В., Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Чои-Вильямс-анализ в цифровой обработке сигналов // Радиофизика и радиоастрономия. – 2007. – Т. 12, № 4. – С. 410–432.
17. *Вишинецкий О. В., Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Анализ нелинейных волновых процессов при помощи преобразования Вигнера // Радиофизика и радиоастрономия. – 2007. – Т. 12, № 3. – С. 295–310.

18. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Вейвлет-анализ модельных сигналов с особенностями. 1. Непрерывное вейвлет-преобразование // Радиофизика и радиоастрономия. – 2007. – Т. 12, № 2. – С. 182–204.
19. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Вейвлет-анализ модельных сигналов с особенностями. 2. Аналитическое и дискретное вейвлет-преобразования // Радиофизика и радиоастрономия. – 2007. – Т. 12, № 3. – С. 278–294.
20. Wigner E. P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium // *Phys. Rev.* – 1932. – Vol. 40. – P. 749–759.
21. Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф. Системный спектральный анализ сигналов: теоретические основы и практические применения // Радиофизика и радиоастрономия. – 2007. – Т. 12, № 2. – С. 162–181.
22. Дьяконов В. П., Абраменкова И. В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. – Санкт-Петербург: Питер, 2002. – 608 с.
23. Кравченко В. Ф., Лазоренко О. В., Пустовойт В. И., Черногор Л. Ф. Преобразование Чои-Вильямса и атомарные функции в цифровой обработке сигналов // ДАН РАН. – 2007. – Т. 413, № 6. – С. 750–753.
24. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Вейвлет-анализ нелинейных волновых процессов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2005. – № 10. – С. 3–21.
25. Лазоренко О. В., Панасенко С. В., Черногор Л. Ф. Адаптивное преобразование Фурье // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2005. – Т. 10, № 10. – С. 39–50.
9. MALLAT, S., 2009. *A Wavelet Tour of Signal Processing. The Sparse Way*. New York, USA: Academic Press.
10. MADISSETTI, V. K., ed. 2010. *The Digital Signal Processing Handbook*. Boca Raton, USA: CRC Press.
11. BALEANU, D., ed. 2012. *Advances in Wavelet Theory and Their Applications in Engineering, Physics and Technology*. Rieka, Croatia: InTech.
12. AUGER, F., FLANDRIN, P., GONCALVES, P. and LEMOINE, O., 2005. *Time-Frequency Toolbox Reference Guide*. – Houston, USA: Rice University.
13. VISHNIVETSKY, O. V., KRAVCHENKO, V. F., LAZORENKO, O. V. and CHERNOGOR, L. F., 2006. Wigner transform and atomic functions in digital signal processing. *Electromagnitnye volny i elektronnye sistemy*, vol. 11, no. 6, pp. 26–38 (in Russian).
14. CHOI, H.-J. and WILLIAMS, W. J., 1989. Improved Time-Frequency Representation of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 37, no. 6, pp. 862–871.
15. VISHNIVETSKY, O. V., LAZORENKO, O. V. and CHERNOGOR, L. F., 2008. The Wigner-Analysis of Model Signals with Peculiarities. *Radiofizika i radioastronomiya*, vol. 13, no. 2, pp. 195–209 (in Russian).
16. VISHNIVETSKY, O. V., LAZORENKO, O. V. and CHERNOGOR, L. F., 2007. The Choi-Williams Analysis in Digital Signal Processing. *Radiofizika i radioastronomiya*, vol. 12, no. 4, pp. 410–432 (in Russian).
17. VISHNIVETSKY, O. V., LAZORENKO, O. V. and CHERNOGOR, L. F., 2007. Analysis of Non-Linear Wave Processes Using Wigner Transform. *Radiofizika i radioastronomiya*, vol. 12, no. 3, pp. 295–310 (in Russian).
18. LAZORENKO, O. V., LAZORENKO, S. V. and CHERNOGOR, L. F., 2007. Wavelet Analysis of the Model Signals with Peculiarities. 1. Continuous Wavelet Transform. *Radiofizika i radioastronomiya*, vol. 12, no. 2, pp. 182–204 (in Russian).
19. LAZORENKO, O. V., LAZORENKO, S. V. and CHERNOGOR, L. F., 2007. Wavelet Analysis of the Model Signals with Peculiarities. 2. Analytical and Discrete Wavelet Transforms. *Radiofizika i radioastronomiya*, vol. 12, no. 3, pp. 278–294 (in Russian).
20. WIGNER, E. P., 1932. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Phys. Rev.*, vol. 40, pp. 749–759.
21. LAZORENKO, O. V. and CHERNOGOR, L. F., 2007. The System Spectral Analysis: Theoretical Bases and Practical Applications. *Radiofizika i radioastronomiya*, vol. 12, no. 2, pp. 162–181 (in Russian).
22. DYAKONOV, V. P. and ABRAMENKOVA, I. V., 2002. *MATLAB. Signal and image processing*. Sankt-Petersburg, Russia: Piter Publ. (in Russian).
23. KRAVCHENKO, V. F., LAZORENKO, O. V., PUSTOVOIT, V. I. and CHERNOGOR, L. F., 2007. Choi-Williams Transform and Atomic Function in Digital Signal Processing. *Doklady Physics*, vol. 52, no. 4, pp. 207–210.
24. LAZORENKO, O. V., LAZORENKO, S. V. and CHERNOGOR, L. F., 2005. Wavelet analysis of the non-linear wave processes. *Uspekhi sovremennoy radioelektroniki*, no. 10, pp. 3–21 (in Russian).
25. LAZORENKO, O. V., PANASENKO, S. V. and CHERNOGOR, L. F., 2005. Adaptive wavelet transform. *Electromagnitnye volny i elektronnye sistemy*, vol. 10, no. 10, pp. 39–50 (in Russian).

REFERENCES

1. POTAPOV, A. A., 2005. *Fractals in radiophysics and radar: Sample topology*. Moscow, Russia: Universitetskaya kniga Publ. (in Russian).
2. DMITRIEV, A. S., KLETISOV, A. V., LAKTYUSHKIN, A. M., PANAS, A. I. and STARKOV, S. O., 2006. Ultra-wideband wireless communication based on dynamic chaos. *Radiotekhnika i Elektronika*, vol. 51, no. 10, pp. 1193–1209 (in Russian).
3. BOLOTOV, V. N. and TKACH, Y. V., 2008. Fractal communication system. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 78, no. 9, pp. 91–95 (in Russian).
4. LAZORENKO, O. V. and CHERNOGOR, L. F., 2009. *Ultra-wideband signals and processes: Monograph*. Kharkiv, Ukraine: V. N. Karazin Kharkiv National University Publ. (in Russian).
5. DMITRIEV, A. S., EFREMOVA, E. V. and PANAS, A. I., 2012. Direct-chaotic wireless communication systems. In A. A. BORISOV, ed. *Fryazino Electronics School*. Moscow, Russia: Yanus-K Publ., pp. 455–475 (in Russian).
6. MATIN, A. A., ed., 2012. *Ultra Wideband – Current Status and Future Trends*. Rieka, Croatia: InTech DOI: 10.5772/2588
7. THOMA, R., KNOCHER, R. H., SACHS, J., WILLMS, I. and ZWICK, T., eds. 2013. *Ultra-Wideband Radio Technologies for Communications, Localization and Sensor Applications*. Rieka, Croatia: InTech DOI: 10.5772/2648
8. COHEN, L., 1995. *Time-Frequency Analysis: Theory and Applications*. New York, USA: Prentice-Hall Publ.

O. V. Lazorenko¹ and L. F. Chernogor²

¹Kharkiv National University of Radio Electronics,
14, Lenin Av., Kharkiv, 61166, Ukraine

²V. Kazarin National University of Kharkiv,
4, Svoboda Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

THE CHOI-WILLIAMS-ANALYSIS OF NON-LINEAR WAVE PROCESSES

Using the Choi-Williams transform, belonging to the Cohen's class of non-linear transforms, the time-frequency analysis of the model signals with peculiarities, was made. The models of the Dirac δ -function and its first derivation, their sum with harmonic signal, the limited duration pulse, the sharp changes of amplitude, phase and frequency, the break, the vertical bend, the spire as well as the sum of the spire and the harmonic signal were studied. The results of choi-williams-, wigner- and fourier-analysis were compared. The mentioned transforms were shown to well supplement each other and allow finding more information about time-frequency structure of the signals investigated when they are used together.

Key words: time-frequency analysis, non-linear integral transform, signal with peculiarities

O. V. Лазоренко¹, Л. Ф. Черногор²

¹Харківський національний університет радіоелектроніки,
пр-т Леніна, 14, м. Харків, 61166, Україна

²Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
м. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна

ЧОЇ-ВІЛЬЯМС-АНАЛІЗ СИГНАЛІВ З ОСОБЛИВОСТЯМИ

Виконано часо-частотний аналіз низки модельних сигналів з особливостями за допомогою перетворення Чої-Вільямса, що належить до класу нелінійних перетворень Коена. Вивчено моделі δ -функції Дірака та її першої похідної, їх суми з гармонічним сигналом, імпульсу скінченної ширини, різких стрибків амплітуди, фази та частоти сигналу, зламу, вертикального перегину, шпилью, а також суми шпилью та гармонічного сигналу. Виконано порівняння результатів чої-вільямс-, вігнер- і фур'є-аналізу. Продемонстровано, що вказані перетворення добре доповнюють одне одного та за спільного використання дозволяють отримати більшу кількість інформації про часо-частотну структуру досліджуваних сигналів.

Ключові слова: часо-частотний аналіз, нелінійне інтегральне перетворення, сигнал з особливостями

Статья поступила в редакцию 04.06.2015